REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

J. RODRIGUES DIAS

Influence de la période d’inspection sur les coûts dans l’inspection périodique de systèmes

Revue de statistique appliquée, tome 31, nº 4 (1983), p. 5-15

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1983__31_4_5_0>

INFLUENCE DE LA PERIODE D'INSPECTION SUR LES COUTS DANS L'INSPECTION PERIODIQUE DE SYSTEMES

J. RODRIGUES DIAS

Département de Mathématiques, Université de Evora
7000 Evora, Portugal

Centre de Statistique et Applications — INIC
1200 Lisboa — Portugal

RESUME

Après avoir obtenu et interprété géométriquement des expressions simples et suggestives pour le nombre moyen d'inspections périodiques et pour le temps moyen de détection de la défaillance d'un système, on va analyser la validité des approximations considérées par SCHNEEWEISS [7] pour le temps moyen de détection et par NAKAGAWA et YASUI [5] pour la période d'inspection. En outre, on va comparer les valeurs du coût total moyen minimum avec les valeurs correspondantes de deux solutions approchées. Finalement, on se posera la question de l'importance du type de distribution du temps de vie du système, par rapport au coût minimum. A titre d'exemple, on considèrera des distributions avec : taux de défaillance décroissant, constant, croissant, (courbe en baignoire) et aussi le cas où le taux de défaillance croît initialement et décroît ensuite.

SOMMAIRE

1. INTRODUCTION

En partant d'un résultat obtenu par SCHNEEWEISS [7] (qui considère que l'intervalle moyen de temps entre la défaillance d'un système surveillé périodiquement et sa détection est approximativement égal à la moitié de la période d'inspection), NAKAGAWA et YASUI [5] ont obtenu une valeur approchée (facile à calculer) pour la période d'inspection qu'ils ont comparée avec la valeur exacte qui minimise le coût total moyen par cycle. Toutefois, il nous semble que ce

Mots-Clés : **Inspections périodiques, Période d'inspection, Comparaison de coûts, Approximations.**

qui doit être fondamentalement comparé dans un problème de ce genre, ce n'est pas la valeur correcte de la période d'inspection avec une valeur approchée, mais les coûts totaux moyens correspondants à ces valeurs-là. Voilà la question qui a conduit à cet article.

Bref, le problème qu'on va étudier, alors, peut se présenter de la façon suivante :

1) soit un système avec deux états seulement : l'un, de bon fonctionnement et l'autre, de mauvais fonctionnement ;

2) ce dernier, résultant d'une défaillance, est seulement connu par inspection, qu'on suppose de durée nulle et périodique ;

3) la durée de l'état de bon fonctionnement (temps de vie du système) est une variable aléatoire, dont la fonction de répartition est connue ;

4) il existe un coût pour chaque inspection et un coût pour chaque unité de temps de mauvais fonctionnement ;

5) on considère que la probabilité d'erreur à chaque inspection en ce qui concerne l'état du système, est nulle.

La question qui se pose alors est de déterminer l'intervalle de temps (période) entre les inspections périodiques, de telle façon que le coût total moyen par cycle, résultant du coût des inspections et du coût de la durée de mauvais fonctionnement, soit minimum. On considère qu'un cycle commence avec le système à l'état neuf et finit quand la défaillance est connue.

Comme domaines probables d'application on peut considérer, par exemple, la Médecine, l'Energie Nucléaire, la Défense Nationale et le Contrôle Statistique de la Qualité.

Ce problème a été étudié et il l'est encore dans des conditions plus générales. Ainsi, par exemple, BARLOW et PROSCHAN [1] traitent le cas où les inspections peuvent ne pas être périodiques, montrant que, dans certaines conditions, il existe (et il est possible de la déterminer) une séquence optimum d'instants d'inspection. Toutefois, devant la difficulté de calculer ces instants-là d'inspection, certains auteurs ont proposé des solutions alternatives qui, bien qu'approchées, ont l'avantage d'être plus facilement calculées. Ainsi, on peut se référer à MUNFORD et SHAHANI [4] et NAKAGAWA et YASUI [6].

Bien que, d'une façon générale, les inspections non périodiques correspondent à de moindres coûts, le fait est que les inspections périodiques ont l'avantage d'être commodes dans les applications pratiques.

En outre, on vérifie que dans le cas de la distribution exponentielle, qui est largement utilisée en fiabilité, la solution obtenue par BARLOW et PROSCHAN [1], par exemple, conduit à des inspections périodiques. Voilà, donc, l'intérêt qu'elles suscitent.

2. MINIMISATION DU COUT TOTAL MOYEN

Considérons les variables aléatoires suivantes :

T – temps de vie (ou de bon fonctionnement) du système ;

D – temps de détection de la défaillance du système (intervalle de temps entre le moment de la défaillance et le moment de sa détection) ;

N – nombre d'inspections périodiques du système, allant jusqu'à celle où la défaillance est détectée (i.e. nombre d'inspections périodiques, y compris celle où la défaillance est détectée) ;

C – coût total, résultant du coût des inspections et du coût de mauvais fonctionnement.

Soit encore C_1 et C_2, respectivement, le coût de chaque inspection et le coût par unité de temps de mauvais fonctionnement du système.

Si on représente par E(X) l'espérance mathématique d'une variable aléatoire générique X, alors on peut écrire :

$$E(C) = C_1 E(N) + C_2 E(D) \tag{1}$$

E(N) et E(D) étant des fonctions de la période d'inspection P ; la question qui se pose alors est de déterminer une valeur P_0 de P, qui minimise le coût total moyen E(C) pendant un cycle.

2.1. Nombre moyen d'inspections

Le nombre moyen d'inspections périodiques E(N) jusqu'à détection d'une défaillance est donné par

$$E(N) = \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \int_{kP}^{(k+1)P} f(t)\, dt \tag{2}$$

où $(k + 1)P$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, sont les instants d'inspection et f(t) est la fonction densité de probabilité du temps de vie T du système.

En développant l'expression précédente, on obtient :

$$E(N) = \sum_{k=0}^{\infty} R(kP) \tag{3}$$

où $R(t) = 1 - F(t)$ est la fonction de fiabilité du système.

On peut remarquer que le résultat précédent, au-delà de sa simplicité, admet une interprétation géométrique suggestive : E(N) est la somme des ordonnées de la courbe R(t) prises à l'origine et correspondant aux instants d'inspection kP, $k = 1, 2, 3, \ldots$

En utilisant le résultat (3) on peut montrer que, si P_1 et P_2 sont deux valeurs de la période d'inspection telles que

$$m = \text{valeur entière de } P_1/P_2$$

et si $E(N)_1$ et $E(N)_2$ sont les valeurs de E(N) correspondantes, alors on a :

$$m - \frac{m-1}{E(N)_1} \leqslant \frac{E(N)_2}{E(N)_1} < m + 1$$

On vérifie aussi que :

$$m - \frac{P_1}{E(T)} \cdot (m-1) \leqslant \frac{E(N)_2}{E(N)_1} < m + 1$$

2.2. Temps moyen de détection de la défaillance

Le temps moyen de détection de la défaillance E (D) est donné par

$$E(D) = P\,E(N) - E(T) \tag{4}$$

En utilisant le résultat (3) et en rappelant que

$$E(T) = \int_0^\infty R(t)\,dt \tag{5}$$

alors, on peut écrire l'expression (6) :

$$E(D) = \sum_{k=0}^{\infty} P\,R(kP) - \int_0^\infty R(t)\,dt \tag{6}$$

Ce résultat admet aussi une interprétation géométrique simple et suggestive. En effet, on peut dire que E(D) est donné par la différence de deux surfaces : l'une, correspondant à $\Sigma PR(kP)$, qui n'est autre que la somme des surfaces des rectangles de base P centrés sur kP, $k = 0, 1, 2, \ldots$, et de hauteurs R(kP) ; l'autre, correspondant à E(T), qui est la surface définie par l'intégrale $\int_0^\infty R(t)\,dt$.

On rappelle que NAKAGAWA et YASUI [5] ont écrit :

$$E(D) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^P [F(t + kP) - F(kP)]\,dt$$

L'interprétation géométrique donnée nous conduit facilement à la compréhension des résultats suivants :

a) Pour des valeurs petites de P, la valeur de E(D) est approchée de P/2. On peut se rappeler que SCHNEEWEISS [7], en considérant un linéarisation de f(t) en [kP, (k + 1)P), a obtenu l'approximation

$$E(D) \simeq P/2 \left[1 + \frac{P\,f(0)}{6}\right] \tag{7}$$

Ce résultat, cependant, qui n'est valide que pour $f(0) < \infty$, pourrait nous conduire à la conclusion $E(D) \geqslant P/2$, ce qui n'est pas toujours vrai, comme l'interprétation géométrique antérieure et les valeurs numériques obtenues peuvent nous le montrer.

b) Si F(t), et donc R(t), admet une approximation linéaire en [kP, (k + 1)P], alors E(D) = P/2 (NAKAGAWA et YASUI [5]).

2.3. Coût total moyen minimum et deux solutions approchées

En utilisant (1), (3) et (4) on obtient

$$E(C) = C_2\,E(T) \left\{ \left[\frac{\tau}{E(T)} + \frac{P}{E(T)}\right] E(N) - 1 \right\} \tag{8}$$

où $\tau = C_1/C_2$.

Le coût total moyen minimum, que nous désignons par $E(C)_0$, est obtenu pour une valeur P_0 de P qui vérifie l'égalité suivante :

$$E(N) + (\tau + P) \frac{dE(N)}{dP} = 0 \tag{9}$$

En utilisant (3) et considérant que la dérivation peut être effectuée (il est suffisant pour cela que f(t) soit une fonction continue), on obtient à partir de (9)

$$\sum_{k=0}^{\infty} R(kP) - (\tau + P) \sum_{k=1}^{\infty} k\, f(kP) = 0 \tag{10}$$

Dans le cas où la distribution est exponentielle, c'est-à-dire $R(t) = \exp(-\lambda t)$. on a :

$$\exp(\lambda P) - (1 + \lambda \tau + \lambda P) = 0 \tag{11}$$

Cette equation admet, c'est évident, une solution unique en P.

Dans le cas général, il se peut que l'équation (10) n'ait pas une solution unique en P, et, de surcroît, elle présente des difficultés de résolution. On cherche, alors, une valeur approchée P_0^* de P_0 qui soit facilement obtenue et qui conduise à un coût approché de $E(C)_0$.

NAKAGAWA et YASUI [5] ont montré que si $E(D) = P/2$, alors, la valeur P_0^* qui minimise E(C) est donnée par

$$P_0^* = \sqrt{2\,\tau\, E(T)} \tag{12}$$

Dans le cas où la distribution est exponentielle, c'est-à-dire $R(t) = \exp(-\lambda t)$, ce résultat peut être obtenu facilement à partir de (11), en utilisant l'approximation :

Les auteurs précédents ont comparé ensuite, pour la distribution de WEIBULL, la valeur de P_0^*, obtenue à partir de (12), avec la valeur de P_0 obtenue à partir de (10). Ils ont conclu que pour $1{,}5 < \beta < 2{,}5$ (β : paramètre de forme de la distribution de WEIBULL) les erreurs relatives de P_0^* étaient, au plus, 10 % environ.

Il nous semble, toutefois, que ce qui doit être comparé dans un problème de ce genre, ce sont les coûts et non pas les périodes d'inspection, car il se peut qu'il existe une très faible sensibilité de ceux-là, relativement à celles-ci.

Bien que, dans un problème d'inspection périodique, le résultat qui importe (du point de vue pratique) soit l'intervalle optimum entre inspections (ou alors, une valeur approchée), la vérité est que (du point de vue économique) on peut aussi avoir besoin de déterminer le coût total moyen minimum (ou alors, une valeur approchée). C'est pour cela, et aussi avec l'objectif de comparer ensuite leurs valeurs, que nous allons indiquer, au-delà du coût total moyen minimum $E(C)_0$, deux approximations que nous désignons par $E(C)_1^*$ et $E(C)_2^*$. Ainsi :

a) En résolvant l'équation (10) on obtient une valeur P_0, laquelle, remplacée en (8), nous permet d'obtenir $E(C)_0$ que nous pouvons écrire de la façon suivante

$$E(C)_0 = C_2\, E(T) \left\{ \left[\frac{\tau}{E(T)} + \frac{P_0}{E(T)} \right] . \sum_{k=0}^{\infty} R(kP_0) - 1 \right\} \tag{13}$$

b) En utilisant la valeur approchée P_0^*, obtenue à partir de (12) et en considérant dans l'expression (1) que $E(D) = P/2$, on obtient une approximation $E(C)_1^*$ donnée par

$$E(C)_1^* = C_2\, E(T)\, [\tau/(2\, E(T)) + \sqrt{2\tau/E(T)}] \tag{14}$$

c) En utilisant encore l'approximation P_0^*, mais sans imposer pour le moment $E(D) = P/2$ dans l'expression de E(C), on obtient alors la valeur correcte du coût total moyen $E(C)_2^*$ correspondant à P_0^*, qui est donnée par

$$E(C)_2^* = C_2\, E(T) \left\{ \left[\frac{\tau}{E(T)} + \frac{P_0^*}{E(T)}\right] \sum_{k=0}^{\infty} R(kP_0^*) - 1 \right\} \tag{15}$$

3. EXEMPLES D'APPLICATION. COMPARAISON DE RESULTATS

En utilisant les résultats établis précédemment, nous allons faire maintenant, pour différents types de distributions de T et pour différentes valeurs du rapport $\tau/E(T)$, les comparaisons suivantes. Par simplicité d'écriture, on peut admettre sans perte de généralité que $E(T) = 1$.

a) $P_0/2$ avec $E(D)_0$, en calculant

$$Q_1 = \frac{P_0/2 - E(D)_0}{E(D)_0} \,.\, 100 \ (\%) \tag{16}$$

b) P_0^* avec P_0, en calculant

$$Q_2 = \frac{P_0^* - P_0}{P_0} \,.\, 100 \ (\%) \tag{17}$$

c) $E(C)_1^*$ avec $E(C)_0$, en calculant

$$Q_3 = \frac{E(C)_1^* - E(C)_0}{E(C)_0} \,.\, 100 \ (\%) \tag{18}$$

d) $E(C)_2^*$ avec $E(C)_0$, en calculant

$$Q_4 = \frac{E(C)_2^* - E(C)_0}{E(C)_0} \,.\, 100 \ (\%) \tag{19}$$

Pour faire les comparaisons ci-dessus, on considèrera les cas $\tau/E(T) = .0125$, .05, .2, .8. En outre, en ce qui concerne les types de distributions de T, on considèrera les cas les plus intéressants où le taux de défaillance $h(t) = f(t)/R(t)$ est décroissant (WEIBULL, où $R(t) = \exp(t/\alpha)^\beta$, $\beta = .7$), constant (WEIBULL, $\beta = 1$ – exponentielle), croissant (WEIBULL, $\beta = 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 5{,}0, 7.0$), en forme de baignoire (HJORTH [2], où $R(t) = \exp(-\delta t^2/2)/(1 + \beta t)^{\theta/\beta}$, $\theta = \beta = 1$, $\delta = .01$) et le cas où le taux h(t) est initialement croissant et après décroissant (log-normal, où $f(t) = \exp[-(\log t - \mu)^2/2\sigma^2]/(\sqrt{2\pi}\,\sigma t)$, $\sigma = 1$).

Les résultats obtenus sont fournis dans le tableau 1. On peut remarquer que dans l'article de NAKAGAWA et YASUI [5] il y a des valeurs qui n'ont pas une représentation exacte.

TABLEAU 1

Valeurs obtenues pour Q1, Q2, Q3 et Q4, pour différentes valeurs de $\tau/E(T)$ et pour des distributions où le taux de défaillance h(t) est décroissant, constant, croissant, en forme de baignoire et le cas où le taux h(t) est initialement croissant et après décroissant.

	τ /E(T)															
	.0125				.0500				.2000				.8000			
DISTRIBUTION	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
0.7	-8.0	7.3	-4.3	0.3	-11.9	11.3	-6.7	0.6	-16.9	17.5	-10.2	1.3	-22.9	27.0	-15.4	2.5
1.0	-2.5	2.6	-1.3	0.0	-4.8	5.3	-2.6	0.1	-8.7	10.5	-5.2	0.5	-14.6	20.9	-9.8	1.7
1.5	-0.3	0.4	-0.1	0.0	-0.8	1.1	-0.4	0.0	-2.2	3.4	-1.3	0.1	-5.9	11.8	-3.9	0.6
WEIBULL 2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	1.3	-0.1	0.0
2.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	-0.1	0.0	0.0	0.4	-1.0	0.2	0.0	7.8	-11.2	4.5	1.0
β = 3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.0	0.3	-1.0	0.2	0.0	17.9	-13.7	10.5	3.1
4.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	36.6	-53.0	2.5	1.8	38.8	-11.4	22.2	5.1
5.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	58.8	-52.3	16.1	12.9	59.7	-7.9	31.8	4.1
7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8	3.8	0.3	0.3	101.3	-50.0	40.4	29.6	100.9	-1.9	46.0	0.4
HJORTH	-6.3	6.0	-3.3	0.2	-10.4	11.1	-5.8	0.6	-16.4	19.0	-10.0	1.5	-23.6	30.0	-16.0	3.0
LOG-NORMAL	0.2	-0.4	0.1	0.0	0.0	1.3	0.0	0.0	-3.6	9.0	-2.3	0.4	-11.8	24.8	-8.4	2.5

On peut mettre en évidence les conclusions suivantes, parmi d'autres :

a) Pour la distribution en forme de baignoire et pour la distribution de WEIBULL avec $\beta = .7$ et $\beta = 1$, on vérifie que E(D) est toujours supérieur à P/2, et d'autant plus que τ/E(T) est plus élevé. En outre, pour la distribution de WEIBULL avec β élevé et, plus spécialement pour des valeurs élevées de τ/E(T), on vérifie que E(D) peut être considérablement plus petit que P/2, ce que l'approximation (7) ne prévoyait pas. En outre, on vérifie que pour $\beta = 2$ on a $E(D) \simeq P/2$ pour presque toutes les valeurs indiquées de τ/E(T). Ces résultats sont facilement compréhensibles si on se rappelle l'interprétation géométrique de (6) et l'évolution de la convexité (positive ou négative) de la courbe R(t) pour chacune des distributions.

b) La valeur de P_0^*, comme NAKAGAWA et YASUI [5] l'avaient déjà vérifié, peut s'éloigner sensiblement de P_0 (prenant des valeurs supérieures ou inférieures), et cela plus particulièrement pour de grandes valeurs de τ/E(T) – situation où P/2 est une mauvaise approximation de E(D). Dans le cas de la distribution de WEIBULL où $\beta = 2$ on peut dire que P_0 et P_0^* sont presque égales.

c) Les coûts approchés $E(C)_1^*$ et surtout $E(C)_2^*$, s'écartent beaucoup moins, en valeurs relatives, du coût minimum $E(C)_0$ que la valeur approchée de la période d'inspection P_0^* ne le fait de la valeur P_0, pour les distributions log-normale et en forme de baignoire et pour la distribution de WEIBULL avec $\beta \leqslant 3$. En particulier, on peut considérer que $E(C)_2^*$ est presque minimum pour les distributions ci-dessus, car l'erreur relative pour les valeurs indiquées de τ/E(T) est souvent très proche de zéro. On peut alors conclure que l'approximation obtenue par NAKAGAWA et YASUI [5] est presque optimum du point de vue des coûts, ce que leur article ne mettait pas en évidence. La justification de ce fait est la suivante : d'une façon générale, quand la période d'inspection augmente (diminue), on vérifie que E(N) diminue (augmente) et, parallèlement, E(D) augmente (diminue), ce qui signifie que E(C) est peu sensible aux variations de P, surtout si celles-ci sont petites.

En outre, on peut vérifier que pour les valeurs élevées de β, les erreurs relatives de $E(C)_1^*$ et $E(C)_2^*$ peuvent être assez élevées, même supérieures aux erreurs relatives de P_0^*. Dans ce cas, on peut dire que P_0^* est une mauvaise approximation de P_0 (on constate que dans ce cas une augmentation de P peut provoquer une diminution simultanée de E(N) et de E(D)). Notons cependant que pour des distributions où le taux de défaillance croît très vite (cas de la distribution de WEIBULL avec β élevé), on préfère une politique d'inspection non périodique, avec des intervalles décroissants entre les inspections consécutives – voir, par exemple, BARLOW et PROSCHAN [1] et MUNFORD et SHAHANI [4].

4. L'IMPORTANCE DU TYPE DE DISTRIBUTION

Au paragraphe précédent, pour une distribution donnée, on a comparé différentes grandeurs. Maintenant, nous allons analyser la question suivante : est-ce que les coûts totaux moyens minimums, relatifs à deux distributions différentes avec la même espérance E(T), sont différents? Ou, en d'autres termes, est-ce que $E(C)_0$ dépend essentiellement de E(T) et non du type de la distribution?

A ce propos, on peut remarquer que cette même question, bien que formulée en d'autres termes, se pose en contrôle statistique de la qualité (voir, par exemple, MONTGOMERY [3]).

Supposons alors que les distributions précédemment utilisées aient la même espérance ($E(T) = 1$, par exemple, bien que cela ne soit pas nécessaire), et voyons comment $E(C)_0$ varie d'une distribution à une autre. Une façon simple de le faire est de considérer la grandeur

$$Q = \frac{E(C)_0 - E(C)_1^*}{E(C)_1^*} \tag{20}$$

où $E(C)_1^*$, donnée par (14), étant indépendante des distributions, est prise comme valeur de référence.

On a présenté dans le tableau 2 les valeurs obtenues de Q. On peut vérifier qu'il y a une variation importante de Q, et donc de $E(C)_0$, en particulier pour de grandes valeurs de $\tau/E(T)$. Ceci veut dire par conséquent que le coût minimum $E(C)_0$ (et aussi $E(C)_2^*$) peut dépendre assez fortement du type de distribution et non seulement de $E(T)$. Cependant, pour de petites valeurs de $\tau/E(T)$, pour la distribution de WEIBULL avec $\beta \in (1,3)$ et pour la distribution log-normale, on peut dire que la dépendance est faible. Cela est justifié parce que l'approximation $E(D) \simeq P/2$ est bonne dans ces cas-là.

TABLEAU 2

Valeurs obtenues pour Q, pour différentes valeurs de $\tau/E(T)$ et pour des distributions où le taux de défaillance h(t) est décroissant, constant, croissant, en forme de baignoire et le cas où le taux h(t) est initialement croissant et après décroissant.

		τ /E(T)			
DISTRIBUTION		•0125	.0500	.2000	.8000
	0.7	4.5	7.1	11.4	18.2
	1.0	1.3	2.7	5.4	10.9
	1.5	0.1	0.4	1.3	4.1
WEIBULL	2.0	0.0	0.0	0.0	0.1
	2.5	0.0	0.0	-0.2	-4.3
β =	3.0	0.0	0.0	-0.2	-9.5
	4.0	0.0	0.0	-2.4	-18.2
	5.0	0.0	0.0	-13.8	-24.1
	7.0	0.0	-0.3	-28.8	-31.5
HJORTH		3.5	6.2	11.1	19.1
LOG-NORMAL		-0.1	0.0	2.3	9.2
$E(C)_1^*/(C_2 E(T))$		•1644	.3412	.7325	1.6649

5. CONCLUSIONS FINALES

En utilisant des résultats simples pour le nombre moyen d'inspections périodiques et pour le temps moyen de détection de la défaillance, auxquels on a donné une interprétation géométrique suggestive, on a obtenu, en résumé, les conclusions suivantes :

a) Le temps moyen de détection de la défaillance E(D) peut prendre des valeurs assez différentes de P/2, soit supérieures soit inférieures, sauf pour de petites valeurs de $\tau/E(T)$ et pour des distributions où R(t) présente un point d'inflexion.

b) La valeur de la période d'inspection P_0 qui minimise E(C) peut être assez différente (supérieure ou inférieure) de celle qu'on obtient à partir de l'approximation de NAKAGAWA et YASUI [5], sauf pour les cas où $\tau/E(T)$ est assez petite et pour des distributions où R(t) présente un point d'inflexion (situations où on a $E(D) \simeq P/2$).

c) Le coût total moyen $E(C)_2^*$, obtenu à partir de l'approximation P_0^*, s'éloigne moins d'une façon générale, du coût minimum $E(C)_0$, correspondant à P_0, que P_0^* ne le fait de P_0 ; cela signifie qu'il existe une faible sensibilité de E(C) par rapport à P. Ce fait permet de considérer comme intéressante la valeur approchée P_0^* dans les applications pratiques. En outre, on peut estimer que le coût $E(C)_1^*$, dont la détermination exige seulement la connaissance de E(T) et de C_1 et C_2, est une bonne approximation de $E(C)_0$ et de $E(C)_2^*$, quand les valeurs de $\tau/E(T)$ sont petites.

d) Le type de distribution du temps de vie T du système est important quand on veut calculer le coût minimum $E(C)_0$ (et aussi $E(C)_2^*$). En d'autres termes, si nous avons deux distributions avec la même espérance E(T), il se peut qu'il existe une différence sensible entre les valeurs respectives de $E(C)_0$, sauf dans les cas où $\tau/E(T)$ correspond à de petites valeurs.

En ce qui concerne les exemples d'application, on s'est limité (au-delà des valeurs de $\tau/E(T)$ assez différentes) au cas où le taux de défaillance est décroissant, constant, croissant, courbe en baignoire et à celui où le taux croît initialement et décroît ensuite.

REMERCIEMENTS

L'auteur tient à remercier Madame Maria de FATIMA FONTES de SOUSA, Professeur à la Faculté de Sciences de Lisbonne, pour l'appui et pour l'encouragement qu'elle lui a donnés. Il remercie aussi Madame Conceição FIRMINO, Professeur de Français à Evora, pour la révision du texte original en Français. Enfin, l'auteur remercie Madame Angélica GALVOEIRA, du Département de Mathématiques de l'Université de Evora, pour le travail soigneux de dactylographie.

REFERENCES

[1] E.R. BARLOW, F. PROSHAN (1965). – *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley, New-York.

[2] U. HJORTH (1980). – A Reliability Distribution with Increasing, Decreasing, Constant and Bathtub-Shaped Failure Rates, *Technometrics*, Vol. 22, No. 1, p. 99-107.

[3] D.C. MONTGOMERY (1980). – The Economic Design of Control Charts: A Review and Literature Survey, *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 2, p. 75-87.

[4] A.G. MUNFORD, A.K. SHAHANI (1972). – A Nearly Optimal Inspection Policy, *Opl R.Q.*, Vol. 23, No. 3, p. 373-379.

[5] T. NAKAGAWA, K. YASUI (1979). – Approximate Calculation of Inspection Policy with Weibull Failure Times, *IEEE Trans. on Reliability*, Vol. R-28, No. 5, p. 403-404.

[6] T. NAKAGAWA, K. YASUI (1980). – Approximate Calculation of Optimal Inspection Times, *J. Opl. Res. Soc.*, Vol. 31, No. 9, p. 851-853.

[7] W.G. SCHNEEWEISS (1976). – On the Mean Duration of Hidden Faults in Periodically Checked Systems, *IEEE Trans. on Reliability*, Vol. R-25, No. 5, p. 346-348.