RENDICONTI
del
SEMINARIO MATEMATICO
della
UNIVERSITÀ DI PADOVA

OPREA BERECHET

Sur le problème de Cauchy pour les opérateurs partiellement multiquasi-elliptiques

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, tome 61 (1979), p. 1-11

<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1979__61__1_0>

Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, Vol. 61 (1979)

Sur le problème de Cauchy pour les opérateurs partiellement multiquasi-elliptiques.

Oprea Berechet (*)

0. Introduction.

Soient m et n deux nombres naturels tels que $0 \leqslant m < n$. Nous désignerons par $\xi = (\xi', \xi'')$, où $\xi \in \mathbf{R}^n$, $\xi' \in \mathbf{R}^m$, $\xi'' \in \mathbf{R}^{n-m}$ et par L le sous-espace de $\mathbf{R}^n$ défini par $L = \{\xi | \xi' = 0\}$.

Soit l'équation à dérivés partielles

$$P(D)u = 0 \tag{0.1}$$

où P est un opérateur à coefficients constants partiellement hypoelliptique en ξ' et Φ un sous-espace de distributions définies en $\mathbf{R}^n$.

Nous dirons que le problème de Cauchy pour l'équation (0.1) à données initiales sur L a une solution unique en Φ si chaque solution

$$u \in \Phi\,, \quad D^{\alpha}_{\xi'} u|_L = 0\,, \qquad \forall \alpha\,, \tag{0.2}$$

est identiquement nulle.

Le travail présent constitue une continuation de [8], dans lequel nous avons étudié l'unicité du problème de Cauchy pour une classe d'opérateurs que nous avons appelée la classe des opérateurs partiellement semi-elliptiques. Nous introduirons une classe d'opérateurs que nous appellerons la classe des opérateurs multiquasi-elliptiques, plus

(*) Indirizzo dell'A.: Department of Mathematics INCREST, Bd. Păcii 77538, - Bucuresti, Romania.

générale que la classe des opérateurs partiellement semi-elliptiques, pour laquelle au cas où $m=2$ nous donnerons une extension « par directions » du théorème de Palamodov et nous montrerons que cette classe est la meilleure dans le sens de Tichonov.

1. Le problème de Cauchy pour opérateurs multiquasi-elliptiques à données initiales dans un seul point.

Soit $P(D)$ un opérateur différentiel à coefficients constants. Nous désignerons par $N(P)$ la variété des zéros de ce polynôme, c'est-à-dire $N(P)=\{z\in\mathbf{C}^n,\ P(z)=0\}$. Posons

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k &= \{z\in\mathbf{C}^n,\ z=(x_1,\dots,x_{k-1},x_k+iy_k,x_{k+1},\dots,x_n)\}\,, \\ N^k(P) &= \mathbf{C}_k\cap N(P)\,. \end{aligned} \tag{1.1}$$

On dit (Gorine [4]) que l'opérateur P est $\binom{k}{j}$-hypoelliptique du type $\gamma_j^k>0$ si sur $N^k(P)$ l'inégalité

$$|x_j|\leqslant C(1+|y_k|)^{1/\gamma_j^k} \tag{1.2}$$

est satisfaite.

Nous rappelons la définition des opérateurs multiquasi-elliptiques introduits par Friberg [1], [2]. Nous considérons seulement le cas des opérateurs à deux variables.

Soit $P(\xi_1,\xi_2)=\sum a_\alpha\xi^\alpha$ un polynôme. Par définition le polygone de Newton associé à P est l'enveloppe convexe dans $\mathbf{R}^2$ de l'ensemble $(P)\cup\{0\}$, où nous avons désigné par (P) l'ensemble des multiindices $\alpha\in\mathbf{N}^2$ pour lesquels $a_\alpha\neq 0$.

Définition 1.1 (Friberg). Un polynôme $P(\xi)$ est multiquasi-elliptique si le polygone de Newton associé à ce polynôme a les propriétés:

(1.3)
1) $\nu^i>0$, où ν^i sont les normales sur les côtés du polygone.
2) $\sum|\xi^{\alpha^k}|\leqslant C(1+|P(\xi)|)$ quelque soit $\xi\in\mathbf{R}^2$ où α^k sont les sommets du polygone.

Nous désignerons par F^i les côtés du polygone de Newton et par $x_k(F^i)$ l'intersection de l'axe Ox_k avec la droite contenant F^i. Friberg a démontré le théorème suivant:

Théorème 1.1. Tout polynôme multiquasi-elliptique est hypoelliptique et les indices de hypoellipticité sont donnés par

$$\frac{1}{\gamma_j^k} = \max_i \frac{x_k(F)}{x_j(F)}\,, \qquad j, k = 1, 2\,. \tag{1.4}$$

Conformément à la définition générale donnée dans l'introduction, montrer l'unicité du problème de Cauchy à données dans un seul point revient à montrer que toute solution $u \in C^\infty$ de l'équation (0.1) qui est nulle ainsi que toutes ses dérivées dans l'origine, est identiquement nulle.

Le théorème suivant de Grouchine [5] donne, pour ce cas, une précision par directions du théorème de Palamodov.

Nous considérerons seulement les cas

$$\begin{aligned} &a)\ \gamma_1^2 < 1 \ \text{ et } \ \gamma_2^1 < 1\,,\\ &b)\ \gamma_1^2 < 1 \ \text{ et } \ \gamma_2^1 \geqslant 1\,, \end{aligned} \tag{1.5}$$

parcequ'au cas où $\gamma_1^2 \geqslant 1$, $\gamma_2^1 \geqslant 1$ l'opérateur $P(D)$ est elliptique.

Théorème 1.2. Au cas a) dans la classe des fonctions C^∞ satisfaisant l'inégalité

$$|u(\xi)| \leqslant C \exp\left[A\left(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_2^1)} + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_1^2)}\right)\right] \tag{1.6}$$

où C et A sont deux constantes quelconques, l'unicité du problème de Cauchy est assurée.

Au cas b) dans la classe des fonctions C^∞ satisfaisant l'inégalité

$$|u(\xi)| \leqslant C \exp\left[A\left(|\xi_1|^a + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_1^2)}\right)\right] \tag{1.7}$$

où $a \geqslant 1$, l'unicité du problème de Cauchy est assurée.

Nous démontrerons que ces classes d'unicité sont les meilleures dans le sens précisé par le théorème suivant:

Théorème 1.3. Dans le cas a), étant donné un $\varepsilon > 0$ arbitraire, il existe une solution $u \in C^\infty$ de l'équation (0.1), telle que $D^\alpha u(0) = 0$, $\forall \alpha$, qui satisfait l'inégalité

$$|u(\xi)| \leqslant C \exp\left[A\left(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_2^1)+\varepsilon} + |\xi_2|\right)\right] \tag{1.8}$$

mais laquelle n'est pas identiquement nulle.

Dans le cas a) et b), étant donné un $\varepsilon > 0$ arbitraire, il existe une solution $u \in C^\infty$ de l'équation (0.1) telle que $D^\alpha u(0) = 0$, $\forall \alpha$, satisfait l'inégalité

$$|u(\xi)| \leqslant C \exp\left[A\left(|\xi_1| + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_1^2)+\varepsilon}\right)\right] \tag{1.9}$$

mais laquelle n'est pas identiquement nulle.

Démonstration. – Nous démontrerons seulement la première affirmation, la démonstration de la seconde étant analogue.

Soit

$$P(\xi) = \xi_1^{p_1} + \xi_2^{p_2} + a_1 \xi_1^{\alpha_1} \xi_2^{\alpha_2} + \ldots + a_r \xi_1^{\alpha_r} \xi_2^{\beta_r} .$$

Considérons le polygone de Newton associé à ce polynôme.

Nous désignerons $A(p_1, 0)$, $B(0, p_2)$, par $D_1, \ldots, D_n$ les côtés du polygone non situés sur les axes de coordonnées, le numérotage étant fait en partant de A, par $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ les angles faites par $D_1, \ldots, D_n$ respectivement, avec le sens négatif de l'axe Ox_1 et par $C(\alpha_i, \beta_i)$.

De la convexité du polygone de Newton et de (1.3), point 1, il en résulte que nous avons $\varphi_1 \geqslant \varphi_2 \geqslant \ldots \geqslant \varphi_n$. Du théorème de Friberg il résulte

$$\gamma_2^1 = \operatorname{tg} \varphi_n . \tag{1.10}$$

Mais « l'ordre réduit » p_0 du polynôme $P(\xi)$ ordonné selon les puissances de ξ_2 (cf. ex. [8]) est donné par

$$p_0 = \max_{1 \leqslant i \leqslant r} \frac{\alpha_i}{p_2 - \beta_i} . \tag{1.11}$$

Il est évident que le maximum est atteint quand le point C se trouve sur D_n (mais non en B) et par conséquent

$$\gamma_2^1 = \frac{1}{p_0} . \tag{1.12}$$

Parce que $\gamma_2^1 < 1$ il en résulte que $\xi_2 = 0$ est une droite caractéristique pour P. Considérons l'équation

$$P(t, s) = 0 . \tag{1.13}$$

Conformément à un lemme de Zolotarev [8] l'équation a une solution $t = t(s)$ analytique pour $|s|$ suffisamment grand et satisfaisant l'inégalité

$$|t(s)| \leqslant C_1 |s|^{1/p^0} = C_1 |s|^{\gamma_2^1} \qquad (\text{pour } |s| > M) \tag{1.14}$$

où C_1 et M sont des constantes positives.

La « solution nulle » de l'equation (0.1), par rapport à la caractéristique $\xi_2 = 0$ est (Hörmander [6])

$$u(\xi) = \int_{i\tau-\infty}^{i\tau+\infty} \exp\left[i(\xi_1 t(s) + \xi_2 s)\right] \exp\left[-\left(\frac{s}{i}\right)^{\varrho}\right] ds\,. \tag{1.15}$$

Si nous prenons ϱ tel que nous ayons

$$\frac{\gamma_2^1[1 + \varepsilon(1 - \gamma_2^1)]}{\gamma_2^1 + \varepsilon(1 - \gamma_2^1)} < \varrho < 1 \tag{1.16}$$

et en procédant comme dans [8] il en résulte que la solution nulle satisfait toutes les conditions du théorème. Le théorème est démontré.

Remarque. On peut montrer que pour les polynômes multiquasi-elliptiques à plus de deux variables, le théorème 1.3 n'est pas vrai en général. C'est la raison pour laquelle nous avons considéré seulement le cas $m = 2$.

2. Le problème de Cauchy pour des opérateurs partiellement multiquasi-elliptiques.

Soit $P(D)$ un opérateur partiellement hypoelliptique en ξ' où $\xi \in \mathbf{R}^n$, $\xi = (\xi', \xi'')$ et $\xi' \in \mathbf{R}^2$. On sait (Gårding et Malgrange [3]) qu'il peut être écrit:

$$P(\xi) = P_0(\xi') + \sum_{\alpha \neq 0} P_\alpha(\xi')\xi''^\alpha \tag{2.1}$$

où $P_\alpha \ll P_0$.

Definition 2.1. Nous dirons que l'opérateur $P(D)$ est partiellement multiquasi-elliptique en ξ' si dans (2.1) P_0 est un polynôme multiquasi-elliptique (comme polynôme à deux variables).

Dans ce qui suit nous supposerons, pour simplifier, que le polygone de Newton associé au polynôme P a un seul sommet non situé sur les axes de coordonnées $C(a, b)$. Par conséquent

$$P_0(\xi) = a_{(p_1^0,0)}\xi_1^{p_1^0} + a_{(a,b)}\xi_1^a\xi_2^b + a_{(0,p_2^0)}\xi_2^{p_2^0} + \sum_\alpha a_\alpha \xi'^\alpha \tag{2.2}$$

la somme étant faite selon les multiindices $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ qui ont la propriété que leurs images appartient au polygone de Newton mais sans être situées sur les segments AB et BC, où $A(p_1^0, 0)$, $B(0, p_2^0)$.

En regroupant les termes dans (2.1) nous écrirons:

$$P(\xi) = P_0(\xi') + \sum_{j=1}^{l} P_j(\xi'')\xi^{|\alpha|^j} \tag{2.3}$$

où P_j n'a pas de termes libres.

D'un théorème de Volevitch et Guindikine [8] il en résulte, du fait que $P_\alpha \ll P_0$, que les images des points α^j de (2.3) appartient au polygone $OABC$ mais ne sont pas situées sur les côtés AB ou BC.

De (1.5) il résulte que nous avons

$$\gamma_2^1 = \frac{p_1^0 - a}{b}, \qquad \gamma_2^1 = \frac{p_2^0 - b}{a}. \tag{2.4}$$

Pour faire un choix nous supposerons que dans le cas a) nous avons

$$\gamma_2^1 \leqslant \gamma_1^2. \tag{2.5}$$

Nous démontrerons le théorème suivant:

Théorème 2.1. Soit $P(D)$ un opérateur partiellement multiquasielliptique en ξ', tel que l'inégalité (2.5) soit satisfaite. Alors, sur $N(P)$, on a

$$|x_1| + |x_2|^d \leqslant C\left(1 + |y'|^{1/\gamma_1^2} + |z''|^{p_0}\right) \qquad \text{au cas } a) \tag{2.6}$$

et

$$|x_1| + |x_2|^d \leqslant C\left(1 + |y'| + |z''|^{p_0}\right) \qquad \text{au cas } b)\,. \tag{2.7}$$

Nous avons désigné par $x_i = \operatorname{Re} z_i$, $i = 1, 2$, $y' = \operatorname{Im} z'$, $z' = (z_1, z_2)$, $z'' = (z_3, \dots, z_n)$

$$d = \min\left(\frac{p_2^0}{p_1^0}, \frac{\gamma_2^1}{\gamma_1^2}\right) \quad \text{et}$$

(2.8)

$$p_0 = \max_j\left(\frac{p_j}{p_1^0 - \alpha_1^j - \alpha_2^j\gamma_1^2}, \frac{p_j}{p_2^0 - \alpha_2^j - \alpha_1^j\gamma_2^1}\right), \qquad p_j = \deg P_j\ .$$

Démonstration. Nous démontrerons le théorème seulement dans la cas a), la démonstration dans le cas b) étant analogue.

Nous désignerons par $N' = \{z \in N(P),\ |x_1|^{\gamma_2^1} + |x_2|^{\gamma_1^2} \leqslant C(1 + |y'|)\}$ et par $N'' = N \setminus N'$, C étant une constante positive suffisamment grande. Si $z \in N'$, (2.6) est évidemment satisfaite. Soit $z \in N''$. En raisonnant comme dans [1] (Friberg) on montre que si C est suffisamment grand, il existe une constante $c > 0$ telle que l'inégalité

$$|x_1|^{\gamma_2^1} + |x_2|^{\gamma_1^2} > C(1 + |y'|) \tag{2.9}$$

étant satisfaite nous avouns

$$|P_0(x' + iy')| \geqslant cP_0(x')\ . \tag{2.10}$$

En utilisant (1.3) point 2) il résulte

$$|x_1|^{p_1^0} + |x_1|^a|x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \leqslant C_1(|P_0(x')| + 1)\ . \tag{2.11}$$

De (2.10) et (2.11) il résulte

$$|x|^{p_1^0} + |x_1|^a|x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \leqslant C_2(|P(z')| + 1) \tag{2.12}$$

et par conséquent

$$|x_1|^{p_1^0} + |x_1|^a|x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \leqslant C_3\left(\sum_{j=1}^{l} |P_j(z'')|\,|z'^{\alpha^j}| + 1\right)\ . \tag{2.13}$$

Soit un terme de degré p_j du polynôme P_j, $a_j z''^{\beta}$ où $|\beta| = p_j$ et soit $M(\alpha_1^j, \alpha_2^j)$.

Pour démontrer l'inégalité (2.6) nous considérons deux cas: quand le point M est situé dans le triangle OBC et quand le point M est situé dans le triangle OAC. Nous ferons la démonstration dans le cas où M est situé dans le triangle OBC, la démonstration dans le second cas étant symétrique.

Si M est situé dans le triangle OBC nous avons:

$$(2.14)\qquad |a_j z''^{\beta}|\,|z'^{\alpha^j}| \leqslant C_4\big(|x_1|^{\alpha_1^j}|x_2|^{\alpha_2^j} + |x_1|^{\alpha_1^j}|y_2|^{\alpha_2^j} + \\ + |x_2|^{\alpha_2^j}|y_1|^{\alpha_1^j} + |y_1|^{\alpha_1^j}|y_2|^{\alpha_2^j}\big)|z''^{p_j}|\,.$$

Si $p_1^0 \geqslant p_2^0$

$$(2.15)\qquad |x_1|^{\alpha_1^j}|x_2|^{\alpha_2^j}|z''|^{p_j} \leqslant C_5\big(|x_1|^a|x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} + |z''|^{ap_jp_2^0/(ap_2^0 - p_2^0\alpha_1^j + b\alpha_1^j - a\alpha_2^j)}\big)\,.$$

Si $p_1^0 < p_2^0$ nous désignerons par

$$A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2,\ |x_2|^b \geqslant |x_1|^{p_2^0 - a}\}\ ; \qquad B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2,\ |x_2|^b < |x_1|^{p_2^0 - a}\}\,.$$

Quand $x' \in A$ nous avons

$$|x_1|^{p_1^0} + |x_1|^a|x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \geqslant C_6\big(|x_1|^{p_1^0} + |x_2|^{p_2^0}\big)$$

et nous obtenons, de nouveau (2.15).

Quand $x' \in B$ nous avons

$$(2.16)\qquad |x_1|^{\alpha_1^j}|x_2|^{\alpha_2^j}|z''|^{p_j} \leqslant C_7\big(|x_1|^{p_1^0} + |z''|^{bp_jp_1^0/(bp_1^0 - \alpha_1^j b + \alpha_2^j p_2^0 - a\alpha_2^j)}\big)\,.$$

Mais du fait que $a < p_1^0 < p_2^0$ nous obtenons

$$(2.17)\qquad \frac{bp_jp_1^0}{p_1^0 b - \alpha_1^j b + \alpha_2^j p_2^0 - a\alpha_2^j} \leqslant \frac{bp_jp_1^0}{p_1^0 b - p_1^0\alpha_2^j + \alpha_2^j a - b\alpha_1^j}\,.$$

Le second terme du membre droit de (2.14) est majoré de la manière suivante:

$$(2.18)\qquad |x_1|^{\alpha_1^j}|y_2|^{\alpha_2^j}|z''|^{p_j} \leqslant C_8\big(|x_1|^{p_1^0} + |y_2|^{p_1^0/\gamma_1^2} + |z''|^{p_jp_1^0 b/(p_1^0 b - p_1^0\alpha_2^j + a\alpha_2^j - b\alpha_1^j)}\big)\,.$$

En procédant analogiquement avec les deux termes suivants de (2.14) et en faisant aussi usage du fait que $\gamma_1^2 < 1$, nous obtenons (2.6). Le théorème est ainsi démontré.

Nous donnerons maintenant le théorème d'unicité du problème de Cauchy avec des données nulles sur L pour l'équation (0.1). Posons

$$I(\xi) = I_1'(\xi_1)\, I_2'(\xi_2)\, I''(\xi'') \tag{2.19}$$

où $I_1'(\xi_1) = \exp\left(A_1|\xi_1|^{1/(1-\gamma_2^1)}\right)$

$$I_2'(\xi_2) = \begin{cases} \exp\left(A_2|\xi_2|^{1/(1-\gamma_1^2)}\right) & \text{au cas } a)\,, \\ \exp\left(A_2|\xi_2|^{1/(1-c_1)}\right) & \text{au cas } b)\,, \end{cases} \tag{2.20}$$

c_1 étant un nombre quelconque tel que $0 < c_1 < 1$ et

$$I''(\xi'') = \begin{cases} \exp\left(A''|\xi''|^{p_0/(p_0-1)}\right) & \text{si } p_0 > 1\,, \\ \exp\left(A''|\xi''|^{1/(1-c_2)}\right) & \text{si } p_0 \leqslant 1\,, \end{cases} \qquad 0 < c_2 < 1\,. \tag{2.21}$$

Théorème 2.2. Soit $P(D)$ un opérateur partiellement multiquasi-elliptique en ξ' tel que la condition 2.5 soit satisfaite. Alors le problème de Cauchy à données initiales sur L a une solution unique dans l'ensemble des distributions définies sur $\mathbf{R}^n$ et appartenant à $\mathcal{E}_{I^*}^q$ (pour la définition de l'espace $\mathcal{E}_{I^*}^q$ voir [7]).

Démonstration. Nous désignerons par L_1 le hyperplan $\xi_1 = 0$. Du théorème 2.1 et du théorème 2 de [8] il résulte que toute solution de l'équation (0.1) appartenant à $\mathcal{E}_{I^*}^q$ s'annulant ainsi que toutes ses dérivées en ξ' sur L, s'annule ainsi que toutes ses dérivées en ξ_1 sur L_1.

En procédant de la même manière qu'à la démonstration du théorème 2.1, nous obtenons que sur $N(P)$ on a l'inégalité

$$|x_2| \leqslant C\left(1 + |y_2| + |z_1|^{1/\gamma_2^1} + |z''|^{p_0}\right). \tag{2.22}$$

En appliquant de nouveau le théorème 2 de [8] et en utilisant (2.22) il résulte que toute solution de l'équation (0.1) appartenant à l'espace $\mathcal{E}_{I^*}^q$ est identiquement nulle. Le théorème est démontré.

Théorème 2.3. Soit un $\varepsilon > 0$ arbitraire. Il existe une solution $u \in C^\infty(R^n)$ de l'équation (0.1) s'annulant ainsi que toutes ses dérivées en ξ' sur L, qui satisfait l'inégalité

$$|u(\xi)| \leqslant C \exp\left[Z\left(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_2^1)} + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_1^2)} + |\xi''|^{p_0/(p_0-1)+\varepsilon}\right)\right] \tag{2.23}$$

dans le cas a) et respectivement

$$|u(\xi)| \leqslant C \exp\left[A\left(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_2^1)} + |\xi_2| + |\xi''|^{p_0/(p_0-1)+\varepsilon}\right)\right] \tag{2.24}$$

dans le cas b), mais laquelle n'est pas identiquement nulle.

Démonstration. Supposons, pour faire un choix, que dans (2.8) nous avons

$$p_0 = \frac{p_j}{p_1^0 - \alpha_1^j - \alpha_2^j \gamma_1^2} . \tag{2.25}$$

Parmi tous les polynômes $P_j(\xi'')$ du développement (2.3) nous considérons ceux pour lesquels on a (2.25) et si un tel polynôme n'existe pas, nous considérons ceux pour lesquels on a

$$p_0 = \frac{p_j}{p_2^0 - \alpha_2^j - \alpha_1^j \gamma_2^1} . \tag{2.26}$$

Dans le premier cas nous considérons l'équation

$$P(a_1, s, a_2 s^{(p_1^0-a-\delta)/b}, v\xi_0) = 0 \tag{2.27}$$

et dans le second cas l'équation

$$P(a_1 s^{(p_2^0-b-\delta)/a}, a_2 s, v\xi_0) = 0 \tag{2.28}$$

où a_1, a_2 et δ sont choisis de la même manière que dans la démonstration du théorème 5, dans [8]. En procédant de la même manière qu'à la démonstration de ce théorème nous obtenons la solution $u \in C^\infty$ qui satisfait le théorème énoncé.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. Friberg, *Principal parts and canonical factorizations of hypoelliptic polynomials in two variables*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **37** (1967), pp. 112-132.

[2] J. Friberg, *Multi-quasielliptic polinomials*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, **21** (1967), pp. 239-260.

[3] L. GÅRDING - B. MALGRANGE, *Opérateurs diffèrentiels partiellement hypoelliptiques et partiellement elliptiques*, Math. Scand., **9** (1961), pp. 5-21.
[4] E. GORINE, *Equations différentielles partiellement hypoelliptiques à coefficients constants* (en russe), Sibirski Mat. J., **3** (1962), pp. 500-526.
[5] V. GROUCHINE, *Une conexion entre propriétés locales et globales des opérateurs hypoelliptiques à coefficients constants* (en russe), Mat. Sbornik 66, **4** (1965), pp. 525-550.
[6] L. HÖRMANDER, *Linear partial differential operators*, Springer, 1963.
[7] V. P. PALAMODOV, *Opérateurs différentiels linéaires à coefficients constants* (en russe), Moscou, 1967.
[8] O. BERECHET, *Le problème de Cauchy pour opérateurs partiellement semielliptiques*, a paraître dans Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **57** (1977).

Manoscritto pervenuto in redazione il 10 settembre 1977.