

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

D. COLLOMBIER

Plans d'expériences et amélioration de la qualité industrielle. Une alternative à la méthode Taguchi

Revue de statistique appliquée, tome 40, n° 2 (1992), p. 31-43

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1992__40_2_31_0

© Société française de statistique, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

PLANS D'EXPÉRIENCES ET AMÉLIORATION DE LA QUALITÉ INDUSTRIELLE une alternative à la méthode Taguchi

D. COLLOMBIER

Université de Pau

Laboratoire de Mathématiques appliquées, U.R.A. 1204 C.N.R.S.

RÉSUMÉ

Nous proposons une alternative à la méthode Taguchi pour l'amélioration de la qualité des produits industriels et des procédés de fabrication. Cette alternative utilise des techniques statistiques connues : ajustement et exploration d'une surface de réponse, transformation normalisant les résidus et stabilisant leur variance dans un modèle linéaire. Nous utilisons un exemple pour présenter cette méthode et pour la comparer à la méthode Taguchi.

Mots-clés : Plans d'expériences, Contrôle qualité, Amélioration de la qualité, Surfaces de réponses, Transformations normalisantes et stabilisantes.

1. Introduction

Depuis quelques années le contrôle de la qualité industrielle connaît en Amérique du nord et en Europe une évolution profonde et brutale due en partie à l'emploi d'outils statistiques peu utilisés auparavant dans ce domaine d'activité : les plans d'expériences. On a de ce bouleversement divers témoignages : des ouvrages ou articles paraissent régulièrement, des logiciels spécialisés sont développés et mis en vente, des stages de formation et des colloques sur ce sujet sont organisés fréquemment.

En fait ces publications et manifestations sont pour la plupart limitées à la présentation, la critique ou à des exemples d'utilisation de la *méthode Taguchi*. Cette méthode, qui porte le nom du qualicien japonais qui l'a introduite, vise essentiellement un objectif. Il s'agit de rendre les produits fabriqués en série robustes contre les effets de sources de bruit : fluctuations des caractéristiques des matières premières ou des performances des composants, imperfections de la fabrication, variations de l'environnement lors de la production ou de l'emploi, vieillissement du produit...

Pour y parvenir Taguchi propose de recourir en cours de développement aux outils statistiques de la planification expérimentale, c'est-à-dire quand sont fixées les caractéristiques du produit et du procédé de fabrication (ce que les ingénieurs

appellent les paramètres de fabrication), mais ces outils sont aussi utilisables pour améliorer un procédé existant.

Dans ces conditions il est fréquent qu'on puisse contrôler certaines sources de bruit. Dans ce cas on traite ces sources comme des facteurs – appelés *facteurs de bruit* – pour planifier les expériences. Ainsi on fixe des niveaux pour chacun de ces facteurs et on construit le plan par croisement des facteurs de bruit avec les *facteurs de fabrication*. Les dispositifs expérimentaux utilisés sont en général du type fractions de plan factoriel régulières ou orthogonales avec répétitions. Les résultats des expériences sont analysées selon un protocole précis décrit dans diverses publications (cf. Kackar [1985], Logothetis et Wynn [1989], le numéro 37(2) [1989] de la Revue de Statistique appliquée).

La méthode Taguchi est jugée peu efficace par la plupart des statisticiens intéressés. De plus, elle ne tient compte d'aucun progrès réalisé dans l'emploi des plans d'expériences depuis 1950 (ajustement et exploration des surfaces de réponses, identification des effets significatifs dans les plans factoriels, transformations des réponses, étude des variances résiduelles, emploi de modèles linéaires généralisés). Aussi certains auteurs ont-ils proposés des améliorations de cette méthode, cf. Nair et Pregibon [1986], Box [1988] entre autres.

Par ailleurs, d'autres méthodes ont été introduites récemment, cf. Box et Jones [1990], Shoemaker, Tsui et Wu [1989]. Ces alternatives à la méthode Taguchi reposent sur l'ajustement et l'exploration de fonctions de réponse dépendant des facteurs non seulement de fabrication mais aussi de bruit.

Dans tous les cas l'objectif visé est le même et l'amélioration de la qualité est obtenue par identification des interactions impliquant un facteur de fabrication et un facteur (ou source) de bruit au moins. C'est tout d'abord dans la manière dont ces interactions sont formellement prises en compte dans les modèles que la méthode Taguchi et ses améliorations diffèrent des alternatives proposées.

Dans cet article nous utilisons un exemple simple pour introduire une alternative à la méthode Taguchi pour l'analyse des résultats. Nous présentons tout d'abord cet exemple. Nous l'analysons ensuite en utilisant la méthode Taguchi puis l'alternative que nous proposons.

2. Exemple

L'exemple utilisé ici est connu. Il a servi d'illustration aux remarques faites par Pignatiello et Ramberg [1985] sur la méthode Taguchi suite à l'article de présentation de Kackar [1985]. Il a fait l'objet d'autres analyses à l'occasion de l'étude de diverses techniques de traitement des données, entre autres l'analyse des effets de dispersion par plans factoriels, cf. Nair et Pregibon [1988].

Nous le reprenons ici par commodité. L'objet de cette étude est, en effet, facile à comprendre et les analyses antérieures nous permettent d'abrégé certains développements.

Il s'agit d'améliorer un procédé de cintrage de ressorts à lames servant à la suspension de camions. Les lames sont chauffées dans un four puis cintrées sous

presse, enfin refroidies dans un bain d'huile. On souhaite obtenir des ressorts dont la flèche hors charge soit aussi proche que possible de huit pouces. Pour y parvenir on envisage d'agir sur quatre facteurs de fabrication tous quantitatifs :

Facteurs de fabrication	Niveaux	
	-	+
<i>B</i> : température du four °F	1840	1880
<i>C</i> : durée du chauffage sec.	25	23
<i>D</i> : durée du transfert four-presse sec.	12	10
<i>E</i> : temps sous presse sec.	2	3

en supposant que les interactions d'ordre 1 entre les facteurs *B*, *C* et *D* peuvent exister mais que les autres interactions sont négligeables. Dans cette étude on a fixé deux niveaux pour ces quatre facteurs.

Le système de refroidissement du bain d'huile est difficile à contrôler en cours de fabrication mais il peut l'être lors d'essais, on traite donc cette source de bruit comme un facteur de bruit à deux niveaux repérés par des plages de température du bain d'huile.

Facteur de bruit	Niveaux	
	-	+
<i>O</i> : température de refroidissement °F	130-150	150-170

Le plan d'expériences est construit par produit de deux composantes :

1) s'agissant des facteurs de fabrication, une fraction régulière de plan factoriel 2^4 définie par la relation $\mathbb{I} = BCDE$,

2) s'agissant des sources de bruit, un plan à un facteur, *O*, à 2 niveaux répétés chacun 3 fois pour prendre en compte l'effet des sources de bruit non contrôlées.

Le plan comporte donc $(16/2) \times (2 \times 3) = 48$ unités expérimentales. Les flèches observées mesurées en pouces sont données dans le tableau ci-dessous.

<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>O</i> -			<i>O</i> +		
-	-	-	-	7.78	7.78	7.81	7.50	7.25	7.12
+	-	-	+	8.15	8.18	7.88	7.88	7.88	7.44
-	+	-	+	7.50	7.56	7.50	7.50	7.56	7.50
+	+	-	-	7.59	7.56	7.75	7.63	7.75	7.56
-	-	+	+	7.94	8.00	7.88	7.32	7.44	7.44
+	-	+	-	7.69	8.09	8.06	7.56	7.69	7.62
-	+	+	-	7.56	7.62	7.44	7.18	7.18	7.25
+	+	+	+	7.56	7.81	7.69	7.81	7.50	7.59

3. Méthode Taguchi

Soient *Y* la réponse aléatoire observée (la flèche hors charge pour l'exemple ci-dessus),

X (resp. Z) le vecteur aléatoire des niveaux des facteurs de fabrication (resp. de bruit) et x une réalisation de X .

Notons \mathcal{D} le domaine de variation des facteurs de fabrication. Supposons Y liée stochastiquement à X et Z .

On souhaite ici se rapprocher le plus possible d'une valeur cible fixée notée t . Considérons alors la fonction aléatoire de perte $(Y - t)^2$ et notons $R(x)$ l'espérance conditionnelle de cette fonction sachant que $X = x$. Désignons par $\mu(x)$ l'espérance conditionnelle de Y et par $\sigma^2(x)$ sa variance conditionnelle sachant que $X = x$. Soit enfin $\xi(x) = \sigma(x)/\mu(x)$ le coefficient de variation conditionnel.

Dans la méthode Taguchi on suppose que :

1) $\xi(x)$ ne dépend que d'une partie, x_1 , des composantes de x , c'est-à-dire de certains facteurs de fabrication : les *facteurs de dispersion*,

2) $\mu(x)$ dépend éventuellement de facteurs de dispersion mais également d'autres facteurs (de fabrication), dits *d'ajustement*. Désignons par x_2 les niveaux des facteurs d'ajustement quand $X = x$.

$$\text{Comme} \quad R(x) = \mu(x_1, x_2)^2 \xi^2(x_1) + [\mu(x_1, x_2) - t]^2,$$

l'amélioration de la qualité est obtenue en deux étapes :

1) on détermine les niveaux à donner aux facteurs de dispersion pour réduire $\xi(x_1)$ sur \mathcal{D} ,

2) on utilise les facteurs d'ajustement pour amener la réponse moyenne $\mu(x_1, x_2)$ à la valeur cible.

Remarque. Le fait que ξ dépende des facteurs de dispersion résulte de l'existence d'interactions entre ces facteurs et les sources de bruit.

En fait $\mu(x)$, $\sigma(x)$ et donc $\xi(x)$ d'une part, les facteurs de dispersion et d'ajustement d'autre part sont inconnus. Aussi utilise-t-on un plan expérimental pour estimer espérance et coefficient de variation conditionnels (ou bien le *rapport signal-bruit* : $-20 \log_{10} |\xi(x)|$) en certains points de \mathcal{D} . Pour ce faire, on utilise les facteurs de bruit pour fixer les conditions d'observation de Y par échantillonnage systématique. On identifie ensuite les facteurs de dispersion et d'ajustement. Puis on détermine les niveaux des facteurs de dispersion susceptibles d'améliorer la qualité en utilisant la procédure en deux étapes ci-dessus. Des expériences complémentaires sont enfin menées pour confirmer qu'il y a bien amélioration de la qualité.

On trouvera dans les ouvrages de Taguchi [1986], Logothetis et Wynn [1989] ou de Dehnad [1989] (où l'article de Kackar [1985] est republié) des détails sur la manière de construire les plans et d'identifier facteurs de dispersion et d'ajustement, ainsi que des exemples.

Pour l'exemple ci-dessus on estime $\mu(x)$ puis le rapport signal-bruit pour chacun des éléments de la fraction 2^{4-1} construite en utilisant les facteurs de fabrication. Pour cela on calcule moyenne et carré moyen des écarts à la moyenne pour chaque ligne du tableau des observations de la flèche hors charge.

On dispose ainsi de 8 réalisations de deux variables aléatoires, notées \bar{Y} et SN , que nous analysons au moyen de modèles comportant 8 paramètres : l'effet

moyen, les effets simples des facteurs B , C , D , E et les interactions BC , CD et BD . Ces modèles sont donc saturés mais orthogonaux.

Pour identifier les facteurs de dispersion et d'ajustement nous utilisons la technique introduite par Daniel [1976]. Nous représentons les estimations moindres carrés des effets simples et d'interaction sur papier Gausso-arithmétique; ces n estimations, ordonnées par valeurs croissantes, nous donnent les abscisses des points de ce graphique; l'ordonnée du i ème point est ici égale à $i/(n + 1)$.

Remarque. Ce type de graphique est fondé sur les mêmes principes que ceux utilisés dans le tracé des droites de Henry pour petits échantillons (*cf.* norme AFNOR X06-050). Les aléas analysés sont supposés suivre ici des lois normales. Sous hypothèse de nullité des effets simples et d'interaction les estimateurs de ces paramètres sont assimilés à un échantillon simple et indépendant d'une même variable normale. On trace donc une droite passant au milieu des points du graphique. Si un point est manifestement éloigné de cette droite l'effet qu'il représente est jugé significatif.

A l'examen du graphique représentant les estimations des effets simples et d'interaction dans l'analyse des rapports signal-bruit il apparait que seul C , la durée du chauffage, est un facteur de dispersion.

Remarque. Pour l'analyse de ce rapport signal-bruit Pignatiello et Ramberg procèdent, comme conseillé par Taguchi, par agrégation des carrés moyens les moins significatifs pour l'estimation de la variance résiduelle, puis par utilisation du test de Fisher. Or, cette technique a un défaut bien connu : les niveaux effectifs des tests sont beaucoup plus élevés que souhaité, *cf.* Box [1988, 11-12]. Ils en déduisent que non seulement l'effet simple de C mais aussi l'interaction CD sont significatifs et retiennent donc C et D comme facteurs de dispersion.

En fait l'interaction CD peut être jugée ici non significative comme le confirme une analyse beaucoup plus précise fondée sur d'autres estimations des effets de dispersion, *cf.* Nair et Pregibon [1988].

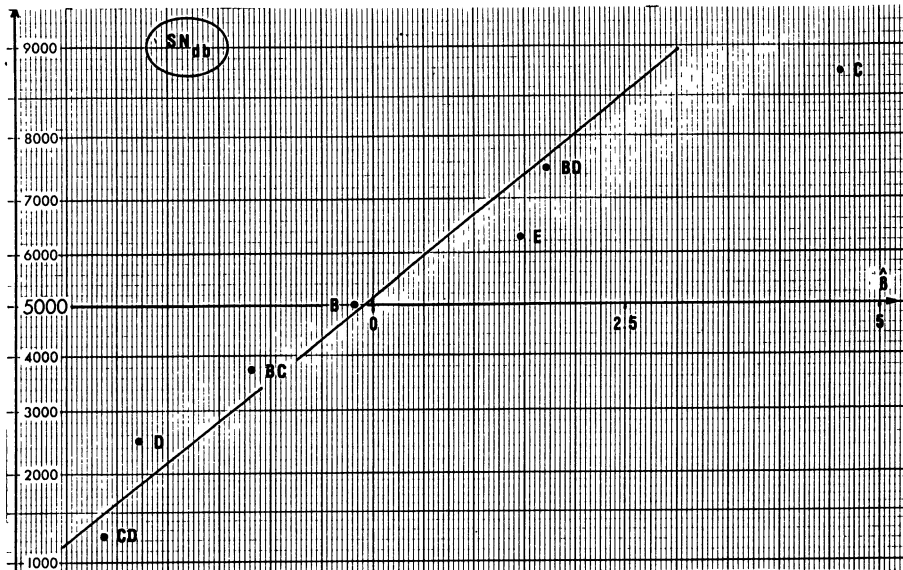
S'agissant des facteurs d'ajustement, l'examen du graphique obtenu à partir des réponses moyennes permet d'identifier B et E puisque seuls les effets simples de ces deux facteurs et du facteur de dispersion C apparaissent significatifs.

Ainsi, dans le but de réduire la perte moyenne $R(x)$, on peut envisager fixer la durée du chauffage à 23 secondes pour réduire sur \mathcal{D} la dispersion de la réponse, mesurée ici par $\xi(x)$. On peut ensuite agir sur la température du four ou/et le temps sous presse pour amener, en moyenne, la flèche du ressort à la valeur cible.

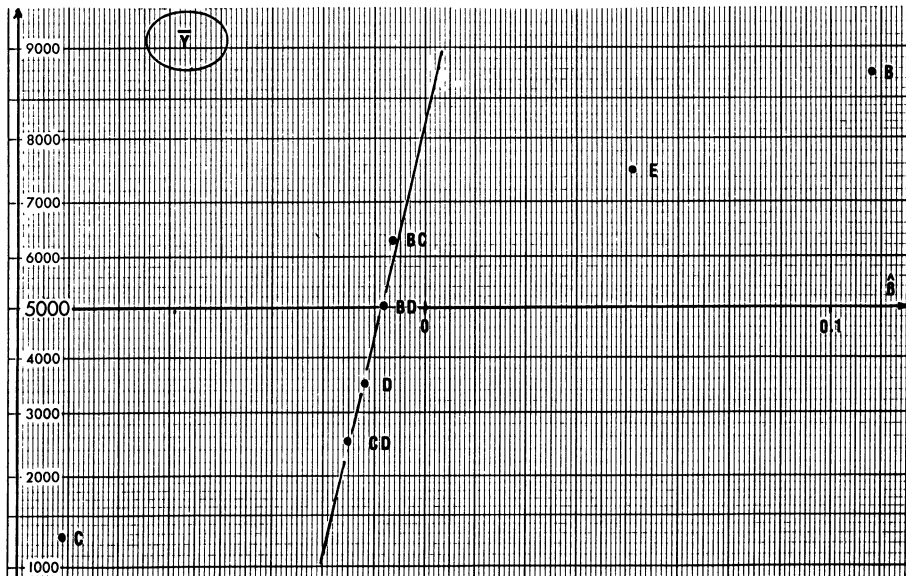
4. Alternative à la méthode Taguchi

Divers aspects de la méthode Taguchi donnent lieu à critiques. Pour l'analyse des résultats ces critiques portent en particulier sur les deux points suivants.

1) S'agissant de l'identification des facteurs d'ajustement on utilise des estimations moindres carrés ordinaires, c'est-à-dire non pondérés, tout en supposant que la variance résiduelle n'est pas constante sur \mathcal{D} .



GRAPHIQUE 1
Identification des facteurs de dispersion



6
 GRAPHIQUE 2
Identification des facteurs d'ajustement

2) Les interactions entre facteurs de fabrication d'une part et facteurs de bruit d'autre part n'apparaissent pas explicitement dans les modèles bien qu'elles jouent un rôle essentiel pour améliorer la qualité.

L'alternative que nous envisageons ici remédie à ces défauts. Elle utilise essentiellement deux techniques statistiques bien connues : les transformations normalisant les résidus et stabilisant leur variance dans les modèles linéaires, cf. Box et Cox [1964], l'ajustement et l'exploration d'une surface de réponse, cf. Box et Draper [1987] par exemple.

Soient $Y(x, z, k)$, $k = 1, \dots, r$, les aléas observés lorsque $X = x$ et $Z = z$. Pour analyser ces observations nous utilisons deux modèles linéaires qui font intervenir comme paramètres les effets simples de tous les facteurs contrôlés et des interactions, en particulier celles, d'ordre 1, qui impliquent un facteur de fabrication et un facteur de bruit.

Ces deux modèles sont emboîtés : le second comporte tout ou partie des paramètres du premier. Notons X_1 et X_2 les matrices de ces deux modèles linéaires ; on a donc $\text{Im } X_2 \subseteq \text{Im } X_1$.

Remarque. A la différence de la méthode Taguchi, tous les facteurs contrôlés, facteurs de fabrication aussi bien que de bruit, interviennent dans ces modèles.

Le premier modèle sert à juger de la pertinence d'une transformation des données susceptible de normaliser le terme d'erreur et de stabiliser sa variance. Considérons par exemple les transformations introduites par Box et Cox [1964], c'est-à-dire :

$$T_\lambda[Y(x, z, k)] = \begin{cases} [Y(x, z, k)^\lambda - 1]/\lambda, & \text{si } \lambda \neq 0, \\ \text{Log } Y(x, z, k), & \text{si } \lambda = 0. \end{cases}$$

On peut utiliser la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer le paramètre λ et construire un intervalle de confiance approximatif. Si la valeur $\lambda = 1$ est comprise dans cet intervalle une transformation des données peut être jugée superflue.

Cependant, lorsque, pour (x, z) fixé, on dispose d'observations répétées de la réponse, on peut pousser l'analyse plus loin. Pour λ fixé, on peut, en effet, analyser les effets de dispersion des divers facteurs contrôlés en utilisant comme réponses les logarithmes des sommes de carrés d'écart :

$$\sum_k (T_\lambda[Y(x, z, k)] - \overline{T_\lambda[Y(x, z)]})^2,$$

où $\overline{T_\lambda[Y(x, z)]}$ désigne la moyenne des $T_\lambda[Y(x, z, k)]$, pour (x, z) fixé.

Chacun des couples (x, z) représentant une condition expérimentale fournit l'une de ces sommes qui, à un facteur constant près, suit approximativement une loi de Chi-deux à $r - 1$ degrés de liberté. Aussi est-ce le vecteur des logarithmes de ces sommes de carrés d'écart que nous analysons au moyen d'un modèle linéaire qui comporte les mêmes paramètres que le modèle ci-dessus, cf. Box [1988], Nair et Pregibon [1988].

Si l'analyse en échelle initiale ($\lambda = 1$) révèle des effets de dispersion et si ces effets n'apparaissent plus lorsqu'on recourt à la transformation de paramètre $\widehat{\lambda}$ (ou à une valeur de λ proche de $\widehat{\lambda}$), alors il est clair qu'il est préférable de transformer les données.

Le second modèle linéaire nous sert à analyser le vecteur T_λ des $T_\lambda[Y(x, z, k)]$, avec $\lambda = \widehat{\lambda}$ ou 1 selon que l'on transforme ou non les données. Plus précisément nous supposons : $T_\lambda \underset{\sim}{\sim} N(X_2\beta, \sigma^2 I)$. Nous estimons les éléments de β par moindres carrés ordinaires et σ^2 par projection de T_λ sur l'orthogonal à $\text{Im } X_2$ dans $\text{Im } X_1$. (Nous tenons ainsi compte du fait que la projection de T_λ sur $\text{Im } X_1^\perp$ sert à l'estimation de λ par maximum de vraisemblance.)

L'exploration de la surface de réponse ainsi obtenue permet de prédire des conditions (impliquant les seuls facteurs de fabrication) susceptibles d'améliorer la qualité. On peut, par exemple, utiliser une procédure analogue à celle utilisée dans la méthode Taguchi.

Soit $f(x, z)$ la loi de réponse. Considérons la fonction de perte

$$[f(x, z) - t']^2, \quad \text{où } t' = T_{\widehat{\lambda}}(t).$$

Posons
$$R(x) = \int [f(x, z) - t']^2 dz = [m(x) - t']^2 + s(x)^2,$$

où
$$m(x) = \int f(x, z) dz \quad \text{et} \quad s(x)^2 = \int f(x, z)^2 dz - m(x)^2,$$

en intégrant sur le domaine de variation des facteurs de bruit.

Supposons que $s(x)$ dépende de certains facteurs de fabrication, appelés de nouveau facteurs de dispersion, et que $m(x)$ dépende éventuellement de facteurs de dispersion mais également d'autres facteurs dits d'ajustement. L'amélioration de la qualité est obtenue en deux étapes en procédant comme dans la méthode Taguchi. Pratiquement on utilise l'ajustement obtenu au moyen du second modèle comme loi de réponse. Ce sont alors les interactions significatives entre facteur de fabrication et facteur de bruit qui permettent d'identifier les facteurs de dispersion.

D'autres méthodes peuvent être employées pour améliorer la qualité, par exemple celle proposée par Box et Jones [1990]. On peut aussi utiliser des informations complémentaires apportées par l'ajustement, par exemple des intervalles de prédiction de la réponse.

Revenons à notre exemple. Les facteurs contrôlés : B, C, D, E et O sont à 2 niveaux et le plan d'expériences est la fraction régulière définie par la relation $\mathbb{I} = BCDE$ répétée 3 fois. Il comporte donc 16×3 unités.

Pour le premier modèle supposons toutes les interactions négligeables hormis $BC, BD, CD, BO, CO, DO, EO, BCO, BDO, CDO$. Ajoutons à ces paramètres l'effet moyen et les effets simples des facteurs. Le modèle comporte ainsi 16 paramètres. Pour estimer λ procédons comme indiqué par Box et Draper [1987, §8.4] (cf. graphique 3). Représentons graphiquement le logarithme de la vraisemblance sous l'hypothèse $T_\lambda \underset{\sim}{\sim} N(X_1\beta, \sigma^2 I)$ et prenons pour estimation de λ l'entier le plus proche de la valeur pour laquelle cette fonction passe par un

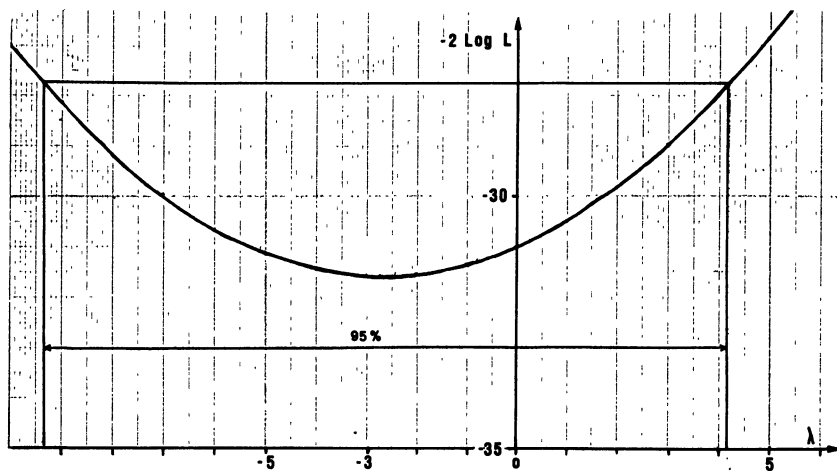
maximum. Sur le même graphique précisons un intervalle de confiance approximatif de sécurité γ (limites -9.3 et 4.2 pour $\gamma = 95\%$). La valeur $\lambda = 1$ figure dans cet intervalle, à première vue une transformation des données ne semble pas indispensable.

Cependant, comme le plan utilisé est une fraction répétée 3 fois, nous pouvons procéder à une analyse des effets de dispersion, comme indiqué ci-dessus. En échelle initiale l'examen des effets des facteurs par diverses voies, en particulier graphique, laisse penser que le facteur B peut avoir un effet de dispersion. Par contre, si nous transformons les données en utilisant $\lambda = -3$, proche de $\hat{\lambda}$, et si nous utilisons de nouveau la technique de Daniel [1976] pour représenter graphiquement les estimations des effets de dispersion, les points représentatifs sont à peu près alignés (cf. graphique 4). Aucun des effets de dispersion des divers facteurs (effets simples ou interactions) ne paraît significatif. Il semble donc préférable de transformer les données.

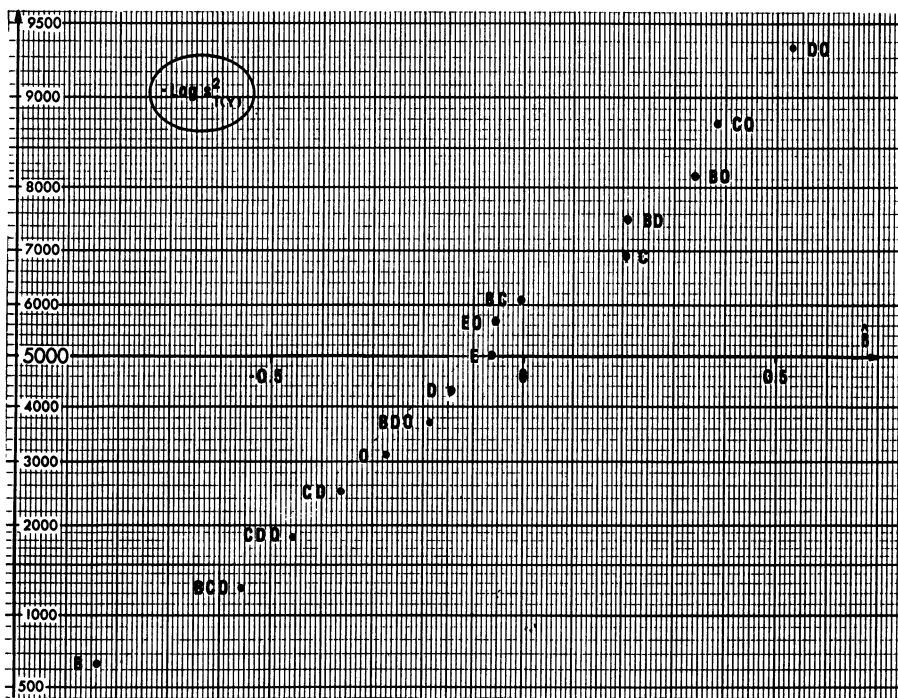
Remarque. Pour traiter ces données nous avons utilisé le logiciel GLIM. Celui-ci trace le graphe du logarithme de la vraisemblance multipliée par -2 . C'est ce type de graphique qui est donné ici. L'estimation maximum de vraisemblance est la valeur de λ pour laquelle la fonction représentée passe par un minimum. Quant aux limites de confiance, elles sont calculées comme indiqué par Box et Cox [1964].

Pour définir le second modèle faisons l'hypothèse que les interactions d'ordre 2 qui figurent comme paramètres du premier modèle (à savoir BCO , BDO et CDO) sont négligeables. Trois degrés de liberté sont ainsi dégagés pour l'estimation de la variance résiduelle. Nous donnons ci-dessous les estimations des paramètres, les carrés moyens associés et les statistiques des tests de Fisher obtenues lorsqu'on suppose nuls les paramètres un par un. Les valeurs critiques sont données par les fractiles de la loi de Fisher à 1 et 3 d.d.l.. On a donc pour les niveaux de test 10%, 5% et 1% comme valeurs critiques : 5.54, 10.13 et 34.11 respectivement.

Paramètre	Estimation	Carré moyen	Statistique de test
B	$3.344 \cdot 10^{-5}$	$5.368 \cdot 10^{-8}$	29.29
C	$-2.401 \cdot 10^{-5}$	$2.767 \cdot 10^{-8}$	15.10
D	$-0.423 \cdot 10^{-5}$	$0.098 \cdot 10^{-8}$	0.53
E	$1.571 \cdot 10^{-5}$	$1.185 \cdot 10^{-8}$	6.47
O	$-3.845 \cdot 10^{-5}$	$7.096 \cdot 10^{-8}$	38.72
BC	$-0.139 \cdot 10^{-5}$	$0.009 \cdot 10^{-8}$	0.05
BD	$-0.162 \cdot 10^{-5}$	$0.013 \cdot 10^{-8}$	0.07
CD	$-0.694 \cdot 10^{-5}$	$0.231 \cdot 10^{-8}$	1.26
BO	$1.509 \cdot 10^{-5}$	$1.093 \cdot 10^{-8}$	5.96
CO	$2.271 \cdot 10^{-5}$	$2.476 \cdot 10^{-8}$	13.51
DO	$-0.816 \cdot 10^{-5}$	$0.320 \cdot 10^{-8}$	1.75
EO	$0.577 \cdot 10^{-5}$	$0.160 \cdot 10^{-8}$	0.87
σ^2	$0.183 \cdot 10^{-8}$		



GRAPHIQUE 3
Estimation du paramètre de la transformation



GRAPHIQUE 4
Effets de dispersion après transformation

Considérons en outre les deux hypothèses nulles suivantes.

Hypothèse (effets non nuls)	Statistique de test	Valeur critique niveau 10%
$\mathbb{1} + B + C + E + O + CO$	5.00	5.27
$\mathbb{1} + B + C + E + O + BO + CO$	4.84	5.29

Ces hypothèses sont acceptables avec un niveau de test de 10% ou moins.

La première hypothèse permet d'aboutir aux mêmes conclusions que celles obtenues par la méthode Taguchi : facteur de dispersion : C , facteurs d'ajustement : B et E . La dispersion, mesurée ici par $s(x)^2$, devrait être réduite en fixant la durée du chauffage à 23 secondes. Par ailleurs température du four et/ou durée sous presse devraient permettre d'amener la réponse moyenne à la valeur cible. Encore faut-il que des expériences complémentaires confirment que la qualité est ainsi améliorée.

La deuxième hypothèse nulle conduit, quant à elle, à retenir comme seul facteur d'ajustement : E , la durée sous presse, et comme facteurs de dispersion : B et C , température et durée du chauffage, à fixer respectivement à 1880°F et 23 secondes pour réduire $s(x)$ sur \mathcal{D} . Les conditions d'amélioration de la qualité sont donc cohérentes avec celles obtenues au moyen de la première hypothèse nulle. Par contre, à la différence de la méthode Taguchi, la température de chauffage apparaît ici comme un facteur de dispersion plutôt que d'ajustement.

Remarque. On obtient des résultats analogues en échelle initiale.

Le plan d'expériences utilisé ici est insuffisant pour permettre une exploitation plus efficace de la méthode, c'est-à-dire mieux préciser les niveaux à donner aux facteurs d'ajustement et de dispersion pour améliorer la qualité par exploration d'une surface de réponse décrite par un modèle polynomial d'ordre 2 ou plus. A cette fin il aurait été préférable d'utiliser par exemple un plan classique pour l'ajustement des surfaces de réponse d'ordre 2, ou bien un des plans proposés par Jones [1990] (voir également Box et Jones [1990]). Ceci pouvait se faire sans coût supplémentaire puisque notre méthode n'exige pas qu'il y ait répétition des conditions expérimentales.

Cette alternative à la méthode Taguchi appelle plusieurs remarques en conclusion.

1) Elle n'est utilisable que si certaines sources de bruit peuvent être contrôlées par l'intermédiaire de facteurs de bruit.

2) Elle fait appel à des techniques statistiques usuelles pour l'ajustement d'une surface de réponse. Tous les outils d'analyse et de planification utilisés à cette fin sont applicables avec efficacité puisqu'on a recours, si besoin est, à une transformation normalisant les résidus et en stabilisant la variance.

3) Les interactions facteur de fabrication \times facteur de bruit apparaissent explicitement dans les modèles. Leur identification apporte des informations précises sur certaines sources de bruit.

4) Il n'est pas indispensable de disposer d'observations répétées de la réponse pour chacune des expériences, on peut donc utiliser les plans introduits par Jones

[1990]. Cependant, s'il y a répétitions, une analyse des effets de dispersion permet de mieux juger de l'opportunité d'une transformation des données.

5) On peut explorer de diverses manières la surface de réponse dans le but d'améliorer la qualité, avec emploi explicite ou non de fonctions de perte. On peut en particulier recourir à une procédure en deux étapes analogue à celle utilisée dans la méthode Taguchi, mais ici l'analyse est plus précise puisque l'identification des facteurs de dispersion résulte de l'examen des estimations des paramètres d'interaction du second modèle.

Cette méthode est donc plus souple que la méthode Taguchi et permet une meilleure interprétation des phénomènes étudiés.

Références

- A.F.N.O.R. [1975]. *Etude de la normalité d'une distribution*. Norme française (Statistique et Qualité) X06-050, Paris.
- BOX G.E.P. [1988]. Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations. *Technometrics* 30, 1-17. Discussion pp 18-40.
- BOX G.E.P., COX D.R. [1964]. An analysis of transformations. *J. Royal Statist. Soc. B* 26, 211-243. Discussion pp 244-252.
- BOX G.E.P., DRAPER N.R. [1987]. *Empirical Model Building and Response Surfaces*. Wiley, New York.
- BOX G.E.P., JONES S. [1990]. *Designing Products that are Robust to the Environment*. Preprint n°56, Center for Quality and Productivity Improvement, University of Wisconsin, Madison.
- DANIEL C. [1976]. *Applications of Statistics to Industrial Experimentation*. Wiley, New York.
- DEHNAD K. [1989]. *Quality control, Robust Design and the Taguchi Method*. Wadsworth & Brooks/Cole, Pacific Grove (California).
- KACKAR N. [1985]. Off-line Quality Control, Parameter Design and the Taguchi Method. *J. Quality Technology* 17, 176-188. Discussion pp 189-209.*
- JONES S.P. [1990]. *Designs for minimizing the effect of environmental variables*. PhD Thesis, University of Wisconsin, Madison.
- LOGOTHETIS N., WYNN H.P. [1989]. *Quality through Design : Experimental design, Off-line quality control and Taguchi's contributions*. Clarendon Press, Oxford.
- NAIR V.N., PREGIBON D.R. [1986]. A Data Strategy for Quality Engineering Experiments. *AT&T Technical Journal* 65, 73-84.*
- NAIR V.N., PREGIBON D.R. [1988]. Analyzing Dispersion Effects from Replicated Factorial Experiments. *Technometrics* 30, 247-267.
- PIGNATIELLO J.J., RAMBERG J.S. [1985]. Discussion of "Off-line Quality Control, Parameter Design and the Taguchi Method" by R.N.Kackar. *J. Quality Technology* 17, 198-206.

SHOEMAKER A.C., TSUI K.L., WU C.F. [1989]. *Economical Experimentation Methods for Robust Parameter Design*. Research report 89-04, The Institute for Improvement in Quality and Productivity, University of Waterloo.

TAGUCHI G. [1986]. *Introduction to Quality Engineering : Designing Quality into Products and Processes*. Asian Productivity Association, available from UNIPUB/Krauss International Publications, White Plains N.Y.

* Articles repris dans l'ouvrage de K. Dehnad.