RENDICONTI
del
SEMINARIO MATEMATICO
della
UNIVERSITÀ DI PADOVA

MICHEL GROS

Sur les (K_0, φ, N)-structures attachées aux courbes de Mumford

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, tome 103 (2000), p. 233-249

<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_2000__103__233_0>

REND. SEM. MAT. UNIV. PADOVA, Vol. 103 (2000)

Sur les (K_0, φ, N)-structures attachées aux courbes de Mumford.

MICHEL GROS (*)

0. Introduction.

Soient p un nombre premier, K une extension finie de $\mathbb{Q}_p$ d'anneau des entiers O_K et de corps résiduel k, X un schéma propre à réduction semi-stable sur O_K dont la fibre générique X_K est donc lisse sur K et dont la fibre spéciale Y est donc un diviseur à croisements normaux réduit de X. Lorsque dim $(X/O_K) = 1$, Le Stum [11] a montré (1) que l'on pouvait munir $H^1_{DR}(X_K/K)$ d'une filtration canonique, dite «par le poids», à trois crans $\mathrm{Fil}^3 = 0 \subset \mathrm{Fil}^2 \subset \mathrm{Fil}^1 = H^1_{rig}(Y/K) \subset \mathrm{Fil}^0 = H^1_{DR}(X_K/K)$ jouissant de propriétés agréables. Si maintenant $X := X_\Gamma$ est une courbe de Mumford attachée à un «sous-groupe de Schottky» (c.a.d., pour nous, de manière restrictive, discret, sans torsion, co-compact agissant sans point fixe sur le schéma formel $\mathcal{H}^0/\mathrm{Spf}(O_K)$ (cf. par exemple [14]) que Drinfeld associe à $PGL_2(K)$) Γ de $PGL_2(K)$, la situation est, comme on le verra, encore plus simple ($\mathrm{Fil}^2 = \mathrm{Fil}^1$) et l'on a alors une décomposition canonique (dans laquelle la description des flèches est très facile)

$$(1) \qquad H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \oplus H^1_{rig}(Y/K) \xrightarrow{\sim} H^1_{DR}(X_K/K).$$

(*) Indirizzo dell'A.: IRMAR, Université de Rennes I, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes cedex, France. E-mail: gros@univ-rennes1.fr

(1) Les constructions de [9] valent aussi lorsque les singularités de la courbe Y sont plus générales.

Les développements [6] suscités par les idées et conjectures de Fontaine [4] amènent à enrichir cette structure filtrée du $H^1_{DR}(X_K/K)$ par l'ajout de «(K_0, φ, N) -structures» (dépendant chacune d'elle du choix d'une uniformisante π de O_K). Nous ne nous intéresserons dans la suite qu'aux structures fournies par le théorème de comparaison de Le Stum (Hyodo-Kato?) (2) et ne supposons aucune compatibilité établie avec d'autres approches de constructions de telles (K_0, φ, N)-structures.

Le but de cet article est d'illustrer (3) cette théorie en montrant que des constructions antérieures (cf. [3]) de morphismes (qui sont des isomorphismes (4) sous des conditions restrictives)

$$H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \to H^1_{rig}(Y/K) \tag{2}$$

s'interprètent dans le langage des «(K_0, φ, N)-structures», ce qui indique aussi clairement dans quelles directions et avec quels objets on peut espérer des généralisations (par exemple pour les quotients d'espaces de Drinfeld supérieurs). Pour donner une idée de la prolixité et de la diversité de morphismes comme ci-dessus produits par la théorie, rappelons que l'un d'entre eux est canonique (c'est celui induit par N), donné par un «résidu» et remonte au travail de Schneider [12], les autres (induits par le théorème de comparaison de Le Stum (Hyodo-Kato?) et indexés par le choix de π) sont liés à la théorie de l'intégration p-adique développée par Coleman et, par suite, aux périodes p-adiques, à la reconstruction de la Jacobienne analytique de X_K, ...

Nous avons organisé cette rédaction suivant le principe général suivant: nous rappelons tout d'abord brièvement les constructions généra-

(2) Les «(K_0, φ, N) -structures» sur $H^1_{DR}(X_K/K)$ construites par Le Stum dans [10] pour les courbes devraient être, en principe, un cas particulier de celles construites en toute dimension, par Hyodo-Kato [6], ce qui devrait (comme on l'espère cet article l'illustrera, il y a «beaucoup» de morphismes (2) et aucune identification de constructions ne peut être a priori considérée comme évidente) justifier a posteriori la terminologie adoptée dans [10]: ceci pour expliquer notre appellation «théorème de comparaison de Le Stum (Hyodo-Kato?)». Hormis en quelques rares endroits où nous le conjecturerons explicitement, nous ne supposerons pas que les deux constructions sont les mêmes, utilisant seulement la construction de Le Stum.

(3) A notre connaissance, le seul exemple traité explicitement est celui des courbes de Tate [10].

(4) Ces isomorphismes, dits «d'Eichler-Shimura p-adiques», jouent un rôle essentiel dans les résultats et conjectures sur les valeurs prises par certaines fonctions L p-adiques; cf. [8].

les de Le Stum en précisant bien ce qui dépend de choix arbitraires (modèle, uniformisante, ...), puis indiquons aussitôt après ce qu'elles signifient «concrètement» ou comment elles se simplifient pour une courbe de Mumford. Le premier chapitre est consacré à la filtration par le poids et à la description de la K_0-structure, le second à la description de la monodromie N et le troisième à celle de l'«isomorphisme de comparaison». Enfin, dans un dernier chapitre, nous examinons divers autres points de vue dans ces questions et les compatibilités (conjecturales pour la plupart) avec ce qui précède ainsi que des possibilités de généralisations (quotients d'espaces de Drinfeld supérieurs) indépendantes du travail de Le Stum. Hormis dans le dernier chapitre, les énoncés ne reposent que sur les constructions de [9] et [10], ce qui nécessite d'étendre les scalaires de K à $\mathbb{C}_p$.

Notations et conventions. On supposera partout que le corps K comme dans l'introduction est plongé dans $\mathbb{C}_p$ (le complété p-adique d'une clôture algébrique $\overline{\mathbb{Q}}_p$ de $\mathbb{Q}_p$), K_0 désigne le corps des fractions de l'anneau des vecteurs de Witt W du corps résiduel k de K. La lettre $\overline{W}$ désigne l'anneau des vecteurs de Witt d'une clôture algébrique $\bar{k}$ de k et son corps des fractions sera noté K_0^{nr}. Enfin, $\overline{Y} := Y \times_k \bar{k}$; $X_{O_{\mathbb{C}_p}} := X \times_{O_K} O_{\mathbb{C}_p}$ (avec $O_{\mathbb{C}_p}$ l'anneau des entiers de $\mathbb{C}_p$) et $X_{\mathbb{C}_p} := X_K \times_K \mathbb{C}_p$ désignent les schémas obtenus par changement de base. $X_{\mathbb{C}_p}^{\mathrm{an}}$ (ou encore simplement X^{an}) désigne l'espace analytique rigide associé au $\mathbb{C}_p$-schéma $X_{\mathbb{C}_p}$. Partant d'un schéma sur O_K ou $O_{\mathbb{C}_p}$, lorsque l'on parle de schéma formel associé, il s'agit de celui obtenu par complétion le long de la fibre spéciale.

Hormis dans le dernier chapitre, on suppose que $\dim(X/O_K) = 1$. On utilisera librement le langage de la cohomologie rigide pour lequel on renvoie à [1].

Je remercie Bernard Le Stum pour toutes les discussions que nous avons eues sur ces sujets.

1. Filtration par le poids et K_0-structure.

1.1. *Filtration par le poids.*

1.1.1. Le cas général ([11]).

Nous reprenons les notations de l'introduction: X/O_K est une courbe propre à réduction semi-stable. On pose

$$
(3)\qquad
\begin{aligned}
\mathrm{Fil}^0 &= H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)\\
\mathrm{Fil}^1 &= \mathrm{Im}\,(sp : H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p) \to H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p))\\
\mathrm{Fil}^2 &= \mathrm{Ker}\,(H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p) \to H^1_{rig}(\tilde{\overline{Y}}/\mathbb{C}_p))\\
\mathrm{Fil}^3 &= 0
\end{aligned}
$$

avec $\tilde{\overline{Y}}$ la normalisée de $\overline{Y}$, $H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p)$ (resp. $H^1_{rig}(\tilde{\overline{Y}}/\mathbb{C}_p)$) le premier groupe de cohomologie rigide de Y (resp. $\tilde{Y}$) par rapport ° $\mathbb{C}_p$ et sp le morphisme de spécialisation.

On définit ainsi une filtration à trois crans, clairement fonctorielle, de $H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$, c'est la filtration dite «par le poids» (terminologie qui se justifiera a posteriori). De plus, cette filtration est «auto-duale» pour l'accouplement de Poincaré $H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p) \times H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p) \to \mathbb{C}_p$. Ajoutons également qu'elle ne dépend pas du choix de $X_{O_{\mathbb{C}_p}}$, seulement de $X_{\mathbb{C}_p}$.

Une propriété essentielle dont nous aurons besoin est que cette filtration est transverse à la filtration de Hodge au sens suivant. Considérons l'inclusion canonique $\iota : H^0(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}}) \hookrightarrow H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$, alors on a:

$$
(4)\qquad
\begin{aligned}
\mathrm{Fil}^2 \cap H^0(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}}) &= 0\\
\mathrm{Fil}^1 + H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)&
\end{aligned}
$$

1.1.2. Le cas des courbes de Mumford.

Si maintenant la courbe X de la section précédente est une courbe de Mumford $X := X_\Gamma$, on a

PROPOSITION. On a $H^1_{rig}(\tilde{\overline{Y}}/\mathbb{C}_p) = 0$.

DÉMONSTRATION. La normalisée $\tilde{\overline{Y}}$ de $\overline{Y}$ est simplement une réunion disjointe de droites projectives, auquel cas le H^1_{rig} est nul. Pour la suite, il est utile d'identifier ce dernier au premier groupe de cohomologie cristalline relativement à $\overline{W}$ tensorisé par $\mathbb{C}_p$, lequel est également nul

On a donc $\mathrm{Fil}^2 = \mathrm{Fil}^1$ et par suite immédiatement la

PROPOSITION. On a une décomposition en somme directe

$$
(5)\qquad \iota \oplus sp : H^0(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}}) \oplus H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p) \xrightarrow{\sim} H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p).
$$

C'est la «décomposition de Hodge» de $H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$.

REMARQUE. Le contenu de cette section 2.1 est en fait valide sans étendre les scalaires de K à $\mathbb{C}_p$.

1.2. *La K_0-structure.*

1.2.1. Le cas général ([10]).

Nous revenons à la situation générale d'une courbe propre à réduction semi-stable X/O_K. On peut présenter la construction de la K_0^{nr}-structure associée à X comme suit. Pour A un groupe abélien, soit $H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, A)$ le premier groupe de cohomologie du faisceau constant de fibre A sur le topos étale de $\overline{Y}$. On dispose dans cette situation d'un $\overline{W}$-module de type fini

$$D(\overline{Y}) := \mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y}) \oplus \mathrm{Gr}^1 D(\overline{Y}) \oplus \mathrm{Gr}^2 D(\overline{Y}) \tag{6}$$

avec

$$\begin{aligned} \mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y}) &:= \mathrm{Hom}_{\overline{W}}(H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \overline{W}), \overline{W}) \\ \mathrm{Gr}^1 D(\overline{Y}) &:= H^1_{cris}(\tilde{\overline{Y}}/\overline{W}) \\ \mathrm{Gr}^2 D(\overline{Y}) &:= H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \overline{W}). \end{aligned} \tag{7}$$

Le $\overline{W}$-module $D(\overline{Y})$ est auto-dual pour la dualité de Poincaré en un sens évident. On peut de plus aisément le munir fonctoriellement d'un endomorphisme (qui est en fait une isogénie) de frobenius φ: sur $\mathrm{Gr}^1 D(\overline{Y})$, c'est le frobenius induit par fonctorialité en cohomologie cristalline à partir de celui de $\tilde{\overline{Y}}$; sur $\mathrm{Gr}^2 D(\overline{Y})$, c'est l'identité et sur $\mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y})$, c'est la multiplication par p.

1.2.2. Le cas des courbes de Mumford.

Si maintenant $X := X_\Gamma$ désigne une courbe de Mumford comme dans l'introduction, la K_0^{nr}-structure qui lui est canoniquement et fonctoriellement associée est, d'après ce que l'on a vu sur la nullité du $H^1_{cris}(\tilde{\overline{Y}}/\overline{W})$:

$$D(\overline{Y}) = \mathrm{Hom}_{\overline{W}}(H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \overline{W}), \overline{W}) \oplus H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \overline{W})$$

avec comme endomorphisme de frobenius $\varphi(a \oplus b) = pa \oplus b$.

2. La monodromie N.

2.1. *Identification des gradués.*

2.1.1. Le cas général ([10]).

Nous revenons à la situation générale d'une courbe propre à réduction semi-stable X/O_K. La filtration par le poids sur $H^1_{DR}(X_K/K)$ a un gradué que l'on peut identifier canoniquement (cette identification utilise le modèle X mais ne nécessite pas le choix d'une uniformisante π de O_K: c'est le choix d'un relèvement de l'identification aux espaces eux-mêmes et pas seulement à leurs gradués qui nécessite ce choix ultérieur de π, cf. 4.1) au module gradué $D(\overline{Y})$ une fois étendu les scalaires à $\mathbb{C}_p$ de part et d'autre.

On s'intéresse tout d'abord à $\mathrm{Gr}\, H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr}\, H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$. On a une suite exacte canonique (dans laquelle la première inclusion est induite par le plongement évident de $\mathbb{C}_p$ dans le complexe calculant la cohomologie rigide) possédant un unique scindage compatible à l'action de frobenius (cf. [10], p. 284)

$$0 \to H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \mathbb{C}_p) \to H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p) \to H^1_{rig}(\tilde{\overline{Y}}/\mathbb{C}_p) \to 0 \tag{8}$$

ce qui identifie $\mathrm{Fil}^2 H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ (une telle identification ne semble pas exister au niveau de K) et donc $\mathrm{Gr}^2 H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ à $H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \mathbb{C}_p)$.

Ainsi, on a bien un isomorphisme canonique $\mathrm{Gr}^2 H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr}^2 D(Y) \otimes \mathbb{C}_p$.

Les autodualités mentionnées ci-dessus permettent alors de définir l'isomorphisme $\mathrm{Gr}^0 H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p$ comme le dual de l'isomorphisme $\mathrm{Gr}^2 H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr}^2 D(Y) \otimes \mathbb{C}_p$ précédent.

Mentionnons maintenant que puisque l'on a étendu les scalaires de $\overline{W}$ à $\mathbb{C}_p$, on peut décrire un peu plus explicitement $\mathrm{Gr}^0 D(Y) \otimes_W \mathbb{C}_p$. On considère pour ce faire le complexe $C(\overline{Y})$ défini comme suit: $C(\overline{Y})_0$ est le groupe libre sur l'ensemble des points génériques de $\overline{Y}$ et $C(\overline{Y})_1$ est le quotient du groupe libre engendré par les $[y_0, y_1]$ avec y_0, y_1 deux points distincts de la normalisée $\tilde{\overline{Y}}$ de $\overline{Y}$ au-dessus d'un même point de l'intersection de deux composantes de $\overline{Y}$ et la relation $[y_0, y_1] = -[y_1, y_0]$. On pose $d([y_0, y_1]) := \xi_0 - \xi_1$ avec ξ_0, ξ_1 les points génériques de $\overline{Y}$ se spécialisant sur y_0, y_1.

Définition. Le premier groupe d'homologie de ce complexe sera noté $H_1(\overline{Y})$.

Il existe un accouplement parfait (cf. [10], p. 281)

$$H_1(\overline{Y}) \times H^1(\overline{Y}_{\mathrm{et}}, \mathbb{Z}) \to \mathbb{Z}; (\gamma, \omega) \to \int_\gamma \omega \tag{9}$$

qui identifie donc $\mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y})$ avec $H_1(\overline{Y})$ et par suite $\mathrm{Gr}^0 H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ à $H_1(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p$.

Quand à $\mathrm{Gr}^1 H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p$, on a, par définition, une identification $\mathrm{Gr}^1 H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p) \simeq H^1_{rig}(\widetilde{\overline{Y}}/\mathbb{C}_p)$; d'où l'isomorphisme avec $\mathrm{Gr}^1 D(Y) \otimes_W K$ puisque cohomologie cristalline et cohomologie rigide coïncident pour les variétés propres et lisses.

Utilisant cet isomorphisme identifiant les gradués, on voit donc que $\mathrm{Gr}\, H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ est canoniquement muni d'un opérateur de frobenius par transport de structure.

2.1.2. Le cas des courbes de Mumford.

Si maintenant $X := X_\Gamma$ désigne à nouveau une courbe de Mumford comme dans l'introduction, on peut expliciter un peu mieux Gr^0 et Gr^2. On a une identification canonique

$$\iota : H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \xrightarrow{\sim} H^1_{DR}(X_K/K)/H^1_{rig}(Y/K) =: \mathrm{Gr}^0 H^1_{DR}(X_K/K) \tag{10}$$

lequel isomorphisme, une fois étendu les scalaires à $\mathbb{C}_p$ s'identifie à un isomorphisme canonique $\iota : H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq H_1(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p$.

Proposition. Les groupes $\mathrm{Gr}^2 D^2(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr}^2 H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p$ s'identifient canoniquement à $H^1(\Gamma, \mathbb{C}_p)$.

Démonstration. Il suffit, si l'on utilise les isomorphismes et dualités déjà rencontrées, de prouver que l'on a un isomorphisme $H_1(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq H_1(\Gamma, \mathbb{C}_p)$ dont celui de la proposition sera le dual ([5]). Or celui-ci n'est autre qu'un cas particulier de l'isomorphisme figurant dans le corollaire p. 290 de [10]. En effet, le «complexe d'intersection» (cf. loc. cit.) servant à calculer $H_1(X^{\mathrm{an}}_{\mathbb{C}_p})$ n'est autre que celui construit grâce au graphe quotient de l'arbre de Bruhat Tits $\mathcal{T}$ de $PGL_2(K)$ par Γ; d'où l'identification $H_1(X^{\mathrm{an}}_{\mathbb{C}_p}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq H_1(\Gamma, \mathbb{C}_p)$.

([5]) Ce passage au dual peut sembler artificiel. L'idée la plus naturelle serait d'utiliser une suite spectrale de Leray pour la flèche canonique $\mathcal{H}^0 \to \mathcal{H}^0/\Gamma$ de passage au quotient, mais l'on ne dispose malheureusement pas a priori d'une telle suite dans le contexte présent.

Jusqu'à présent, on n'a rien utilisé d'autre que la «décomposition de Hodge» et cela ne fournit pas les applications dont il est question dans l'introduction.

2.2. *Monodromie* ([10]).

2.2.1. Le cas général.

Nous revenons à la situation générale d'une courbe propre à réduction semi-stable X/O_K. L'opérateur de monodromie N sur $\mathrm{Gr}\, D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr} H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p$ est un opérateur (dépendant du choix de X mais aucunement de celui d'une uniformisante π de O_K) de carré nul défini via (ie. se factorisant canoniquement par) la projection sur le Gr^0 et l'inclusion du $\mathrm{Gr}^2 \simeq \mathrm{Fil}^2$. De plus, la filtration par la monodromie $O \subset \mathrm{Im}\, N \subset \mathrm{Ker}\, N \subset \mathrm{Gr}\, D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p$ a pour gradué $\mathrm{Gr} D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr} H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p$ (ie. par construction même la filtration par la monodromie coïncide avec la filtration par le poids).

Comme Gr^0 et Gr^2 sont duaux l'un de l'autre (pour l'accouplement de Poincaré) et que Gr^0 s'identifie à $H_1(\overline{Y}, \mathbb{C}_p)$, pour définir N, il suffit de définir un accouplement (dit de monodromie) qui sera parfait

$$H_1(\overline{Y}, \mathbb{Q}) \times H_1(\overline{Y}, \mathbb{Q}) \to \mathbb{Q} \tag{11}$$

Cet accouplement est induit par l'accouplement suivant

$$N : C_1(\overline{Y}) \times C_1(\overline{Y}) \to |\mathbb{C}_p^\times| \xrightarrow{\sim} \mathbb{Q} \tag{12}$$

entre cocycles.

Soit x un point singulier de $\overline{Y}$, le tube $]x[$ de x dans le schéma formel associé à $X_{O_{\mathbb{C}_p}}$ est alors une couronne dont on notera r_x l'épaisseur (ie. $]x[\simeq D(0, 1^-) - D(0, r_x))$. On pose alors

$$[y, z] \times [y, z] = r_x \tag{13}$$

si y et z sont les deux points au-dessus d'un même point x du lieu singulier de $\overline{Y}$ et $[y, z] \times [y', z'] = 1$ sinon.

On renvoie à [10], p. 296 pour des formules explicites (que nous utiliserons plus bas en les rappelant dans un cas particulier) pour r_x en fonction de données géométriques liées à $\tilde{\overline{Y}}$.

L'isomorphisme canonique qui figure dans cet accouplement est donné par la valuation v normalisée par $v(p) = 1$.

2.2.2. Le cas des courbes de Mumford.

Si maintenant $X := X_\Gamma$ désigne à nouveau une courbe de Mumford comme dans l'introduction, on a la

PROPOSITION. L'isomorphisme de monodromie

$$N : \mathrm{Gr}^0 D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \xrightarrow{\sim} \mathrm{Gr}^2 D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \tag{14}$$

s'identifie canoniquement (au signe près peut-être suivant la convention de définition du résidu) à l'extension des scalaires de K à $\mathbb{C}_p$ de l'isomorphisme que nous noterons ci-dessous *Res* décrit par Schneider [12] (que nous notons *Res*)

$$Res : H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \xrightarrow{\sim} H^1(\Gamma, K). \tag{15}$$

REMARQUE. On verra plus loin, que l'on peut en fait réaliser la construction du morphisme N au niveau de K (l'extension à $\mathbb{C}_p$ n'est pas nécessaire dans cette partie) et même au niveau de K_0 (ie. trouver une K_0-structure avec frobenius de $H^0(X_K, \Omega^1_{X_K})$.

DÉMONSTRATION. Elle utilise les «facteurs d'automorphie» apparaissant classiquement dans la théorie des courbes de Mumford. Soit donc Γ un groupe de Schottky dans $PGL_2(K)$ comme dans l'introduction. On a $X_K^{\mathrm{an}}(\mathbb{C}_p) = \mathcal{H}_K^{\mathrm{an}}(\mathbb{C}_p)/\Gamma$. Fixons $z' \in \mathcal{H}_K^{\mathrm{an}}(\mathbb{C}_p)$ et soit, pour $\alpha, \beta \in \Gamma$

$$u_\alpha(z) := \prod_{\gamma \in \Gamma} \frac{z - \gamma(z')}{z - \gamma\alpha(z')} \tag{16}$$

(produit qui est convergent et indépendant du choix de z') et

$$Q(\alpha, \beta) := u_\alpha(z)/u_\alpha(\beta z) \in K^\times \tag{17}$$

Cette expression définit une forme bilinéaire symétrique

$$Q : \Gamma \times \Gamma \to \Gamma' \times \Gamma' \to K^\times \tag{18}$$

avec $\Gamma' := \Gamma/[\Gamma, \Gamma]$ (qui n'est autre que l'abélianisé $H_1(X_{\mathbb{C}_p}^{\mathrm{an}})$ du groupe fondamental $\pi_1(X_{\mathbb{C}_p}^{\mathrm{an}})$ de $X_{\mathbb{C}_p}^{\mathrm{an}}$) dont nous noterons $v \circ Q$ la composée avec la restriction de $\mathbb{C}_p$ à K de la valuation v ($v(p) = 1$).

Indépendamment de ces considérations, on dispose d'une application canonique $C_1(\overline{Y}) \to \Gamma'$, c'est celle qui à $[y_0, y_1]$ associe la classe de l'élément γ envoyant y_0 sur y_1 (deux tels points étant au-dessus d'un même point de $\overline{Y}$, ils sont conjugués par un élément de Γ). De plus, cette application est celle qui induit l'isomorphisme $H_1(\overline{Y}) \simeq H_1(X^{\mathrm{an}}_{\mathbb{C}_p})$ du corollaire de [10], p. 290.

LEMME. On a un diagramme commutatif

$$
\begin{array}{ccc}
\Gamma' \times \Gamma' & \xrightarrow{v \circ Q} & \mathbb{Q} \\
\uparrow & & \uparrow \mathrm{Id} \\
C_1(\overline{Y}) \times C_1(\overline{Y}) & \xrightarrow[N]{} & \mathbb{Q}
\end{array}
\tag{19}
$$

DÉMONSTRATION. On utilise la formule explicite donnée par Le Stum dans [10], p. 296. Le seul cas à regarder, compte tenu du fait que la fibre spéciale est constituée de droites projectives se coupant transversalement, est celui d'un accouplement $[y, z][y, z]$ avec y, z des points de $\mathbb{P}^{1\,\mathrm{an}}_{\mathbb{C}_p}$ au-dessus d'un point singulier de $\overline{Y}$; auquel cas, on a $[y, z][y, z] = rs/|b-a|^2$ avec $D_y := \mathbb{P}^{1\,\mathrm{an}}_{\mathbb{C}_p} -]y[\simeq D(a, r)$ et $D_z := \mathbb{P}^{1\,\mathrm{an}}_{\mathbb{C}_p} -]z[\simeq D(b, s)$. Il suffit alors de comparer cette formule avec la formule de [5], chap. VI, § 2 (2.2) (p. 191) (6).

3. Les isomorphismes de comparaison.

3.1. Relèvements de l'isomorphisme entre gradués

3.1.1. *Le cas général* ([10]).

Nous revenons à la situation générale d'une courbe propre à réduction semi-stable X/O_K. Il s'agit donc de relever l'isomorphisme $D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq \mathrm{Gr} H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ en un isomorphisme $D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \simeq H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ qui soit compatible à la dualité de Poincaré, aux filtrations naturelles sur les deux membres et qui prolonge l'inclusion canonique $sp : H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p) \hookrightarrow H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$. Ce relèvement n'est pas canonique et dépend du choix d'un logarithme p-adique log, nous le noterons $\varrho_\pi : D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p \xrightarrow{\sim} H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$.

Pour ce qui nous intéresse, il est utile de voir ce choix comme étant d'abord celui d'une uniformisante π de O_K et de dire qu'alors

(6) Il y a une erreur typographique à cet endroit, ligne 6, il faut lire $|Q(\gamma_i, \gamma'_i)| = r_i . r'_i / |m_i - m'_i|^2$.

on a un choix canonique du logarithme log, à savoir l'unique vérifiant l'égalité $\log(\pi) = 0$.

Nous renvoyons à loc.cit. pour les détails de la définition du relèvement de l'isomorphisme entre gradués, mais nous allons décrire l'outil principal qui est un accouplement $H_1(\overline{Y}) \times H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p) \to \mathbb{C}_p$ (prolongeant l'accouplement canonique d'intégration $H_1(\overline{Y}) \times H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p) \to \mathbb{C}_p$).

Soient Z le lieu singulier de $\overline{Y}$ et $]Z[$ le tube de Z (c'est un ouvert admissible de X^{an}) dans le schéma formel $\widehat{X_{O_{\mathbb{C}_p}}}$ associé à $X_{O_{\mathbb{C}_p}}$. Pour $\varepsilon < 1$, soient V^ε le complémentaire dans X^{an} du tube fermé $[Z]_\varepsilon$ de rayon ε de Z dans $\widehat{X_{O_{\mathbb{C}_p}}}$ et $R^\varepsilon := V^\varepsilon \cap]Z[$. Le groupe $H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p) \simeq H^1_{DR}(X^{\mathrm{an}}/\mathbb{C}_p)$ peut se calculer «à la Cech» grâce au recouvrement $(V^\varepsilon,\, Z)$ et est donc canoniquement un quotient du groupe noté $\mathrm{Ker}(\mathrm{rest}|_{R^\varepsilon})$ suivant

$$(20)\ \mathrm{Ker}\,[\Gamma(V^\varepsilon,\, \Omega^1_{X^{\mathrm{an}}}) \oplus \Gamma(R^\varepsilon,\, O_{X^{\mathrm{an}}}) \oplus \Gamma(]Z[,\, ,\, \Omega^1_{X^{\mathrm{an}}}) \to \Gamma(R^\varepsilon,\, \Omega^1_{X^{\mathrm{an}}})]$$

la flèche $\mathrm{rest}|_{R^\varepsilon}$ étant définie par ([12], 6, p. 292)

$$(21)\qquad (\omega,\, f,\, \eta) \to \omega|_{R^\varepsilon} - \eta|_{R^\varepsilon} - df\,.$$

Le Stum construit alors l'accouplement cherché via un accouplement

$$C_1(\overline{Y}) \times \mathrm{Ker}(\mathrm{rest}|_{R^\varepsilon}) \to \mathbb{C}_p$$

utilisant la théorie de l'intégration p-adique de Coleman (et nécessitant donc le choix de π, via le choix de log). Grâce à cette théorie, on peut écrire $\omega = dg$ avec g bien défini modulo $\Gamma(V^\varepsilon,\, \mathbb{C}_p)$ et $\eta = dh$ avec h bien défini modulo $\Gamma(]Z[,\, \mathbb{C}_p)$; de sorte que la relation $\omega|_{R^\varepsilon} - \eta|_{R^\varepsilon} - df = 0$ décrivant un élément du noyau ci-dessus devient $g|_{R^\varepsilon} = h|_{R^\varepsilon} + f + a$ avec $a \in \Gamma(R^\varepsilon,\, \mathbb{C}_p)$ et l'accouplement est simplement $C_1(\overline{Y}) \times \mathrm{Ker}(\mathrm{rest}|_{R^\varepsilon}) \ni (\gamma, (\omega,\, f,\, \eta)) \to \int_\gamma a \in \mathbb{C}_p$.

Rappelons le sens qu'il faut donner à cette dernière expression, R^ε étant la réunion disjointe de couronnes indexées par les points y de la normalisée du lieu singulier Z. Un élément a de $\Gamma(R^\varepsilon,\, \mathbb{C}_p)$ est donc défini par la donnée de deux éléments $(a_z,\, a_y)$ avec z et y deux points de la normalisée de $\overline{Y}$ de $\overline{Y}$ au-dessus d'un même point de $\overline{Y}$. On pose alors $\int_y^z a = a_z - a_y$.

Finalement, l'accouplement ci-dessus définit donc une application dépendant du choix d'une choix d'une uniformisante π de O_K

$$\int_{(\pi)} : H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p) \to H^1(\overline{Y}_{\text{et}}, \mathbb{C}_p) \tag{23}$$

3.1.2. Le cas des courbes de Mumford.

Soit de nouveau $X := X_\Gamma$ une courbe de Mumford comme dans l'introduction.

Notons encore $\int_{(\pi)}$ la composée de $\iota : H^0_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}}) \hookrightarrow H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)$ et de $\int_{(\pi)}$.

Proposition. La flèche $\int_{(\pi)}$

$$H^0(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}}) \to H^1(X) \otimes \mathbb{C}_p \simeq H^1(\Gamma, \mathbb{C}_p) \tag{24}$$

s'identifie canoniquement (au signe près peut-être) à l'extension des scalaires de K à $\mathbb{C}_p$ de la flèche P_π décrite par de Shalit [3]

$$I_\pi : H^0_{DR}(X_K, \Omega^1_{X_K}) \to H^1(\Gamma, K). \tag{25}$$

Remarque. J'ignore si des arguments généraux permettent de voir que $\int_{(\pi)}$ est, comme l'est I_π, un isomorphisme pour presque tout choix de π.

Démonstration. Il est commode ici aussi d'utiliser les facteurs d'automorphie. On sait que $H^0_{DR}(X_K, \Omega^1_{X_K})$ est engendré sur K par les formes différentielles $\omega_\alpha := du_\alpha/u_\alpha$ avec $\alpha \in \Gamma'$.

On remarque maintenant que tout élément γ de $C_1(\overline{Y})$ est combinaison linéaire d'éléments de la forme $[z, \beta . z]$ avec $\beta \in \Gamma$, on est alors ramené à calculer

$$\int_z^{\beta . z} \frac{du_\alpha}{u_\alpha} = \log u_\alpha(\beta . z) - \log u_\alpha(z) = \log Q(\alpha, \beta) \tag{26}$$

ce qui s'identifie bien au cocycle que définit $I_\pi(\omega_\alpha)$ d'après [3], 4.5.3 (ii) (la normalisation du log est la même dans loc. cit., ie. $\log \pi = 0$).

3.2. *Dépendance en le choix de l'uniformisante.*

Nous revenons à la situation générale d'une courbe propre à réduction semi-stable X/O_K. Soit $(D^{H-K}, \varphi^{H-K}, N^{H-K})$ le (K_0, φ, N) - vectoriel construit par Hyodo et Kato dans [6] et tel que tout choix d'une uniformisante π de O_K donne lieu à un isomorphisme de comparaison ϱ_π: $D^{H-K} \otimes K \xrightarrow{\sim} H^1_{DR}(X_K/K)$.

Il semble raisonnable de faire la conjecture suivante.

CONJECTURE L'extension des scalaires de K_0 à $\mathbb{C}_p$ de la K_0-structure $(D^{H-K}, \varphi^{H-K}, N^{H-K})$ est canoniquement isomorphe (via une flèche?) à $(D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p, \varphi, N)$ (7) et ce d'une manière compatible aux isomorphismes de comparaison:

$$
\begin{array}{cccc}
 & (D^{H-K}, \varphi^{H-K}, N^{H-K}) \otimes \mathbb{C}_p & \xrightarrow{\varrho_\pi} & H^1_{DR}(X_K/K) \otimes \mathbb{C}_p \\
(27) & {\scriptstyle ?}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \mathrm{can}} \\
 & (D(\overline{Y}) \otimes \mathbb{C}_p, \varphi, N) & \xrightarrow[\varrho_\pi]{} & H^1_{DR}(X_{\mathbb{C}_p}/\mathbb{C}_p)
\end{array}
$$

On demande bien sûr que la flèche? soit l'isomorphisme canonique d'extension des scalaires (ie. $H^1_{rig}(Y/K_0) \otimes \mathbb{C}_p \simeq H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p)$) sur le sous-espace (cf. [2]) $\operatorname{Ker} N^{H-K} \simeq H^1_{rig}(Y/K_0)$ de D^{H-K}. On en déduirait (8) alors immédiatement en toute généralité la relation

$$
\varrho_\pi = \varrho_{u.\pi} \circ \exp(\log(u).\, N) \tag{28}
$$

(puisqu'elle est vérifiée par l'isomorphisme de comparaison ϱ_π) avec u une uniformisante de O_K.

Si maintenant l'on prend les isomorphismes inverses de ceux figurant dans cette relation et qu'on l'applique à $\iota(\omega)$ pour $\omega \in H^0(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}})$ et que l'on écrit ce que signifie l'égalité obtenue ($N^2 = 0$ et donc $\exp(\log(u).\, N) = \mathrm{Id} + \log(u).\, N$), on obtient, au signe près, essentiellement la proposition 4.2 de [3]. Il est à noter que le lemme 4.3 de [3] démontre pour une courbe de Mumford que la formule ci-dessus est vraie: en effet, l'isomorphisme ϱ_π étant compatible aux filtrations, il suffit de vérifier la formule sur la «partie» de l'isomorphisme dépendant du choix de π, à savoir sur la pré-image de $H^0(X_{\mathbb{C}_p}, \Omega^1_{X_{\mathbb{C}_p}})$ (sur son complémentaire $H^1_{rig}(\overline{Y}/\mathbb{C}_p)$, la formule est triviale), auquel cas on retombe sur l'énoncé du lemme 4.3 de loc.cit.

(7) φ se relève en fait bien sur $D(\overline{Y}) \otimes C_p$: cf. [10].

(8) Noter au passage que c'est plus l'identification des monodromies et des frobenius qui fait la difficulté de la conjecture que l'identification des espaces eux-mêmes.

4. Autres approches.

Comme il est peut-être apparu en filigrane ci-dessus, l'opérateur de monodromie N est relié à un opérateur «résidu». Nous allons préciser un peu ceci en partant d'un autre point de vue. Pour les courbes de Mumford, ceux-ci sont équivalents mais cette nouvelle approche permet des généralisations.

4.1. *La suite spectrale des poids* ([11]).

Soit X/O_K comme dans l'introduction de dimension arbitraire. Notons D_q^{H-K} le K_0-vectoriel construit par Hyodo et Kato dans [6]: chaque choix d'une uniformisante π de O_K donnant lieu à un isomorphisme de comparaison ϱ_π: $D_q^{H-K} \otimes K \xrightarrow{\sim} H^q_{DR}(X_K/K)$ comme ci-dessus.

Supposons que globalement $Y = \sum_i Y_i$ avec $(Y_i,\ 1 \leqslant i \leqslant m)$ les composantes irréductibles lisses de Y et posons $Y^{(j)} := \coprod_{i_1 < \ldots < i_j} Y_{i_1} \cap \ldots \cap Y_{i_j}$ pour $j \geqslant 1$. On dispose dans cette situation du complexe de Hyodo-Steenbrink ([13], 3) dont la filtration par le poids (loc. cit. 3.2.1) donne lieu à suite spectrale (loc. cit. 3.2.3) (dite des poids)

$$E_1^{-r,\, q+r} = \bigoplus_{k \geqslant \mathrm{Max}(0,\ -r)} H_{rig}^{q-r-2k}(Y^{(r+2k+1)}/K_0)(-r-k) \Rightarrow D_q^{H-K} \tag{29}$$

qui dégénère en E_2 et dont on conjecture classiquement (cela n'est connu que pour les variétés de dimension $\leqslant 2$) que la filtration aboutissement est la filtration par la monodromie, autrement dit que la flèche induite par les itérés de la monodromie $\mathcal{N} := N^{H-K}$ (il s'agit bien sûr ici de l' opérateur N^{H-K} construit par Hyodo et Kato sur D_q^{H-K}) sur les gradués gr_W pour cette filtration W sur D_q^{H-K}

$$\mathcal{N}^l\colon gr_W^l D_q^{H-K} \xrightarrow{\sim} gr_W^{-l} D_q^{H-K} \tag{30}$$

est un isomorphisme pour tout l et tout q. Quitte à étendre les scalaires de K_0 à K et à utiliser le théorème de comparaison, on peut voir cela comme une assertion sur $H^q_{DR}(X_K/K)$.

Notons que comme l'on connait les différentielles de la suite spectrale ci-dessus (elles sont construites à partir de morphismes de restriction à la Cech et de Gysin), la description de la flèche $\mathcal{N}^l$ ci-dessus est très facile (elle est «induite» en un sens convenable par l'identité!).

4.2. *Retour sur la monodromie des courbes de Mumford.*

Soit $\mathcal{T}_\Gamma$ le graphe de Y (ie. le quotient de l'arbre de Bruhat-Tits $\mathcal{T}$ de $PGL_2(K)$ par l'action de Γ) dont on notera $\vec{Ar}(\mathcal{T}_\Gamma)$ les arêtes orientées et $Ver(\mathcal{T}_\Gamma)$ les sommets. Les arêtes de $\mathcal{T}_\Gamma$ sont en correspondance biunivoque avec les points singuliers de Y et, par suite avec les tubes (qui sont des couronnes) dans le schéma formel $\widehat{X}$ associé à X de tels points et orienter les arêtes revient à lever l'ambiguité de signe dans la définition d'un résidu d'une forme différentielle sur ces couronnes. Posons

$$(31)\ C^0_{harm}(K) := \left\{ f\colon Ver(\mathcal{T}_\Gamma) \to K \mid \forall v, \sum_{(v,\, v') \in \vec{Ar}(\mathcal{T}_\Gamma)} (f(v) - f(v')) = 0 \right\}$$

$$(32)\ C^1_{harm}(K) := \left\{ f\colon \vec{Ar}(\mathcal{T}_\Gamma) \to K \mid f(e) = -f(e^{opp}) \text{ et } \forall v \sum_{t(e) = v} f(e) = 0 \right\}$$

On a une résolution canonique

$$(33)\qquad 0 \to K \to C^0_{harm}(K) \to C^1_{harm}(K) \to 0$$

(avec la différentielle $df(v, v') = f(v') - f(v)$) et avec les hypothèses prises sur Γ, un isomorphisme $\varepsilon : C^1_{harm}(K)^\Gamma \xrightarrow{\sim} H^1(\Gamma, K)$ induit par le co-bord. D'autre part, on a une application résidu naturelle, invariante sous l'action de Γ,

$$(34)\qquad Res : H^0(\mathcal{H}_K, \Omega^1) \to C^1_{harm}(K)$$

avec $\mathcal{H}_K$ le «demi-plan p-adique de Drinfeld», ie. la fibre générique du schéma formel $\mathcal{H}^0$.

En utilisant le fait que l'on dispose d'une application canonique

$$(35)\qquad C^1_{harm}(K) \to H^0_{rig}(Y^{(2)}/K)$$

qui à f associe la collection de ses valeurs sur chaque couronne constituant $]Y^{(2)}[_{\widehat{X}}$ (en utilisant la correspondance binunivoque entre arêtes et couronnes), on en déduit la proposition suivante

Proposition. Le diagramme suivant (dans lequel toutes les flèches sont des isomorphismes) est commutatif

$$(36)\qquad \begin{array}{ccc} H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) & \xrightarrow{\mathcal{N}} & H^1(\Gamma, K) \\ \downarrow & & \uparrow \varepsilon \\ H^0(\mathcal{H}^{an}_K, \Omega^1_{\mathcal{H}^{an}_K})^\Gamma & \xrightarrow[Res]{} & C^1_{harm}(K)^\Gamma \end{array}$$

REMARQUES. 1) Ceci démontre également que l'opérateur induit par $\mathcal{N}$ est le même que celui induit par N, puisque les descriptions explicites sont les mêmes.

2) Pour un quotient compact d'un espace de Drinfeld de dimension supérieure, l'itéré d'ordre maximal non nul de l'isomorphisme de monodromie entre gradués (pour la filtration par la monodromie) fournie par la théorie de Hyodo-Kato (on a essentiellement ici traité le cas des courbes) devrait se factoriser de la même façon que dans la proposition par l'application (explicite) «résidu» construite dans [13] (def. 21).

4.3. *Lien avec l'isomorphisme de Bloch-Kato* ([7]).

Antérieurement aux isomorphismes non canoniques ϱ_π et ϱ_π ci-dessus, en utilisant que la courbe X est à fibre spéciale ordinaire (car ses composantes irréductibles le sont: ce sont des droites projectives), on savait déjà que l'on disposait d'un isomorphisme canonique (ie. indépendant de tout choix auxiliaire tel celui d'une uniformisante) résultant des travaux de Bloch, Kato et Hyodo

$$h : H^1(Y, W\omega_Y) \otimes K \xrightarrow{\sim} H^1_{DR}(X_K/K) \tag{37}$$

avec comme corollaire l'existence d'une décomposition canonique

$$H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \oplus (H^1(Y, WO_Y) \otimes K) \to H^1_{DR}(X_K/K) \tag{38}$$

(ce qui permet au passage de voir que l'on a canoniquement un isomorphisme $H^1(Y, WO_Y) \otimes K \simeq H^1_{rig}(Y/K)$, car tous deux s'identifient à la «partie de pente 0 de $H^1_{DR}(X_K/K)$»).

Comme l'isomorphisme de comparaison de Bloch-Kato est de plus compatible aux filtrations naïves des deux membres, on déduit de celui-ci un isomorphisme

$$h : H^0(Y, W\omega^1_Y) \otimes K \xrightarrow{\sim} H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}). \tag{39}$$

On devrait pouvoir construire (9) un système projectif (suivant n) de flèches canoniques: $\varepsilon \circ res : H^0(Y, W_n\omega^1_Y) \to H^1(\Gamma, W/p^n)$ variante de la flèche $\varepsilon \circ Res$ ci-dessus qui, à la limite et tensorisé par K permettent de prouver la

(9) La construction est assez claire dans son principe mais j'ignore comment traiter certains aspects techniques.

CONJECTURE. On a $res \circ h^{-1} = N^{H-K} = \mathcal{N} : H^0(X_K, \Omega^1_{X_K}) \otimes K \xrightarrow{\sim} H^0(Y, W\omega^1_Y) \otimes K \simeq H^1(\Gamma, K)$.

REMARQUE. Lorsque $n = 1$, une telle application *res* est fournie par le lemme 16 de [14] (on dispose aussi, avec les notations del loc. cit. d'une flèche $\varepsilon : Z^1_{\text{har}}(2) \to H^1(\Gamma, k)$).

RÉFÉRENCES

[1] P. BERTHELOT, *Géométrie rigide et cohomologie des variétés algébriques de caractéristique p, dans «Introduction aux cohomologies p-adiques»*, Bull. Soc. Math. Fr., Mémoire n. 23 (1986).

[2] B. CHIARELLOTTO, *Rigid cohomology and invariants cycles for a semi-stable log-scheme*, preprint.

[3] E. DE SHALIT, *Eichler cohomology and periods of modular forms on p-adic Schottky groups*, J. Reine Angew. Math., **400** (1989), p. 3-31.

[4] J.-M. FONTAINE, *Représentations p-adiques semi-stables*, Astérisque, **223** (1994), p. 113-184.

[5] L. GERRITZEN - M. VAN DER PUT, *Schottky Groups and Mumford curves*, Lecture Notes in Maths 817, Springer verlag 1980.

[6] HYODO-KATO, *Semi-stable reduction and crystalline cohomology*, Astérisque, **223** (1994), p. 221-268.

[7] L. ILLUSIE, *Réduction semi-stable ordinaire, cohomologie étale p-adique et cohomologie de De Rham d'après Bloch-Kato* [BK] *et Hyodo* [H], Astérisque, **223** (1994), p. 209-220.

[8] C. KLINGENBERG, *On p-adic L-functions of Mumford curves*, Contemporary Mathematics, vol. **165** (1994), p. 277-315.

[9] B. LE STUM, *Filtration par le poids sur la cohomologie de de Rham d'une courbe projective non singulière sur un corps ultramétrique complet*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, vol. **93** (1995), p. 43-85.

[10] B. LE STUM, *La structure de Hyodo-Kato pour les courbes*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, vol. **94** (1995), p. 279-301.

[11] F. MOKRANE, *La suite spectrale des poids en cohomologie de Hyodo-Kato*, Duke Math. Journ., vol. **72**, n. 2 (1993), p. 301-337.

[12] P. SCHNEIDER, *Rigid analytic L-transforms*, Lecture Notes in Math., **1068** (1984), p. 216-230.

[13] P. SCHNEIDER - J. TEITELBAUM, *An integral transform for p-adic symmetric spaces*, Duke Math. J., **86**, n. 3 (1997), p. 391-433.

[14] J. TEITELBAUM, *Modular representations of PGL_2 and automorphic forms for Shimura curves*, Inv. Math., **113** (1993), p. 561-580.

Manoscritto pervenuto in redazione il 22 settembre 1998.