

# STATISTIQUE ET ANALYSE DES DONNÉES

BERNARD BRU

## **Estimations laplaciennes**

*Statistique et analyse des données*, tome 13, n° 2 (1988), p. 3-42

[http://www.numdam.org/item?id=SAD\\_1988\\_\\_13\\_2\\_3\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SAD_1988__13_2_3_0)

© Association pour la statistique et ses utilisations, 1988, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Statistique et analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

### UN EXEMPLE : LA RECHERCHE DE LA POPULATION D'UN GRAND EMPIRE, 1785-1812

Bernard BRU

Laboratoire de probabilités, Université Paris VI

Le 30 novembre 1785, Laplace lut à l'Académie des sciences un mémoire « Sur les naissances, les mariages et les morts... » qui commence ainsi :

*La population est un des plus sûrs moyens de juger de la prospérité d'un empire, et les variations qu'elle éprouve, comparées aux événements qui les précèdent, sont la plus juste mesure de l'influence des causes physiques et morales sur le bonheur ou sur le malheur de l'espèce humaine. Il est donc intéressant, à tous égards, de connaître la population de la France, d'en suivre les progrès et d'avoir la loi suivant laquelle les hommes sont répandus sur la surface de ce grand royaume. Ces recherches tiennent de trop près à l'histoire naturelle de l'homme pour être étrangères à l'Académie; elles sont trop utiles pour ne pas mériter son attention. L'Académie s'est déterminée, par ces considérations, à insérer chaque année dans ses Mémoires la liste des naissances, des mariages et des morts dans toute l'étendue de la France. Un magistrat respectable par ses lumières et par son zèle pour le bien public, et qui depuis longtemps s'occupe avec succès des recherches sur la population, a bien voulu lui procurer tous les renseignements qu'elle pouvait désirer sur cette matière:...*

*Quoique les naissances soient la source de la population, elles ne suffisent pas cependant pour la déterminer : il faut connaître encore la durée moyenne de l'existence des hommes dans le lieu de leur naissance, quelles que soient les causes qui les en font disparaître; car il est visible qu'à égalité de naissances un pays sera d'autant plus peuplé que les hommes y vivront plus longtemps; ainsi, dans les contrées où, le nombre des morts étant sensiblement égal à celui des naissances, la population est à peu près constante, le nombre d'années qui exprime la durée moyenne de la vie est le vrai rapport de la population aux naissances annuelles; c'est le facteur par lequel on doit multiplier celle-ci pour avoir la population. La détermination de ce facteur est le point le plus délicat et le plus intéressant de ces recherches; voyons comment on peut y parvenir.*

*Les événements d'un même genre ont des causes uniformes et constantes, mais dont l'action peut être augmentée ou diminuée par mille causes variables qui produisent les irrégularités que nous attribuons au hasard dans la succession des événements. Ces irrégularités, en se compensant les unes par les autres, disparaîtraient dans une suite infinie d'observations qui ne laisseraient ainsi percevoir que le résultat des causes constantes; mais, dans un nombre fini d'observations, elles peuvent éloigner de ce résultat, d'autant plus que ce nombre est moins considérable. C'est à ces écarts qu'il faut attribuer les différences observées dans le rapport de la population aux naissances, et il en résulte la nécessité d'employer de grands dénombrements pour déterminer ce rapport. On choisira donc un grand nombre de paroisses dans toutes les provinces du royaume pour avoir un milieu entre les petites différences que les causes locales peuvent apporter dans les résultats; on fera ensuite un dénombrement exact de leurs habitants à une époque donnée, et, par le relevé des naissances durant les dix années qui précèdent cette époque, on déterminera le nombre*

*correspondant des naissances annuelles. En divisant par ce nombre celui des habitants, on aura le rapport de la population aux naissances, d'une manière d'autant plus précise que le dénombrement sera plus considérable. Comme le nombre des naissances annuelles en France excède celui des morts, il est nécessaire, pour établir une exacte parité entre la population entière de la France et celle de ces paroisses, de les choisir de manière que le nombre total des morts soit à celui des naissances dans le rapport qu'ont entre eux ces deux nombres, relativement à tout le royaume. Si l'on a soin de distinguer les sexes, on aura séparément la population des hommes, celle des femmes et la durée de la vie moyenne de chacun des deux sexes, ce qui est intéressant à connaître. Un dénombrement semblable, fait avec soin dans les divers pays, et renouvelé dans différents siècles, donnerait les différences que le climat, le temps et les gouvernements peuvent produire dans la durée moyenne de la vie des hommes.*

*Le rapport de la population aux naissances, déterminé par la méthode précédente, ne peut jamais être rigoureusement exact; en lui supposant même une précision rigoureuse, il resterait encore sur la population de la France l'incertitude qui naît de l'action des causes variables. La population de la France, tirée des naissances annuelles, n'est donc qu'un résultat probable, et par conséquent susceptible d'erreurs. C'est à l'analyse des hasards à déterminer la probabilité de ces erreurs et jusqu'à quel point on doit porter le dénombrement pour qu'il soit très probable qu'elles seront renfermées dans d'étroites limites. Ces recherches dépendent d'une théorie nouvelle et encore peu connue, celle de la probabilité des événements futurs prise des événements observés; elles conduisent à des formules dont le calcul numérique est impraticable, à cause des grands nombres que l'on y considère : mais, ayant donné dans ce Volume et dans le précédent les principes nécessaires pour résoudre ce genre de questions, et une méthode générale pour avoir en séries très convergentes les fonctions de grands nombres, j'en ai fait l'application à la théorie de la population déduite des naissances. Les dénombrements déjà faits en France et comparés aux naissances donnent à peu près 26 pour le rapport de la population aux naissances annuelles; or, si l'on prend un milieu entre les naissances des années 1781 et 1782, on a 973 054 1/2 pour le nombre des naissances annuelles dans toutes l'étendue de ce royaume, en y comprenant la Corse; en multipliant donc ce nombre par 26, la population de la France entière sera de 25 299 417 habitants. Maintenant je trouve par mon analyse que, pour avoir une probabilité de 1 000 contre 1, de ne pas se tromper d'un demi-million dans cette évaluation de la population de la France, il faudrait que le dénombrement qui a servi à déterminer le facteur 26 eût été de 771 469 habitants. Si l'on prenait 26 1/2 pour le rapport de la population aux naissances, le nombre des habitants de la France serait 25 785 944, et, pour avoir la même probabilité de ne pas se tromper d'un demi-million sur ce résultat, le facteur 26 1/2 devrait être déterminé d'après un dénombrement de 817 219 habitants. Il suit de là que, si l'on veut avoir sur cet objet la précision qu'exige son importance, il faut porter ce dénombrement à 1 000 000 ou 1 200 000 habitants.*

Passons sur l'affirmation que la population est un des plus sûrs moyens de juger de la prospérité d'un empire, qui dut faire frémir les derniers physiocrates s'il s'en trouvait encore, mais le temps n'était plus aux systèmes et si l'Académie s'intéressait bien aux lois immuables de la Nature ce n'était pas à celles dégagées par le docteur Quesnay.

Rappelons que Laplace avait déjà traité d'« histoire naturelle de l'homme ». Le 31 mai 1780 et le 25 juin 1785, il avait lu à l'Académie des mémoires sur l'application de l'analyse des hasards au problème du « plus ou moins de facilité des naissances des garçons relativement à celles des filles dans différents climats ».

Laplace, en effet, avait proposé en 1774 une méthode de recherche de la probabilité des causes constantes par les événements déjà observés, la méthode bayésienne asymptotique <sup>1</sup>. La « principale

ESTIMATIONS LAPLACIENNES



difficulte » que l'on rencontre dans l'application d'une telle methode, tenant a « l'integration de certaines fonctions differentielles qui ont pour facteurs des quantites elevees a de tres grandes puissances », Laplace avait mis au point <sup>2</sup> « les principes necessaires pour resoudre ce genre de questions et une methode generale pour avoir en series tres convergentes les fonctions de grands nombres »

La recherche de la population, apres celle de la facilite des naissances allait manifester avec eclat la puissance des methodes laplaciennes et la superiorite de « l'Academie moderne » sur tous les Corps en charge du Bien public qui depuis toujours, sans principes necessaires ni theories nouvelles, s'etaient efforces de connaitre l'etat des populations qu'ils administraient

Le « magistrat respectable par ses lumieres et par son zele pour le bien public », dont il est question, est Jean-Baptiste-François de La Michodiere, comte d'Hauteville, conseiller d'Etat ordinaire, commis « pour les Etats de Population et autres details relatifs a la connaissance du Royaume » par arret du Conseil en date du 7 janvier 1784 <sup>3</sup> A ce titre il devait rassembler les « etats » des naissances, mariages et deces, que les intendants adressaient au controleur general chaque annee depuis 1770 <sup>4</sup>

Le memoire de Laplace est suivi des premiers etats de population dresses par La Michodiere <sup>5</sup> qui avait entrepris, de surcroit, d'evaluer la population de toutes les paroisses du Royaume, figurant sur la carte de Cassini, en multipliant par 26 « l'annee commune » des naissances de chacune d'entre elles, prise sur les annees 1780, 1781 et 1782 Ce travail, interrompu en 1792 seulement, sera publie dans les Memoires successifs de l'Academie des sciences de 1786 a 1791 <sup>6</sup> par Condorcet, Dionis du Sejour et Laplace

Laplace se propose donc de preciser la validite de la methode utilisee par La Michodiere

Malgre ses defauts evidents, cette methode introduite en France vers 1740 s'etait peu a peu repandue dans l'administration Adoptee par tous les controleurs generaux de 1772 a 1789 elle servira encore pendant la Revolution, et jusqu'a la fin de l'Empire, exemple remarquable de consecration administrative d'une technique statistique, assez rare pour qu'on l'examine Et comme La Michodiere a joue un rôle central dans toute cette affaire, nous commencerons par etudier brievement son œuvre, reportant dans une deuxieme partie l'examen du memoire de Laplace et dans une courte conclusion les commentaires qu'il peut susciter

### 1 *La Michodiere et l'evaluation de la population par les naissances*

Jean-Baptiste-François de La Michodiere <sup>7</sup> (1720-1797) est issu d'une famille de magistrats du Parlement de Paris, annoblie au xviii<sup>e</sup> siecle Apres des etudes juridiques, comme c'etait l'usage, il est nomme en 1739 conseiller au Grand Conseil ou siegeait son pere (1689-1745) Il y est suffisamment apprecie pour pouvoir acheter en 1749 une charge de maître des requetes <sup>8</sup> Sa carriere devient alors celle d'un brillant haut administrateur de l'ancien regime Nomme intendant d'Auvergne en 1752, il sera intendant de Lyon de 1757 a 1762 puis de Rouen de 1762 a 1768, date a laquelle il devient conseiller d'Etat surnumeraire Il est « élu » prevôt des marchands de Paris en 1772, poste qu'il occupera jusqu'en 1778 Il devient conseiller d'honneur au Parlement de Paris a la mort de son cousin Claude de La Michodiere (1689-1778) Il est conseiller d'Etat ordinaire en 1783 Entre-temps il a ete designe en 1778 comme inspecteur general de la nouvelle Loterie royale de France <sup>9</sup>, il remplira cette fonction jusqu'en 1792, date de la reforme de la Loterie royale qui sera supprimee en 1793 Emprisonne sous la Terreur il echappe a la guillotine et meurt a Paris en 1797 Il avait epouse en 1745 Anne-Catherine Luther de Saint-Martin (1728-1749) dont il eut un fils et une fille Anne-Adelaide (1747-1812) Celle-ci epousa en 1763 Louis Thiroux de Crosne (1736-1794) qui fut intendant adjoint

de son beau-père en 1767 puis intendant de Rouen de 1768 à 1785, il fut ensuite lieutenant de police, ce qui lui valut d'être guillotiné en 1794.

Ces attaches familiales entrecroisées renforçaient encore l'esprit de corps d'une Administration qui, selon Tocqueville, « à force d'adresse et de longueur de temps, sans plan profondément médité » réussit peu à peu à introduire « au milieu des anciens pouvoirs », en les supplantant sans les détruire, cette centralisation, qu'on nous enviait naguère, paraît-il, et dont il a suffi que la Révolution abatte « tout ce qui s'élevait autour d'elle pour qu'elle apparût telle que nous la voyons »<sup>10</sup>.

Rien d'impérieux dans cette prise de pouvoir, ni coups de force, ni décisions spectaculaires, ni théories, ni systèmes, le « zèle pour le bien public », le « bon jugement » et « l'assiduité » suffirent pour endormir les oppositions et investir la citadelle assoupie. On contempera un instant le portrait de Monsieur de La Michodière peint par Duplessis<sup>11</sup> pour imaginer ce que devait être le pouvoir d'engourdissement et de temporisation d'un tel homme que le garde des Sceaux, Hue de Montmorency, dans son rapport au roi de 1785<sup>12</sup>, décrivait ainsi : « Il s'est fait aimer dans ses trois intendances. Il a de la probité : il ne manque ni de lumière, ni de connaissances. Il est doux et honnête, un peu incertain dans ses idées, un peu vacillant. Cependant bon juge, il est très assidu. »

On ne doit pas trop se fier à cette douceur, à ce vacillement des idées, La Michodière fait partie de ce groupe d'administrateurs éclairés du siècle des lumières, aux contours flous, au programme difficile à définir et à classer dans les catégories en usage<sup>13</sup>, pour la raison qu'à l'exemple de La Michodière, ils n'ont jamais rien publié sous leur nom. Il faut pour les suivre se débattre dans la littérature anonyme du 18<sup>e</sup> siècle et dans les correspondances privées dont la plus grande part n'est pas d'accès facile.

Sans doute souhaitent-ils développer l'agriculture, le commerce et l'industrie et pensent-ils que le malheur du peuple ne saurait y contribuer. Ils sont plutôt pour la liberté du commerce des blés mais à condition qu'elle ne s'accompagne pas d'une hausse des prix qui découragerait les ouvriers<sup>14</sup>. Ils sont pour la suppression des corvées et son remplacement par un impôt territorial à condition qu'il ne soit pas détourné de son objet<sup>15</sup>. Ils souhaitent une réforme de la milice qui dépeuple les campagnes, ruine l'agriculture « et dès lors le commerce languit et tombe faute d'objets »<sup>16</sup>. En attendant, ils tentent d'adoucir le poids des corvées et de répartir équitablement les impositions.

Ils ont au moins en commun cette conviction que « sans des lumières sur l'accroissement ou le décroissement de la population on ne peut décider de la force d'un état »<sup>17</sup>. Très peu de textes peuvent être attribués à La Michodière avec une probabilité suffisante. L'un d'entre eux, une défense du dictionnaire de l'abbé d'Expilly contre les physiocrates<sup>18</sup>, signée A.A., selon toute vraisemblance de La Michodière d'après Turgot<sup>19</sup>, soutient que la population est le témoignage infaillible de la prospérité d'un royaume parce « qu'une grande population n'existera jamais dans un état pauvre ». Le commerce et l'exportation des grains, en revanche, ne pouvant fournir aucun argument en faveur de la richesse et de la puissance des Nations<sup>20</sup>, c'est par « l'énumération de sa population » que l'on jugera d'un État.

Un bon administrateur doit donc pouvoir disposer d'une « sorte de tableau qui constate la somme des naissances, des mariages et des morts... » et il est fâcheux que cette nécessité « ne soit pas également sentie par toutes les personnes préposées aux parties subordonnées de l'administration et que la plupart d'entre elles affectent dans les départements qui leur sont confiés de négliger toutes recherches; comme si toute distribution, toute économie, toute comparaison, toute étude des causes, toute considération de leurs effets étaient inutiles, en un mot, comme si le système sur lequel nous vivons devait être à leurs yeux, ce qu'il est aux faibles yeux du vulgaire, l'ouvrage continuel du hasard »<sup>21</sup>.

Ce qui n'empêche que de tout temps les intendants n'aient cessé de se renseigner sur l'état des

populations de leurs généralités <sup>22</sup>, qu'on les y contraigne <sup>23</sup> ou qu'ils s'y obligent pour les besoins de leur administration, la répartition de la taille ou la levée de miliciens par exemple.

Les recensements « tête par tête » étaient impossibles sous l'Ancien Régime. Pour « supputer » la population d'un lieu, on dénombrait une quantité qui était censée entretenir avec elle un rapport à peu près constant. C'est ainsi qu'en 1636, Jean Gaigny avait évalué la population de Paris entre 412 000 et 415 000 âmes, parce qu'il s'y trouvait environ 20 300 à 20 400 maisons, et en moyenne 21 habitants par maison <sup>24</sup>.

Pendant la première moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle, la méthode la plus couramment utilisée par les administrateurs et par les géographes français fut le dénombrement par « feux » dont les chiffres étaient tirés des rôles d'impositions et pour les campagnes des états d'affouage.

On obtenait la population en multipliant le nombre des feux par un facteur qui était généralement 4 ou 4,5 mais qui pouvait aller jusqu'à 6 suivant les auteurs et les circonstances <sup>25</sup>. Et comme le nombre de feux du royaume était de l'ordre de quatre millions, une variation minime du multiplicateur entraînait sur le chiffre supposé de la population des variations si considérables qu'elles ne permettaient pas, par exemple, de trancher la question de l'accroissement ou du décroissement de la population <sup>26</sup>, thème de toutes les discussions. Les physiocrates tenaient pour le dépérissement, les intendants de passage à Paris étaient partagés <sup>27</sup> et l'incertitude la plus grande régnait.

La classe administrative française était de formation juridique. En outre les intendants de province se recrutaient parmi les seuls maîtres des requêtes en fonction, ce qui diminuait encore les chances de rencontrer parmi eux un nombre suffisant d'hommes qui puissent « découvrir ce qu'on ne leur montre pas, parcourir plusieurs objets à la fois, saisir avec facilité différents rapports, classer avec ordre une grande diversité de connaissances », comme s'en plaignait Necker <sup>28</sup>. Or on leur demandait non seulement cela mais de trouver une méthode de dénombrement suffisamment sûre qui n'éveille pas les soupçons d'administrés, prompts à la révolte, pour lesquels l'arrivée des représentants du Roi ne présageait généralement rien de bon, méthode que les meilleurs savants d'Europe, qu'on avait consultés à ce sujet et qui avaient dû répondre, n'étaient pas parvenus à concevoir véritablement.

Certes Halley, Huygens et les autres avaient décrit convenablement l'arithmétique des populations stationnaires, où les chiffres des naissances, des morts, des populations d'âge donné, des durées de vie etc., se déduisent exactement les uns des autres. Mais les « données réelles » auxquelles ils avaient appliqué leur arithmétique, provenaient de populations qui n'avaient aucune raison d'être stationnaires et qui étaient si peu nombreuses et si particulières qu'elles rendaient impropres à tout usage administratif <sup>29</sup> les nombres qu'on en déduisait, ceux-ci pouvant servir au mieux d'hypothèses de travail provisoires à des calculs actuariels d'ailleurs démentis par les faits. De plus la lecture de ces géomètres n'était accessible qu'à des algébristes polyglottes qui n'avaient pas (encore) accès à la haute fonction publique française.

Cependant les administrateurs éclairés, ayant tous lu au moins l'*Essai politique sur le commerce* de Melon <sup>30</sup>, connaissaient l'objet de « l'arithmétique politique » et savaient que les faits de l'ordre moral et politique sont assujettis à des rapports numériques que des observations bien conduites peuvent faire connaître, notamment celles tirées des registres paroissiaux. Certains avaient pu lire la traduction française de la *Théologie physique* de Derham parue en 1726 où il est écrit que « le nombre des mariages, des naissances et des morts est proportionné au nombre des personnes qui composent une nation entière, ou qui se trouvent dans toute une province, ou dans une paroisse » <sup>31</sup>. D'autres, liés au Club de l'entresol, avaient certainement lu les *Ouvrages de politique* de l'abbé de Saint-Pierre <sup>32</sup>, ils avaient alors appris qu'il naissait à Breslau, année commune (c'est-à-dire en moyenne), 1 238 enfants pour 34 000 personnes, soit un rapport de 27,5, mais que dans le même temps feu Monsieur Colbert avait trouvé qu'il naissait à Paris 20 000 enfants pour 800 000 personnes et qu'ainsi le rapport à peu près constant de la population aux naissances variait beaucoup d'un auteur à l'autre.

Le premier administrateur éclairé qui ait explicitement mentionné la possibilité d'utiliser, pour les dénombrements de population, « les registres baptistaires et mortuaires » semble être Daniel Trudaine<sup>33</sup> dans une lettre à Tourny, intendant de Limoges,<sup>34</sup> du 10 août 1740 que nous citons largement pour marquer le point de la question avant l'entrée en fonction de La Michodière<sup>35</sup> :

*« Quant au nombre de personnes je ne scay moi-même où l'on en pourra trouver le dénombrement. Dans les pays de grande gabelle, les collecteurs sont obligés de fournir, tous les ans, ce dénombrement au grenier [à sel]; mais le Limousin est un pays libre; peut-être cependant avez-vous quelque lisière de pays de gabelle et, en ce cas, je vous prierai d'y essayer quel parti on peut tirer de ces rôles qui se fournissent pour le sel. Ce serait un point bien important que de trouver la meilleure méthode pour constater tous les ans le nombre des habitants de chaque paroisse et peut-être trouverez-vous la matière digne de vos réflexions.*

*« On tirerait sans doute beaucoup de secours des registres baptistaires et mortuaires, mais je crains qu'il n'y ait beaucoup de paroisses où on les trouvera en très mauvais ordre, et peut-être aussi éprouvera-t-on de la résistance de la part des curés, à communiquer leurs registres à ceux qui seront chargés des ordres de Messieurs les intendants.*

*« C'est sur tous ces points que je prends la liberté de vous demander votre avis, de mon chef, et pour mon instruction particulière, afin d'être assuré, par quelques essais, que vous aurez la bonté de faire faire sous vos yeux, si le travail proposé par le projet de table ci-joint peut s'exécuter sans de trop grandes difficultés et s'il peut être utile pour l'objet pour lequel il est fait.*

*« Je vous prie très fort que cette lettre demeure entièrement secrète entre vous et moi. Il faut compter autant que je le fais et sur votre amour du bien public et sur votre amitié pour moy pour m'ouvrir à vous sur pareille chose. »*

Le tableau de Trudaine portait simultanément sur les baptêmes, mariages et sépultures et sur les nombres de cotes et lieux vifs en 1685, 1700, 1716 et 1739. Tourny adressa des circulaires en ce sens aux curés et greffiers du Limousin, mais il ne semble pas en avoir réellement tiré d'informations inédites sur la population ni sur la meilleure manière de la dénombrer<sup>36</sup>.

Aussi lorsque Monsieur de La Michodière prend ses fonctions à l'intendance d'Auvergne en 1752, la question des dénombrements est à peu près en l'état où elle se trouvait au début du siècle. Présenté par Voltaire comme « l'un des hommes les plus éclairés »<sup>37</sup> aux connaissances étendues, La Michodière avait sans doute lu l'article « Arithmétique politique » dans le premier tome de l'*Encyclopédie* qui venait de paraître, où Diderot rappelait les « résultats » de Petty et Graunt et concluait : « On conçoit aisément que ces découvertes et beaucoup d'autres de la même nature, étant acquises par des calculs fondés sur quelques expériences bien constatées, un ministre habile en tirerait une foule de conséquences pour la perfection de l'agriculture, pour le commerce tant intérieur qu'extérieur... »<sup>38</sup>. Il est possible qu'il ait eu connaissance des quelques « expériences bien constatées » que Dupré de Saint-Maur avait menées à la fin des années 1740 dans « 12 paroisses de la campagne et 3 paroisses de Paris » dont une partie des résultats avaient été publiés par Buffon en 1749<sup>39</sup>. Dupré de Saint-Maur établissait « de la façon la plus circonstanciée » que « dans ces villages il y avait une naissance pour 22 7/12 habitants »<sup>40</sup>.

Quoi qu'il en fût, dès son arrivée à Riom, La Michodière « s'était fait un plan de dénombrement de la Province d'Auvergne » qu'il comptait « exécuter sur plusieurs années » et dont il espérait « tirer quelques lumières soit pour la milice, soit pour les impositions »<sup>41</sup>. Ce plan ne devait pas différer beaucoup de celui proposé par Trudaine à Tourny puisqu'à la fin de son intendance auvergnate (décembre 1757), La Michodière disposait de « l'état exact des Baptêmes et mariages d'environ 50 petites villes, bourgs et villages de l'Auvergne depuis 1680 », qui, dans le plus grand nombre des cas manifestaient un accroissement de population, contrairement à l'opinion commune<sup>42</sup>.



Pendant l'été 1757, La Michodière écrivit à Voltaire une lettre qui n'a pas été retrouvée mais dont le contenu peut être facilement reconstitué d'après la réponse que lui fit Voltaire à l'automne de la même année, <sup>43</sup>. La Michodière s'étonnait de ce que la ville de Clermont, dont on estimait la population à 45 000 habitants, n'en comptait plus que 20 000 lorsqu'on multipliait les naissances annuelles par 34, règle que Voltaire avait appliquée dans son « *Essay sur l'histoire générale et sur les mœurs...* » pour calculer la population de Rome à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle. Voltaire écrivait en effet : « On ne comptait à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle qu'environ 120 000 habitants dans Rome par le dénombrement imprimé des familles, et ce calcul se trouvait encore vérifié par les registres des naissances. Il naissait année commune 3 600 enfants : ce nombre des naissances multiplié par 34 donne toujours à peu près la somme des habitants et cette somme est ici de 122 400 » <sup>44</sup>. La Michodière devait demander à Voltaire de qui il tenait la règle des 34 et en quels liens on l'appliquait, puisque ce dernier lui répondit que de telles règles étaient utilisées à « Londres, Breslau et Dordrecht », mais qu'à Londres on multipliait les naissances par 35, à Breslau par 33 et que Monsieur de Kerseboom de Dordrecht avait pris un milieu, 34, et avait vérifié que sa règle était la plus sûre. Voltaire ajoutait judicieusement : « Toutes ces règles ne sont pas d'une justesse mathématique; vous savez mieux que moi, monsieur, qu'il faut toujours se contenter d'à peu près... » « J'ai fait usage de la règle de 34 à Genève; elle s'est trouvée un peu trop forte » mais « vous êtes à portée de faire une opération beaucoup plus juste. » <sup>45</sup>.

Voltaire dont l'érudition était approximativement universelle reconnaissait volontiers que « nous ne sommes guère faits pour avoir une notion exacte des choses » que « l'à peu près est notre guide » et que « souvent ce guide égare beaucoup ». En l'occurrence il n'avait pas conduit Voltaire si loin puisque la règle de Kerseboom consistait à multiplier par 35 les naissances, année commune <sup>46</sup>, règle que Voltaire avait dû apprendre vers 1740 de Kerseboom lui-même, <sup>47</sup> et qu'il transmettait ainsi, « à peu près », à la haute administration royale.

Que cette réponse de Voltaire en ait été la cause principale ou qu'elle n'ait fait que concourir à un processus de toutes façons inéluctable, il est incontestable que c'est de l'hiver 1757 que date la passion de l'expérimentation statistique dont Monsieur de La Michodière allait se trouver saisi et qui l'amènerait à sortir de son rôle d'administrateur soucieux d'éclairer le pouvoir politique et de répartir les impositions, les corvées et les levées de miliciens, pour se faire le propagandiste du dénombrement des populations par les naissances ou du moins l'un des plus actifs : « On peut connaître le nombre des habitants des villes et de tout un pays, en multipliant l'année commune des naissances » par un facteur bien choisi <sup>48</sup>, qu'il suffit de déterminer par des « expériences répétées ». A la lettre de Voltaire, La Michodière répondait déjà « le calcul de 34 me paraît très juste pour les villes où il y a des communautés religieuses, des séminaires et des collèges », mais il vaut mieux prendre 33 ou 32 dans les bourgs et sans doute moins pour les campagnes. Pendant l'été 1758, La Michodière entreprit de dénombrer exactement 13 paroisses : pour 14 221 habitants, on compte 514 naissances, année commune, soit un rapport de 27,7. Il annonça ce premier résultat, anonymement, dans le *Journal économique*, qui était lu de tous les intendants éclairés, sous la forme d'une lettre à M.... <sup>49</sup> :

*« Je vous ai promis, Monsieur, de chercher par des expériences répétées le moyen le plus simple de connaître le nombre exact des habitants des paroisses de la campagne et des petites villes; je m'en suis occupé dans le cours des vacances dernières, j'ai fait des dénombrements exacts de 13 paroisses où j'ai séjourné et je vous en envoie le résultat.*

*« J'avais toujours pensé que pour connaître le nombre des habitants soit des petites villes soit des villages, il fallait avoir l'année commune des naissances de chaque endroit, et qu'en les multipliant par le nombre 30, on trouvait à peu près celui des habitants, mais par les expériences que j'ai faites le nombre de 30 est trop fort, et en mettant les paroisses les unes dans les autres, j'ai trouvé que le nombre de 28 était le plus approchant de la vérité. »*

Il ajoutait que « les intendants agiraient d'une façon plus sûre dans l'administration qui leur

est confiée » s'ils dénombraient la population de cette façon et qu'il conviendrait que le Roi ordonnât « à chaque intendant de se faire apporter les registres des baptêmes, morts et mariages de leur généralité depuis les dix dernières années pour tirer l'année commune des naissances de chaque paroisse ».

Au cours de l'année 1760, La Michodière, intendant de Lyon, reçut Turgot, alors maître des requêtes, venu se former à l'administration du bien public auprès d'un de ses membres les plus zélés<sup>50</sup>. Turgot et La Michodière semblent s'être bien accordés et c'est à Lyon que Turgot dut concevoir les projets de réforme qu'il réaliserait pendant son intendance de Limoges avec l'appui de Trudaine<sup>51</sup>. Mais à Lyon il apprit aussi la méthode de dénombrement de La Michodière qui lui suggéra de se livrer à des « expériences » pour occuper ses loisirs forcés<sup>52</sup>. Turgot s'y essaya sans grande conviction et ses résultats déçurent un peu l'attente de son directeur de recherches<sup>53</sup>.

La Michodière trouvera bientôt un collaborateur plus efficace et plus docile en la personne de son nouveau secrétaire à l'intendance de Lyon, Louis Messance<sup>54</sup>. Ils vont multiplier les expériences à Lyon puis à Rouen, pour aboutir à la « règle de 25 » pour les campagnes et 28 pour les villes qui va se répandre très rapidement au cours des années 1760. Dès 1762, l'intendant Boutin fait dresser les états des naissances de 1750 à 1761 dans la généralité de Guyenne, en prend la moyenne qu'il multiplie par 28 pour les villes et 25 pour les campagnes<sup>55</sup>. L'abbé Expilly qui, dans le premier tome de son *Dictionnaire géographique, historique et politique des gaules et de la France*, publié en 1762, dénombrait encore la population par les feux, va à partir des tomes II et III, publiés en 1764, « inférer la population la plus exacte qui fut jamais rédigée » en multipliant l'année commune des naissances, calculée sur les « dix ou douze » années précédentes « par 25 pour les paroisses de la campagne et par 28 pour celles des villes ». Et l'abbé d'Expilly ajoute : « cette opération a été vérifiée par des dénombrements très exacts qui ont été faits dans un très grand nombre de paroisses du Royaume, par des personnes très intelligentes et sur l'exactitude desquelles on pouvait compter »<sup>56</sup>.

Dorénavant la règle de multiplication de l'année commune des naissances est tenue pour exacte par les administrateurs compétents ou pour suffisamment exacte, puisque « la politique n'a pas besoin de certitudes » et que « l'homme d'État se contente de savoir à peu près »<sup>57</sup>. Pourtant les seuls « dénombrements exacts » effectivement publiés à l'époque sont ceux de Messance<sup>58</sup> dont nous citons l'introduction :

*« Tous les politiques et administrateurs des États ont toujours pensé qu'un dénombrement exact des habitants d'un Royaume était une opération nécessaire pour les différentes parties du Gouvernement; mais il a paru difficile dans tous les siècles de la pratiquer, tant à cause du temps et du soin qu'elle exige, que par les craintes qu'elle pourrait inspirer aux peuples toujours prévenus contre les recherches ordonnées par le Gouvernement. Il paraît cependant possible de former un dénombrement exact, ou du moins très approchant de la vérité des habitants de toute une province, en s'assurant de l'année commune des naissances, ce qu'on peut aisément se procurer par les registres déposés dans les Greffes des Justices Royales, et en faisant des dénombrements particuliers de plusieurs paroisses de la campagne et petites villes de cette même province. La proportion qui existerait entre l'année commune des naissances des lieux dont on aurait eu les dénombrements particuliers et le nombre des habitants de ces mêmes lieux, donnerait nécessairement ou du moins d'une manière très vraisemblable le nombre entier des habitants de la Province dont on se serait procuré l'année commune des naissances. »*

Messance précise de quelle façon ont été choisies les paroisses d'Auvergne dénombrées en particulier :

*« Les villes, bourgs et paroisses, dont on a rapporté le nombre des habitants, ont été prises au hasard et sans choix; il y en a de presque toutes les élections et des différents cantons de la Province : on peut par conséquent présumer, avec beaucoup de vraisemblance que la proportion qui existe entre l'année commune des naissances, et les 25 028 habitants comptés tête par tête, doit se trouver également entre l'année commune des naissances de toute la Province, et le total de ses habitants. »*<sup>59</sup>

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

L'année commune des naissances est calculée sur les dix ans précédant la date du dénombrement particulier parce que, expliquera Messance <sup>60</sup> : « aucune production n'est semblable tous les ans en quantité; il y a même de grandes variations d'une année sur l'autre... il faut donc s'assurer de la production d'un grand nombre d'années et le moindre qu'on puisse admettre, c'est dix ans ».

Le nombre des paroisses sondées varie d'une généralité à l'autre, l'intérêt et les exigences de rigueur de Messance et La Michodière croissant avec le temps. Pour les campagnes les résultats obtenus par Messance sont les suivants.

Généralités	Nombre d'habitants comptés tête par tête	Naissances sur 10 ans	Rapport	Rapport fixe par Messance	Population estimée
Auvergne (Riom)	25 028	10 203	24,53	25	615 100
Lyon	19 623	8 264	23,75	24	431 388
Rouen	60 552	21 974	27,56	27,5	689 437
(Total)	(105 203)	(40 441)	26		

Messance précise qu'il a conservé pour Rouen le rapport calculé de 27,5 parce que les curés de la généralité de Rouen sont plus exacts que ceux d'Auvergne et de Lyon et qu'« il est à présumer que le nombre proportionnel pris sur environ le dixième de la population de la province, est le véritable nombre proportionnel entre les naissances et les habitants de toute la Généralité » <sup>61</sup>. En revanche, les rapports d'Auvergne et de Lyon qui sont un peu faibles doivent être majorés. Il faut ensuite prendre « un milieu entre les 3 rapports 25, 24 et 27,5 », et « pour être sûr de ne pas surévaluer la population » Messance décide d'adopter la règle de 25. Il observe ensuite que dans la généralité de Lyon « quelques paroisses » ont donné, de 1740 à 1760, 2 818 morts dont la somme des âges est 70 504 ans soit 25 ans en moyenne <sup>62</sup> et dans celle de Rouen deux villes, Gisors et Magny, ont compté, de 1752 à 1761, 2 066 morts totalisant 53 369 ans 9 mois et 2 jours soit une durée de vie moyenne de 25 ans 10 mois <sup>63</sup>. Le rapport de la population aux naissances étant sensiblement égal à la « vie moyenne des hommes » <sup>64</sup>, la règle de 25 est établie. Quant à la règle de 28 pour les villes, elle résulte simplement de ce que « les grandes villes renferment dans leurs murs des ordres de citoyens qui ne se trouvent pas dans les petites villes et paroisses de la campagne, tels que les corps ecclésiastiques des deux sexes, les séminaires, les hôpitaux, les collèges et un grand nombre de domestiques de tout genre attachés au service des personnes riches; et comme ces différentes classes de citoyens vivent dans le célibat, et ne contribuent pas au renouvellement de la population, il est nécessaire » d'adopter un facteur plus fort que Messance fixe à 28 sans autres précisions <sup>65</sup>.

Pour les autres généralités Messance s'en remet à l'autorité d'Expilly et des personnes très intelligentes qui l'ont assisté. Il observe toutefois à propos de la Franche-Comté :

*« Si la population, qui existe entre l'année commune des naissances et le nombre des habitants, s'était trouvée la même dans les généralités d'Auvergne, de Lyon et de Rouen, on pourrait assurer que cette même proportion existe également dans la province de Franche-Comté et dans ce cas on déterminerait exactement le nombre des habitants de cette province par l'année commune des naissances.*

*« Mais cette proportion, bien loin d'être uniforme pour les trois généralités d'Auvergne, de Lyon et de Rouen, diffère au contraire pour chacune de ces trois naissances en particulier; d'où il semble résulter que chaque généralité a sa proportion qui lui est propre.*

*« Nous avons déjà observé que les seuls dénombrements d'habitants, comptés tête par tête, peuvent donner une connaissance exacte de la proportion qui existe entre l'année commune des naissances et le nombre des habitants d'une Province, et le défaut de ces dénombrements pour la Franche-Comté, rendra toujours incertains les calculs qui seront employés pour fixer le nombre de*

*ses habitants. On ne doit pas cependant craindre de s'écarter de la vraisemblance en adoptant pour la Franche-Comté la multiplication de l'année commune des naissances par le nombre 25, employée d'une manière certaine pour la Généralité d'Auvergne et qui tient à peu près le milieu entre le nombre 24 adopté pour la Généralité de Lyon et 27,5 employé pour la Généralité de Rouen. »<sup>66</sup>*

L'exactitude de la règle de 25 va enfin pouvoir décider la question de l'accroissement ou du décroissement de la population. Reprenant l'étude que La Michodière avait menée en 1757 sur l'évolution de la population auvergnate, Messance compare l'année commune des naissances de plusieurs paroisses, « prises au hasard » mais « dont les registres se sont trouvés en règle », sur plusieurs périodes de 1690 à 1740 et conclut, comme La Michodière et Expilly l'avaient fait, à l'augmentation « progressive » de la population.

Mais comme l'augmentation de la population était selon la classe administrative la preuve de l'accroissement de la richesse du pays et même, selon Rousseau, le seul signe tangible d'un bon gouvernement, toutes choses d'ailleurs égales<sup>67</sup>, une telle conclusion ne pouvait qu'irriter les économistes alors sur la défensive. La libéralisation du commerce des blés entreprise en 1763 et 1764 à leur instigation<sup>68</sup>, se cumulant avec une série de mauvaises récoltes, avait bien fait augmenter le prix des grains, comme les physiocrates le prévoyaient, mais, loin d'apporter les richesses escomptées, avait entraîné la famine d'une partie du pays. Aussi entreprirent-ils de contre-attaquer anonymement en direction de l'abbé d'Expilly, point vulnérable du dispositif statistique<sup>69</sup>; l'accroissement de population ne saurait être prouvé par la règle de 25 utilisée par Expilly car ce dernier « n'entre point dans l'examen des conditions qui peuvent rendre son calcul admissible dans de certains cas et impossible à recevoir dans d'autres cas », « la justesse ou l'erreur » de la proportion de la population aux naissances dépendant « absolument de l'état d'aisance ou d'indigence des citoyens »<sup>70</sup>.

Courageusement, bien qu'anonymement lui aussi, La Michodière répondit :

*« M. l'abbé Expilly suppose qu'en multipliant par 25 l'année commune des naissances, on aura à peu près l'évaluation de la population actuelle. L'Anonyme prétend que cet écrivain n'entre pas dans l'examen des conditions qui peuvent rendre son calcul admissible dans certains cas et impossible à recevoir dans d'autres cas.*

*« Pour justifier cette proposition il n'était pas nécessaire que M. l'abbé Expilly s'occupât à former de longues tables d'exceptions pour quelques provinces, ou si l'on veut pour un très grand nombre de villes ou de paroisses, il lui suffisait d'avoir reconnu que son calcul se trouvait exact par rapport à la masse des provinces et des paroisses du Royaume.*

*« L'auteur des "Recherches sur la population des généralités d'Auvergne, de Lyon, de Rouen", a démontré non par de simples raisonnements ou par des conjectures, mais par des faits, que l'évaluation, par le nombre 25 était, à très peu de chose près, très exact et que même dans la généralité de Rouen il fallait multiplier les naissances au moins par le nombre de 26... »<sup>71</sup>.*

A quoi Dupont de Nemours rétorquerait que, quand bien même la population croîtrait, ce dont il doutait, cela ne prouverait rien sur la prospérité du Royaume et que, de toutes façons, il valait mieux n'en rien dire de crainte de décourager les réformes : « si l'on peut faire mieux, chose certaine tant qu'on verra des friches sur la terre, c'est un crime que de scandaliser ceux qui croient enseigner les voies de ce mieux »<sup>72</sup>.

La règle de 25, accusée de démoraliser la théorie économique, allait trouver un second souffle sous le ministère Terray. Nommé au contrôle général des finances en décembre 1769, l'abbé Terray, jusque-là détesté pour « ses vices et sa soumission honteuse »<sup>73</sup>, se révéla une fois aux affaires d'une « dureté extrême »; animé d'un zèle ombrageux pour le bien public, il estimait que c'était au gouvernement de prendre en main la direction du commerce des blés, le peuple comme les parlements étant trop aveuglés par leurs soupçons et leurs intérêts. Il fallait donc qu'à tout instant l'État fût en

mesure de connaître la situation de l'offre et de la demande de façon à pouvoir adapter l'une à l'autre, l'expérience ayant démontré qu'elles étaient incapables de le faire d'elles-mêmes. Et pour éviter les troubles que n'eussent pas manqué de provoquer des dénombrements directs répétés, on déterminerait la population par les naissances et les quantités de grains par le nombre des charrues et les terres ensemencées.

En conséquence Terray ordonna aux intendants de lui fournir l'état annuel des naissances de leurs généralités à compter de l'année 1770. Sensible aux arguments de Dupont de Nemours et peut-être sur les conseils de La Michodière <sup>74</sup>, Terray voulut améliorer la règle de 25 en déterminant pour chaque généralité une « base fixe » ainsi qu'il l'expliquait à l'intendant de Champagne <sup>75</sup> :

*« Les progrès de la population varient non seulement de province en province, des villes aux campagnes, mais les causes de dépopulation agissent différemment sur un lieu que sur un autre. Il n'est donc pas possible d'apprécier la diversité des causes, et leur influence accidentelle par les seuls relevés des naissances et des morts; pour asseoir des calculs certains à cet égard, il faut un terme connu, une base fixe dont la proportion avec ces relevés détermine la solution du problème. Or cette base serait un dénombrement exact au moins de quelques villes, de quelques bourgs et de quelques paroisses de la campagne dans chaque département... »*

Les directives de Terray se firent de plus en plus pressantes et détaillées, ainsi qu'en témoigne cette lettre à l'intendant de Provence, du 9 juin 1774, écrite quelques semaines avant son renvoi qu'il savait imminent depuis la mort de Louis XV <sup>76</sup> :

*« Vous connaissez combien j'ay à cœur la perfection du travail commencé sur la population du Royaume. Les premières difficultés sont vaincues, et d'après le zèle que vous avez mis à seconder mes vues, je ne doute pas que par la suite vous ne puissiez chaque année me fournir avec beaucoup d'exactitude le relevé ou nombre des naissances, mariages, morts et professions dans votre département.*

*Mais quelque exacts qu'on puisse supposer ces relevés annuels, il est certain qu'ils seront insuffisants pour juger des véritables progrès de la population et pour en suivre les vicissitudes, car la marche de la nature quoiqu'on doive la présumer uniforme, est dans le fait, modifiée par tant de causes diverses qu'elle varie non seulement de province à province, des Villes aux Campagnes, mais on y apperçoit même des différences d'un canton à un autre, soit à raison du climat soit relativement aux différentes espèces de cultures.*

*Pour pouvoir juger de la diversité des causes de destruction ou celles qui sont favorables à la population, il faudrait donc d'abord connaître le nombre des habitants de chaque lieu, puis en le comparant avec celui de l'année commune des naissances et des morts, fixer les rapports communs entre eux. Sur ces rapports on parviendrait ensuite à établir d'une manière positive les progrès ordinaires de la population et par leur différence avec les relevés annuels à en connaître les vicissitudes.*

*La longueur d'un dénombrement général est le moindre inconvénient de cette opération: elle est susceptible de tant de difficultés et d'un si grand nombre d'erreurs que son exactitude est toujours un problème, aussi ne vous la proposerai-je pas. Mais il me paraît moins épineux de se procurer exactement et en assés peu de temps le nombre des habitants de quelques endroits.*

*Le rapport du nombre des individus à celui des naissances, mariages et morts, année commune, dans les lieux dénombrés pourront avec une très grande probabilité être présumés les mêmes dans les autres lieux de la même classe, c'est à dire ville pour ville, bourg pour bourg, village pour village.*

*Je vous invite donc, Monsieur à me procurer, ainsi qu'ont déjà fait plusieurs de Mrs les*

*intendants, le dénombrement des habitans de tout âge, de tout sexe, régnicoles ou étrangers de plusieurs villes, et d'un nombre de Paroisses de la campagne dans chaque viguerie de votre généralité.*

*Cette opération exige l'exactitude la plus absolue : faite avec soin, cela pourra d'ailleurs faciliter la solution de problèmes très intéressants pour l'administration.*

*Je ne crois pas que son exécution éprouve de difficultés dans le chef lieu du département. Vos subdélégués dans la ville de leur résidence seront à même d'employer des procédés qui vous auront réussi. Quant aux campagnes, les curés, connaissant tous les habitants de leur Paroisse, on pourra s'adresser directement à eux et vérifier leur relevé par le témoignage de quelques Bourgeois des villes qui auront des habitations dans ces villages, ou même par les personnes de confiance chargées du travail sur les récoltes. A l'égard du nombre de paroisses à dénombrer dans chaque viguerie, vous concevrez facilement qu'il doit être proportionnel à l'étendue de chacune, c'est-à-dire que plus une viguerie est étendue, plus vous me fournirez de Paroisses. Je souhaiterais par exemple que vous m'en donnassiez douze pour la plus petite et à proportion pour les autres. Je dis Paroisses parce que j'entends non seulement le chef-lieu où est située l'église, mais les écartes et hameaux qui en dépendent, de manière que chaque article de dénombrement comprenne tous les individus qui contribuent aux naissances, mariages, et sépultures de la paroisse. Le choix des lieux dénombrés doit être fait avec l'attention nécessaire pour y comprendre proportionnellement les obstacles particuliers ou accidentels à la population, tels que sont les Abbayes ou communautés religieuses qui, en augmentant le nombre des individus sans participer à leur reproduction, changent nécessairement le rapport naturel des habitans aux naissances, et il faudra en faire l'observation dans les états de dénombrement. Un autre objet important et qui ne présente point d'augmentation sensible dans le travail est la distinction des deux sexes. C'est un moyen d'assurer l'exactitude du relevé général en empêchant la personne chargée du dénombrement d'être séduite sur le nombre total des habitans et en l'assujettissant nécessairement à une plus grande vérification. Cette distinction correspondra à celle des états de naissances, mariages et sépultures.*

*Il est aussi très intéressant que, par une suite de ce premier travail, vous ayés à l'avenir l'attention de distinguer dans vos états annuels de population les relevés des villes et ceux des Campagnes. A cet effet vous voudrés bien après le total des relevés de chaque viguerie porter séparément le résultat des villes et le résultat des campagnes, je vous prierais d'ajouter de même à la récapitulation générale telle quelle se trouve actuellement dans vos états une seconde récapitulation où les relevés des villes et ceux des campagnes soient distingués.*

*Dans la crainte que cette distinction ne soit réalisée différemment dans un département que dans un autre et voulant établir une uniformité qui facilite la réunion des résultats de toutes les généralités, je vous envoie cy joints, deux modèles d'après lesquels vous voudrés bien faire ajouter à vos états (lors de la réimpression des feuilles) des récapitulations que je désire. Si les feuilles imprimées sont encore en nombre suffisant pour plusieurs années, vous pouvés par une sage économie faire porter ces récapitulations sur un cahier particulier que vous m'adresserés conjointement avec vôtre état annuel.*

*Des relevés nouveaux ajoutés à l'article des morts dans les deux modèles, m'ont paru nécessaires pour constater avec précision toutes les pertes que fait la société parce que ce n'est que l'excédent des naissances sur le total de ces pertes qui fait l'accroissement de population. Il sera également à propos pour les provinces maritimes d'ajouter aux récapitulations une nouvelle colonne pour les morts en mer ou les émigrations des domiciliés en France par la voye de la mer, soit pour les Isles, soit pour les pays de domination étrangère. Ce supplément se fera sans peine, et sans changer l'ordre établi par les modèles.*

*J'espère que ces changemens et additions ne retarderont pas pour longtemps l'envoi de votre état de population de l'année 1773, et comptant sur votre empressement ordinaire, je me dispense de vous faire à ce sujet de plus pressantes invitations.*

*Arch. Bouches-du-Rhône, C. 4196*

Le gouvernement par la statistique secrète des intendants<sup>77</sup> ne survivra pas à la disgrâce de Terray remplacé par Turgot le 25 août 1774. Ce dernier, soutenu par les physiocrates, les encyclopédistes et tout ce qu'il y avait d'éclairé de Voltaire à Rousseau, ne croyait que modérément à l'exactitude des règles de l'arithmétique politique, il préférerait les solutions économiques. Il maintiendra cependant l'obligation pour les intendants de réunir les états des naissances, mariages et sépultures de leur généralité, comme le feront ses successeurs jusqu'en 1789.

De cette première période de la statistique générale de la France, on retient généralement les *Recherches et considérations sur la population de la France* de Moheau, secrétaire de Montyon<sup>78</sup>, intendant d'Auvergne (1767), de Provence (1771) et de La Rochelle (1773). Après avoir expliqué qu'une « énumération tête par tête » serait « très fautive » et qu'« il a fallu s'en rapporter à des « évaluations », Moheau détaille les principes des dénombrements par le nombre des naissances :

*« Il est dans l'ordre de la nature, qu'en multipliant les chances on supprime ou on diminue les hasards, et plus le nombre des choses et des faits est grand, moins il y a de variations dans les résultats<sup>79</sup>. Ainsi, en réunissant plusieurs faits, on peut former un ordre commun qui ait avec la population une analogie fixe et constante.*

*« La variété que la nature met dans toutes ses productions, et l'inégalité de diverses années, n'est nulle part moins sensible que dans les produits de l'espèce humaine. Chaque année voit, du moins dans nos contrées, un nombre à peu près égal de nouveaux êtres venir repeupler la terre, et réparer nos pertes. La variation d'une année à l'autre peut être facilement estimée; elle n'est pas considérable, et nous en assignerons le degré en traitant de la fécondité humaine : cependant, quelle qu'elle soit, lorsqu'elle sert de base à des combinaisons, elle pourrait jeter dans les erreurs, si l'excès d'une année balançant le déficit de l'autre n'annulait les inégalités. Dans le choix des années sur lesquelles on opère, il n'est pas douteux qu'on doit prendre de préférence les plus voisines de l'estimation, d'autant que leur proximité leur donne plus d'analogie avec la vérité qu'il s'agit de découvrir. Le nombre de dix années paraît une fixation assez juste, et telle que dans cette période on trouve les mêmes variations que fournirait un plus long espace de temps. D'ailleurs un plus grand nombre d'années forcerait à s'éloigner de l'époque où se fait l'évaluation de la population et par conséquent diminuerait la justesse des rapports. Enfin dans les dix premières années, il meurt à peu près une moitié de la population, et l'expatriation communément n'a pas lieu dans ces premiers temps de la vie; par conséquent cette base ainsi formée met à portée d'opérer avec certitude sur une portion considérable de l'humanité, et avec une très grande probabilité sur le surplus.*

*« Cependant cette relation du nombre des naissances avec celui des personnes existantes, n'est pas absolument la même dans tous les lieux... Afin d'opérer avec plus de certitude et de se procurer une base juste et constante, il faut réunir les lieux comme les temps, et même, pour que la comparaison soit plus juste, il est nécessaire d'associer les pays de différente qualité, pays bas, élevés, secs et marécageux, cultivateurs, commerçants, indigents et riches...*

*« Il a été opéré, d'après ce plan, sur diverses communautés prises au hasard, ou choisies, en sorte que leur situation soit combinée et forme compensation. Les naissances qu'a donnée l'année commune, ont été comparées au nombre d'habitants dénombrés; et le résultat de ces opérations a toujours été une proportion de 25 à 1, ou peu différente. »<sup>80</sup>*

Moheau estime pour sa part que ce rapport est un peu faible et entreprend de le réformer à partir des données suivantes :<sup>81</sup>

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Lieux	Habitants comptés tête par tête	Naissances sur dix ans	Rapport
Ile de Re	16 619	8 072	20,84
Ile d'Oleron	14 431	6 642	21,73
Electons de Marennes	15 912	4 367	36,43
Divers cantons de La Rochelle	10 383	4 430	23,44
Divers cantons de Paris	1 716	684	25,1
Divers cantons de Riom	25 028	10 200	24,54
Divers cantons de Limoges	8 862	3 811	23,25
Divers cantons de Lyon	19 623	8 262	23,75
Divers cantons de Champagne	547	220	24,86
Divers cantons de Rouen	60 552	21 972	27,56
Divers cantons de Tours	45 805	19 393	23,62
Total	219 678	88 053	24,95

24  $\frac{11\ 186}{23\ 511}$

On aura reconnu à peu près les chiffres de Riom, Lyon et Rouen donnés par Messance, ceux de La Rochelle sont de Montyon lui-même<sup>82</sup> et les quelques autres des rares intendants qui avaient répondu à l'enquête de Terray<sup>83</sup>.

Moheau observe alors que la proportion des habitants aux naissances varie de « 23 1/2 à 27 1/2 », mais « pour que l'exemple fut concluant, il faudrait que les paroisses dénombrées fussent telles qu'elles eussent une analogie décidée avec la province de laquelle elles sont tirées », et ce n'est pas le cas, par conséquent le terme de proportion de toute une province doit être supérieur à celui indiqué par le tableau et 25,5 est le rapport « qui paraît le mieux convenir ».

Ce tableau de données et son traitement audacieux vont amener une réplique immédiate du parti de ceux qui veulent qu'on gouverne le royaume d'après des principes généraux « puisés dans la nature de l'homme » et non d'après des chiffres faux obtenus sans méthode par des ignorants ou des paresseux, parti qui venait de subir certains revers après l'échec et le renvoi de Turgot en mai 1776. Cette fois-ci c'est Condorcet, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, ami de d'Alembert et Turgot, qui se charge de l'exécution :

*« Nous nous bornerons, écrit-il, à quelques réflexions générales sur la méthode employée par M. Moheau.*

*« Si l'on voulait embrasser immédiatement dans ses calculs tous les individus d'un grand pays, mille causes morales en altéreraient l'exactitude, et pour avoir cherché une précision rigoureuse, on s'exposerait à des erreurs énormes. Mais si l'on embrasse, comme l'a fait M. Moheau, une petite étendue sur laquelle on puisse s'assurer d'éviter toute erreur, et que l'on veuille établir des principes d'après ces observations pour en déduire des résultats généraux, quelle certitude aura-t-on de la vérité de ces principes? Je suppose par exemple que l'on ait opéré sur un canton qui contient 200 000 personnes, que l'on y ait observé que le rapport du nombre des naissances à celui des individus est comme 1 à 23, et qu'on en conclue que dans un pays où il naît un million d'enfants par an la population sera de 23 millions; je demande maintenant jusqu'à quel point je puis compter sur cette solution.*

*« Il est clair qu'à considérer la question dans cette abstraction, il n'y aurait aucune probabilité que ce résultat ne s'écartât point de la vérité d'une manière sensible. Mais on suppose que ce rapport entre les naissances et la population est une suite des lois générales de la nature, qu'ainsi le rapport que l'observation fait découvrir sur un certain nombre d'individus doit s'éloigner très peu du véritable rapport. Mais alors il faut que le pays où l'on veut appliquer les principes se trouve dans les mêmes circonstances que celui où l'on fait les observations qui ont servi de base aux principes...*



*« Si donc je veux, d'après des observations faites sur un certain nombre d'hommes, déterminer avec précision ce qui doit avoir lieu dans un grand pays, il me faudra choisir pour objet de mon expérience des hommes pris dans les différents climats de ce pays, dans les différentes manières de vivre, et il faudra de plus que toutes ces classes d'hommes ayent entre elles dans mes observations à peu près le même rapport qu'elles ont dans le grand état auquel je me propose d'appliquer les règles déduites de ces observations.*

*« Malheureusement M. Moheau n'a pas été à portée de choisir ses observations, il n'a opéré que sur un petit nombre de pays, et les conclusions générales qu'on voudrait tirer pour la France entière des règles déduites de ses recherches pourraient entraîner dans des erreurs très considérables... »<sup>84</sup>*

Moheau s'étant permis de protester de sa bonne foi<sup>85</sup>, Condorcet lui fait alors remarquer que non seulement les paroisses exactement dénombrées ont été prises dans 8 généralités sur 32 et sont si peu nombreuses qu'il est impossible que « l'on puisse croire » qu'elles représentent le pays dans son ensemble, mais encore que même si l'on suppose que tel est bien le cas, on ne voit pas pourquoi l'on en déduit une proportion de 25,5 puisque les différents rapports varient dans les 8 généralités considérées non de 23,5 à 27,5 mais en réalité de 21 à 36 et qu'on ne peut « prendre un milieu entre plusieurs observations que lorsque les observations extrêmes diffèrent peu entre elles »<sup>86</sup>.

Moheau admettra que la méthode est « susceptible de variations » dans ses résultats mais qu'on ne doit pas juger d'une science sur ses seuls résultats<sup>87</sup>.

Une fois de plus se posait le problème de la confiance qu'on pouvait accorder à l'arithmétique politique. Quelle sorte « d'analogie » existe-t-il entre la « base fixe et constante » effectivement dénombrée et la population totale dont elle prétend rendre compte? Car l'arithmétique politique commençait toujours par l'analyse de données particulières, fixes et constantes, mais dérapait bientôt dans les analogies pour s'élever à des lois aussi générales qu'arbitraires<sup>88</sup>.

Condorcet reviendra sur ce problème en 1782 dans sa présentation<sup>89</sup> d'un mémoire de Morand sur la population<sup>90</sup>; il y recommande certes la prudence mais le ton n'est plus polémique; l'Académie, qui n'a jusqu'à présent manifesté que mépris à l'égard des prétentions analogiques de l'arithmétique politique<sup>91</sup>, semble reconsidérer sa position. Il se trouve en effet que Laplace a publié l'année précédente son « Mémoire sur les probabilités » où il montre comme l'écrit Condorcet<sup>92</sup> : « qu'il y a une probabilité très grande (1-1,1521.10<sup>-42</sup>) et presque équivalente à une certitude morale, que l'excès du nombre des naissances des garçons a une cause physique pour Paris, qu'il y a 259 à parier contre 1 que dans l'année prochaine le nombre des filles n'excèdera pas celui des garçons, qu'on peut parier à jeu égal que cet événement arrivera d'ici à 179 ans, que la certitude que cet effet a une cause physique régulière, est incomparablement plus grande pour Londres que pour Paris ». Pour la première fois un savant de l'Académie est parvenu à mesurer le degré de certitude d'un résultat de l'arithmétique politique et le plus fameux de tous, l'excès des naissances de garçons sur celles des filles. Les certitudes analogiques de l'arithmétique politique qui ne se recommandaient jusqu'à présent que d'un principe assez flou de ressemblance du futur au passé ou d'une mystérieuse loi de compensation, peuvent maintenant être assujetties, grâce à la théorie laplacienne, à la précision des chiffres, seul critère de la vraie science. Et quand on sait que cette « espèce de certitude » réduite en nombres est la « seule qu'on puisse chercher dans les Sciences Naturelles, comme dans la conduite de la Vie », on mesure l'importance de l'étape qui vient d'être franchie.

En 1784, dans l'*Encyclopédie méthodique*, Condorcet ajoutera à l'article arithmétique politique de Diderot, complété par Lalande<sup>93</sup>, que l'arithmétique politique est en effet « l'application du calcul aux sciences politiques » mais à condition qu'on se soit assuré « du degré de probabilité de ses résultats ». Laplace, volant de victoire en victoire, réussit même à montrer en 1785 qu'il y a « plus de 400 000 à parier contre 1 qu'il existe à Londres une cause de plus qu'à Paris qui y facilite les naissances des garçons »<sup>94</sup>.

La question des taux de masculinité étant définitivement réglée<sup>95</sup>, restait à calculer la vraisemblance des théories de la population et notamment le degré de probabilité des tables de mortalité ou des dénombrements par les naissances. Condorcet fera quelques tentatives intéressantes en direction des tables de mortalité<sup>96</sup>, auxquelles Laplace consacra un paragraphe sibyllin de la *Théorie analytique* de 1812<sup>97</sup>. Quant à l'évaluation de la population par les naissances, c'est, on l'a dit, l'objet du mémoire de Laplace dont nous allons parler maintenant.

## II. Laplace et l'évaluation de la population par les naissances

Laplace ayant modifié ses notations entre 1785 et 1812, époque où il reprit l'ensemble de ses travaux probabilistes pour rédiger la *Théorie analytique des probabilités* où figure également le mémoire sur la population<sup>98</sup>, il nous a semblé plus clair d'utiliser les notations statistiques usuelles pour présenter brièvement sa méthode.

On considère donc une urne contenant une infinité de boules blanches et noires dans un rapport inconnu.

Dans un premier tirage de  $y$  boules on a obtenu  $x$  boules blanches.

Dans un second tirage dont on ignore le nombre  $Y$  de boules, on a obtenu  $X$  boules blanches.

On demande la probabilité que  $Y$  soit compris dans les limites  $Xy/x \pm a$ .

Si  $p$  est le rapport inconnu des boules blanches au nombre total de boules, la probabilité de l'événement survenu au 1<sup>er</sup> tirage est  $C_y^x p^x (1-p)^{y-x}$ .

Mais d'après le 6<sup>e</sup> principe de Laplace<sup>99</sup>, chacune des valeurs de  $p$  « est indiquée avec d'autant plus de vraisemblance, qu'il est plus probable que », cette valeur étant la véritable proportion des boules blanches dans l'urne considérée, l'événement observé aura lieu. La probabilité de  $p$  est donc proportionnelle à  $p^x (1-p)^{y-x}$ , c'est-à-dire égale à

$$\frac{p^x (1-p)^{y-x} dp}{\int_0^1 p^x (1-p)^{y-x} dp} \quad (100)$$

La probabilité de l'événement réalisé au second tirage est  $C_Y^X p^X (1-p)^{Y-X}$ , lorsque  $p$  est le rapport actuel des boules blanches au nombre total de boules.

$Y$  est susceptible de toutes les valeurs de  $X$  à l' $\infty$ ; « ces valeurs sont plus ou moins probables, suivant qu'elles rendent le second tirage plus ou moins probable ». La probabilité de  $Y$ , est donc, lorsque  $p$  est le « rapport inconnu »,

$$\frac{C_Y^X p^X (1-p)^{Y-X}}{\sum_{1-X}^{\infty} C_Y^X p^X (1-p)^{Y-X}} = C_Y^X p^{X+1} (1-p)^{Y-X}$$

D'où il résulte que la probabilité de  $Y$  tirée de l'événement observé au 1<sup>er</sup> tirage est

$$\frac{C_Y^X \int_0^1 p^{X+1} (1-p)^{Y-X} p^x (1-p)^{y-x} dp}{\int_0^1 p^x (1-p)^{y-x} dp} \quad (101)$$

C'est-à-dire une « fonction de grands nombres », qui peut être « réduite » en une suite « d'autant plus convergente que ces nombres sont plus considérables »<sup>102</sup>.

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

« Pour peu que l'on soit versé dans l'Analyse infinitésimale ».

En l'occurrence, le numérateur et le dénominateur étant des fonctions Bêta de nombres entiers, la formule de Stirling suffit <sup>103</sup> à montrer que  $Y - X \frac{y}{x}$  suit à très peu près une loi normale

$$\mathcal{N} \left( \frac{X(y-x)}{x^2}, \frac{X(X+x)y(y-x)}{x^3} \right).$$

Il est maintenant « facile d'appliquer ces résultats à la théorie de la population déduite des naissances » <sup>104</sup>, on peut en effet « considérer » que le nombre  $y$  « des boules extraites dans le premier tirage représente un dénombrement » (exact) « et le nombre  $x$  des boules blanches qui  $y$  sont comprises, exprime le nombre des femmes qui, dans ce dénombrement, doivent devenir mères dans l'année, ou le nombre des naissances annuelles, correspondantes au dénombrement » <sup>105</sup>.

D'après les chiffres de La Michodière,  $X \approx 10^6$  et  $\frac{y}{x} \approx 26$ , l'écart type de  $Y$  est alors sensiblement égal à  $13 \cdot 10^7 / \sqrt{y}$  et le biais

$$\frac{X(y-x)}{x} \approx \frac{X}{x} 25$$

est négligeable, le rapport  $X/x$  étant déjà inférieur à 250 dans les « enquêtes » de Messance.

Pour pouvoir parier à 1 000 contre 1 que la population de la France ne s'écarte pas de plus de 500 000 âmes de son évaluation par les naissances, il faut donc dénombrer « exactement » une population d'un nombre  $y$  d'habitants tel que

$$13 \cdot 10^7 / \sqrt{y} = 500\,000 / 3,29$$

c'est-à-dire environ 750 000 personnes.

Et, « si l'on veut avoir sur cet objet la probabilité qu'exige son importance, il faut porter à 1 000 000 ou 1 200 000 habitants le dénombrement  $y$  qui doit déterminer le facteur  $y/x$  », conclut Laplace <sup>106</sup>.

La règle des naissances se soumettait enfin à l'empire des nombres, mais avant même qu'on l'ait su et bien qu'aucun dénombrement exact supplémentaire ne soit venu affermir sa probabilité, on ne cessera dans les années 1780 de la pratiquer. En 1784, Necker évalue la population française à 24 802 580 en multipliant par 25 3/4 l'année commune des naissances prise sur 5 ans <sup>107</sup>. Le facteur 25 3/4 sera repris par quelques auteurs <sup>108</sup> concurremment avec le 25,5 de Moheau <sup>109</sup> ou le 26 de La Michodière qui, nommé membre de « la commission établie pour l'examen de toutes les questions relatives à l'Assemblée des États généraux » <sup>110</sup>, dut employer ses lumières statistiques à répartir les sièges des trois états.

La Révolution française se révéla grande consommatrice de dénombrements de populations; héritière des lumières, elle souhaitait aussi introduire la Raison dans l'administration, mais comme elle avait pris soin d'écarter ou de guillotiner tous les administrateurs éclairés (ou non) de l'ancien régime qui n'avaient pas eu la prudence d'émigrer, elle se trouva confrontée, un moment, au même problème qu'elle rencontrerait dans sa réforme de l'Instruction Publique, l'absence de fonctionnaires susceptibles de répondre à ses exigences, dont Condorcet avait du moins fixé les bornes. Ce dernier, tout en rappelant que l'arithmétique politique est bien « l'instruction particulière qui convient à ceux qui se destinent aux fonctions publiques », précisait en effet en 1791, « on ne prétend point ici que tous

doivent être en état de faire eux-mêmes toutes ces opérations ou même de connaître les méthodes mathématiques qui y servent de guide : mais il faut que du moins ils entendent les principes sur lesquels ces méthodes sont fondées; qu'ils sachent pourquoi elles ne trompent point; à quel degré de précision elles conduisent, et quelle est la probabilité des résultats réels et pratiques auxquels on est amené par elles »<sup>111</sup>, programme minimum au demeurant démesuré et hors d'atteinte des savants eux-mêmes.

Les comités de l'Assemblée Constituante entreprirent de faire dénombrer la « population active » et la « population totale » des 83 nouveaux départements. La méthode mise en œuvre par les constituants ne semble pas très nette; faute de connaître l'année commune des naissances de départements qui venaient d'être créés, on utilisa les « dénombrements exacts » partout où c'était possible et on suppléa aux chiffres manquants par des supputations, l'une d'entre elle consistant à supposer que le rapport entre population active, dont on était censé avoir le compte juste, et population totale était d'un sixième; on revenait ainsi à la règle des feux ou peu s'en faut. Le « recensement » de 1791 (qui donnait une population de 27 190 023 habitants), servit à répartir les sièges de l'Assemblée Législative et les contributions foncières pour 1791<sup>112</sup>.

C'est en août 1792 que La Michodière remit les derniers états de population en sa possession au ministère de l'intérieur<sup>113</sup>; la règle de 26 allait-elle disparaître à jamais?

Thermidor, on le sait, abattit le temple de la Raison dont les rigueurs devenaient insupportables à la classe politique, et estima préférable de l'installer dans quelques institutions spécialisées d'où elle ne pourrait s'échapper et où ses rigueurs se limiteraient à la précision des chiffres. Les savants furent les principaux bénéficiaires de cette séparation des pouvoirs, ce qui sauva la règle de La Michodière.

Au printemps 1795, Laplace apprit aux élèves de l'École Normale de l'an III qui l'auraient oublié que « les naissances peuvent servir à déterminer la population, sans recourir au dénombrement des habitants » et que « l'analyse des hasards » permet de calculer la « probabilité que les erreurs sur la population entière, déterminée par les naissances, seront renfermées dans d'étroites limites »<sup>114</sup>, il ajoutait : « Les dénombrements déjà faits donnent environ 26, pour le rapport de la population aux naissances, dans la République française. Il est à désirer qu'un rapport aussi intéressant soit déterminé à nouveau ».

En juin 1795, la Convention institua le « Bureau des longitudes » afin de « perfectionner les diverses branches de la science astronomique », c'est-à-dire les sciences les plus parfaites et « leurs applications », c'est-à-dire le reste de l'univers. Laplace y fut nommé géomètre. Le Bureau devait publier chaque année un « annuaire » qui servirait à « régler » tous les almanachs de la République. Le second volume de l'annuaire, pour l'an VI, rédigé en 1797, et tous les suivants comportent une rubrique « Population » où l'on peut trouver les états de population et les tables de mortalité les plus exacts ou du moins ceux que les « Astronomes de la précision » considéraient comme tels<sup>115</sup>. C'est ainsi qu'on retrouve dans les annuaires pour les ans VI et VII, l'état des villes de la République obtenu par le citoyen La Michodière à l'aide de la règle de 26. Dans les annuaires suivants figurent les états de population que les citoyens Camus et Depère avaient dressé le premier pour les élections du Directoire Exécutif et le second pour la répartition des contributions de l'an VII<sup>116</sup>. Mais à partir de 1800, les statistiques de population vont être centralisées au ministère de l'Intérieur, alors occupé par Lucien Bonaparte, où est installé un « Bureau de statistique »<sup>117</sup>. On commença par un recensement général<sup>118</sup>, mais bientôt gagné par la fièvre de la statistique on entreprit de transformer la France en un grand laboratoire d'arithmétique politique où devraient travailler bon gré mal gré les préfets, sous-préfets et maires de tous les départements, avec le concours des sociétés savantes, des associations d'arts et d'agriculture, des établissements d'instruction publique et de tous les hommes initiés dans les mathématiques et l'arpentage<sup>119</sup>. Sous le ministère de Chaptal, le Bureau de statistique, animé par

Duquesnoy <sup>120</sup>, multiplia les enquêtes de 1801 à 1805, ce furent les « questionnaires de l'an 9 », 24 tableaux grand format (60 cm sur 80 cm) portant sur cinq chapitres, topographie, population, mœurs et habitudes, agriculture et industrie, où l'on devait systématiquement comparer les chiffres de 1789 et de l'an 9 (qui dans l'un et l'autre cas étaient pour la plupart inexistantes). La précision demandée était minutieuse, les préfets avaient notamment à dresser l'état des décès par âges, de 6 mois en 6 mois jusqu'à 10 ans, tous les ans de 10 à 20 ans, tous les cinq ans de 20 à 80 ans, et à nouveau tous les 6 mois de 80 à 100 ans <sup>121</sup>. On pourrait ainsi établir la vraie table de mortalité de l'espèce humaine. Parce que le Bureau de statistique entendait non seulement déterminer l'état de la France avant et après la Révolution, mais aussi calculer les principales « constantes » de l'arithmétique politique <sup>122</sup>.

On ne sera donc pas étonné qu'à l'instigation de Laplace, Chaptal ait décidé en 1802 d'évaluer avec toute la probabilité requise le rapport de la population aux naissances qui fournirait aux administrateurs comme aux savants un moyen rapide et efficace de dénombrement des populations. Le 30 fructidor an 10 il adressa aux préfets de 30 départements judicieusement choisis la lettre suivante <sup>123</sup> :

**BUREAU**

**DE STATISTIQUE.**

*Demande d'un tableau comparatif de la population.*

*Paris, le 30 Fructidor, an 10 de la République française, une et indivisible.*

*LE MINISTRE de l'Intérieur,*

*Aux Préfets des départemens des Basses-Alpes, Ardennes, Aube, Bouches-du-Rhône, la Charente, Doubs, la Dyle, Gard, Golo, l'Hérault, Ille-et-Vilaine, Jura, Lioune, Loire-inférieure, Meuse, Meuse-inférieure, Mont-Blanc, Mont-Tonnerre, Nord, Puy-de-Dôme, Bas-Rhin, Sarre, Sarthe, Seine, Seine-inférieure, Seine-et-Oise, Deux-Sèvres, Var et de la Vienne.*

*PLUS on s'occupe de recherches sur la population, citoyen Préfet, plus on se convainc que les connaissances qu'on peut acquérir à cet égard, manquent encore de première base. La juste proportion entre la population, les naissances, les morts et les mariages, n'est pas bien connue; et l'on se perd en conjectures sur un des points les plus importants de l'économie politique. Je veux lever tous les doutes à ce sujet, et il m'a paru que le moyen le plus efficace d'y parvenir est d'avoir une table exacte, faite en différens lieux de la République, et qui comprenne un nombre d'individus suffisant pour servir de terme de comparaison au reste de la France.*

*Je vous prie en conséquence, citoyen Préfet, de vouloir bien me faire faire le recensement de quelques communes de votre département. Vous choisirez de préférence celles dont les maires vous inspireront de la confiance par leur zèle et leur capacité; vous les chargerez de remplir avec le plus grand soin le tableau dont le modèle est ci-joint; vous remarquerez qu'il comprend, 1°. l'état du nombre d'individus existans dans la commune au 1<sup>er</sup> vendémiaire an 10; 2°. le relevé du nombre des naissances, des morts et des mariages en l'an 8, l'an 9 et l'an 10. Vous me donnerez aussi ce résultat à la fin de l'an 11.*

*Ce travail doit comprendre une population d'environ 50 000 individus; et il vous sera facile de le faire en choisissant les maires auxquels vous le demanderez. Vous seriez d'ailleurs obligé de vous en occuper pour la rédaction des tables décennales prescrites par la loi du 20 septembre 1792, et rappelées dans l'arrêté du 25 vendémiaire an 9.*

*Je désire recevoir ce travail dans le cours de vendémiaire; mais vous sentez que l'exactitude la plus scrupuleuse est le principal mérite d'une recherche de cette nature.*

*Je vous salue.*

**CHAPTAL**

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

L'enquête portant sur 30 fois 50 000 individus bien répartis devait fournir une probabilité proche de la certitude morale qu'on ne s'écarterait pas trop de la « juste proportion » entre la population et les naissances.

Les préfets des départements concernés s'empressèrent « de satisfaire aux ordres du Ministre et de seconder ses vues; ils ont exactement fourni le travail qui leur était demandé » et le Bureau de statistique s'empressa à son tour de confectionner un tableau récapitulatif qui fut prêt en 1803 <sup>124</sup>.

Départements	Nombre de communes	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an XI	Naissances pour les ans 8,9 et 10	Rapport du Bureau de statistique
Alpes basses		51 678	6 094	25,44
Ardennes	15	50 900	5 210	29,30
Aube	12	51 717	6 071	25,55
Bouches-du-Rhône	14	49 996	5 471	27,41
Charente	34	58 229	5 961	29,30
Doubs	25	50 170	5 393	27,90
Dyle	5	109 568	12 010	27,36
Gard	14	65 526	7 352	26,73
Hérault	23	107 227	12 247	26,26
Ille et Villaine	22	106 157	12 246	26
Jura	18	58 514	5 780	30,37
Liamone	5	14 509	1 422	30,60
Loire inférieure	8	97 778	9 644	30,41
Lozère	32	50 867	4 075	37,44
Meuse	58	72 419	7 772	27,95
Meuse inférieure	30	45 998	3 927	35,64 (sic)
Mont Blanc	34	50 056	5 215	28,79
Mont Tonnerre	8	50 507	6 070	24,96
Nord	9	51 796	5 876	26,44
Puy-de-Dôme	18	48 265	5 050	28,67
Rhin bas	21	49 999	5 758	26,05
Sarre		55 002	6 174	26,72
Seine	35	52 585	5 499	28,68
Seine inférieure	5	135 497	13 584	29,92
Seine-et-Oise	6	55 334	4 846	34,25
Sesia	160	209 510	22 382	28,08
Deux-Sèvres	29	49 993	5 058	29,65
Stura	7	86 315	9 446	27,41
Var	13	49 957	5 325	28,14
Vienne	16	51 546	4 641	33,31
Total		2 037 615	215 599	28,352845

On retint le rapport  $28 \frac{3\ 528}{10\ 000}$ . La principale constante de la théorie de la population était déterminée, fixée par le ministère de l'Intérieur <sup>125</sup> et aussitôt consacrée par le Bureau des longitudes qui publia dans l'annuaire pour l'an XII une note « Sur le rapport de la population aux naissances » <sup>126</sup>. On pouvait y lire :

*« Le moyen le plus exact pour évaluer la population est l'observation des naissances. L'ordre social exige que l'on en tienne des registres : en les dépouillant chaque année, on forme une liste de naissances, d'où l'on conclut la population correspondante, au moyen de son rapport aux*

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

naissances annuelles. Mais ce rapport doit être déterminé avec précision, et il ne peut l'être que par un dénombrement considérable, comparé aux naissances qui lui correspondent. On l'a supposé égal à 25, à 26 et même à 26,5; mais si l'on considère combien les dénombrements sur lesquels on l'a établi, sont inexacts et peu nombreux, on ne sera point surpris de ces différences, et l'on sentira la nécessité de déterminer de nouveau ce rapport, par les dénombrements d'un grand nombre de communes situées dans les diverses parties de la France afin d'avoir un résultat moyen indépendant de la variété des climats qu'elle offre dans sa vaste étendue. Le citoyen Chaptal, ministre de l'intérieur, convaincu de l'importance de ce travail, a donné des ordres pour qu'il fût exécuté avec tout le soin possible. Dans 30 départements, distribués sur toute la surface de la République, on a fait des choix de communes qui pouvaient donner les renseignements les plus précis. Ils ont fourni, pour le 1<sup>er</sup> vendémiaire an 11, des dénombrements dont la somme s'élève à 2 037 615 individus. Le relevé des naissances, des mariages et des morts dans les mêmes communes, pendant les années 8, 9 et 10 a donné pour ces trois années :

Naissances	Mariages	Décès
110 312 garçons 105 287 filles	46 037	103 659 hommes 99 443 femmes

*Le rapport de la population aux naissances annuelles est donc 28  $\frac{3\ 528}{10\ 000}$ , il est plus grand qu'on ne l'avait estimé jusqu'ici; et comme il est fondé sur un dénombrement très considérable il doit être préféré. »*

Cette note est reproduite dans les annuaires pour l'an XIII et pour les années 1806 à 1809<sup>127</sup>. A partir de l'annuaire pour 1807, rédigé en 1806, le Bureau des longitudes met en garde ses lecteurs contre le chiffre de « 28,7331 » que vient de publier Duvillard<sup>128</sup> et qui, calculé à partir de données plus anciennes et moins nombreuses, ne présente pas les mêmes garanties de sérieux que celui du ministère de l'intérieur.

Dans l'annuaire pour l'an 1810, la note sur la population est intégrée pour l'essentiel dans une « Notice sur les probabilités » rédigée par Laplace et qui, reprise dans les annuaires pour 1811, 1812 et 1813, deviendra en 1814 une publication séparée plus connue sous le nom d'« Essai philosophique sur les probabilités »<sup>129</sup>.

Entre-temps est paru, en 1812, la *Théorie analytique des probabilités* où Laplace présente l'ensemble de ses mémoires probabilistes dont le mémoire sur la population de 1785 qu'il peut maintenant achever grâce aux résultats de Chaptal. Comme  $y/x = 28,35$  et  $x = 215\ 599/3$  l'écart type de  $Y$  est à peu près

$$X \cdot \sqrt{\frac{28,35 \times 27,35 \times 3}{215\ 599}} \approx X/10,$$

et il suffit de connaître le nombre  $X$  des naissances, année commune, pour conclure. Mais la France qui venait encore d'être augmentée des neuf départements hollandais, des villes hanséatiques et du département du Simplon (chef-lieu Sion), avait, en 1812, 130 départements dont on aurait été bien en peine d'évaluer l'année commune des naissances, aussi Laplace suppose-t-il  $X = 1\ 500\ 000$ , c'est-à-dire un écart type de 150 000. « Il y a donc environ 1 161 à parier contre un qu'en fixant à 42 529 267 la population correspondant à quinze cent mille naissances, on ne se trompera pas d'un demi-million »<sup>130</sup>.

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Quand en 1815 la France sera revenue à ses frontières de 1789, Laplace reprendra son calcul en supposant  $X = 1\ 000\ 000$ , ce qui donne pour  $Y$  un écart type de 100 000 à fort peu près, il y a donc « 300 000 à parier contre un » que, si l'on adopte 28 352 845 habitants comme population totale, « l'erreur de ce résultat n'est pas d'un demi-million »<sup>131</sup>

Le texte définitif de l'*Essai philosophique*, relatif à la population est conforme à celui de la leçon de l'École Normale, augmenté des résultats de l'enquête de Chaptal tels qu'ils figurent dans la note du Bureau des longitudes à deux détails près; le premier, mineur, fait disparaître le nom de Chaptal, le second, plus insidieux, modifie la procédure « la plus exacte » permettant de calculer l'année commune des naissances : en 1795 on la déterminait par le relevé des naissances « durant les dix années qui précèdent » l'époque de l'enquête de population, en 1814 il faudra considérer « plusieurs années qui précèdent et suivent » l'époque dont il s'agit. On était d'ailleurs passé par une phase intermédiaire en 1809 où l'on devait prendre « plusieurs années qui précèdent ou suivent cette époque »<sup>132</sup>.

Ces variations imperceptibles des versions successives d'un même texte sont fréquentes chez Laplace. Elles sont généralement l'indice de difficultés supplémentaires dont Laplace est progressivement devenu conscient mais qu'il ne souhaite pas mettre nettement en lumière de crainte de troubler le profane à l'esprit assez faible pour remettre en cause toute la doctrine à la première épreuve. L'*Essai philosophique*, comme les *Recherches et considérations* de Moheau et comme toutes les « actions humaines », ne doit pas être jugé sur ses seuls résultats<sup>133</sup>.

Il y a donc un problème qu'il s'agit d'examiner maintenant.

### III. L'évaluation de la population par les naissances

Chaptal voulait vraiment « lever tous les doutes » sur la juste proportion de la population aux naissances, aussi, par lettre du 30 germinal an 11, demanda-t-il aux préfets de 30 nouveaux départements de faire pour les années 9, 10 et 11, ce que les 30 premiers préfets avaient fait pour les ans 8, 9, 10 et finalement, par lettre du 28 floréal an 12, il fit la même demande aux préfets des 48 départements restants, relativement aux années 10, 11, 12. Et comme les 30 premiers départements et les 30 seconds continuèrent à envoyer les dénombrements exacts des mêmes communes pendant toutes les années concernées par l'enquête, le Bureau de statistique disposerait à la fin de l'an 12 d'un ensemble de résultats portant sur plus de 7 millions d'individus, qui pouvait permettre de réduire encore l'intervalle (de confiance) dans lequel on était assuré de trouver la population française avec une probabilité proche de la certitude morale.

Commençons par examiner la stabilité des résultats des 30 départements de la première enquête, lorsqu'on les considère sur la période prise en compte par la deuxième enquête.

Au 1<sup>er</sup> vendémiaire an 12, la population des communes des 30 premiers départements enquêtés s'élevait à 2 026 854 et les naissances des mêmes communes pendant les ans 9, 10, 11, à 214 579, soit un rapport de 28,33717 (28,32 d'après le Bureau de statistique<sup>134</sup>), compatible avec l'écart type de l'ordre du dixième calculé par Laplace. Il ne semble donc pas que la constante de Chaptal ait varié sensiblement pendant la durée de l'enquête, comme les modifications du texte de présentation de Laplace pouvaient le laisser penser.

Considérons maintenant les 30 départements de la seconde enquête sur la même période.

On obtient le tableau suivant<sup>135</sup> :



## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Departements de la seconde enquete	Nombre de communes	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an XII	Naissances pour les ans 9, 10, 11	Rapport du Bureau de statistique	Rapport
Aisne	27	56 123	5 089	33,06	33,02
Allier	40	74 702	8 425	24,21	26,57
Alpes hautes	44	52 112	5 462	28,62	28,62
Alpes maritimes	3	26 408	3 932	20,13	20,15
Ardèche	36	80 557	7 529	32,07	32,10
Aude	27	71 817	7 704	27,96	27,97
Calvados	55	69 245	5 360	38,73	38,76
Cantal	22	53 498	4 829	33,21	33,24
Charente inférieure	17	61 159	5 570	32,70	32,94
Cher	68	92 294	11 337	8,10	24,42
Cote d'or	48	50 344	4 733	34,92	31,91
Cote du Nord	19	57 466	5 927	29,10	29,09
Dordogne	21	52 250	5 209	30,09	30,09
Drôme	37	64 413	6 769	28,53	28,55
Escaut	14	140 425	13 932	30,24	30,24
Eure	31	70 464	5 825	36,27	36,29
Finistère	15	86 886	12 925	20,16	20,17
Garonne haute	29	143 622	13 892	30,99	31,02
Gironde	35	54 035	4 748	34,14	34,14
Indre		89 185	10 150	26,34	26,36
Isère	27	77 413	7 802	29,76	29,77
Jemmapes	40	100 001	10 244	29,28	29,29
Landes	76	50 419	5 542	27,27	27,29
Léman	26	53 234	1 388	115,05	"
Loire	45	67 648	7 160	28,32	28,34
Loiret	103	90 085	9 183	29,40	29,43
Lot et Garonne	36	62 834	5 795	32,52	32,53
Manche	12	60 831	5 305	34,38	34,40
Marne	27	54 625	5 098	32,13	32,14
Moselle	15	67 559	7 850	25,80	25,82

Le Bureau de statistique n'a pas cru bon de calculer le rapport déduit de ce tableau. Pour le faire, il faut commencer par modifier le chiffre des naissances du département du Léman (chef-lieu Genève), en effet le rapport de la population aux naissances de ce département est trois fois trop grand au moins <sup>136</sup>. Si on remplace les 1 388 naissances du Léman par leur triple, 4 164. On obtient pour les 30 départements, 2 131 654 individus et 217 500 naissances, soit un rapport de 29,4021.

Si l'on préfère éliminer le département du Léman on obtient pour les 29 départements restants, 2 078 420 individus et 213 336 naissances, le rapport constant de la population aux naissances devenant 29,2274.

Il y a donc cette fois-ci 300 000 à parier contre 1 que la population d'un empire où il naît 1 million d'enfants chaque année (année commune) ne s'écartera pas de 29,4 millions (ou 29,2 millions) de plus de 500 000 âmes. Et comme il y avait déjà le même nombre de chances qu'elle ne s'écarterait pas de 28,3 millions du même nombre d'individus, on a la même certitude morale que la population du dit empire appartiendra à deux intervalles disjoints.

On peut espérer de meilleurs résultats en considérant les départements du 2<sup>e</sup> échantillon sur la période concernée par la troisième enquête à laquelle tous ont répondu, exceptée la Charente inférieure, mais on obtient pour les 29 départements dont il s'agit, une population au 1<sup>er</sup> vendémiaire an XIII de 2 066 611 individus, et 209 937 naissances pendant les ans 10, 11, 12, soit un rapport de 29,531873 qui ne fait que confirmer le chiffre précédent.

Les départements du troisième échantillon pourraient sans doute nous apporter quelques lumières supplémentaires si l'on n'observait malheureusement que pour les 47 départements, sur 48, qui ont répondu à la troisième enquête, on compte 3 208 222 habitants au 1<sup>er</sup> vendémiaire an XIII pour

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

321 957 naissances pendant les 3 ans 10, 11, 12, ou un rapport de 29,894259 incompatible non seulement avec le 28,35 du premier échantillon mais aussi avec le 29,4 du second.

Si maintenant on considère tous les départements qui ont répondu à la 3<sup>e</sup> enquête, on obtient le tableau suivant :

	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an XIII	Naissances pendant les ans 10, 11, 12	Rapport
20 départements du 1 <sup>er</sup> échantillon	1 257 133	132 103	28,55
29 départements du 2 <sup>e</sup> échantillon	2 066 611	209 937	29,53
47 départements du 3 <sup>e</sup> échantillon	3 208 222	321 957	29,89
Total	6 531 966	663 997	29,512

On peut aussi reconstituer de diverses façons les chiffres des départements qui n'ont pas répondu à la 3<sup>e</sup> enquête, on obtient alors pour environ 7,4 millions d'habitants un rapport variant de 29,4 à 29,6 suivant les corrections que l'on décide d'apporter aux chiffres du ministère de l'intérieur.

Le Bureau de statistique ayant dressé un tableau général récapitulatif portant sur tous les départements et toutes les années concernés, on peut essayer de corriger les uns par les autres les chiffres, parfois discordants, des tableaux particuliers et du tableau général; sans entrer dans les détails, on observe que le rapport constant du premier échantillon fluctue de 28,3 à 28,6 et celui du second de 29,3 à 29,8.

Enfin, on peut isoler les départements compris dans les frontières de 1789, on obtient alors pour 5,8 millions d'habitants, un rapport de la population aux naissances égal à 29,94, qui nous permettrait de conclure à une France de 30 millions d'âmes (à 500 000 près), si le calcul de Laplace avait la moindre valeur pratique et si l'on pouvait accorder la moindre confiance aux chiffres des préfets transcrits par le Bureau de statistique.

Pour le lecteur intéressé, on a rassemblé en un tableau les chiffres relatifs aux 86 départements français de 1815, reconstitués à partir de ceux du Bureau de statistique <sup>137</sup>. Dans la cinquième colonne apparaissent les chiffres des naissances pour les ans 10, 11, 12 des départements entiers, résultant de l'enquête générale de l'an 9 et dans la 6<sup>e</sup> colonne la population estimée en multipliant ces chiffres par les rapports supposés des départements calculés à partir des échantillons. Dans les colonnes suivantes figurent les chiffres des recensements de 1801, 1811, 1821, 1831 et 1836.

On remarquera que le chiffre estimé est très généralement inférieur à celui du recensement de 1801, lui-même sous-évalué. Ceci provient d'un biais systématique introduit par le questionnaire de Duquesnoy, les préfets devaient en effet distinguer les naissances légitimes par sexe et faire figurer dans deux colonnes supplémentaires les enfants naturels et les enfants abandonnés sans distinction de sexes. Dans le tableau récapitulatif du Bureau de statistique deux colonnes seulement étaient prévues pour les naissances : les garçons et les filles, aussi le rédacteur, ne sachant que faire, n'a recopié le plus souvent que les seules naissances légitimes dont le sexe était assuré <sup>138</sup>.

Ce point, d'ailleurs connu, est rappelé ici pour illustrer les difficultés qu'éprouvaient les maires, les préfets et le Bureau de statistique pour répondre aux vœux du ministre. La grande enquête de l'an 9, la première menée sur une telle échelle, fournissait bien des chiffres, mais trop faux et surtout trop nombreux pour ne pas se contredire. Les faits chiffrés, en effet, peuvent « se vérifier les uns par les autres », comme l'écrivait Duvallard en janvier 1806 <sup>139</sup> dans un rapport dénonçant les fautes innombrables des états de population réunis par le Bureau de statistique dont le directeur, Alexandre de Ferrière, avait démissionné à la fin de l'année 1805 en déclarant que son travail lui avait toujours répugné et qu'il n'en voyait pas l'utilité <sup>140</sup>.

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Duvillard succéda à de Ferrière, à titre provisoire; il accabla son ministre, Champagny, qui avait lui-même succédé à Chaptal, de demandes pressantes de subventions exceptionnelles et de personnels qualifiés, dont « 4 employés exercés au calcul par logarithme qui mettraient en nombre les formules » qu'il leur donnerait. Car Duvillard, l'un des rares arithméticiens politiques français (quoique né à Genève), était un grand théoricien de l'état stationnaire, il avait construit la meilleure table de mortalité du moment que l'on utiliserait pendant tout le 19<sup>e</sup> siècle en dépit ou à cause de sa trop grande rapidité pour corriger la table de Deparcieux dont les lenteurs n'avaient pas que des avantages. Employé au Trésor il avait réussi, sous la Convention, à liquider la dette viagère de l'Ancien Régime, exploit presque inimaginable.

Duvillard était bien la seule personne susceptible de tirer parti des statistiques de Chaptal. Pourtant le Ministre, effrayé par l'excès de son zèle, préféra nommer à la tête du Bureau de Statistique un géographe, Coquebert de Montbret <sup>141</sup>, réservant à Duvillard une place de sous-chef de bureau où il devrait se contenter de besognes subalternes. Ce dernier restait toutefois convaincu que les états de population de Chaptal, une fois vérifiés et corrigés, pouvait permettre de « connaître plus exactement qu'avec un recensement toujours fautif le nombre des garçons, des hommes mariés, des filles, etc. » et il semble avoir consacré une part importante de son activité de 1806 à 1812 à corriger seul les grands états de population des ans 8, 9, 10, 11, 12.

Son travail achevé, il en présenta les résultats à l'Académie des sciences lors de sa séance du 10 mai 1813. L'Académie nomma Messieurs Laplace, Legendre, Lacroix et Biot commissaires chargés d'examiner le mémoire de Duvillard.

Le 17 mai 1813, en l'absence de Laplace indisposé, Biot lut le rapport des commissaires dont le début : « Tous les phénomènes physiques de cet Univers, ceux-mêmes qui semblent les plus irréguliers dans leur marche, les plus variables dans leurs résultats dépendent de causes certaines et nécessaires... », n'est pas sans rappeler certain texte connu <sup>142</sup>.

Le rapport décrit ensuite le contenu du mémoire de Duvillard, on y apprend que celui-ci a travaillé longtemps au Bureau de statistique et qu'il est parvenu « à réunir pour les années 1802, 1803, 1804, 1805 un état de 4 millions de naissances et de décès », qui lui ont paru « indiquer un état constant de population ». Sous cette hypothèse il a dressé les tableaux de la population française « avec un grand soin et avec l'exactitude qu'on lui connaît ». Mais le rapport ajoute : « Sans révoquer en doute les renseignements sur lesquels les calculs de M. Duvillard sont appuyés, même en leur supposant la plus grande exactitude, on voit que ces résultats sont spécialement et uniquement affectés à l'hypothèse d'une population constante dans toutes ses parties. Or la variation est l'état habituel de nos sociétés. Il n'en est pas ici comme dans le mouvement des corps célestes où les forces perturbatrices, toujours régulières dans leurs variations mêmes, n'ont jamais qu'une influence extrêmement petite comparativement à celle de la force principale.

« Les divers éléments de la population sont pour ainsi dire chez nous dans une agitation continuelle ».

Le rapport conclut que « néanmoins la table détaillée de M. Duvillard mérite d'être imprimée aux Savants étrangers » <sup>143</sup>, formule de politesse qui n'engageait en rien l'Académie <sup>144</sup>.

Ainsi, d'après l'Académie, quand bien même on supposerait les maires des communes suffisamment zélés et capables pour avoir rempli les tableaux qu'on leur demandait sans erreurs grossières, l'arithmétique politique ne saurait en déduire des tables de mortalité, un rapport de la population aux naissances, un taux de masculinité... convenables pour une population dont l'état naturel est l'agitation, sinon par un de ces actes de foi que Condorcet n'avait cessé de dénoncer, et cela aussi loin que portent ses dénombrements. Il y faudrait un calcul de probabilités assujéti « aux règles fixes d'une analyse rigoureuse ».

Mais ce que le rapport de Biot semble insinuer c'est que les forces perturbatrices intervenant au sein d'une population comme la France sont si agitées qu'elles défient toute théorie et peut-être même la théorie de Laplace, qui à partir de 1813 limitera ses propres applications du calcul des probabilités à des phénomènes moins perturbés et dont les mesures, faites par des savants précis et expérimentés, ne sont sujettes qu'aux « erreurs inévitables ».

Sans entrer dans tous les détails qu'exigerait une question « aussi intéressante », on peut essayer de préciser un peu le sentiment exprimé maladroitement par Biot <sup>145</sup>.

Toutes choses égales d'ailleurs, le rapport de la population aux naissances varie à la fois dans le temps, comme on commence seulement à s'en rendre compte au début du 19<sup>e</sup> siècle <sup>146</sup>, et dans l'espace géographique ou social, comme La Michodière, Montyon et les autres le savaient, qui multipliaient les « expériences » sur tout le territoire. Il est d'autre part soumis aux erreurs, souvent grossières, des maires, des préfets et des rédacteurs du Bureau de statistique. Enfin il dépend du mode d'échantillonnage adopté, choix des départements et choix des maires <sup>147</sup>. Si l'on reprend l'image de l'urne chère à Laplace, il faut se représenter une urne dans laquelle les boules blanches et noires ne s'associeraient pas au hasard des causes perturbatrices mais créeraient des configurations variables au gré de leurs affinités. Il faut imaginer ensuite que le « temps », les « maires zélés et capables » et les « citoyens préfets » déversent à tout moment dans cette urne des boules supplémentaires en quantité telle qu'elles perturbent continuellement le rapport constant et inconnu des boules blanches aux boules noires. On comprendra alors mieux que le modèle binomial proposé par Laplace éprouve certaines difficultés à bien décrire toutes ces variations et que l'écart type qu'il en déduit soit principalement métaphorique <sup>148</sup>. Laplace lui-même en a pris conscience peu à peu, comme en témoignent les modifications qu'il a apportées à son texte sur la population mais aussi la dernière édition de l'*Essai philosophique sur les probabilités* où il écrit à propos des taux de masculinité qui souffraient des mêmes maux que les rapports de la population aux naissances : « Les résultats précédents supposent que l'on peut assimiler les naissances aux tirages des boules d'une urne, qui renferme une infinité de boules blanches et de boules noires mêlées de manière qu'à chaque tirage les chances de sortie soient les mêmes pour chaque boule; mais il est possible que les variations des mêmes saisons dans les diverses années aient quelque influence sur le rapport des naissances des garçons à celles des filles... » <sup>149</sup>. Laplace tentera tardivement de modifier l'hypothèse des « chances de sortie » constantes dans un chapitre de la *Théorie analytique* intitulé « Des bénéfices dépendant de la probabilité des événements futurs » <sup>150</sup> qui annonce les travaux de Bienaymé et Cournot sur la « variabilité des chances ».

En effet on s'apercevra bientôt que si certains rapports « dépendant de l'activité de l'homme » sont sujets à des variations beaucoup plus considérables que celles du modèle binomial, pour d'autres au contraire, par exemple « le rapport entre le nombre des accusés pour crimes et celui de la population », on constate « d'une année sur l'autre des variations bien moindres que pour des choses dépendant du concours des forces aveugles de la nature » <sup>151</sup>.

Il y a des rapports sociaux trop stables et d'autres qui ne le sont pas assez. Bienaymé et Cournot s'efforceront de proposer d'autres « schémas », celui des « causes prolongées » notamment, susceptibles de rendre compte de tels écarts anarchiques, mais aucun des deux ne tentera de soumettre le rapport de la population aux naissances, dont on sait qu'il défie toujours la sagacité de nos savants <sup>152</sup>.

Ainsi ni l'arithmétique politique qui ne décrit dans le meilleur des cas qu'un état stationnaire invariable sans rapport avec l'état du monde, ni la théorie de Laplace qui le plus souvent limite ses interventions aux variations binomiales, ne peuvent assurer les pas des administrateurs en charge du bien public. Ces derniers sans approfondir plus avant des raisons qui leur échappaient et que, de surcroît, on essayait de leur cacher, en tirèrent les conclusions qui s'imposaient. Dorénavant ils ne feraient usage que de recensements exhaustifs et l'on s'assurerait de leur précision en renforçant

ESTIMATIONS LAPLACIENNES

l'infrastructure administrative et les contrôles a posteriori. Les moyens administratifs convenablement répartis devraient, enfin seuls, réduire les à-peu-près à un niveau supportable par la gestion du bien public. L'arithmétique politique contrôlée par le calcul des probabilités qui devait faire le bien du peuple sans même qu'il s'en aperçoive, cédait enfin la place à la transparence bureaucratique. Duvillard et Laplace étaient renvoyés dos à dos. Seuls, parce qu'ils ne pouvaient faire autrement, les actuaires continuèrent à pratiquer l'arithmétique de Duvillard, et les géodésiens le calcul de Laplace-Gauss, mais sous des formes que ni Duvillard ni Laplace n'auraient sans doute cautionnées.

Dès 1827 Quetelet arrivera à la même conclusion que les administrateurs éclairés <sup>153</sup>. Et le clan des statisticiens formés aux sciences exactes rejoindra celui, puissant, de ceux que toute théorie rebute : le calcul laplacien des probabilités ne peut rendre raison, en l'état, de la variabilité des phénomènes sociaux.

Le premier « sondage » scientifiquement planifié n'a donc réussi ni à déterminer le vrai rapport de la population aux naissances, ni à évaluer la population française au 22 septembre 1802, ni à convaincre son temps de l'utilité du calcul des probabilités dans les sciences de l'homme <sup>154</sup>. Mais les sciences les plus parfaites sont soumises comme les autres aux contingences historiques et il était sans doute inévitable que Laplace rencontrât sur son chemin ce rapport diabolique de la population aux naissances qui avait tant intrigué Monsieur de La Michodière et son siècle. Il était non moins inévitable qu'il assignât au dit rapport des variations trop faibles, le modèle de l'urne simple étant visiblement le premier à essayer. Que les hommes de l'art, administrateurs ou statisticiens éclairés, se soient étonnés de l'étrangeté de ses résultats, et qu'ils en aient conçu une certaine méfiance à l'égard de la théorie qui les avait produits, n'est pas non plus pour surprendre et manifeste au contraire que le « bon jugement » et l'« assiduité » sont restés les qualités principales de la haute administration. Il était donc inévitable que la statistique du 19<sup>e</sup> siècle se développât sur d'autres bases, connût à son tour d'autres difficultés qui amèneraient la statistique du 20<sup>e</sup> siècle à reconsidérer la théorie probabiliste des sondages. Il était enfin inéluctable que le Congrès de statistique de Lausanne consacra une heure de son temps à se pencher sur son glorieux passé et qu'on termine ici cette modeste contribution.

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

## NOTES

1. « Mémoire sur la probabilité des causes par les événements », Mémoires des Savants étrangers, tome 6, (1774), 621-626, *Œuvres complètes* de Laplace, Gauthier-Villars, 1891, VIII, 27-65. Nous désignerons dorénavant par OC l'édition Gauthier-Villars des œuvres de Laplace

2. « Mémoire sur les probabilités », 1780, OC, IX, 383-485 et « Mémoire sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres », 1785, OC, X, 209-291, 295-338.

3. Gazette de France, 9 janvier 1784, page 14.

4. Terray, circulaire aux intendants du 14 août 1772. Depuis la déclaration du 9 avril 1736, les greffiers des justices royales recevaient en dépôt (en principe) les doubles des registres des « baptêmes, mariages et sépultures » de chaque paroisse.

5. OC, XI, 44-46.

6. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences (MARS) pour 1783 (1786), 703-718; MARS pour 1784 (1787), 577-592, MARS pour 1785 (1787), 661-689; MARS pour 1786 (1788), 707-717; MARS pour 1787 (1789), 601-610; MARS pour 1788 (1791), 755-767. Voir C.C. Gillispie, *Probability and politics: Laplace, Condorcet and Turgot*, Proc. Amer. Phil. Soc., 116, 1, 1972, p. 10-12

7. On rencontre également Lamichodière, Lamichaudière, Delamichodière, etc.

8. Le prix d'une charge de maître des requêtes était à l'époque d'environ 100 000 livres. On ne pouvait devenir maître des requêtes qu'avec l'approbation du Roi qui disposait en outre du pouvoir de révoquer à tout moment les membres de son Conseil dont faisaient partie les 80 maîtres des requêtes et les 30 conseillers d'État. En devenant maître des requêtes, La Michodière quittait donc la magistrature pour l'administration à ses risques et périls. La Michodière revendra sa charge de maître des requêtes en 1767. Sur les structures de l'administration sous l'ancien régime, voir par exemple, Vivian R. Gruder, *The Royal Provincial Intendants A governing Elite in Eighteenth Century in France*, Cornell (1968).

9. La Loterie Royale de France a été créée en 1776 (arrêté du Conseil du 30 juin 1776), après le renvoi de Turgot, pour fournir des recettes supplémentaires au budget de l'État qui en avait bien besoin. Elle succédait à la Loterie de l'École Militaire fondée en 1758 sur le modèle du loto. Les bénéficiaires (consequents) de la Loterie Royale furent souvent détournés de leur destination. Ces abus dénoncés par Talleyrand et Dupont de Nemours conduisirent à la réforme puis à la suppression de la Loterie. Voir J. Léonnet, *Les loteries d'État en France aux XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècles* (1963). On ne connaît pas le rôle exact de La Michodière à la loterie de France, dont il utilisait l'imprimerie pour confectionner les tableaux du mouvement de la population. Il ne semble pas s'être anormalement enrichi pendant cette dernière période de sa vie. En 1788, il percevait les traitements suivants :

Conseil privé, gages de conseiller d'État ordinaire	5 100 livres
Bureau de la grande direction	2 000 livres
Bureau des arts et métiers	2 000 livres
Bureau des postes et messageries	1 650 livres
Inspecteur général de la loterie royale	4 200 livres
Chargé du travail des états de population	1 500 livres
Indemnité par bon du Roi du 25 décembre 1787	2 500 livres

Soit un total de 18 950 livres, plutôt inférieur aux traitements de ses collègues. La même année, l'intendant d'Alsace, Chaumont de la Galazière, perçut 50 590 livres. Voir A. Brette, *Recueil de documents relatifs à la convocation des états généraux de 1789*, tome 1 (1894), p. 369, et Archives Nationales, Comité des pensions, DX, 1.

10. Tocqueville, *L'Ancien Régime et la Révolution* (1856), chapitre V.

11. Reproduit dans Bulletin du Musée Carnavalet, 1977, n° 1, p. 30 et dans le dictionnaire de Michel Antoine, *Le gouvernement et l'administration sous Louis XV*, CNRS, 1978. Pour un autre portrait, voir G. Bonnetoy, *Histoire de l'administration civile dans la province d'Auvergne*, tome 1, 1895, p. 113.

12. Cité par Michel Antoine, *op. cit.*, p. 257.

13. Voir Condorcet, *Vie de M. Turgot*, 1786, p. 34-35. Aussi J. Aitiau, *L'opposition aux physiocrates à la fin de l'ancien régime* (1965), J. Lecuir, *Annales de démographie historique* (1979), p. 195-249 et P. Ardascheff, *Les intendants de Province sous Louis XVI*, 1909, chapitres IV et V.

14. Voir « Réflexion sur la valeur du bled tant en France qu'en Angleterre de 1674 jusqu'en 1764 », dans Messance, *Recherches...*, 1766. Ce texte n'est pas de Messance, selon Messance lui-même (*Nouvelles Recherches*, 1788), il est peut-être de La Michodière, c'est en tout cas l'avis de Grimm (*Correspondance* 7, 130-135, éd. Tourneux).

15. L. Chatelard, La corvée royale dans le Lyonnais (1720-1789), *Revue d'histoire de Lyon* (1908), tome 7, p. 161-185, étude l'action de La Michodière à Lyon. Voir aussi E.M. Vignon, *Études historiques sur l'administration des voies publiques en France aux XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles* (1862), tome 3.

Une lettre anonyme attribuée, par Barbier, à Claude Bourgelat, traite la question des corvées; il s'agit de la « Lettre d'un ingénieur de province à un inspecteur des ponts et chaussées », publiée à « Avignon » en 1760, en réalité à Paris chez Duchesne. Claude Bourgelat (1712-1779), maître d'équitation, hippiatre, futur fondateur des Écoles vétérinaires de Lyon, créées en 1762, collabora à l'*Encyclopédie* (manège, vétérinaire), il avait été nommé inspecteur de la librairie à Lyon, par arrêt du Conseil du 20 janvier 1760. Lié à Bertin (1720-1792) qui avait précédé La Michodière à l'intendance de Lyon, de 1754 à 1757, et qui était en 1760 contrôleur général, il avait la confiance de Malesherbes et de La Michodière (Archives départementales de Seine-Maritime, série C 1089, cette référence m'a été aimablement communiquée par Y. Marec qui fait des recherches approfondies sur les statistiques sociales à Rouen) Il est possible que Bourgelat ait servi d'intermédiaire dans cette affaire et que la lettre dont il s'agit et les « Réflexions sur la milice » qui datent de la même époque et qui lui sont également attribuées soient le fruit des échanges de l'administration éclairée sur ces sujets. Il existe aux archives de Rouen une lettre datée du 21 mars 1760 de la main de Messance, secrétaire de La Michodière, annonçant l'envoi d'une copie d'un mémoire secret remis à l'intendant de Lyon par Monsieur de Ballainvilliers qui lui avait succédé à l'intendance d'Auvergne. Ce qui prouve au moins qu'à Lyon, Monsieur de La Michodière entretenait une correspondance secrète. Simon Charles Sébastien Bernard de Ballainvilliers (1721-1767) fut intendant d'Auvergne de 1757 à 1767, il ne manquait pas de lumières.

16. « Réflexions sur la milice », 1760, attribué à Bourgelat, voir note précédente. La milice, écrit l'*Encyclopédie*, est un corps d'infanterie « qui se forme dans les différentes provinces du royaume d'un nombre de garçons que fournissent chaque ville, bourg ou village, relativement au nombre des habitants qu'ils contiennent. Ces garçons sont choisis au sort. Ils doivent être âgés de seize

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

ans et n'en avoir pas plus de quarante » Pendant la guerre de 7 ans (1756-1763), il fut procédé à la levée de 104 000 nouveaux miliciens. Chaque tirage au sort donnait lieu à des troubles, voir Bourgelat, « *Réflexions sur la milice* »

17. « *Reflexions sur la milice* », p. 110-114.
18. « Réponse aux observations sur le Traité de la population de la France par M. l'abbé d'Expilly, insérées dans le Journal d'agriculture », *Journal économique*, août 1766, p. 357-363 et *Journal de l'Agriculture, du Commerce et des finances*, octobre 1766, p. 77-99. Les « observations » insérées dans le *Journal d'agriculture*, juillet 1766, p. 101-120, étaient de Pierre Samuel Dupont de Nemours (1739-1817), disciple de Quesnay et porte-parole des physiocrates.
19. Lettre à Dupont de Nemours, *Œuvres de Turgot*, éditées par G. Schelle (1914), tome II, p. 519.
20. A quoi Dupont de Nemours répondit évidemment que « le calcul de la population ne peut donner aucune idée des ressources d'un Etat, on doit la regarder comme une étude de simple et inutile curiosité : *Journal de l'Agriculture*, novembre 1766, p. 211.
21. *Reflexions sur la milice*, p. 110-114.
22. Voir par exemple A. Nicolai, *Population de la Guyenne au XVIII<sup>e</sup> siècle*. (1907).
23. Le *Questionnaire* de Beauvilliers et Fénelon leur posait la question, en 1697 : « Consulter les anciens registres pour voir si le peuple a été autrefois plus nombreux qu'il ne l'est; causes de sa diminution .. », Boislisle, *Mémoires des intendants*, tome I, (1881).
24. Jean Delay, *Avant-Mémoire*, tome I (1979), p. 128.
25. J. Graunt, *Natural and political observations...* (1662), chapitre XI, avait même proposé le facteur 8 pour la ville de Londres (l'homme, sa femme, 3 enfants et 3 domestiques ou locataires).  
Sur les décomptes par feux en France, voir par exemple, C.-M. Saugrain, *Nouveau dénombrement de la France* (1720). Doisy, *Le Royaume de France* (1745) et le tome I du *Dictionnaire* de l'abbé d'Expilly (1762)
26. A partir des Mémoires des Intendants, Vauban, *Projet d'une dixme royale* (1707), p. 180, avait trouvé une France de 19 094 146 habitants (sic). Ceux qui, vers 1750, adoptaient le facteur 4, concluait à une population française de seize millions d'habitants et craint au feu!, par exemple, Mirabeau, *l'Ami des hommes ou Traité de la population* (1756).
27. Alfred des Cilleuls, *Revue générale d'administration*, 1893, tome II, 385-391 et 1895, tome II, 385-400. De très nombreux auteurs ont étudié la question de la population française au XVIII<sup>e</sup> siècle. On consultera les *Travaux et Documents de l'INED*, Cahiers n<sup>os</sup> 21 et 28. Voir aussi J. Hecht et A. Sauvy, La population agricole française au XVIII<sup>e</sup> siècle, *Population*, 1965, n<sup>o</sup> 2.
28. Necker, *De l'administration des finances de la France* (1784), tome III, p. 379.
29. Et scientifique. C'était en tout cas l'avis éclairé de Buffon, *Histoire naturelle*, tome II (1749), p. 589.
30. J.-F. Melon, *Essai politique sur le commerce*, 4 éditions, 1734, 1736, 1742, 1761
31. Livre IV, chapitre X. Derham proposait 22,7 comme rapport de la population aux naissances pour l'Angleterre entière et 25 pour Londres.
32. Charles Irénée Castel de Saint-Pierre, *Ouvrages de politique*, tome IV, 1733, p. 255-267. L'abbé de Saint-Pierre demandait la création d'un « Bureau des dénombrements » et invitait les intendants et les ministres à « dénombrer tout ce qui entre dans la science du gouvernement ».
33. Daniel Claude Trudaine (1703-1769), intendant d'Auvergne (1730-1734), intendant des finances (1734-1769). Trudaine s'est intéressé toute sa vie aux questions de dénombrements, c'est peut-être lui qui a fourni les appuis administratifs nécessaires à l'abbé d'Expilly pour son *dictionnaire*.
34. Louis Urbain Aubert de Tourny (1690-1761), intendant de Limoges (1730-1743), intendant de Guyenne (1743-1758), conseiller d'État. Sur lui, voir Nicolai, *op. cit.*
35. D'après A. des Cilleuls, Études et relevés sur la population française avant le XIX<sup>e</sup> siècle, *Revue générale d'administration*, 1895, II, p. 29-30.
36. Sur ce point, voir Nicolai, *op. cit.* L'affirmation selon laquelle Tourny aurait appliqué systématiquement, pour la première fois en France, la méthode de dénombrement par les naissances à partir de 1740, soutenue par R. Mols, *Introduction à la démographie historique des villes d'Europe*, tome I (1954), ne semble pas fondée ou alors mériterait de l'être véritablement.
37. Voltaire, *L'homme aux quarante écus* (1768). Voltaire cite au même endroit le « dénombrement par feux composé en 1753 par ordre de monsieur le comte d'Argenson ». Ce dénombrement devait servir notamment à la révision des listes d'hébergement des troupes et à la levée des miliciens. Le comte d'Argenson (1696-1764) était alors secrétaire d'État à la guerre, son frère Louis (1694-1757) était lié à l'abbé de Saint-Pierre.
38. *Encyclopédie*, tome I, 1751.
39. Buffon, *Histoire naturelle*, tome II. Nicolas François Dupré de Saint-Maur (1695-1774), trésorier de France au bureau de la Généralité de Paris, conseiller du Roi, était entré à l'Académie française en 1733, son fils Nicolas (1731-1791) fut intendant du Berry (1764), de Bordeaux (1776), et conseiller d'État, il se passionna, semble-t-il, pour la réforme de la corvée menée à bien par Turgot à l'intendance de Limoges.
40. J.P. Süßmilch, *Die göttliche Ordnung*, 1761, 6, 37. Voir *L'œuvre de J.P. Süßmilch*, tome II, p. 334, éditions de l'INED (1979).
41. La Michodière, lettre à Voltaire du 13 décembre 1757, *Correspondance de Voltaire*, Besterman D 7516.
42. Messance, *Nouvelles recherches...* 1788, p. 4.
43. Besterman D 7420.
44. *Essai sur l'histoire générale...*, tome IV, chapitre CLIV, Des successeurs de Sixte-Quint, p. 226 de la première édition, Cramer, Genève, 1756, que La Michodière a probablement lu en 1757.  
L'« *Essai sur l'histoire générale* », dont une première version non publiée date de 1739, deviendra après transformations l'« *Essai sur les mœurs* », le chapitre sur les successeurs de Sixte-Quint étant repoussé au chapitre CLXXXV. Voir *Œuvres complètes* de Voltaire, Garnier, tome 13, p. 111-112, 1878.
45. Besterman D 7420. Voltaire s'est intéressé à plusieurs reprises aux questions de population. Outre la règle de 34, il a appliqué la règle des feux avec le multiplicateur 4, 5; voir *Œuvres complètes*, Garnier, tome 24, p. 579 et *dictionnaire philosophique* article population.
46. Willem Kerseboom, *Essais d'arithmétique politique*, 1738, 1742, traduction française INED (1970).

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

47. Voltaire, *Dictionnaire philosophique*, article Age. En revanche, les précisions sur Londres et Breslau sont dues à l'imagination fertile de Voltaire venue suppléer, comme souvent, sa mémoire défailante.

48. « La Michodière », *Journal de l'agriculture*, octobre 1966, p. 86-87.

49. « Copie d'une lettre écrite par M. . à M... le 25 décembre 1758 », *Journal économique*, janvier 1759, p. 22-30. Si le premier M. est presque certainement La Michodière, le second M. qui avait écrit dans le même *Journal* la lettre qui motive cette réponse, n'est pas clairement identifié. J. Lecuir, *op. cit.*, pense qu'il s'agit de Trudaine parce qu'on y parle de l'Auvergne, mais ce pourrait être plutôt Bailainvilliers.

Le « j'avais toujours pensé » ne doit pas faire illusion, le ton général de la lettre, cet excès d'exactitude, montre que La Michodière a quitté provisoirement l'objectivité administrative pour s'abandonner à l'euphorie du chercheur qui touche au but.

50. *Œuvres de Turgot*, édition G. Schelle, tome II, p. 2-3, ou Condorcet, *Vie de Turgot*, 1786, p. 32.

51. Le 3 novembre 1760, La Michodière écrit à Turgot qu'il serait heureux de le voir nommer prévôt des marchands de Lyon, « nous serions bien d'accord ensemble et ferions de bonne besogne... », *Œuvres de Turgot*, tome II.

52. Turgot (1727-1781) était en 1760 maître des requêtes depuis 1753, il attendait sa nomination à un poste de responsabilité et le temps lui durait. Il sera nommé intendant à Limoges le 2 août 1761, où il restera jusqu'en 1774 pour devenir contrôleur général.

53. Lettre de La Michodière à Turgot du 7 février 1761. *Œuvres de Turgot*, tome II. C'est également en 1760 que parurent les « *Réflexions sur la mulce* » (note 16), qui contiennent une longue note sur la population où il est question de l'*Essai sur l'histoire générale* de Voltaire, de monsieur Kersseboom, de l'année commune des naissances à Lyon et à Aurillac. Il n'est sans doute pas déraisonnable de penser que cette note est l'œuvre d'un proche de La Michodière, peut-être Montucla, voir note 60.

54. La biographie de Messance est donnée par A. des Cilleuls, « La Michodière et la statistique de la population », *Revue générale d'administration*, 1893, II, p. 387. Messance est né en 1733, secrétaire de La Michodière de 1759 à 1765, il achète une charge de receveur des tailles et en 1774 cumule la charge de subdélégué à celle de comptable des deniers publics; ruiné par la suppression des charges, il meurt vers la fin du Directoire.

55. A. Nicolai, *op. cit.* Pour la Bretagne, voir Henri Sée, « Les essais de statistiques démographiques en Bretagne à la fin de l'ancien régime », *Commission de Recherche et de Publication des documents relatifs à la vie économique de la Révolution. Mémoires et Documents*, I, 1930, 5-42.

56. Expilly, *Dictionnaire*, tome II, article Comte Venaisin et tome III, « de la population de la France », p. 901-956. L'abbé Expilly explique que cette méthode lui a été indiquée par « un bon et véritable citoyen venu à son secours », ce bon citoyen n'a pas été identifié à ce jour, ce peut être l'un quelconque des administrateurs éclairés, alors tous informés à la règle de 25. Ce n'est sans doute pas La Michodière directement, qui est peut être désigné plus loin comme « la personne avisée et généreuse » qui lui a fourni les chiffres de Rouen. Sur ce point, voir E. Esmonin, l'abbé Expilly et la statistique, *Revue hist. mod. et contemp.*, tome IV, 1957, p. 241-280.

On aura reconnu dans la citation du texte une variante de l'effet « Rayons N ».

57. Baron de Bielfeld, *Institutions politiques*, tome II, 1760, chapitre XIV. Bielfeld suit Kersseboom et adopte la règle de 35 en notant que plusieurs auteurs réduisent la proportion à 34 ou même à 30.

58. Messance, *Recherches sur la population des généralités d'Auvergne, de Lyon, de Rouen et de quelques provinces et villes du Royaume-Uni*, 1766. Ce livre a été attribué non seulement à La Michodière qui y a sa part mais aussi, on ne sait pourquoi, à l'abbé Audra (1713-1770), par Barbier et Maurice Tourneux. Messance est certainement le principal rédacteur et calculateur des *Recherches*, sur ce point on peut consulter E. Esmonin, *Études sur la France des XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècles*, 1964, p. 129 et p. 259.

59. *Recherches*, p. 10.

60. Messance, *Nouvelles recherches...*, 1788, p. 7. Kersseboom, 1738, calculait également l'année commune des naissances sur dix ans. Il est vraisemblable que La Michodière en ait eu connaissance puisqu'il avait demandé à Montucla de traduire l'ouvrage de Kersseboom en français, au début de son intendance lyonnaise, voir Montucla, *Histoire des mathématiques*, tome III, p. 413 (je dois cette référence à P. Crépel que je remercie infiniment).

Jean Etienne Montucla, né à Lyon en 1725, fait partie de l'élite lyonnaise éclairée, comme Bourgelat; il connaissait toutes les langues européennes, était algébriste et lié à l'intendance éclairée notamment La Michodière et Turgot (*cf. œuvres*, tome II) Il fut secrétaire de l'intendance de Grenoble en 1761.

61. *Recherches*, p. 62.

62. *Recherches*, p. 150.

63. *Recherches*, p. 157.

64. La Michodière peut l'avoir appris dans Deparcieux, *Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine*, 1746, p. 91.

65. *Recherches*, p. 39.

66. *Recherches*, p. 276-277.

67. Rousseau, *Du contrat social*, 1762, livre III, chapitre IX.

68. Par Bertin, contrôleur général de 1759 à 1763, et Laverdy, contrôleur général de 1763 à 1768; Bertin et L'Averdy subissaient alors l'influence conjuguée des physiocrates et des parlements.

69. Sur ce point, voir J. Le Cuir, *op. cit.* et J. et M. Dupâquier, *Histoire de la démographie*, 1985.

70. *Journal de l'agriculture*, juillet 1766, p. 101-120. Ces remarques, au demeurant assez judicieuses, sont de Dupont de Nemours qui, le moment venu, défendra à son tour la règle de multiplication, en 1791. Voir aussi, *Journal encyclopédique*, 1<sup>er</sup> mai 1767, p. 123-127.

71. *Journal économique...*, août 1766, p. 359-360.

72. *Éphémérides du citoyen*, 1767, tome VII, p. 28.

73. Montyon, *Particularités et observations sur les ministres des finances de France de 1660 à 1791*, Londres 1812, p. 155. Cet ouvrage, remarquable, montre à quel point les administrateurs éclairés pouvaient se haïr entre eux. Nous avons choisi, par souci de simplicité, de ne présenter le corps administratif que dans ses réactions face au monde extérieur et ses tentatives de l'appréhender et si possible de le soumettre. On imagine aisément qu'en son sein les conflits d'intérêts et de carrières ne devaient pas manquer.

Sur l'abbé Terray, on consultera le remarquable ouvrage de René Girard, *L'abbé Terray et la liberté du commerce des grains*, 1924. Terray était l'un de ces « antiphiysiocrates virulents », qui, tels Linguet, Necker ou Rousseau, estimaient que l'État devait intervenir pour protéger la classe ouvrière, voir Spengler, *INED Travaux et Documents*, n° 21, 1954.

74. C'est l'opinion de E. Esmonin, *Statistiques du mouvement de la population en France de 1770 à 1789*, in *Études et chroniques de démographie historique*, 1964. Esmonin reproduit une partie de la correspondance de Terray sur ce sujet.



## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

75. Lettre à Roullé d'Orueil du 29 janvier 1774, in Esmonin, note précédente.
76. Extrait d'Esmonin, note 74, p. 68-72.
77. Les états des intendants sont décrits dans M. Reinhard, « La population de la France et sa mesure de l'ancien régime au Consulat », Commission d'Histoire économique et sociale de la Révolution française, *Mémoires et documents* XVIII, 1965.
78. Jean-Baptiste Moheau (1745-1794), comme Messance, a souvent été traité de pseudonyme (par exemple *Essai philosophique* de Laplace, édition C. Bourgois, 1986, p. 217); sa biographie est donnée par R. Le Mée, *Hommage à Marcel Reinhard*, Société de démographie historique, Paris, 1973. Secrétaire de Montyon de 1773 à 1776, époque à laquelle furent composées les *Recherches et considérations*, Moheau fut commissaire à la guerre en 1792. Compromis dans une affaire de malfaçons portant sur un marché de guêtres, il fut guillotiné le 27 janvier 1794.
79. Antoine Jean-Baptiste Robert Auget de Monthyon (ou Montyon) (1733-1820), maître des requêtes, intendant puis conseiller d'Etat, émigra dès 1789 d'abord à Lausanne puis à Londres; il est célèbre pour ses vertus et ses fondations académiques, voir L. Guimbaud, *Auget de Montyon*, 1909. On discute encore actuellement des parts respectives prises par Moheau et Montyon dans la rédaction des *Recherches et considérations*. Voir Esmonin, Le Cuir, Dupâquier, *op. cit.*
80. *Recherches et considérations*, p. 32-43. Incontestablement la qualité d'écriture et la profondeur des raisons de Moheau-Montyon l'emportent sur celles de Messance-La Michodière mais ces derniers ont pour eux l'antériorité, la continuité et la précision de leurs « expériences ».
81. *Recherches et considérations*, p. 44-45, où, par erreur, le chiffre de Tours semble avoir été multiplié par 10, on l'a rectifié ici, sans garanties suffisantes
82. Voir Esmonin, *op. cit.* p. 325-326.
83. Montyon à plusieurs reprises a revendiqué l'honneur d'avoir suggéré à Terray de procéder à des dénombrements (Esmonin, *op. cit.* p. 322). Pour ce qui est des enquêtes sur les naissances qui nous intéressent ici, on peut s'étonner du peu de réponses des intendants, le seul chiffre conséquent étant celui de l'intendance de Touraine occupée par Pierre-François Ducluzel (1734-1783), administrateur éclairé, correspondant de Voltaire.
84. *Mercur de France*, 5 juillet 1778, p. 35-41.
85. *Mercur de France*, 25 septembre 1778, p. 305-307.
86. *Mercur de France*, 5 novembre 1778, p. 64-67.
87. *Mercur de France*, 15 avril 1779, p. 183-187. Sur cette polémique, on consultera également Le Cuir, *op. cit.*
88. C'est un thème constant au XVIII<sup>e</sup> siècle, dont nous n'avons examiné qu'un cas particulier, celui de l'évaluation par les naissances, mais qui concerne aussi bien les tables de mortalité, voir par exemple Thomas, *Objections faites à M. Deparcieux* . p. 8 in Deparcieux, *op. cit.* 2<sup>e</sup> édition 1746.
89. *Hist. Acad. Sci. pour 1779* (1782), p. 23-27. Rappelons qu'en 1781, l'Académie proposa un prix sur la « Théorie des Assurances maritimes » pour 1783 remis en 1785 et 1787 où la moitié fut attribuée à Lacroix et Biquille, voir R. Taton, *Revue Hist. Sci.*, XII, 1959, p. 243.
90. Morand (1726-1784) : « Mémoire sur la population de Paris et sur celle des provinces de la France... ». *Hist. Acad. Sci. pour 1779* (1782), p. 459-425. Morand était médecin, aux goûts éclectiques et anticonformistes, il ne partageait pas la prévention de ses collègues des sciences « les plus parfaites » à l'encontre de l'arithmétique politique. Son mémoire lu le 14 avril 1779 concluait à l'accroissement de la population française (il n'est jamais trop tard). Sur cette séance mouvementée, voir J. Le Cuir, *op. cit.* p. 215.
91. Cette attitude, typiquement parisienne, était due en partie à d'Alembert et à son clan qui traquaient l'obscurantisme sous toutes ses formes, elle n'était pas partagée par le reste de l'Europe savante. Moivre, Simpson, les Bernoulli, Euler, Lambert, etc. ont traité d'arithmétique politique. On doit observer cependant qu'ils l'ont fait le plus souvent sans se soucier du problème de Condorcet, les données erratiques rassemblées par certains pasteurs ou administrateurs éclairés sont prises comme hypothèses de départ, au même titre que d'autres hypothèses choisies pour leur simplicité ou leur convenance, à partir desquelles on calculera les quantités moyennes recherchées (par exemple la durée moyenne des mariages tirées des tables de mortalité), de même que l'on calculait le parti des jeux à partir des possibilités supposées des différents hasards qui leur sont liés.
92. *Hist. Acad. Sci. pour 1778* (1781), p. 45-46.
93. 4<sup>e</sup> supplément de l'*Encyclopede*, 1777.
94. Laplace OC X, p. 323.
95. Comme on le sait, rien n'était réglé, et le XIX<sup>e</sup> siècle statistique tout entier (sans parler du XX<sup>e</sup>) se perdra en conjectures sur les fluctuations des taux de masculinité.
96. Voir l'article de P. Crépél de ce numéro.
97. *Théorie analytique des probabilités*, livre II, § 30, OC VII, p. 392-398.
98. *Théorie analytique*, OC VII, p. 398-401. Le mémoire sur la population de Laplace a été commenté par Karl Pearson, *Biometrika*, 1928, XXA, p. 166-174 et par W.G. Cochran (1978), reproduit dans Cochran, *Contributions to statistics*, 1982, n° 107. Nous avons adopté les notations de Cochran.
99. « Mémoire sur la probabilité des causes par les événements », 1774, OC VIII p. 29, *Essai philosophique sur les probabilités*, 1814-1825, édition C. Bourgois, 1986, p. 42.
100. Ce raisonnement n'est pas bayésien, il ne suppose pas de loi a priori, qui est remplacée par un principe de proportionnalité, si la cause p donne une probabilité P(p) à l'événement observe, la probabilité de p tirée de l'événement dont il s'agit est proportionnelle à P(p). Sous cette forme, le principe de Laplace a été adopté par certains auteurs anglo-saxons des XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles sous le nom de « règle des probabilités inverses », par exemple K. Pearson (*Biometrika*, 1928, p. 166), avant que Fisher n'exerce contre elle sa verve polémique.
101. Cette formule suppose que les deux tirages sont indépendants, ce qui n'est pas le cas dans l'application que Laplace a en vue, comme le noteront Pearson (*op. cit.*, p. 174) et Cochran (*op. cit.* p. 8).
102. « Mémoire sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grandes nombres », 1785, OC X, p. 210.
103. Cochran, p. 9-10, détaille ce point. Dans le mémoire de 1785, Laplace évalue directement la probabilité que  $\{Y - X \frac{Y}{X}\}$  soit inférieur à un nombre petit par rapport à  $X \frac{Y}{X}$ ; en 1812 il utilise la formule de Stirling pour déterminer la densité asymptotique de Y.
104. OC IX p. 42.

ESTIMATIONS LAPLACIENNES

105. *Theorie analytique* OC VII p 401. Dans le mémoire de 1785, Laplace « considérait » que chaque naissance annuelle était représentée par une boule blanche et chaque « individu existant » comme une boule noire, ce qui conduit à des difficultés (comme l'a noté Pearson, *op cit.*, p. 169), les naissances annuelles étant considérées simultanément comme existant et n'existant pas. Dans la version de 1812, Laplace considère les naissances comme n'existant pas encore, ce qui lève une partie de la difficulté

Pearson critique également le fait de considérer la France entière comme tirée au hasard d'une urne infinie indépendamment du premier tirage pourtant composé lui aussi de Français. Selon lui, en admettant qu'un modèle d'urne soit adapté au problème (ce qu'il conteste absolument, voir plus loin), il faut considérer la France comme une urne contenant  $X$  boules blanches, les nouveaux-nés, et un nombre inconnu  $Y - X$  de boules noires, les vieux nés, dans laquelle on prélève au hasard sans remise  $y$  boules, la probabilité d'obtenir  $x$  boules blanches est alors

$$C_x^y C_{y-x}^{Y-x} / C_y^Y$$

Par la règle de la probabilité inverse, la probabilité de  $Y$  est alors

$$\frac{C_x^y C_{y-x}^{Y-x} / C_y^Y}{\sum_{Y=x+y-1}^{\infty} C_x^y C_{y-x}^{Y-x} / C_y^Y}$$

Car on sait déjà que la population de la France contient les  $y - x$  vieux nés du premier dénombrement et les  $X$  naissances annuelles.

D'où il résulte que, pour de grands nombres,  $Y$  est approximativement normale de moyenne  $X \frac{y}{x}$  et de variance

$$\sigma_p^2 = \frac{X(X-x)y(y-x)}{x^3}$$

qui ne diffère pas sensiblement de la variance laplacienne,  $X$ ,  $X - x$  et  $X + x$  étant du même ordre de grandeur.

Signalons que la méthode de Pearson peut se réinterpréter dans un cadre bayésien, voir W.A. Ericson, *J.R. Stat. Soc.*, B 31, 1969, p. 195-233.

Pour Cochran, au contraire, l'idée de Laplace, consistant à considérer la population française totale et un de ses échantillons comme tirés d'une même urne infinie (non indépendamment de préférence), est importante et riche d'applications, elle sera réintroduite dans la théorie des sondages, à partir des années 1960, par Brewer et Royall, voir W.G. Cochran, 1977, *Sampling techniques*. 3d éd., § 6.7, p. 158-160.

Cochran traite alors le problème de Laplace par la méthode asymptotique classique (d'ailleurs due à Laplace qui l'a utilisée systématiquement à partir de 1811) :

On dispose de 2 estimations de rapport inconnu  $p$  des boules blanches au nombre infini des boules de l'urne :

$p_y$  pour l'échantillon

$p_Y$  pour la France tout entière

Il s'agit de comparer  $Y = \frac{X}{p_Y}$  à son estimation  $Y_R = \frac{X}{p_y}$

$$Y_R - Y = X \left( \frac{1}{p_y} - \frac{1}{p_Y} \right) = X \frac{p_Y - p_y}{p^2}$$

suit une loi asymptotiquement normale.

Et, en prenant les moyennes sur toutes les France possibles et tous les sous-échantillons qu'on en peut tirer, il vient :

$$E(Y_R - Y) = 0$$

$$E(Y_R - Y)^2 = E(\text{var } Y_R) = X^2 \frac{pq}{p^4} \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{Y} \right) = \frac{X^2 (y-x)y}{x^3}$$

c'est-à-dire à peu près la variance laplacienne

Si l'on avait considéré la France et son échantillon comme tirés indépendamment l'une de l'autre, on aurait obtenu également

$$E(Y_R - Y)^2 = \frac{X^2}{p^4} (\text{var } p_y - \text{var } p_Y) = \frac{X^2}{p^4} pq \left( \frac{1}{y} + \frac{1}{Y} \right) = \frac{X^2 y (y-x)}{x^3}$$

(et non pas la variance de Laplace qui est plus précise dans son erreur).

Cochran retrouve cette même variance sans urne infinie, par la méthode asymptotique directe (qui revient à substituer le modèle binomial au modèle hypergéométrique de Pearson). Avec des notations évidentes, on a

$$Y_R = \frac{X}{p} = \frac{X}{p} - \frac{X}{p^2} (p - p) + \frac{X}{p^3} (p - p)^2 + \dots$$

En moyenne, sur tous les échantillons de taille  $y$ ,

$$E(Y_R) = \frac{X}{p} + \frac{X}{p^2} \text{var } (p) = \frac{X}{p} + \frac{X}{p^3} pq = X \frac{y}{x} + \frac{X(y-x)}{x^2}$$

$$\text{var } (Y_R) = \frac{X^2}{p^4} E(\hat{p} - p)^2 = \frac{X^2}{p^4} \frac{pq}{y} = \frac{X^2 y (y-x)}{x^3}$$

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

La méthode consistant à remplacer dans l'expression de la moyenne et de la variance le (ou les) paramètre(s) inconnu(s) par leurs valeurs « les plus probables » est due à Laplace, elle a été reprise par Poisson qui en a donné une justification asymptotique (*Add. à la Connaissance des temps pour 1812* (1829), 3-22).

106. OC XI p. 43.  
 107. Necker, *De l'administration des finances*, 1784, tome I, ch. IX, p. 202-209.  
 108. Brion de la Tour, *Tableau de la population de la France*, 1729, p. VIII. Voir aussi A. Legoyt, note 154.  
 109. *Gazette d'Agriculture*, 7 octobre 1777, n° 80, p. 636-682 et Messance, *Nouvelles recherches sur la population de la France*.  
 1788.  
 110. Arrêt du Conseil d'Etat du 4 janvier 1789.  
 111. Condorcet, *Bibliothèque de l'homme public*, 1791, tome VII, p. 74.  
 112. *Archives parlementaires de 1787 à 1860*, première série, tome XXVI, 27 mai 1791, p. 501 et suivantes, le recensement de 1791 est donné dans le tableau n° 4 qui figure en annexe. Rappelons qu'à la même époque, Lavoisier voyait une France de 25 millions d'habitants, Condorcet de 25,5 millions, le Chevalier des Pommelles de 26 millions, Arthur Young de 26,363 millions, etc.  
 113. La Michodière, lettre du 8 août 1792, A.N. F<sup>20</sup>103, où il déclare se retirer à Arconville, terre en Beauce qu'il possède  
 114. *Séances des Écoles Normales*, 57<sup>e</sup> séance, tome VI, p. 61. Cette séance eut lieu le 10 mai 1795.  
 115. Le Bureau des longitudes sera aidé dans cette tâche par le citoyen Prony, directeur du Bureau des cadastres qui avait récupéré en 1794 l'ensemble des états de population existant encore, notamment ceux de La Michodière. Voir AN F<sup>20</sup>132. Prony (1755-1839), ingénieur des Ponts et Chaussées, fut membre de l'Institut et du Bureau des longitudes.  
 116. Armand Gaston Camus (1740-1804), conventionnel janséniste, archiviste de l'Assemblée et Mathieu Deperre (1746-1804), député de la législative, membre du Conseil des Anciens, sénateur d'Empire, pourraient représenter assez bien cette classe de parlementaires éclairés qui supplanta, le temps d'une Révolution, certains corps de l'État momentanément empêchés Deperre (Conseil des Anciens 7 brumaire an VII) trouve une France, ramenée à ses frontières de 1791, de 28 457 491 habitants  
 117. Quoique ce point soit encore discuté, il ne semble pas que Laplace, ministre de l'Intérieur du 12 novembre au 25 décembre 1799, ait eu la moindre part dans l'installation du Bureau de statistique qui, d'autre part, est revendiquée par Chaptal, successeur de Lucien Bonaparte en 1801 (lettre du 22 prairial an 12, *Recueil des lettres...*, V, 1806, p. 187).  
 L'histoire du Bureau de statistique sous le Consulat et l'Empire a été très bien étudiée. On consultera Marcel Reinhard, *La statistique de la population sous le Consulat et l'Empire*, *Population*, 1950, 1, p. 103-128. J.-C. Perrot, *L'âge d'or de la statistique régionale* (an IV, 1804), 1977. INSEE, *Pour une histoire de la statistique*, J. Maitresse éd., 1977. *La statistique de la France à l'époque napoléonienne*, dir. L. Bergeron, 1981. J. et M. Dupâquier, *Histoire de la démographie*, 1985. S. Cullens, *Les configurations de l'objectivité*, EHESS, 1986. M.N. Bourguet, Thèse 3<sup>e</sup> cycle, université Paris I, 1983 et *The probabilistic Revolution*, ed L. Kruger, L. Daston, M. Heidelberger, MIT, press, 1987, 1, p. 305-316.  
 118. Le recensement de 1801 dont on a reproduit les chiffres en annexe, on considère généralement qu'ils sont assez fortement sous-évalués.  
 119. Circulaire de Chaptal de germinal an 9, AN F<sup>20</sup>136.  
 120. Sur Duquesnoy, voir M. Reinhard (1950), p. 108-109.  
 121. Duquesnoy devait donc connaître la théorie des tables de mortalité dont les points faibles se situaient toujours aux bornes. On peut consulter les résultats de cette enquête aux Archives Nationales, F<sup>20</sup>136, ils sont remarquablement faux.  
 122. Cette confusion des genres administratifs et scientifiques, que l'on trouve déjà chez La Michodière et Montyon, va se poursuivre jusqu'en 1830 environ. On l'observe également dans les questions touchant à la topographie, voir S. Callens, *op. cit.*  
 123. *Recueil des lettres circulaires et autres actes publics du Ministère de l'intérieur*, tome IV, an XIII, p. 314-315  
 Curieusement le choix judicieux des départements a varié au cours de l'enquête, comme on le constate en comparant les destinataires de cette lettre, aux préfets qui y ont effectivement répondu.  
 Rappelons que de l'an I à 1815 la France n'a cessé de changer de forme, passant de 83 départements en 1792 à 130 en 1811. Le premier vendémiaire an XI, elle comptait 108 départements dont 9 départements belges, 6 italiens, 4 allemands, 1 suisse et 2 pour la Savoie et Nice. La Corse était alors divisée en deux départements, le Golo au Nord et le Liamone au Sud.  
 124. Archives Nationales, F<sup>20</sup>28, fol. 35. La série F<sup>20</sup>28 contient tous les renseignements concernant les « sondages » de Chaptal. Voir aussi *Annales de Statistiques françaises et étrangères*, VIII, 1804, p. 227.  
 125. Voir par exemple Trouvé, *Essai historique sur les états généraux de la province du Languedoc*, 1818, tome II, p. 331.  
 126. *Annuaire pour l'an XII* (rédigé en 1803), p. 80-81. Il est possible que ce texte soit de Laplace qui en a repris mot à mot certains passages dans l'*Essai philosophique* (éd. Bourgois, p. 83-84).  
 127. *Annuaire pour l'an XIII* p. 86-88, pour 1806, p. 91-93, pour 1807, p. 101-103, p. 1808, p. 102-104, pour 1809, p. 117-118.  
 128. E.-E. Duvallard, *Analyse et tableaux de l'influence de la petite vérole...*, 1806, p. 122-123. Le rapport proposé par Duvallard est en réalité 28,763192, mais était-il besoin de donner les décimales exactes d'un chiffre faux?  
 En fait, le Bureau des longitudes publiait dans son annuaire depuis 1797 les tables de mortalité que Duvallard avait présentées à l'Institut cette année-là et qu'il ne pourra lui-même publier qu'en 1806. De ces tables, on pouvait déduire le rapport de 28,763 dont il est question ici, et si le Bureau des longitudes critique le chiffre de Duvallard en 1806 c'est pour d'autres raisons qui apparaîtront plus loin.  
 129. *L'Essai philosophique* a connu 5 éditions revues et augmentées de 1814 à 1825.  
 130. *Théorie analytique*, OC VII, p. 401. Le chiffre de 42,5 millions d'habitants correspond à peu près à celui donné par l'annuaire du Bureau des longitudes pour 1813, il est donc vraisemblable que Laplace a calculé le chiffre des naissances à partir du chiffre de la population et non l'inverse (juste retour des choses).  
 131. C'est la version qui figure dans l'*Essai philosophique* (Bourgois, p. 83-84).  
 132. *Annuaire du Bureau des longitudes*, pour l'an 1810, Notice sur les probabilités.  
 133. J. Bernoulli, *Ars conjectandi*, principe 7, page 216 de l'édition 1713.  
 134. AN F<sup>20</sup>28, les communes dénombrées pendant la 2<sup>e</sup> enquête ne sont pas exactement les mêmes que celles de la 1<sup>re</sup> enquête, la légère diminution de la population totale n'a donc rien d'étonnant a priori. Voir tableau en annexe, p. 43.  
 135. AN F<sup>20</sup>28.

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

136. La raison en est que le rédacteur du Bureau de statistique a remplacé le chiffre (inconnu) des naissances pour les ans 9, 10, 11 par celui des naissances pour l'an 10, comme on peut s'en convaincre en consultant le tableau général des naissances annuées par années donné dans le même registre.

137. AN F<sup>20</sup>88, F<sup>20</sup>30, F<sup>20</sup>36.

138. On peut constater ce phénomène en comparant l'état général aux quelques états départementaux conservés aux Archives. Il est né par exemple dans le Calvados, en l'an 11, 6 183 garçons, 5 802 filles, 550 enfants naturels et 554 enfants abandonnés, dans le tableau général ne sont comptés pour cette année-là que 11 985 naissances.

139. AN F<sup>20</sup>101, ce rapport a été publié par P. Bourdelais dans les *Annales de démographie historique*, 1977, p. 439-443. Sur la chute du Bureau de statistique, voir Reinhard (1950), *op. cit.* et J. et M. Dupaquier, *op. cit.*, chapitre 7.

140. A. de Ferrière, « De la statistique », AN F<sup>20</sup>101. A. de Ferrière poursuivit après 1806 une carrière d'auteur dramatique, on lui doit notamment « Les trois talismans », mélodrame en 3 actes et grand spectacle, monté au théâtre de la Gaîté, le 9 mars 1814, un mois avant la chute de l'Empire, dont le refrain :

« Mes bons amis pour être heureux  
ne quittons pas notre village. »

était lourd de sous-entendus. Sa pièce « Grégoire à Tunis ou les bons effets du vin » créée à l'Ambigu-comique pendant l'hiver 1819 n'est pas sans rappeler la philosophie de Charles Colle.

Notons d'ailleurs que le goût des compositions littéraires n'est pas incompatible avec celui des statistiques. Quetelet lui-même écrivit un livret d'opéra. De Ferrière revint sur le tard aux sciences énumératives en publiant un « Annuaire de Paris et ses environs... » en 1837.

141. Le Bureau de statistique fut supprimé en 1812 par Montalivet. En avril 1806, l'organigramme de Bureau de statistique était le suivant (AN F<sup>20</sup>103) :

Coquebert Chef	
Duvillard Sous-Chef, traitement	3 000
Garnier Sous-Chef, traitement	3 400
de Tournon Commis principal, traitement	3 000
Rateau Rédacteur, traitement	2 400
Bourdillon Expéditionnaire, traitement	2 000
de Crotah Expéditionnaire, traitement	1 000
Surnuméraires, Perrier, de Finetty, de Cahusac, et un garçon de bureau au traitement de 900 F.	

142. La formule « Tous les événements, ceux mêmes qui... » date de 1785, elle est déjà dans la leçon de l'École Normale de 1795.

Cependant le rapport n'est pas de la main de Laplace, sans doute est-il de Biot qui ne ménageait pas ses flatteries.

143. Le mémoire de Duvillard ne semble pas avoir été publié, il ne se trouve pas aux Archives de l'Académie des Sciences, il n'est pas non plus dans la série F<sup>20</sup> des Archives Nationales, où sont rassemblés les restes du Bureau de statistique. C'est qui n'est pas étonnant puisque tous les états corrigés par Duvillard ont été « enlevés » par le Bureau des longitudes en 1812 après la suppression du Bureau de statistique, ainsi que s'en plaint Duvillard dans son dernier ouvrage publié : « Nouvelle formule pour trouver la hauteur des lieux par celles du baromètre et du thermomètre », 1826, p. 56.

Le Bureau des longitudes, on l'a vu, considérait depuis sa création, que les états de population relevaient de sa compétence que Duvillard avait le front de contester!

144. Duvillard obtint cependant 23 voix, quinze jours plus tard, au 3<sup>e</sup> tour de l'élection à la place de géomètre laissée vacante par la mort de Bossut. Mais le clan de Laplace, « ce dédaigneux, jaloux et inflexible protecteur et ses courtisans », avait voté pour Poinsoit qui fut élu. Rappelons que Chaptal était de la Société d'Arcueil.

Duvillard avait déjà obtenu 23 voix à l'élection du 11 avril 1803 où Biot, un Laplace's boy, avait été élu. Cette élection de 1803 où il avait failli battre le candidat de Laplace est considérée par Duvillard comme la principale cause de sa disgrâce, voir « Nouvelle formule... », 1826, Post-scriptum, p. 39-56. Duvillard fut à nouveau candidat à la 1<sup>re</sup> classe de l'Institut, le 28 novembre 1814, mais il n'obtint que 6 voix contre Ampère, élu dès le premier tour.

Sur le mémoire de Duvillard, voir *Procès-verbaux des Séances de l'Académie des Sciences*, tome V, p. 212-214 et Pochette de la séance du 17 mai 1813, Archives de l'Académie des Sciences.

145. Qui confond, comme le fait parfois Laplace pour mieux convaincre, les variations de la mécanique céleste qui résultent des « inégalités périodiques », termes successifs du développement asymptotique du mouvement des corps célestes dont le premier terme est le « moyen mouvement », et les variations de la théorie analytique des probabilités, qui sont des écarts statistiques autour d'une position moyenne, mesurés par une loi de probabilité.

146. Alors que pour nous l'accroissement du rapport de la population aux naissances est a posteriori évidente, la population française augmentant progressivement et les naissances se maintenant à peu près constantes; le tableau des rapports donné page 40 illustre s'il en était besoin l'extrême variabilité de la constante de Chaptal.

147. Cochran *op. cit.* remarque à ce propos que Laplace n'a pas tenu compte dans son calcul de la stratification introduite par le choix des départements. On vérifiera qu'elle ne modifie pas sensiblement l'écart type de Y, en effet, si on note (x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>) ce que sont (x, y) pour le département n<sup>o</sup> i, 1 < i <= 30 la variance de

$$x \cdot \sum y_i / \sum x_i$$

est asymptotiquement égale à

$$\frac{x^2 y^2}{x^4} \sum_i x_i \left( 1 - \frac{x_i}{y_i} \right)$$

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

qui est proche de

$$\frac{\chi^2 \nu (\nu - 1)}{\nu^2}$$

pour les chiffres de l'enquête de Chaptal.

148. Pearson *op. cit.* semble s'être persuadé de cette conclusion en 1928. Cependant, la plupart des auteurs qui ont traité du mémoire sur la population de Laplace préfèrent saluer la performance du grand homme, voir par exemple F. F. Stephan, *J. Amer. Stat. Assoc.* 43, 1948, p. 15.

149. *Essai philosophique*, 5<sup>e</sup> édition, 1825, éd. Bourgeois, p. 85

150. *Théorie analytique*, livre II, chapitre IX, § 39.

Dans son *traité élémentaire du Calcul des Probabilités*, 1816, 1822, 1833, Lacroix décrit au § 96 la méthode de Laplace d'estimation de la population par les naissances, mais il fait suivre les résultats de Laplace, d'un paragraphe indépendant qui traite des cas où « les forces qui produisent certains événements se modifient ou s'altèrent, et que par cette raison leur possibilité devienne plus grande ou moindre » (§ 97). Lacroix se réfère au Mémoire de Condorcet sur les probabilités qui traite notamment de cette question (MARS pour 1783, page 539). Lacroix, on le sait, ne manquait pas d'humour. Poisson, en revanche, ne traite pas de population. A. Moreau de Jonnés, *Éléments de statistique*, 1847, p. 29, rejette sans appel les sondages de Chaptal.

151. A.-A. Cournot, *Exposition de la Théorie des chances et des probabilités*, 1843, § 118 (éd. Vrin, p. 137). Aussi I.-J. Bienaymé, l'Institut, 1839, p. 187-189.

152. Voir par exemple H. Le Bras, *Population*, 1979, 91 106, et le tableau ci-dessous.

153. S.M. Stigler, *History of statistics*, 1986, chapitre 5, pose très clairement le problème et l'étudie en détail.

154. Comme on ignore (à 1 ou 2 millions près) la population de la France au 22 septembre 1802, on peut soutenir qu'elle se trouvait bien dans l'intervalle laplacien, 28,35 millions  $\pm$  500 000, mais on aurait sans doute tort de parier 300 000 contre 1 sur une telle affirmation.

Voir Alfred LEGOYT, « Du mouvement de la population de la France », *Journal de la Société de statistique de Paris*, vol. 1, 1860, n° 5, 131-143 et n° 6, 149-167, reproduit, *ibid.*, tome 128, n° 4, 1987, 243-257.

## TABLEAUX

## Évolution du rapport de la population aux naissances selon les « recensements »

Année	Population	Naissances	Rapport	Année	Population en milliers	Naissances en milliers	Rapport
1791	27 190 023	960 000	28,32	1901 <sup>2</sup>	38 962	857	45,46
1801	27 349 003	918 703	29,77	1906	39 252	807	48,64
1806	29 107 425	916 179	31,77	1911	39 602	742	53,37
1811	29 092 734	926 904	31,39	1916	38 200	360	106,11
1821	30 461 875	965 364	31,55	1921	39 240	812	48,33
1826	31 858 957	992 266	32,11	1926	40 870	767	53,29
1831	32 569 223	986 843	33	1931	41 860	734	57,03
1836	33 540 910	993 833	33,75	1936	41 910	631	66,42
1841 <sup>1</sup>	34 230 178	1 008 426	33,94	1941	39 600	520	76,15
1846	35 400 486	1 016 974	34,81	1946	40 125	840	47,77
1851	35 783 176	1 008 824	35,47	1951	42 010	823	51,04
1856	36 139 364	992 902	36,40	1956	43 628	803	54,33
1861 <sup>3</sup>	37 386 313	1 050 102	35,60	1961	45 904	835	54,97
1866	38 067 064	1 053 960	36,12	1966	48 954	877	55,82
1876 <sup>4</sup>	36 905 788	1 011 362	36,49	1971	51 016	878	58,10
1881	37 672 048	980 898	38,41	1976	52 798	719	73,43
1886	38 218 903	956 461	39,96	1981	54 029	804	67,2
1891	38 343 192	908 849	42,19				
1896	38 517 000	908 227	42,41				

1. A partir de 1841 jusqu'en 1896 sont inclus (en principe) les mort-nés.

2. De 1901 à 1981 on a donné le chiffre des naissances sans mort-nés.

3. Plus Savoie et Nice.

4. Moins Alsace-Lorraine.

La plupart des chiffres des 2 premières colonnes sont à prendre sous toutes réserves.

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Tableau récapitulatif de la population française 1800-1835

Departements	Nombres de communes sondées	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an 13	Naissances pour les ans 10, 11, 12	Rapport	Naissances totales ans 10, 11, 12	Population estimée	Recensements				Notes
							1801	1811	1821	1831	
Ain	61	92 231	9 198	30,08	29 023	297 071	304 468	328 838	346 030	346 188	(1)
Aisne (2)	27	55 649	4 987	33,48	41 129	425 981	442 989	459 666	513 000	527 095	(2)
Allier (2)	82	82 591	8 199	30,22	23 252	248 864	260 266	280 025	298 257	309 270	
Alpes basses (1)	29	53 480	6 147	26,10	(ans 10 et 11) 8 869	133 966	146 994	149 310	155 896	159 045	
Alpes hautes (2)	44	52 116	5 361	29,16	13 947	135 583	134 763	121 418	129 102	131 162	
Ardèche (2)	36	80 737	7 975	30,37	25 310	256 232	290 833	304 339	340 734	353 752	
Ardennes (1)	15	51 583	5 340	28,98	24 231	234 065	275 792	266 985	290 622	306 861	
Artois (1)	20	53 557	4 463	36,00	15 326	183 915	232 936	234 875	243 730	260 536	
Aube (1)	22	51 966	5 446	28,62	21 081	201 156	238 819	230 688	246 361	253 870	
Aude (2)	27	71 817	7 980	27	23 906	215 145	240 993	253 194	270 125	281 088	
Aveyron	28	81 569	6 926	35,33	24 373	287 046	331 373	339 422	359 056	370 951	
Bouches du Rhône (1)	14	50 861	5 708	26,73	31 581	285 012	293 235	313 614	359 473	362 325	
Calvados (2)	22	70 661	5 831	36,35	35 460	429 710	505 420	492 613	494 702	501 775	(3)
Cantal (2)	34	53 498	4 822	33,28	18 082	200 612	251 436	252 100	258 594	262 117	
Charente (1)	27	61 164	5 560	33	28 030	308 350	326 885	347 541	362 531	365 126	
Charente inf. (2)	27	(an 12) 61 159	5 569	32,94	37 570	412 595	393 011	409 477	445 249	449 649	
Cher (2)	68	(an 12) 92 294	11 337	24,42	25 449	207 179	228 158	239 561	256 059	276 853	
Corrèze	24	62 195	6 369	29,30	25 156	243 654	254 271	273 418	294 834	302 433	
Côte d'or (2)	49	50 144	4 764	31,58	(ans 10 et 11) 33 423	527 696	355 436	358 148	375 063	385 624	
					(ans 12, 13) 21 342	336 956					
					38 972	382 540	519 620	552 424	598 872	605 563	
Côtes du Nord (2)	19	56 264	5 732	29,45	21 342	504 303	519 620	552 424	598 872	605 563	
Creuse	54	68 404	7 561	27,14	22 289	218 041	226 224	248 785	265 384	276 234	
Dordogne (2)	22	53 721	5 470	29,46	42 498	417 374	424 113	453 136	482 750	487 502	
Drôme (1)	23	52 112	5 521	28,32	20 254	191 175	226 093	242 663	265 535	276 274	
	37	64 469	6 959	27,8	(ans 11, 12) 16 142	224 312	253 372	273 511	299 556	305 499	
Eure (2)	36	69 998	5 770	36,39	31 835	386 202	421 481	416 178	424 248	424 762	
Eure et Loir	20	57 777	5 043	34,37	22 374	256 336	265 996	264 448	276 820	285 058	
Finistère (2)	15	83 926	9 744	25,84	54 367	468 268	452 895	483 095	524 396	546 955	
Gard (1)	14	65 938	7 523	26,29	32 165	300 144	331 144	334 164	357 283	366 259	
Garonne haute (2)	66	158 089	14 843	31,95	42 832	456 193	367 551	391 118	437 856	454 726	
Gers	71	94 424	9 574	29,59	23 891	270 609	286 497	301 336	312 160	312 882	
Gironde (2)	35	53 813	4 718	34,22	46 142	526 291	514 462	522 041	554 225	555 800	(4)
Golo	3	109 693	9 618	34,21	(ans 11, 12) 5 879	100 575					

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Départements	Nombres de communes sondées	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an 13	Naissances pour les ans 10, 11, 12	Rapport	Naissances totales ans 10, 11, 12	Population estimée	Recensements					Notes
							1801	1811	1821	1831	1836	
Hérault (1)	23	110 738	12 498	26,62	29 471	261 545	275 449	301 099	324 126	346 207	357 846	
Ille et Vilaine (1)	22	103 381	11 654	26,61	52 409	464 913	488 846	508 344	533 207	547 052	547 249	
Indre (2)	4	88 007	9 834	26,85	22 619	202 423	205 628	204 721	230 273	245 289	257 350	
Indre et Loire	34	53 021	5 030	31,62	25 689	270 787	268 924	275 292	282 372	297 016	304 271	
Isère (2)	28	97 775	10 887	26,94	47 256	424 401	435 888	471 660	505 585	550 258	573 645	
Jura (1)	18	62 576	5 968	31,46	27 478	288 114	288 151	301 768	312 883	312 504	315 355	
Landes (2)	75	49 982	5 423	27,65	24 832	228 868	224 272	240 146	256 311	281 504	284 918	
Liamone (1)	5	15 122	1 627	27,88	6 084	56 547						
Loir et Cher	27	54 474	5 572	29,33	21 019	205 490	209 957	213 482	227 527	235 750	244 043	
Loire (2)	45	67 339	7 267	27,80	30 281	280 596	290 903	315 858	343 454	391 216	412 497	
Loire (Haute)	14	52 650	5 125	30,82	24 395	250 614	229 773	268 202	276 830	292 078	295 384	
Loire inférieure (1)	8	(an 12) 97 170	(ans 9, 10, 11)	30,44	(ans 10, 11)	377 837	369 305	407 827	433 815	470 093	470 768	
Loiret (2)	88	88 645	8 798	30,23	27 421	274 479	286 050	285 395	291 294	305 276	316 189	
Lot		69 414	5 491	37,92	37 362	472 308	377 207	268 149	275 296	284 505	287 003	
Lot et Garonne (2)	36	67 634	5 911	34,33	27 974	320 080	323 940	326 127	330 121	346 885	346 400	
Lozère (1)	32	(an 12) 50 609	4 305	35,27	(ans 9, 10, 11)	136 860	126 503	143 247	133 934	140 347	141 733	
Maine et Loire	3	50 000	4 577	32,77	29 823	325 792	375 544	404 489	442 859	467 871	477 270	
Manche (2)	12	62 212	5 287	35,30	42 348	498 308	530 631	581 429	594 196	591 284	594 382	
Marne (2)	27	54 658	5 057	32,43	29 828	322 392	304 651	311 017	307 644	337 076	345 245	
Marne (Haute)	21	50 489	4 734	32	20 886	222 753	226 655	237 785	233 258	249 827	255 969	
Mayenne	23	51 165	4 704	32,63	29 955	325 818	305 654	332 253	343 819	352 586	361 765	
Meurthe	77	69 125	7 961	26,05	40 585	352 398	338 115	365 810	379 985	415 568	424 266	
Meuse (1)	58	74 132	7 853	28,32	28 186	266 075	269 522	284 703	291 385	314 588	317 701	
Morbihan	10	57 793	6 636	26,13	41 600	362 295	401 215	416 224	433 522	449 743	449 743	
Moselle (2)	15	68 033	7 753	26,33	40 919	359 066	348 141	385 949	416 428	417 003	427 250	
Nièvre	18	59 612	6 323	28,28	26 956	234 136	232 590	232 263	257 990	282 521	297 550	
Nord (1)	9	57 122	5 860	29,24	84 911	827 694	765 001	839 833	905 764	989 938	1 026 417	
Oise	33	56 908	4 913	34,75	29 809	345 282	350 854	383 507	375 817	379 725	398 641	
Orne	42	77 598	6 212	37,47	34 391	429 600	395 738	425 920	432 881	441 881	443 688	
Pas de Calais	36	98 711	9 456	31,32	47 869	499 704	505 615	570 338	626 584	655 215	664 654	
Puy de Dôme (1)	19	(an 12) 50 206	(ans 9, 10, 11)	28,23	54 767	515 395	507 128	542 834	553 410	573 106	589 438	
Pyénées (Basses)	10	54 635	5 335	30,53	31 518	320 727	355 573	383 502	399 474	428 401	446 398	
Pyénées (Hautes)	44	68 394	5 708	35,95	16 258	194 805	174 741	198 763	212 077	223 031	244 170	
Pyénées orientales	31	55 681	7 117	23,47	15 298	119 686	110 732	126 626	143 054	157 052	164 325	
Rhin (Bas) (1)	21	51 601	5 932	26,1	56 817	511 614	450 238	500 926	502 638	540 213	561 859	

## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Départements	Nombres de communes sondées	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an 13	Naissance pour les ans 10, 11, 12	Rapport	Naissances totales ans 10, 11, 12	Population estimée	Recensements					Notes
							1801	1811	1821	1831	1836	
Rhin (Haut)	26	80 639	8 984	26,93	43 459	390 081	303 773	414 265	370 062	424 258	447 019	*
Rhône	35	61 159	5 963	30,77	34 937	358 328	299 390	340 980	391 469	434 429	482 024	*
Saône (Haute)	21	50 840	5 258	29	26 672	257 894	291 579	300 156	308 171	338 910	343 298	
Saône et Loire	42	100 486	10 999	27,41	49 741	454 430	452 673	471 457	498 057	524 180	538 507	
Sarthe	11	52 660	5 327	29,66	37 800	373 671	388 143	410 380	428 432	457 372	466 888	
Seine (1)	35	52 198	5 232	29,93	69 415	692 531	631 585	630 636	822 171	935 108	1 106 891	*
Seine	5	137 140	14 156	29,06	50 727	491 431	609 843	642 948	655 804	693 683	720 525	
Seine inférieure (1)												
Seine et Marne	20	64 961	5 506	35,39	26 984	318 363	299 160	304 068	303 150	323 893	325 881	*
Seine et Oise	6	58 116	4 345	40,13	32 413	433 536	421 535	430 972	424 490	448 180	449 582	
Sèvres (Deux) (1)	29	51 046	4 695	32,62	22 195	241 313	241 916	254 105	279 845	294 850	304 105	
Somme	76	57 679	5 148	27,78	43 001	398 260	459 453	495 058	508 710	543 924	552 706	
Tarn	13	57 912	5 817	29,87	24 888	247 776	270 908	295 885	313 713	335 844	346 614	
Tarn et Garonne												
Var (1)	13	51 379	5 207	29,60	27 746	273 778	271 703	283 296	305 096	321 686	323 404	
Vaucluse	18	93 623	10 902	25,76	22 647	194 485	191 421	205 832	224 431	239 113	246 071	
Vendée	35	52 649	5 537	28,53	(ans 11, 12) 17 082	243 638	243 426	268 746	316 587	330 350	341 312	(5)
Vienne (1)	16	(an 12) 52 686	(ans 9, 10, 11) 4 568	34,60	21 822	251 689	240 990	253 048	260 697	282 731	288 002	
Vienne (Haute)	10	53 870	6 407	25,22	27 661	232 573	245 150	243 195	272 330	285 130	293 011	
Vosges	12	75 501	8 154	27,78	34 974	323 838	308 920	334 169	357 727	397 987	411 034	
Yonne	12	54 396	4 543	35,92	30 710	367 709	320 596	325 994	332 905	352 487	355 237	
Corse		124 815	11 245	33,30	18 562	157 122	163 896	174 702	180 348	197 967	207 889	
Total		5 773 452	578 558	29,94			27 349 003	29 092 734	30 461 875	32 569 223	33 540 910	(6)

Notes : (1) Le chiffre (1) ou (2) indique l'appartenance du département concerné à la 1<sup>re</sup> ou à la 2<sup>e</sup> enquête.

(2) Pour certains départements comme les basses Alpes on ne dispose pas de chiffres complets, on l'a indiqué sommairement.

(3) Les états du Bureau de statistique donne 90 771 pour la 1<sup>re</sup> colonne, on a cru bon de le changer en 70 771.

(4) La Corse a été réunifiée à la fin du tableau.

(5) Le département du Tarn et Garonne a été formé en 1808 aux dépens de l'Aveyron, du Gers, du Lot et Garonne et principalement de la Haute-Garonne et du Lot.

(6) Aucun des recensements figurant sur ce tableau ne prétend à une précision rigoureuse. Le premier d'entre eux est notamment sous-évalué.



## ESTIMATIONS LAPLACIENNES

Départements	Nombre de communes	Population au 1 <sup>er</sup> vendémiaire an 12	Naissances pour les ans 9, 10, 11	Rapport du Bureau de statistique	Rapport corrigé éventuellement
Alpes basses	29	52 873	6 048	26,22	
Ardennes	15	51 320	5 263	29,25	
Aube	12	51 859	5 674	27,42	
Bouches du Rhône	14	50 740	5 523	27,54	27,56
Charente	34	60 929	5 615	32,55	
Doubs	25	52 280	5 434	28,86	
Dyle	5	111 807	12 468	26,88	26,90
Gard	14	65 771	7 249	27,22	
Hérault	22	107 340	11 998	26,82	26,84
Ille et Vilaine	22	105 541	12 368	25,59	
Jura	28	58 845	5 795	30,45	
Liamone	5	15 065	1 499	30,15	
Loire inférieure	8	97 170	9 575	30,39	30,44
Lozère	32	50 609	4 305	35,25	35,27
Meuse	29	41 498	4 451	27,90	27,97
Meuse inférieure	30	46 828	4 032	34,82	
Mont Blanc	34	50 808	5 388	27,72	28,29
Mont Tonnerre	8	51 474	6 518	23,67	23,69
Nord	9	55 518	5 819	28,62	
Puy de Dôme	19	50 206	5 335	28,23	
Rhin bas	21	51 037	5 856	26,13	26,15
Sarre	16	56 229	6 742	25,02	
Seine	35	51 761	5 334	29,10	
Seine inférieure	5	134 342	13 951	28,89	
Seine et Oise	6	57 407	4 560	37,95	37,77
Sesia	95	206 471	22 937	27	
Sèvres deux	29	50 781	4 775	31,89	
Stura	7	86 360	10 324	25,08	
Var	13	51 299	5 175	30	29,74
Vienne	16	52 686	4 568	34,59	
Total		2 026 854	214 579	28,32	28,337