RENDICONTI
del
SEMINARIO MATEMATICO
della
UNIVERSITÀ DI PADOVA

ETTORE BENTSIK

Nota aggiuntiva al lavoro : « Su possibili moti semplici di un satellite artificiale soggetto a forze newtoniane »

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, tome 41 (1968), p. 69-71

<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1968__41__69_0>

NOTA AGGIUNTIVA AL LAVORO: « SU POSSIBILI MOTI SEMPLICI DI UN SATELLITE ARTIFICIALE SOGGETTO A FORZE NEWTONIANE »

ETTORE BENTSIK *)

In un recente lavoro [1]), nella parte dedicata alla ricerca di precessioni regolari per un corpo a struttura giroscopica soggetto a forze newtoniane di centro Q il cui baricentro G si muove di moto circolare e uniforme attorno a Q, sono incorso in un banale errore di trascrizione di una formula; tale svista lascia inalterate le conclusioni raggiunte ma limita le possibili soluzioni del problema.

Voglio ora brevemente dimostrare come accanto alle precessioni trovate ne esistano altre non costituenti, a differenza delle prime, una particolare classe di moti alla Poinsot, e in cui l'asse di precessione è parallelo all'asse attorno a cui ruota G mentre l'asse di figura, che necessariamente coincide con l'asse giroscopico, appartiene al piano contenente l'asse di precessione e la congiungente G con il centro di attrazione.

* * *

Le [2]) $\overline{(44)}$ devono essere in realtà scritte scambiando p con q:

$$\begin{cases} c_1 c_3 = Sp \\ c_2 c_3 = Sq \end{cases} \tag{1}$$

*) Indirizzo dell'Autore: Seminario Matematico - Università - Padova.

[1]) E. BENTSIK: « *Su possibili moti semplici di un satellite artificiale soggetto a forze newtoniane* ». Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova. Vol. XXXIX - 1967 - (pag. 177).

[2]) Il soprassegno sta ad indicare che si fa riferimento al lavoro citato in (1).

con

$$S = \frac{R}{3g}\left(\psi \frac{A}{C - A} + r_0\right) = \text{cost.} \tag{2}$$

cosicchè la $(\overline{51})$ diventa

$$S(p^2 + q^2) = \text{cost.} \tag{3}$$

che risulta senz'altro soddisfatta, in base alle $(\overline{42})$.

L'ipotesi $S = 0$ è stata considerata nel precedente lavoro e non risente influenza dello scambio di p con q avvenuto nelle $(\overline{44})$. I moti determinati nel lavoro citato, pertanto, continuano a sussistere. Si supponga ora invece $S \neq 0$.

Dalle (1) non potendo essere $c_3 = 0$, per $S \neq 0$, risulta

$$\left\{\begin{aligned} c_1 &= \frac{S}{c_3} p \\ c_2 &= \frac{S}{c_3} q\,. \end{aligned}\right. \tag{4}$$

Dalle (1), [3]) segue $c_3 = \text{cost} \neq 0$. Inoltre, moltiplicando le $(\overline{47,1})$, $(\overline{47,2})$ per c_3 e tenendo presenti le $(\overline{42})$ si deduce

$$\left\{\begin{aligned} u_1 &= \frac{a}{\nu c_3^2} p \\ u_2 &= \frac{a}{\nu c_3^2} q \end{aligned}\right. \tag{5}$$

con

$$a = S\psi + c_3^2 - Sr_0 - S\nu u_3 = \text{cost.} \tag{6}$$

La $(\overline{47,3})$ è soddisfatta in base a (4), (5).

---

[3]) Per il significato dei simboli vedasi loc. cit. in (1)

La $\overline{(14,3)}$ dà, in base a (5), $u_3 \equiv$ cost. mentre le prime due $\overline{(14)}$ riescono verificate quando e solo quando sia

$$\frac{a}{\nu c_3^2}(\psi - r_0) + u_3 = 0 . \tag{7}$$

Risultano pertanto costanti

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{k}, \qquad \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{c}, \qquad \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u},$$

da cui segue che $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{k}$, appartengono al medesimo piano, che l'asse di precessione è parallelo a $\mathbf{u}$ e che la velocità di precessione è uguale a ν. Tenendo conto di (1) e del fatto che $\mathbf{c}$ e $\mathbf{u}$ hanno modulo unitario, seguono le equazioni di condizione

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{S^2}{c_3^2}(p_0^2 + q_0^2) + c_3^2 = 1 \\ &\frac{a^2}{\nu^2\, c_3^4}(p_0^2 + q_0^2) + u_3^2 = 1 \\ &\frac{aS}{\nu c_3^3}(p_0^2 + q_0^2) + u_3\, c_3 = 0 \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Sono quindi possibili, oltre a quelle trovate nel lavoro citato, precessioni regolari aventi per asse di figura l'asse giroscopico, per asse di precessione la parallela all'asse di versore $\mathbf{u}$ attorno a cui ruota il baricentro; inoltre l'asse di figura appartiene durante il moto, al piano individuato dall'asse di precessione e dalla congiungente il baricentro G con il centro di attrazione.

Manoscrittto pervenuto in redazione il 25-3-68.