REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

JEAN-CLAUDE LIGERON
ALAIN DELAGE

Modélisation de la disponibilité d'un système de transports par chaînes de Markov

Revue de statistique appliquée, tome 28, n° 3 (1980), p. 45-68
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1980__28_3_45_0>

MODÉLISATION DE LA DISPONIBILITÉ D'UN SYSTÈME DE TRANSPORTS PAR CHAINES DE MARKOV

Jean-Claude LIGERON et Alain DELAGE

Direction Industrielle Service Fiabilite S.G.T.E. (*)

1. INTRODUCTION

Les clauses de fiabilité ont fait leur première apparition dans les "technologies de pointe", systèmes spatiaux et militaires en particulier. Elles atteignent aujourd'hui les domaines de l'industrie plus traditionnelle. Leurs applications aux systèmes des transports en constituent un bon exemple.

Le projet "METRO DE CARACAS" a fait l'objet de telles clauses dès le stade de l'appel d'offre. Ces clauses détaillées (désignées par les initiales RAMS(**) imposent des études théoriques prévisionnelles. Une vérification "in situ" des résultats annoncés sera effectuée au cours de la première année de fonctionnement du système.

Le système est divisé en quatre sous-systèmes principaux :

- la voie ferrée
- l'électrification
- le matériel roulant
- le contrôle des trains et les communications.

Nous détaillerons plus particulièrement dans cet article les études prévisionnelles de disponibilité effectuées pour le matériel roulant et le système de contrôle des trains et de communications.

2. LES CLAUSES ET LES OBJECTIFS

Les clauses RAMS ne comportent pas d'objectif chiffré en ce qui concerne la fiabilité intrinsèque du matériel (il n'existe pas de limite en ce qui concerne les taux de défaillance des équipements). Cependant, les rédacteurs de ces clauses

(*) Société générale de Techniques et d'Etudes.

(**) En Anglais : Reliability, Availability, Maintainability, Safety.

Mots-Clés : Fiabilité, Disponibilité, Chaînes de Markov, Transport.

ont défini la qualité de service minimale exigée au moyen d'un *objectif de disponibilité* fixé pour chaque sous-système principal. En outre, et de façon à ce que cette disponibilité ne soit pas obtenue "à n'importe quel prix", une *limitation des coûts de maintenance corrective* a été associée à la réalisation de l'objectif de disponibilité. Le non respect de ces clauses entraîne des pénalités.

2.1. L'objectif de disponibilité

Un indicateur de disponibilité, devant permettre à la fois les calculs prévisionnels et la vérification sur le site des résultats obtenus, est imposé par les spécifications. Il fait intervenir :

– les retards en ligne perçus par les passagers
– les portions de voie inutilisables suite à une défaillance
– les trains immobilisés par une panne.

Cet indicateur prend la forme suivante :

$$A_0 = \prod_{K=1}^{E} Aj$$

avec

$$\boxed{Aj = \frac{1}{E} \sum_{K=1}^{E} \frac{H_k}{H_k + D_{JK}} \times P_{Jk} \times Q_{Jk}} \qquad (2\text{-}1)$$

A_0 est le produit des disponibilités de chaque sous-système
D_{JK} est le retard par rapport à l'intervalle entre rames pour chaque évènement K attribuable au sous-système J
E est le dernier évènement d'une série d'évènements
H_K est l'intervalle programmé entre deux rames pour chaque évenement k
J identifie un sous-système
k est l'évènement d'un départ du terminus, que ce soit de l'Est ou de l'Ouest
N est le nombre total de sous-systèmes
P_{JK} est une fraction égale ou inférieure à l'unité, rapport entre le nombre de rames utilisables à chaque évènement (k) et le nombre de rames prévues en opération sur la ligne et aux terminus, ce rapport étant attribuable au sous-système j responsable
Q_{JK} est une fraction égale ou inférieure à l'unité, rapport entre la longueur de la ligne utilisable incluant les terminus à chaque évènement k et la longueur de ligne prévue incluant les terminus à chaque évènement k, le rapport étant attribuable au sous-système j responsable
A_j disponibilité attribuable au sous-système j

L'application de cette formule sur un trafic réel durant 250 jours, contenus dans 365 jours, doit démontrer une disponibilité de 0,96 par sous-système. Des procédures statistiques évoluées seront utilisées pour dépouiller les résultats.

2.2. Le coût de la maintenance corrective

Les études de fiabilité et de maintenabilité, prévues par les spécifications, permettent d'estimer :

– le nombre d'interventions pour remettre le système en état de marche
– le coût des opérations de maintenance corrective.

Le coût maximum de maintenance corrective par sous-système est fixé à 500 bolivars (environ 500 francs) par heure de fonctionnement. Il inclut les salaires des équipes de réparation, les outillages, les charges administratives, etc... Une évaluation du coût des stocks de pièces détachées est également imposée.

3. L'ORGANISATION DES ETUDES

Pour mener à bien des études concernant un groupement de 14 sociétés, il a été nécessaire de mettre en place une organisation précise décrite par les schémas 3-1 à 3-3.

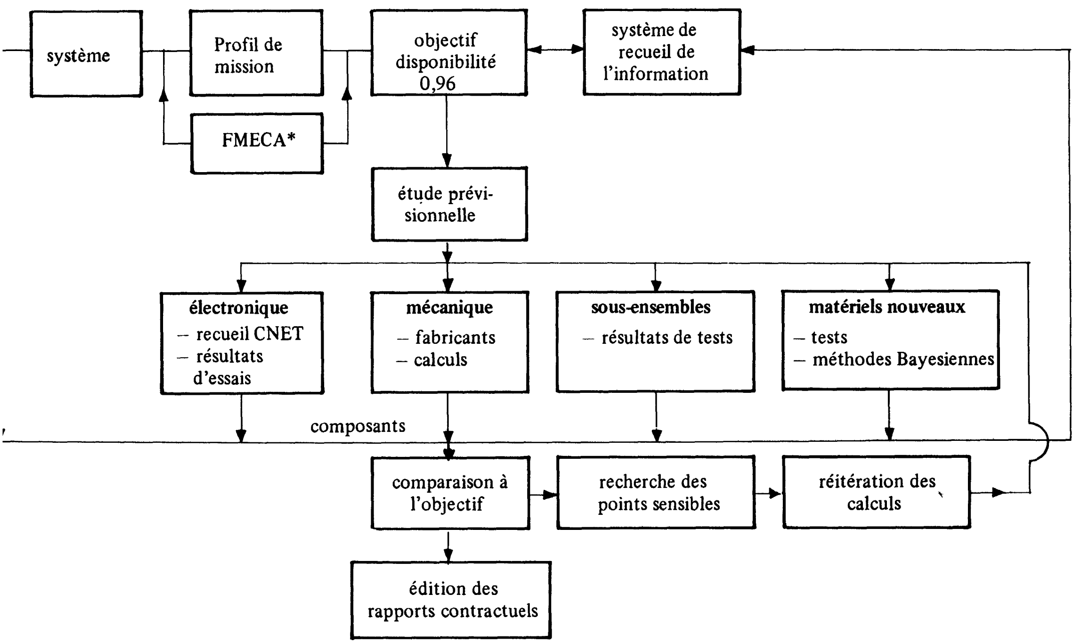


Figure 3-1. – Organisation des études de fiabilité.

(*) FMECA = Failure Modes, Effects and Criticality Analysis (Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité).

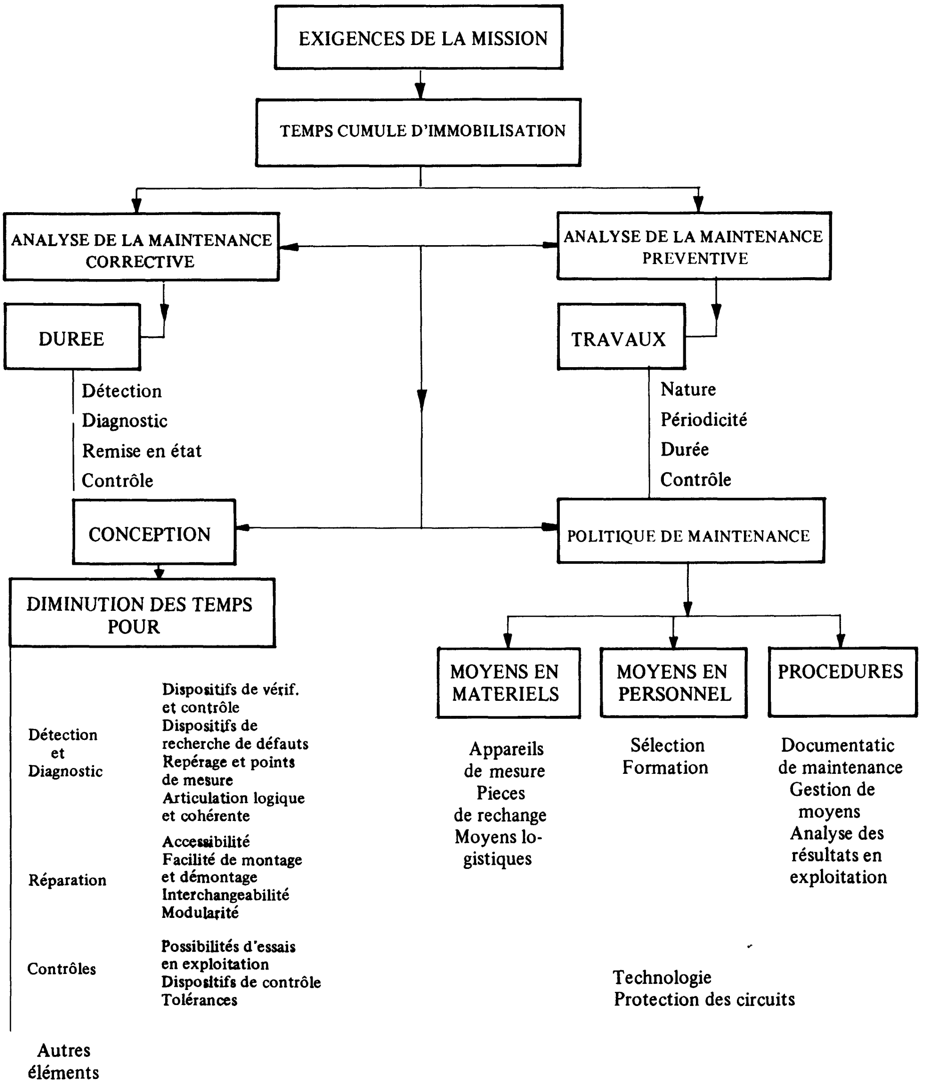


Figure 3-2. – Organisation des études de maintenabilité.

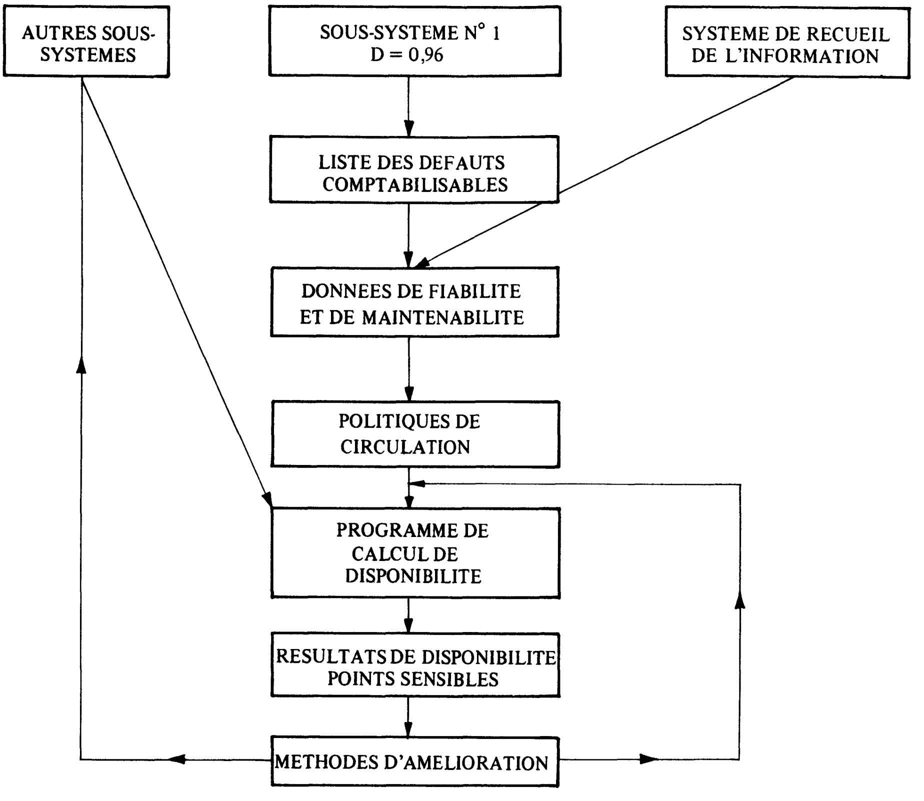


Figure 3.3. – Organisation des études de disponibilité.

4. RAPPELS SUR LES PROCESSUS MARKOVIENS

4.1. Généralités (cf [1] [4] [6] [3] [7])

On considère un système pouvant prendre N *états* que nous noterons E_1, E_2 ...... E_N. La modélisation du système consiste alors à décrire les *transitions* entre ces N états. Ces transitions sont, en général, d'origine aléatoire. Nous noterons p_{ij} (Δt) la probabilité de passage de l'état E_i à l'état E_j entre les instants t et t + Δt, sachant que l'on était à l'état E_i à l'instant t.

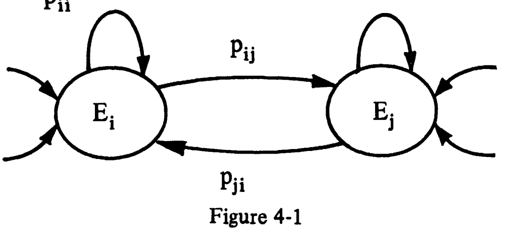


Figure 4-1

Un processus est dit *markovien* lorsque la probabilité pour que le système soit à l'état E_j au temps $t + \Delta t$ ne dépend que de l'état où il se trouvait au temps t (on parle alors de processus "*sans mémoire*").

Le processus est *homogène* lorsque les probabilités de transition sont indépendantes du temps.

Il est *discret* si le temps varie de façon discrète ($\Delta t = 1$) (on parle alors de chaîne de MARKOV), *permanent* lorsque le temps varie de façon continue.

Les phénomènes pris en compte dans les études de fiabilité et de maintenabilité nous amènent à considérer plus particulièrement les *processus markoviens homogènes à espace d'états fini.* En effet :

– le nombre des états de marche ou de panne que peut prendre un système est *fini,*

– les transitions entre états représentent, soit une panne, soit une réparation. Les hypothèses les plus communément utilisées en fiabilité conduisent à considérer que les durées entre pannes et les durées de réparation peuvent être décrites par des lois exponentielles (phénomènes sans mémoire).

Les densités de probabilité conditionnelles P_{ij} définies en (4-1) peuvent alors être assimilées aux taux de défaillance $\lambda = 1/\text{MTBF}$ (1) et aux taux de réparation $\mu = 1/\text{MTTR}$ (2).

Nous pouvons illustrer cette démarche à l'aide d'un exemple simple. Considérons un système formé de deux équipements identiques en redondance active, deux réparateurs étant disponibles.

On peut modéliser le système de la manière suivante :

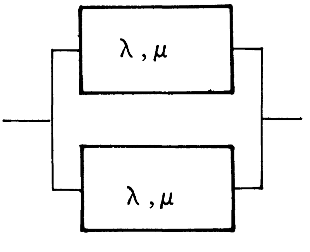
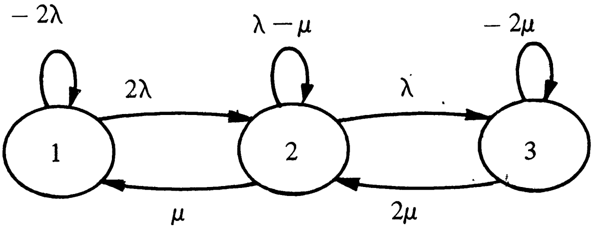


diagramme de fiabilité



graphe de transition

Figure 4-2

Ainsi la probabilité de se trouver à l'état (2) (un équipement en panne) à l'instant $(t + \Delta t)$ est la somme des trois probabilités composées suivantes :

– probabilité d'être dans l'état (1) (aucun équipement en panne) à l'instant t (soit $P_1(t)$) puis panne entre t et $t + \Delta t$ (soit $2\lambda . \Delta t$) ;

– probabilité d'être dans l'état (2) à l'instant t sans panne $(1 - \lambda \Delta t)$ ni réparation $(1 - \mu \Delta t)$;

(1) MTBF–Mean Time Between Failures = Moyenne des temps de bon fonctionnement.

(2) MTTR-Mean Time To Repair = Moyenne des temps de réparation.

– probabilité d'être dans l'état (3) (deux équipements en panne) à l'instant t, puis réparation entre t et t + Δt (soit $2\,\mu \times \Delta t$).

On peut écrire par exemple

$$P2(t+\Delta t) = P1(t) \,.\, 2\lambda\Delta t + P2(t)(1-\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t) + P3(t)\,.\,2\mu\Delta t \tag{4-1}$$

En conservant les termes du 1er ordre, on montre alors que le système peut être décrit par l'équation matricielle suivante (système différentiel linéaire à coefficients constants) :

$$\begin{bmatrix} \dot{P1}_D \\ \dot{P2}_D \\ \dot{P3}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\lambda & \mu & 0 \\ 2\lambda & -\lambda-\mu & 2\mu \\ 0 & \lambda & -2\mu \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P1_D \\ P2_D \\ P3_D \end{bmatrix} = A_D \begin{bmatrix} P1_D \\ P2_D \\ P3_D \end{bmatrix} \tag{4-2}$$

Si nous considérons (1) et (2) comme des états de marche, la *disponibilité* du système D(t), probabilité que le système fonctionne à l'instant t, s'exprime par

$$D(t) = P1_D(t) + P2_D(t)$$

La *fiabilité* R(t), probabilité que le système fonctionne pendant l'intervalle (0, t) sachant qu'il fonctionnait à l'instant 0, se calcule en rendant absorbant l'état de panne (3). On obtient ainsi un système d'équations analogue à 4.2, mais où A_D est remplacé par A_R.

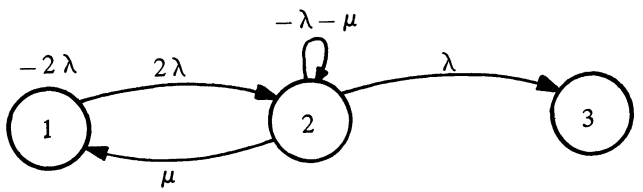
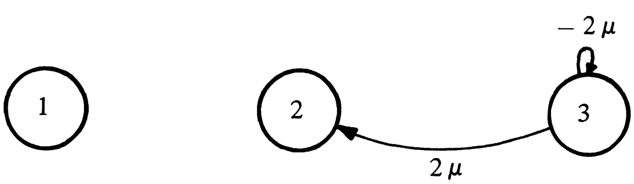


Figure 4.3

$$A_R = \begin{bmatrix} -2\lambda & \mu & 0 \\ 2\lambda & -\lambda-\mu & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix} \tag{4-3}$$

$$R(t) = P1_R(t) + P2_R(t).$$

La *maintenabilité* M(t), probabilité que le système soit réparé dans l'intervalle (0, t) sachant qu'il était en panne à l'instant 0, se calcule en rendant absorbants les états de marche (1) et (2) (d'où une équation analogue à 4-2 où A_D est remplacé par A_M).



$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu \\ 0 & 0 & -2\mu \end{bmatrix} \tag{4-4}$$

Figure 4.4

$$M(t) = P1_M(t) + P2_M(t) = 1 - P3_M(t)$$

4.2. Calcul des grandeurs de fiabilité par résolution linéaire en régime établi

a) Temps moyens passés dans les états de marche (MTBF)

Considérons la matrice **A** des taux de transition, à N états dont les M premiers sont les états de marche

On a $\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{AP}.$

P étant le vecteur colonne des $\{P_i(t) \mid i = 1 \ , N\}$ et $\dot{P}$ le vecteur dérivé de P par rapport au temps, i.e. le vecteur de composantes $\{\dot{P}_i(t) = dP_i(t)/dt \mid i = 1 \ , N\}$

$$\text{Avec } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & & a_{1M} & & a_{1N} \\ & \ddots & \vdots & & \\ a_{M1} & \cdots & a_{MM} & & \\ & & & a_{M+1M+1} & \cdots \\ & & & \vdots & \ddots & \\ & & & \vdots & & a_{NN} \end{bmatrix} \tag{4-5}$$

En rendant les états de panne absorbants, les probabilités des états de marche vérifient :

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_1 \\ \vdots \\ \dot{P}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & & a_{1M} \\ & & \\ a_{M1} & & a_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ \\ P_M \end{bmatrix} \tag{4-6}$$

Si t_b est le temps moyen de bon fonctionnement avant la première panne totale, et t_r le temps moyen de réparation de la première panne, la durée du premier cycle est $\Rightarrow T = t_b + t_r$.

Nous avons

$$\int_0^T \dot{P}_i(t)\, dt = P_i(T) - P_i(0), \tag{4-7}$$

$$\int_0^T P_i(t)\, dt = T_i = \text{temps moyen passé dans état i} \tag{4-8}$$

En intégrant les deux membres de (4-6) nous avons, en supposant que l'état de départ est l'état 1 :

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{M1} & \cdots & a_{MM} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_M \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}9)$$

La MTBF (états de panne absorbants) se calcule aisément (cf. [9])

$$\text{MTBF} = \sum_{i=1}^{M} T_i \qquad (4\text{-}10)$$

b) Disponibilité en régime établi et moyenne des temps de réparation (MTTR)

La relation $\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{AP}$ en transitoire, devient en régime permanent $\mathbf{O} = \mathbf{AP}$.

Remarquons que det (A) = 0 et introduisons $\sum_{i=1}^{N} P_i = 1$.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{N-1,1} & \cdots & a_{N-1,N} \\ & & \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{N-1} \\ \\ P_N \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}11)$$

La disponibilité se calcule par :

$$\text{Disponibilité} = \sum_{i=1}^{M} P_i \qquad (4\text{-}12)$$

A partir du MTBF et de la disponibilité, nous pouvons calculer facilement le MTTR $\left(\text{Dispo} = \dfrac{\text{MTBF}}{\text{MTBF} + \text{MTTR}}\right)$ qui est le temps moyen de réparation de la panne totale.

4.3. Disponibilité et maintenabilité, en fonction du temps

Pour calculer la disponibilité en fonction du temps, il suffit de résoudre par intégration numérique du type Runge Kutta l'équation matricielle (cf [9])

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{AP}$$

La disponibilité sera égale à :

$$\text{Disponibilité}(t) = \sum_{\substack{i \in \text{états de} \\ \text{marche}}} P_i(t) \qquad (4\text{-}13)$$

Pour le calcul de la maintenabilité, il suffit de rendre les états de marche absorbants et considérer la matrice A* des états de panne. En résolvant $\dot{P} = A^*P$, on obtient :

$$\text{Maintenabilité}(t) = 1 - \sum_{\substack{i \in \text{états de} \\ \text{panne}}} P_i(t) \qquad (4\text{-}14)$$

5. APPLICATION AU METRO DE CARACAS

Nous présenterons deux exemples illustrant l'application des techniques markoviennes à un système de transports :

– la modélisation du système "matériel roulant" ;

– la modélisation du système "contrôle des trains et communications".

5.1. Application du matériel roulant (voir figure 5.1)

5.1.1. Description du matériel

Le matériel comporte 25 rames de 7 voitures, parmi lesquelles :

– 20 rames circulent sur la ligne avec un intervalle de 2 mn ;

– 3 rames sont en réserve au terminus de façon à pallier immédiatement les défaillances des trains opérationnels

– 2 rames sont en atelier pour subir les opérations périodiques de maintenance préventive (révisions).

5.1.2. Définition de niveaux de défaillance

Les défaillances à prendre en compte sont celles décrites dans les analyses FMECA (*) effectuées pour chaque équipement. On effectue la ventilation de ces défaillances en 5 classes correspondant à autant de types de conséquence sur l'exploitation.

– *Accident*

Cette classe recouvre toutes les défaillances mettant en cause la sécurité des personnes ou du matériel. En raison de leur probabilité d'apparition extrêmement faible, ces défaillances ne sont pas introduites dans l'étude de disponibilité.

(*) Failure Modes, Effects and Criticallity Analysis.

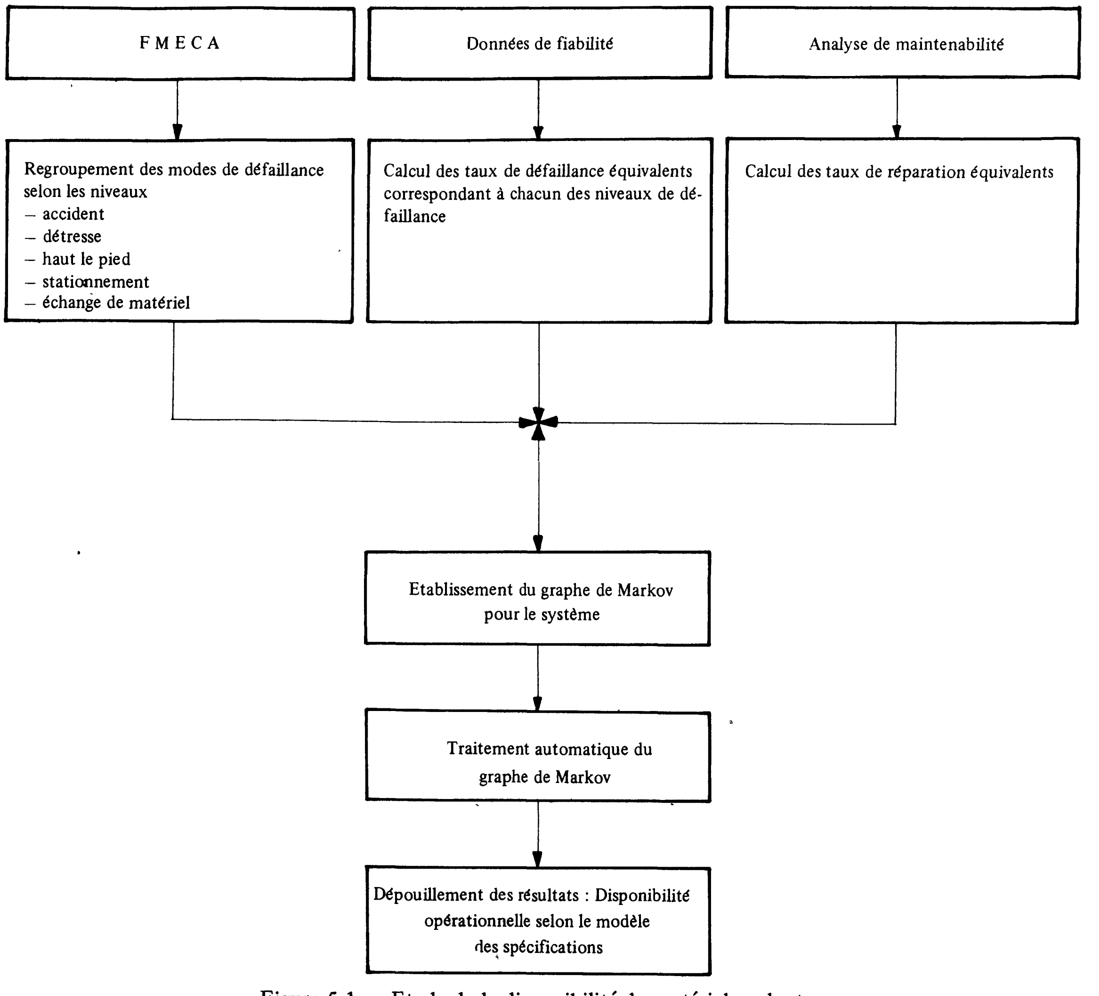


Figure 5-1. – Etude de la disponibilité du matériel roulant.

– ***Détresse***

Un train est immobilisé à la suite d'une défaillance. Il est nécessaire d'évacuer les passagers et de pousser la rame en panne à l'aide d'une autre rame.

– ***Haut le pied***

Il est nécessaire d'évacuer les passagers. Cependant, la rame peut finir le parcours à vide par ses propres moyens.

Les pannes suivantes sur le matériel roulant nécessitent un haut le pied:

- Avarie au système de portes
  - non fermeture
  - portes bloquées ouvertes
  - non fonctionnement du maintien de fermeture
- Plus de 2 voitures inactives au freinage
- Moins de la moitié des moteurs actifs

• Dégagement de fumée, bruits anormaux

• Fonctionnement continuel des sonneries d'alarme.

– *Stationnement*

Le conducteur peut effectuer la réparation et repartir normalement (exemple : avarie mineure sur une porte).

– *Echange*

La rame peut continuer à fonctionner, mais doit être échangée avec une autre rame dès que possible.

Les pannes suivantes nécessitent un échange :

• Tous les cas de haut le pied

• Freinage d'une seule voiture inactive

• Traction d'une seule motrice inactive

5.1.3. Etablissement du diagramme de MARKOV

Le modèle est développé en plusieurs étapes, partant du train seul pour arriver au système complet.

a) Modèle établi pour un train

On désigne ici par "train" l'ensemble des équipements d'une rame constituant le lot "matériel roulant". Un véhicule circulant seul sur une voie peut alors être modélisé de la manière suivante :

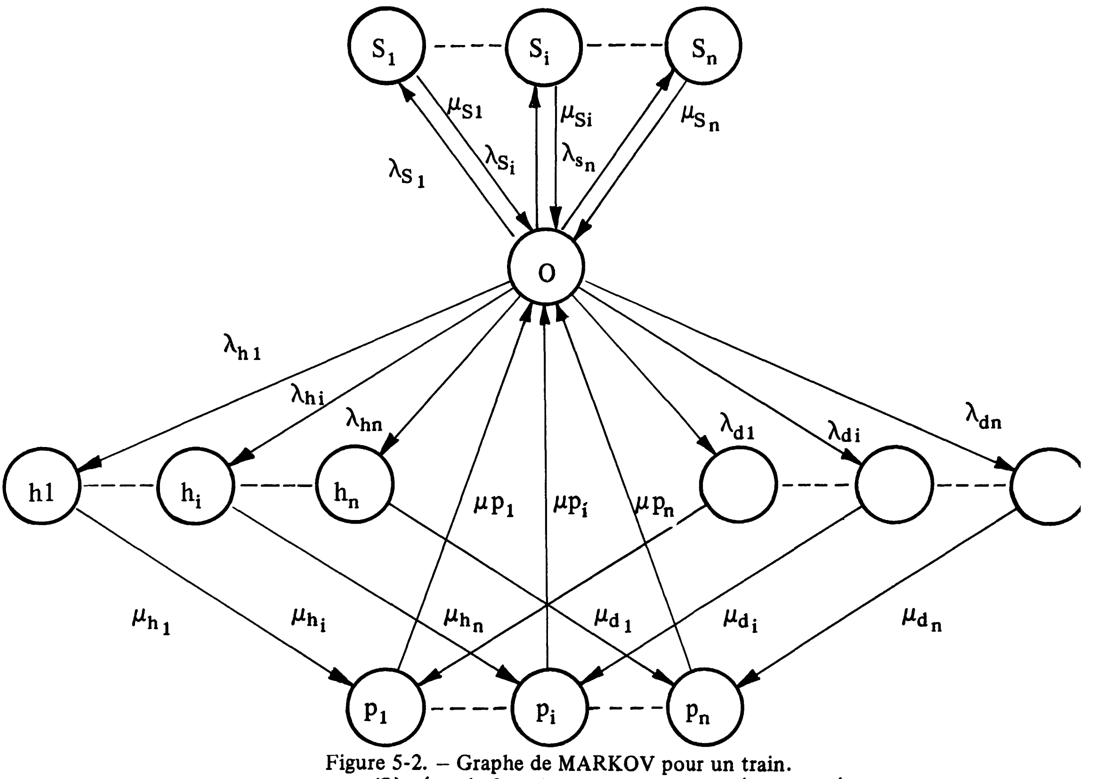


Figure 5-2. – Graphe de MARKOV pour un train.
avec (O) : état de fonctionnement normal : véhicule opérationnel en ligne.

dl à dn : train en détresse sur la voie à la suite des pannes correspondant aux taux de défaillance λ dl, . . . , λ dn affectés au mode de défaillance "détresse" des composants 1 . . . n.

hl à hn : haut le pied à la suite des pannes correspondant au mode de défaillance "haut le pied" des mêmes composants.

rl à rn : remplacement d'une rame (à la suite par exemple d'une dégradation de l'effort de traction).

pl à pn : états provisoires : voie libre, rame en atelier. Les taux de réparation μhl à μhn correspond au temps nécessaire pour enlever le train de la voie. Les taux μpl à μpn correspondent à la réparation du véhicule hors voie.

sl à sn : stationnement. Les taux de réparation μsl à μsn correspondent au temps nécessaire pour remettre le train en service.

Dans la mesure où les conditions permettant de regrouper les états (*) sont respectées, on peut effectuer un regroupement d'états, de manière à simplifier le graphe. On obtient alors le graphe ci-après :

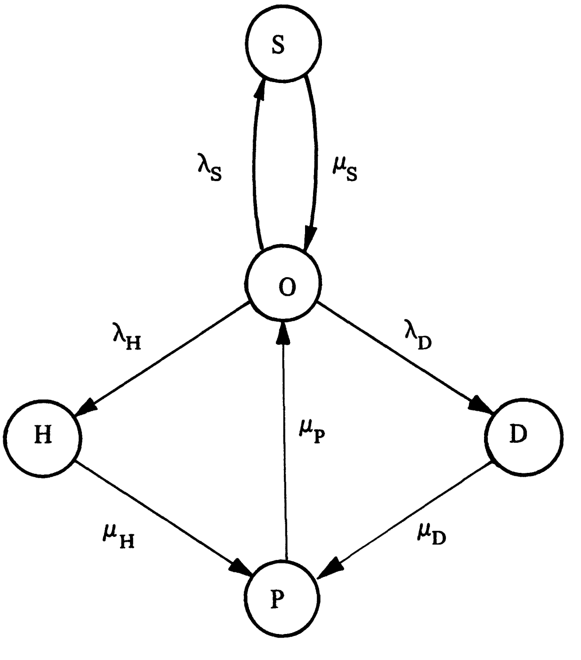


Figure 5-3. – Graphe de MARKOV simplifié pour un train.
avec (O) : état de fonctionnement normal.
(D) : véhicule en détresse sur la voie à la suite d'une défaillance quelconque.
(H) : idem pour haut le pied.
(S) : idem pour stationnement.

(*) En particulier MTTR petits devant les MTBF

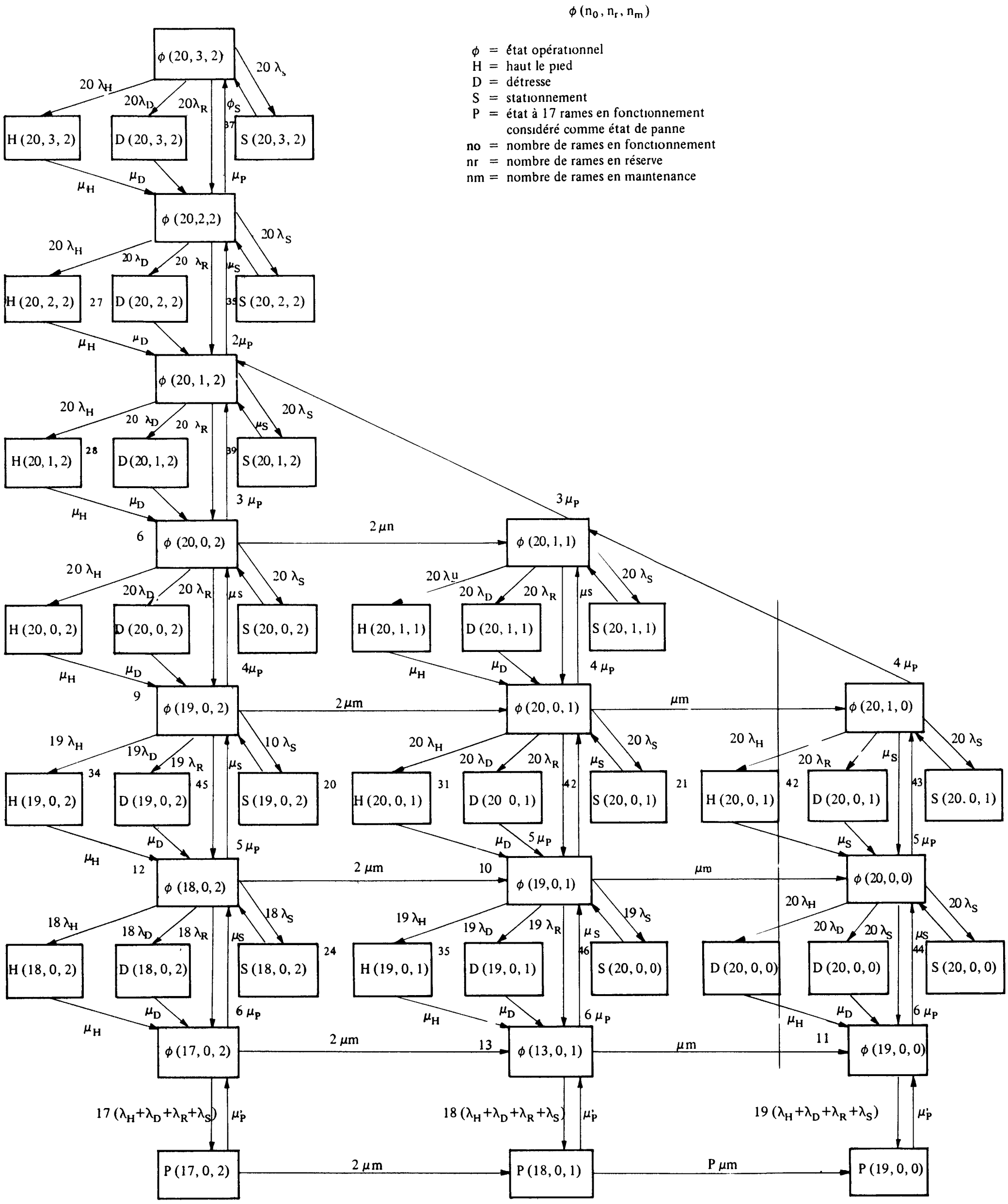


Figure 5-4. – Graphe de MARKOV pour le matériel roulant.

Les taux de défaillance et de réparation équivalents sont définis par les expressions suivantes (cf. [5] et [3]).

$$\lambda_D = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{di} \qquad \mu_D = \frac{\lambda_D}{\Sigma\,(\lambda_{di}/\mu_{di})}$$

$$\lambda_H = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{hi} \qquad \mu_H = \frac{\lambda_H}{\Sigma\,(\lambda_{hi}/\mu_{hi})}$$

$$\lambda_S = \sum_{i=1}^{n} \lambda\ si \qquad \mu_S = \frac{\lambda_S}{\sum_{i=1}^{n} (\lambda_{si}\,/\,\mu_{si})}$$

$$\mu_p = \frac{\sum_i (\lambda_{di} + \lambda_{hi})}{\sum_i (\lambda_{di} + \lambda_{hi})\,/\,\mu_{pi}}$$

b) Modèle établi pour le système de trains (cf. [5])

On désigne par "système de trains" l'ensemble de tous les trains du système (trains en circulation + trains en réserve + trains en maintenance).

Le modèle défini ci-dessous est établi à partir des hypothèses suivantes :

1) Seuls les trains en circulation peuvent tomber en panne (pas de panne sur les trains en réserve ou en maintenance).

2) La panne d'un train entraîne la panne du système.

3) Un train en "haut le pied" est retiré du service aussi vite que possible. On supposera donc qu'il ne peut pas être affecté par une deuxième panne.

4) Lorsqu'il n'y a plus de trains en réserve, on peut utiliser les trains en atelier pour remplacer les trains en opération ou les trains en réserve.

Les notations suivantes sont utilisées :

λ_H = taux de défaillance pour le mode "haut le pied"
λ_D = taux de défaillance pour le mode "détresse"
λ_R = taux de défaillance pour le mode "échange"
λ_S = taux de défaillance pour le mode "stationnement"
μ_H = taux de réparation correspondant à la remise en route du réseau en cas de "haut le pied"
μ_D = idem pour détresse
μ_S = idem pour stationnement
μ_p = taux de remise en état d'un train après panne
μ_m = taux de remise en état d'un train en cours de maintenance.

5.2. Application au système "contrôle des trains et communications

5.2.1. Description (voir figure 5.5)

Ce système inclut essentiellement

a) les équipements de gestion du trafic et de contrôle.

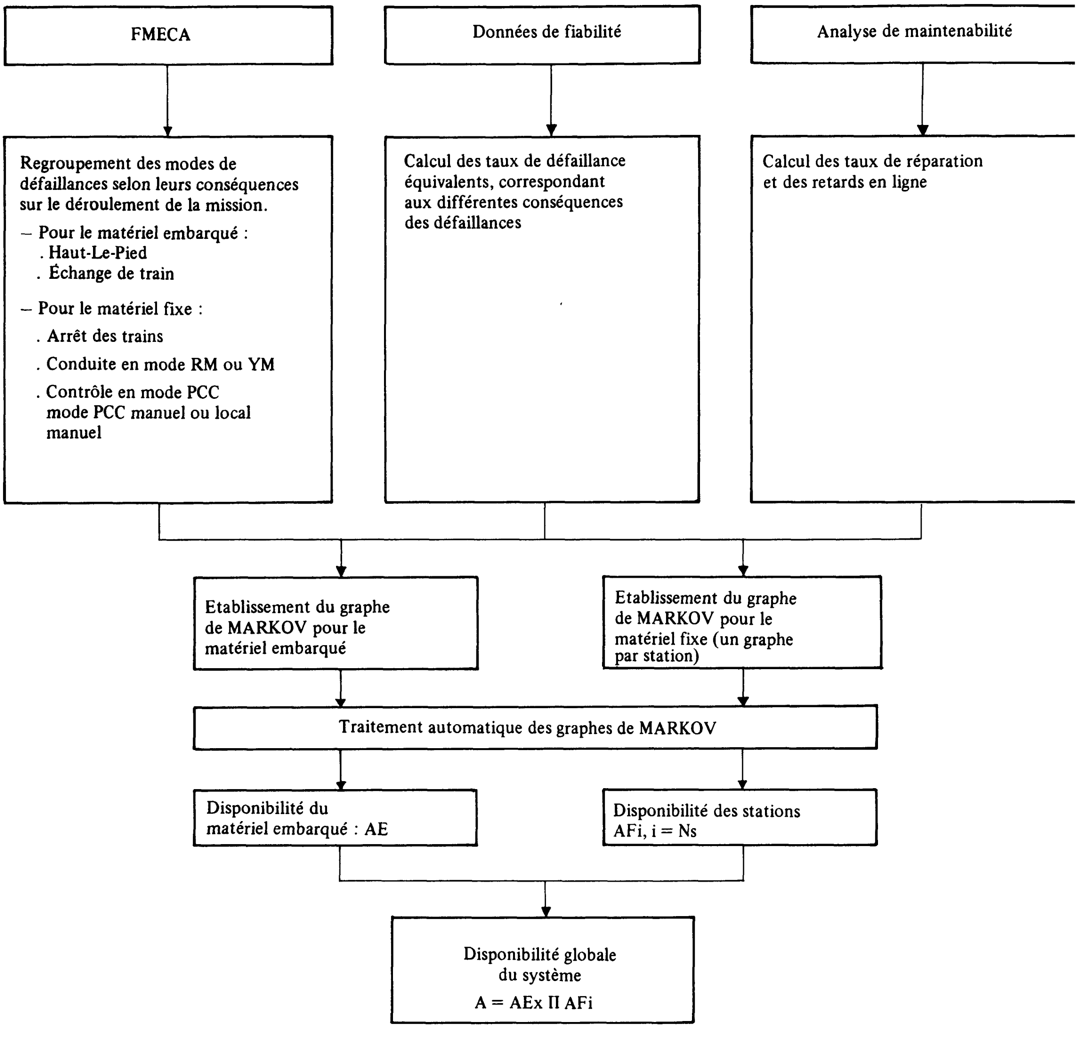


Figure 5-5. – Etude de la disponibilité par chaînes de MARKOV.

. au Poste de Contrôle centralisé, le système informatique, les émetteurs de télécommande (TC) et les récepteurs de télécontrôle (TK), les pupitres, etc...

. le long de la voie et en station :

les équipements de télétransmission (émetteurs TK et récepteurs TC)
les équipements de signalisation (signaux lumineux, circuits de voie, les commandes d'aiguillage, les pupitres locaux, . . .)
les équipements de téléphone et de sonorisation, etc...

b) les équipements de pilotage automatique (PA) dont une partie est embarquée à bord des voitures.

Les modes de fonctionnement du système sont les suivants :

a) Modes de contrôle du trafic

Deux modes sont pris en considération :

. Mode nominal : Commande centralisée depuis le PCC : *PCC automatique* (par ordinateur) ou *PCC manuel*

. Mode dégradé : Local manuel (*LM*), chaque station commandant localement la durée d'arrêt en station et l'allure normale pour le tronçon suivant. En cas de manoeuvre, il peut être nécessaire d'envoyer du personnel en station.

b) Modes de pilotage des trains

– Deux modes nominaux :

. Pilotage automatique (PA)

. "Manuel contrôlé" (MCS), ce mode ne pouvant être considéré comme un mode dégradé, la plupart des pannes PA entraînant l'impossibilité d'utiliser le mode MCS.

Nous confondrons ces deux modes dans l'étude.

– Deux modes dégradés :

. Le mode "Road Manual" (RM) limité à 45 km/h et utilisable en cas de panne du pilote automatique.

. Le mode "Yard Manual" (YM) limité à 15 km/h et utilisable en cas de *marche à vue*

La construction des graphes de MARKOV met en évidence les états correspondant aux différentes combinaisons des modes de fonctionnement cités ci-dessus.

5.2.3. Niveaux défaillance

Quatre catégories fondamentales de défaillances sont considérées

A) Les défaillances entraînant un arrêt du train, puis le parcours du canton incriminé en *marche à vue* après autorisation téléphonique du PCC (ce sont essentiellement les pannes affectant le poste).

B) Les défaillances entraînant le passage en Yard Manual, puis en Road Manual (pannes PA).

C) Pannes entraînant le passage en *PCC manuel* (pannes ordinateurs essentiellement) (non prises en compte dans la présente étude).

D) Pannes entraînant le passage en mode *local manuel* (ce sont, en particulier, les pannes affectant les ordinateurs et les télétransmissions).

5.2.3. Etablissement des modèles de MARKOV (voir figures 5-6 et 5-7)

On établit

– un diagramme de MARKOV pour l'ensemble des équipements embarqués
– un diagramme de MARKOV pour chaque station

Nous présenterons ici le graphe établi pour les stations

La "station" inclue en fait

– les équipements appartenant physiquement à la station

– les équipements "voie" appartenant à l'interstation adjacente

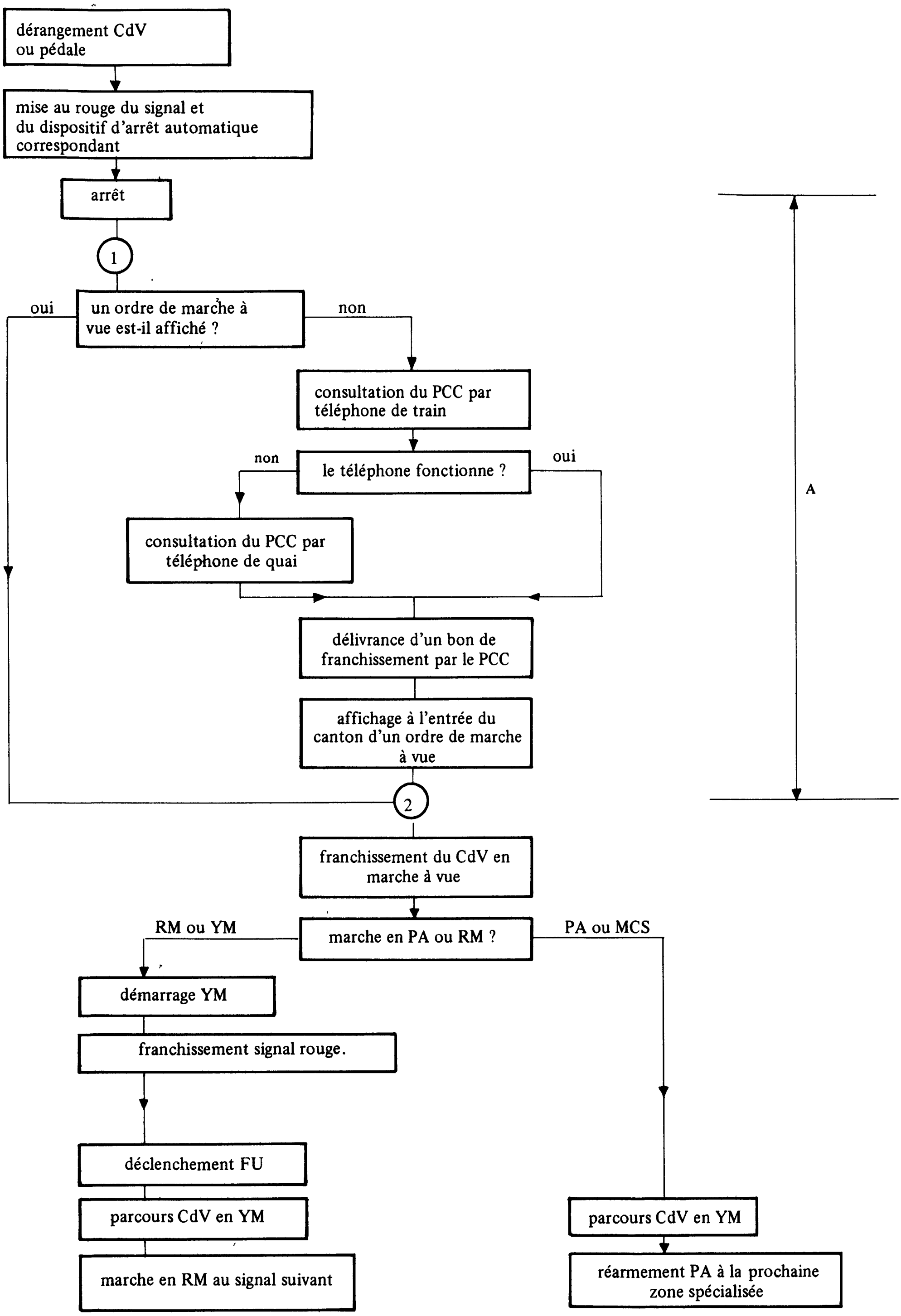


Figure 5-6. – Dérangement d'un CdV (circuit de voie).

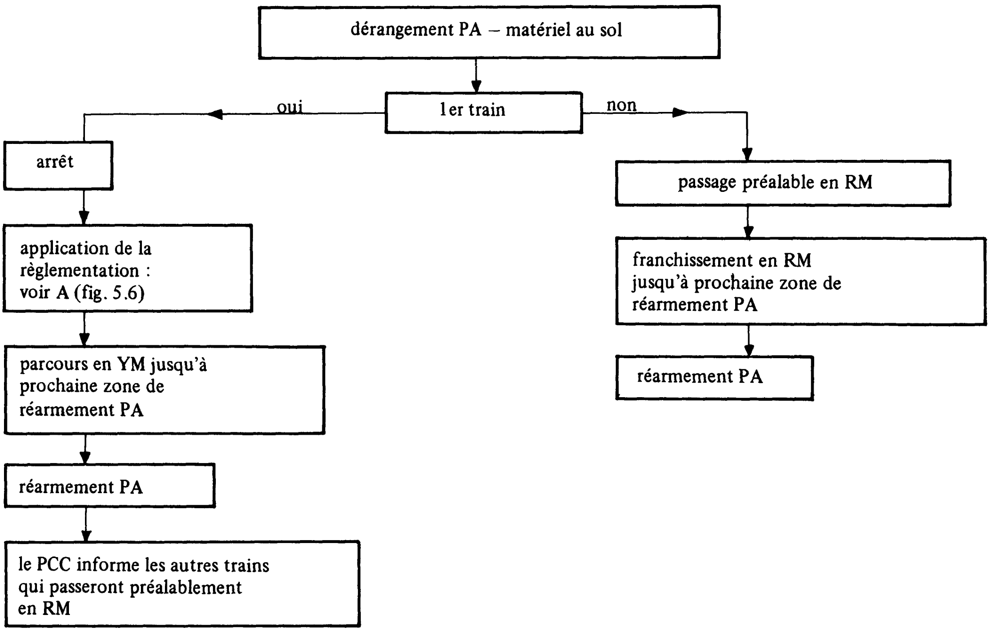


Figure 5-7. – Dérangement des équipements PA au sol.

– les équipements situés au PPC dont les défaillances n'affectent que la station et l'interstation concernées.

Par souci de simplification, nous avons regroupé les stations en quatre "types", chaque type rassemblant des stations dont la composition en équipements est voisine.

Sous l'hypothèse que les sous-ensembles ainsi définis sont indépendants, et dans la mesure où les temps moyens entre pannes sont grands devant les temps moyens de réparation, on exprimera la disponibilité globale du système par

$$A = A\,(\text{équipement embarqué}) \times \prod_{i=1}^{\text{nb stations}} A\,(\text{station } i)$$

Nous ne présenterons pas le graphe de MARKOV relatif aux équipements embarqués car il est identique à celui défini pour le matériel roulant.

La figure 5-8 fournit le graphe établi pour les stations avec les notations suivantes :

– λ_{TCCF} : taux de défaillance des équipements de télé-contrôle et télécommande affectant uniquement les commandes courants forts

– λ_{TCCF} : taux de défaillance des équipements de TC/TK affectant uniquement les courants faibles

– λ_{TCTK} : taux de défaillance des équipements de TC/TK affectant à la fois les courants forts et les courants faibles

– λ_D : taux de défaillance global des TC . TK
$\lambda_{TCCF} + \lambda_{TCCf} + \lambda_{TCTK}$

- λ_{A*} :: taux de défaillance des équpements dont les défaillances entrainent le passage en mode YM à partir du mode RM, mais sont sans conséquence en mode PA (signaux et balises)
- λ_{A**} : taux de défaillance des équpements entrainant le passage de PA ou RM en YM (aiguilles, circuits de voie, pédales, etc. . .)
- λ_A : $\lambda_{A*} + \lambda_{A**}$
- λ_{PA} : taux de défaillance des équpements fixes de pilotage automatique rattachés à la station

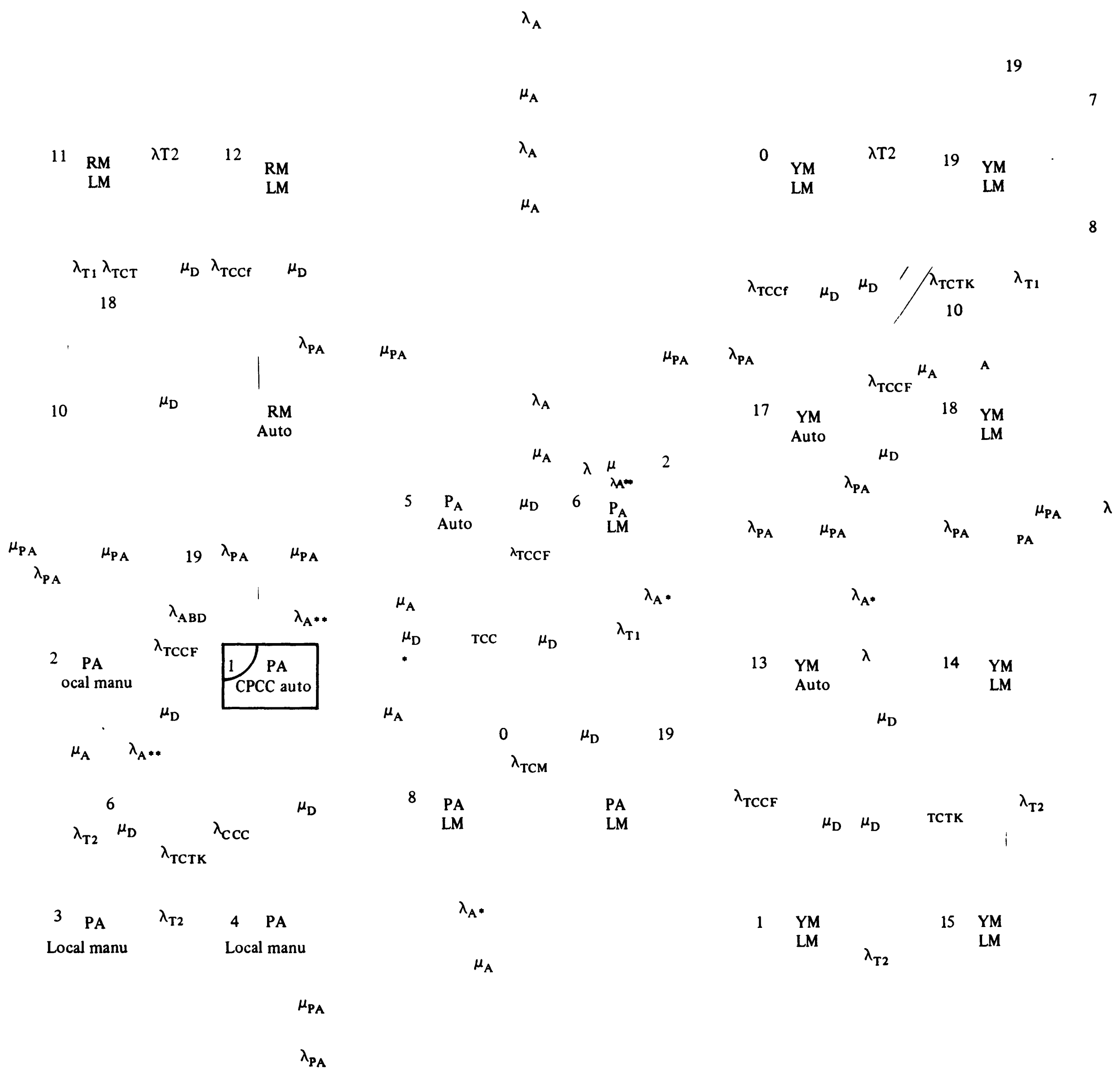


Figure 5-8. – Graphe de MARKOV pour une station.

– λ_{ABD} : (taux de défaillance du réseau) x (proba de non commutation sur le secours)

– λ_{T1} : $\lambda_{TCCf} + \lambda_{TCTK}$

– λ_{T2} : $\lambda_{TCCF} + \lambda_{TCTK}$

– μ_D : taux de réparation des équipements télé-contrôle

– μ_{PA} : taux de réparation des équipements PA fixes

– μ_A : taux de réparation des équipements "poste"

$$\mu_A = \frac{\lambda_{ai}}{\dfrac{\lambda_{ai}}{\mu_{ai}}}$$

6. EXPLOITATION DES RESULTATS

6.1. Résultats bruts

Les programmes de calcul permettent d'établir directement pour chaque système ou sous-système (matériel roulant, matériel de pilotage embarqué, station).

a) la probabilité P_i de se trouver dans chaque état de fonctionnement en régime établi (figures 6-1 et 6-2 pour les stations par exemple) ;

b) l'évolution de ces probabilités dans les premières heures de fonctionnement ;

c) la liste des états les plus probables ;

d) un tableau récapitulatif donnant les probabilités de combinaisons

$$P_{ij} = P_i \times P_j$$

entre les différents modèles dégradés ;

e) un tableau semblable donnant le temps T_{ij} passé dans chaque combinaison en un an de fonctionnement (1 an = 20 x 250 = 5 000 heures)

$$T_{ij} = 5\,000 \times P_{ij}$$

5.2. Calcul de l'indicateur de disponibilité défini au paragraphe 2.1

L'indicateur est estimé sur une période T = 250 jours à raison de 20 heures par jour de fonctionnement, soit :

$$250 \times 20 = 5\,000 \text{ heures de fonctionnement.}$$

L'intervalle H entre rames étant fixé à 2 mn, on peut calculer le nombre théorique d'évènements E_0 (départ d'un train)

$$(E_0 = 2 \times 5\,000 \times \frac{60}{2} = 300\,000 \text{ départs})$$

Probabilité de se trouver dans chaque état

ETAT	PROBABILITE	
1	0.9951308317D+00	MARCHE
2	0.2625370357D–04	MARCHE
3	0.8150746906D–03	MARCHE
4	0.3847487642D–04	MARCHE
5	0.1149118836D–02	MARCHE
6	0.3176049508D–07	MARCHE
7	0.9412007401D–06	MARCHE
8	0.4442978570D–07	MARCHE
9	0.2783587453D–02	MARCHE
10	0.7342906604D–07	MARCHE
11	0.2281377178D–05	MARCHE
12	0.1076477929D–06	MARCHE
13	0.4977741173D–04	MARCHE
14	0.1354423415D–08	MARCHE
15	0.4232586048D–07	MARCHE
16	0.4791630206D–09	MARCHE
17	0.3353743560D–05	MARCHE
18	0.8885449133D–10	PANNE
19	0.3403576192D–08	PANNE
20	0.1309672371D–09	PANNE

Figure 6.1.

Méthode de résolution linéaire.
Temps passé dans les états de marche
avant première panne

ETAT	TEMPS PASSE (HEURES)
1	0.1803790840D+09
2	0.4758775169D+04
3	0.1477412237D+06
4	0.6973990722D+04
5	0.2082912078D+06
6	0.5756946188D+01
7	0.1706031148D+03
8	0.8053391265D+01
9	0.5045530233D+06
10	0.1327438837D+02
11	0.4121666750D+03
12	0.1945758880D+02
13	0.9022624586D+04
14	0.2386067769D+00
15	0.7407604577D+01
16	0.8440002709D–01
17	0.6077166918D+03

Figure 6.2.

Pour chaque panne (haut le pied, détresse, etc. . .), on définit un "scénario moyen"

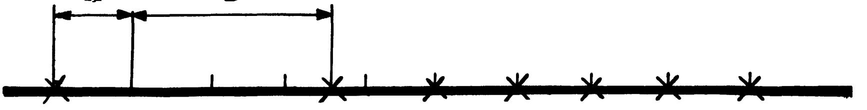


Figure 6.3.

* départ effectif
+ départ théorique
D retard moyen pour le type de panne.

Le nombre équivalent de pannes d'un type donné est calculé comme le rapport entre le temps passé dans l'état de panne et la durée moyenne d'une panne.

Ces renseignements permettent donc de calculer :

– le nombre d'évènements perdus E_p ;

– le nombre d'évènements E_A affectés d'une valeur $Ai \neq 1$ ainsi que la somme

$$\sum_{i}^{EA} Ai$$

– l'indicateur de disponibilité

$$A = \frac{1}{E_0 - E_p} \left[(E_0 - E_p - E_A) \times 1 + \sum_{i}^{EA} Ai \right]$$

7. CONCLUSIONS

L'emploi des techniques de modélisation par chaines de MARKOV présente, par rapport à des méthodes telle que la simulation, un certain nombre de limites

– La première, liée à la théorie même des processus markoviens, est l'obligation de décrire chaque variable par une distribution exponentielle. Si cette hypothèse n'est pas génante en ce qui concerne les composantes électroniques, elle interdit toute modélisation directe des composants soumis à usure (distribution de WEIBULL) ou des temps de réparation distribués généralement selon une loi log-normale (la technique des "états fictifs", que nous n'avons pas présentée, peut cependant permettre de tourner cette difficulté. (Cf. [7])

– La seconde, liée au traitement de matrices de grandes dimensions (manque de précision de certains algorithmes). (Cf. [10])

– La troisième étant la difficulté de construction du diagramme markovien pour un système aussi complexe, bien que des méthodes basées sur les réseaux de PETRI se développent actuellement et permettent de simplifier le problème. (Cf. [2])

– La dernière, enfin, plus particulière à notre exemple, est l'obligation de "manipuler" les résultats bruts pour évaluer un "indicateur de disponibilité" qui n'a plus les propriétés de la "disponibilité" telle que nous la définissons habituellement.

Cependant, l'emploi de telles méthodes présente des avantages appréciables du fait :

– qu'elles autorisent un traitement automatique sur ordinateur permettant de comparer rapidement plusieurs configurations par rapport aux objectifs fixés ;

– que la mise en œuvre du modèle est beaucoup plus rapide et moins coûteuse qu'une modélisation fonctionnelle du type simulation de Monte-Carlo.

BIBLIOGRAPHIE

[1] SCHWOB M. et PEYRACHE G. – *Traité de fiabilité.* Masson et Cie.

[2] NATKIN S. – Quelques aspects de la sûreté de fonctionnement des Systèmes informatiques. Mémoire d'Ingénieur CNAM.

[3] GONDRAN M., PAGES A. – *Calcul de la fiabilité des systèmes réparables.* Notes internes E.D.F.

[4] DESAUTY J. – *Fiabilité des équipements avec redondance.* Cours Sup. Aéro.

[5] SINGH C. – Reliability models for track bound Transit systems *Proceeding* 1977. *Annual Reliability and Maintainability symposium.*

[6] GNEDENKO B., BELIAEV Y., SOLOVIEV A. – *Méthodes mathématiques en théorie de la fiabilité.* Edition de Moscou.

[7] LAPRIE J.C. – *Prévision de la sûreté de fonctionnement et architecture de structures numériques en temps réel réparables.* Thèse de Docteur d'Etat 1975. Toulouse.

[8] GUYOT C. – *Initiation à la maintenabilité.* Ed. DUNOD.

[9] RALSTON A., WILF H.S. – *Méthodes mathématiques pour calculateurs arithmétiques.* DUNOD.

[10] LEBEURIER J.F., MANGEOL P. – *Traitement numérique des processus stochastiques.* Thèse IIE, 2 Juillet 1979.