STATISTIQUE ET ANALYSE DES DONNÉES

MICHEL MAURIN

Compléments : tests statistiques sur les distributions de Dirichlet

Statistique et analyse des données, tome 10, nº 2 (1985), p. 88-89

<http://www.numdam.org/item?id=SAD_1985__10_2_88_0>

Statistiques et Analyse de Données
Septembre 1985 Vol. 10 n° 2 pp.88-89

COMPLEMENTS : TESTS STATISTIQUES SUR LES DISTRIBUTIONS DE DIRICHLET

Statistique et Analyse des Données, vol 9 n°3, 1984, pp 45-74.

Michel MAURIN

Centre d'Evaluation et de Recherche des Nuisances et de l'Energie.
Institut de Recherche des Transports
109, av. Salvador Allende, B.P. 75. 69672 BRON.

Comme cela a été remarqué lors d'un exposé au Séminaire de Statistique de Grenoble, le point qui concerne la détermination de la distribution conditionnelle approchée par rapport à la statistique exhaustive pour le paramètre nuisance dans l'article cité en référence, mérite un complément, (notations de IV - 2,IV - 3) :

a) La loi de substitution de la statistique $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$ est la loi normale $\mathcal{N}(\bar{\Psi}(a), \Omega(a)/P)$, où a est le vecteur paramètre (a_1, A_2) ;

b) Pour cette loi, la distribution conditionnelle de $\bar{\tau}_1$ par rapport à $\bar{\tau}_2$ est la loi normale d'espérance mathématique et de variance :

$$\bar{\Psi}_1 + (\Omega_{12}/\Omega_{22})\ (\bar{\tau}_2 - \bar{\Psi}_2) \quad ; \quad (1/P)\,(\Omega_{11} - \Omega^2_{12}/\Omega_{22})$$

c) Cette distribution dépend du paramètre fantôme A_2 ; on attribue à ce paramètre la valeur $\hat{A}_2\,(a_1, \bar{\tau}_2)$ solution de l'équation

$$\bar{\Psi}_2\,(a) = \Psi\,(a_1 + A_2) - \Psi(A_2) = \bar{\tau}_2$$

$\hat{A}_2$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de A_2 quand a_1 est donné, monotone en $\bar{\tau}_2$; avec cette valeur, la loi conditionnelle ne dépend plus du paramètre fantôme, et on a $E(\bar{\tau}_2) = \bar{\tau}_2$ échantillon. C'est cette loi conditionnelle approchée que l'on retient, elle a pour espérance mathématique et variance, (moments approchés) :

Reçu le 17 juin 1985

$$\overline{\Psi}_1 (a_1, \hat{A}_2) = \Psi (a_1 + \hat{A}_2) - \Psi (a_1)$$

$$(1/ P) (\Omega_{11} - \Omega_{12}^2 / \Omega_{22}) =$$
$$(1/ P) \left[\Psi'(a_1) - \Psi' (a_1 + \hat{A}_2) - \Psi' (a_1 + \hat{A}_2)^2 / (\Psi' (\hat{A}_2) - \Psi' (a_1 + \hat{A}_2)) \right]$$

d) On retrouve le premier terme d'un développement que BARNDORFF - NIELSEN et COX ont précédemment établi en 1979 ; il s'agit de leur single-point approximation, or mixed Edgeworth saddle-point approximation, (formule 3.16), à propos des distributions conditionnelles dans les structures exponentielles ; (l'article était sous presse quand l'auteur a pris connaissance de ces résultats).

ERRATA : Dans l'article initial, page 47, ligne 15, remplacer $\Gamma(M)$ par $\sqrt{M}$ dans le dénominateur de la formule.

COMPLEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

BARNDORFF-NIELSEN O. , COX D. R., Edgeworth and saddle-point approximations with statistical applications, (with discussion) , J. R. S. S., serie B, vol 41, n°3, 1979, pp. 279-312.

BARNDORFF-NIELSEN O., PEDERSEN B. V., The bivariate Hermite polynomials up to order six , Scand. J. Statist. , vol 6, 1979, pp. 127-128.

PEDERSEN B. V., The mixed Edgeworth - saddlepoint approximation. Research Report n°54, 1979, Dpt. of Theoretical Statistic, University of Aarhus.

PEDERSEN B.V., Approximating conditional distributions by the mixed Edgeworth-saddlepoint expansion. Biometrika, vol 66, n°3, 1979, pp. 597-604.