Daniel Sibony

Analyse du mémoire de Doob sur les valeurs d'adhérence de fonctions analytiques

Séminaire Brelot-Choquet-Deny. Théorie du potentiel, tome 8 (1963-1964), exp. nº 11, p. 1

<http://www.numdam.org/item?id=SBCD_1963-1964__8__A7_0>

Séminaire BRELOT-CHOQUET-DENY
(Théorie du Potentiel)
8e année, 1963/64, n° 11

11 juin 1964

ANALYSE DU MÉMOIRE DE DOOB [1] SUR LES VALEURS D'ADHÉRENCE DE FONCTIONS ANALYTIQUES

par Daniel SIBONY

Résumé

Après introduction du processus de mouvement brownien sur une surface de Riemann, et grâce au fait que la limite fine à la frontière correspond à la limite le long des trajectoires de ce processus, on étend les plus importants des théorèmes classiques relatifs aux valeurs limites des fonctions analytiques sur le disque unité.

Notamment, le théorème de Fatou se traduit alors par le fait qu'une fonction analytique d'une surface de Riemann hyperbolique dans une autre admet une limite fine presque partout à la frontière de Martin.

De même, le théorème de F. et M. Riesz se traduit par l'énoncé suivant :

Soit f une fonction analytique de R_1, surface de Riemann hyperbolique, dans R_2, surface de Riemann ; soient A_1 partie de la frontière de Martin R_1^M de R_1, et A_2 une partie ayant les propriétés suivantes :

- si R_2 est compacte, $A_2 \subset R_2$ et $\text{cap}(A_2) = 0$,
- si R_2 est parabolique non compacte, $A_2 \subset R_2 \cup \{\infty\}$ et $\text{cap}(A_2 \cap R_2) = 0$,
- si R_2 est hyperbolique, $A_2 \subset R_2 \cup R_2^M$ avec $\text{cap}(A_2 \cap R_2) = 0$ et $A_2 \cap R_2^M$ de surface harmonique nulle,

alors si les limites fines de f en A_1 sont dans A_2, f est constante.

D'autres résultats sont donnés sur les fonctions Bl [Blaschke]. La plupart de ces théorèmes ont été généralisés dans [2], dans un cadre axiomatique.

BIBLIOGRAPHIE

[1] DOOB (J. L.). - Conformally invariant cluster value theory, Illinois J. of Math., t. 5, 1961, p. 521-549.

[2] SIBONY (Daniel). - Généralisation de la théorie de Constantinescu-Cornea-Doob sur les propriétés "à la frontière" des fonctions analytiques, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 260, 1965, p. 2686-2688.