

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

JACQUES FLESSELLES

**Statistique cinématique. Autocorrélations et
variances de moyennes collectives**

Revue de statistique appliquée, tome 19, n° 4 (1971), p. 73-84

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1971__19_4_73_0

© Société française de statistique, 1971, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

STATISTIQUE CINÉMATIQUE AUTOCORRELATIONS ET VARIANCES DE MOYENNES COLLECTIVES (1)

Jacques FLESSELLES
Ingénieur des Manufactures de l'Etat

INTRODUCTION

Lorsqu'une machine ou un processus délivre une série d'objets successifs dont l'une des caractéristiques mesurables est X, il est fréquent de s'intéresser à "la" dispersion des valeurs x de X en mesurant par exemple les moyennes successives des valeurs de X portant sur n objets consécutifs. (Références : [1], [2], [3]).

Dans notre industrie, ce cas se présente notamment lorsque l'on veut connaître, par l'analyse des dispersions de poids, la marche d'une machine à cigarettes.

L'exposé que nous nous proposons de faire est principalement rédigé avec cette intention. On trouvera d'ailleurs (ci-après) une étude pratique qui utilise les résultats du présent travail que nous avons voulu présenter de façon séparée à cause, d'une part de son caractère abstrait et vu, d'autre part, la valeur de généralité des questions abordées et des formules qui y sont données.

* * *

POSITION DU PROBLEME

Une machine a délivré des objets, par exemple des cigarettes, formant une population totale de N objets, la caractéristique à laquelle on s'intéresse étant désignée par X. Ses valeurs, x_1, x_2, \dots, x_N , sont par exemple les poids des cigarettes.

Si l'on extrait, au hasard de la population totale, n cigarettes, on sait que la dispersion du poids moyen \bar{x}_n , notée $\sigma_{\bar{x}_n}$ (2), est donnée par la formule classique :

$$\sigma_{\bar{x}_n} = \sigma_x \times \frac{1}{\sqrt{n}}$$

(1) Une version peu différente des deux articles qui suivent a été publiée dans les Annales du S.E.I.T.A. -D.E.E., Section 1, 1970 N° 8.

(2) Voir le paragraphe "Notations".

En pratique, les choses se passent fort différemment :

Les objets sont produits successivement à la machine et l'on est conduit à mesurer en fait les valeurs moyennes \bar{x}_n des caractéristiques x_i d'objets consécutifs : l'échantillonnage n'est plus au hasard, mais stratifié dans le temps.

Or, pour des raisons physiques liées directement au processus de fabrication, deux objets voisins ou proches sont toujours "parents", c'est-à-dire en moyenne plus semblables qu'avec deux objets éloignés.

Ceci se traduit statistiquement par l'existence d'autocorrélations dans la série X et l'on n'a jamais, de ce fait :

$$\sigma_{\bar{x}_n} = \sigma_x \times \frac{1}{\sqrt{n}}$$

mais toujours $\sigma_{\bar{x}_n} > \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ (ceci sera précisé dans ce qui suit).

Nous nous proposons en pratique de montrer comment sont liés, sous certaines hypothèses généralement admissibles, les paramètres d'autocorrélations qui caractérisent la série cinématique et les variances (ou les écarts types) des moyennes de n objets consécutifs.

Nous établirons ainsi deux séries de formules permettant, selon le cas le passage des coefficients d'autocorrélation aux variances collectives ou le passage inverse.

Nous montrerons en particulier que la formule :

$$\sigma_{\bar{x}_n} = \sigma_x \times \frac{1}{\sqrt{n}}$$

se généralise dans le cas de la série cinématique sous la forme :

$$\sigma_{\bar{x}_n} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \times F(n)$$

F(n) étant une fonction relativement simple de tous les coefficients de corrélation jusqu'au rang n et qui, de plus, jouit de propriétés formelles qui rendent son calcul très aisé au moyen d'un algorithme tout à fait approprié au calcul automatique.

Nous verrons également que le coefficient de corrélation de rang s'exprime très simplement en fonction des variances collectives des seuls rangs n - 1, n, n + 1.

Notations

Pour des raisons de présentation typographique, nous adopterons le symbole σ_y pour désigner l'écart-type de y, au lieu de $\sigma(y)$ qui est lourd et de σ_y malcommode si la variable y possède elle-même un indice.

Nous désignerons par :

x_i la valeur de X pour le i ème objet mesuré,

\bar{x}_n la valeur moyenne de la caractéristique X pour n valeurs consécutives,

S_k la somme de k valeurs x_i consécutives,

ρ_k désignera le coefficient de corrélation d'ordre k , c'est-à-dire entre les x_i et les x_{i+k} .

Enfin, R_k sera une fonction linéaire des $k-1$ premiers coefficients ρ_j , dont la forme sera explicitée plus loin.

L'HYPOTHESE DE STATIONNARITE

On peut donner pour une fonction aléatoire une définition mathématique précise de la stationnarité. Nous renvoyons le lecteur aux ouvrages spécialisés [4]. Nous préférons aborder le problème plus concrètement sans que pour autant le manque de rigueur formelle soit un obstacle à la poursuite du raisonnement.

Considérons la suite des caractéristiques $x_1, x_2, \dots, x_1, \dots, x_N$, correspondant à une certaine stratification dans le temps.

Nous dirons que la dispersion est "stationnaire" si tout paramètre de dispersion calculé ne dépend pas du rang à partir duquel il est calculé.

Plus précisément, si nous calculons par exemple l'écart-type des moyennes de n valeurs consécutives, cet écart-type ne dépend pas des rangs de celles-ci, en dehors de fluctuations purement aléatoires.

Ou encore, ce qui revient au même, la corrélation qui existe entre une série de valeurs (x_i) et la série décalée (x_{i+k}) dépend seulement de leur écart entre rangs, k .

Cette hypothèse permet de donner un sens à ce que nous appellerons coefficient de corrélation d'ordre k .

Ceci peut paraître théoriquement très restrictif : il n'y a d'ailleurs guère de phénomènes concrets parfaitement stationnaires ; en revanche, sur le plan pratique, de nombreuses séries physiques peuvent être considérées comme stationnaires ou relativement stationnaires. Dans le cas des poids des cigarettes consécutives, on observe ainsi une stationnarité très bonne sous réserve de se limiter à des écarts entre rangs faibles par rapport à la valeur N de la population totale (sauf incident de fonctionnement au niveau de la machine productrice bien entendu).

Précisons cela :

Si nous nous intéressons à une population de 10 000 cigarettes consécutives, on peut considérer par exemple que le paramètre de la dispersion défini par : écart-type des poids de 100 cigarettes consécutives, a un sens, car il est, aux fluctuations aléatoires près, indépendant de la place qu'occupent ces 100 cigarettes consécutives dans la série de 10 000 ($100 \ll 10\,000$).

Ceci ne serait plus aussi exact si nous remplacions 100 par 2 000 ou 4 000.

De même, on peut définir un coefficient d'autocorrélation de rang 1, 100, voire 200 ou 500, défini comme un coefficient de corrélation ordinaire entre les deux séries.

$$x_1, x_2, \dots, x_1, \dots, x_{N-k}$$

et

$$x_{1+k}, x_{2+k}, \dots, x_{1+k}, \dots, x_N$$

pour $k = 1, \dots, 100, \dots, 200, \dots, 500$, la covariance de x_i, x_{i+k} ne dépendant que de k .

C'est sous ces hypothèses que nous développerons le calcul qui suit, en soulignant encore une fois que celles-ci sont parfaitement admissibles en pratique, compte tenu des réserves formulées quant à l'ordre maximum pris en considération.

Ceci tient au fait qu'en régime permanent les conditions de marche de la machine sont stables et que les fluctuations étudiées sont de fréquences sensiblement plus élevées que celles qui résulteraient d'une dérive dans l'alimentation (fluctuations dues à la matière première).

CALCUL DE LA VARIANCE DES VALEURS MOYENNES COLLECTIVES EN FONCTION DES COEFFICIENTS DE CORRELATION DES DIVERS ORDRES

Soient k caractéristiques d'objets consécutifs notées :

$$x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+j}, \dots, x_{i+k-1}$$

et S_k leur somme.

Développant la forme :

$$\text{Var} (x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k-1}) = \text{Var} (S_k)$$

il vient :

$$\text{Var} (S_k) = \sum_{l=1}^{i+k-1} \text{Var} x_l + 2 \sum_{l \neq m} \text{cov} x_l \text{cov} x_m$$

Notons symboliquement, compte tenu des hypothèses du paragraphe précédent :

$$\text{cov} [k] = \text{cov} x_l x_m \text{ pour tout couple } l, m \text{ tel que } |l - m| = k$$

et

$$\text{Var} x_l = \text{Var} x \text{ pour tout } l.$$

Nous obtenons alors :

$$\text{Var} S_k = k \text{ Var } x + 2 \{ (k-1) \text{cov} [1] + (k-2) \text{cov} [2] + \dots + 2 \text{cov} [k-2] + \text{cov} [k-1] \}$$

D'autre part, $\frac{S_k}{k}$, valeur moyenne de la série de k caractéristiques consécutives noté \bar{x}_k , a pour variance $\text{Var} \left(\frac{S_k}{k} \right) = \frac{\text{Var } S_k}{k^2}$.

On peut donc écrire :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } S_k}{k^2} = \frac{1}{k^2} \{ k \text{ Var } x + 2 [(k-1) \text{ cov } [1] + (k-2) \text{ cov } [2] + \dots + \text{cov } (k-1)] \}$$

Soit encore après mise de $\frac{\text{Var } x}{k}$ en facteur :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } x}{k} \left[1 + 2 \left(\frac{k-1 \text{ cov } [1]}{k \text{ Var } x} + \frac{k-2 \text{ cov } [2]}{k \text{ Var } x} + \dots + \frac{1 \text{ cov } [k-1]}{k \text{ Var } x} \right) \right]$$

Or les rapports $\frac{\text{cov } [i]}{\text{Var } x}$ ne sont autres que les coefficients d'autocorrélation ρ_i qui caractérisent le décalage "i" et calculé selon la définition classique d'un coefficient de corrélation.

La formule précédente s'écrit alors :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } x}{k} \left[1 + 2 \left(\frac{k-1}{k} \rho_1 + \frac{k-2}{k} \rho_2 + \dots + \frac{2}{k} \rho_{k-2} + \frac{1}{k} \rho_{k-1} \right) \right]$$

Désignons par R_k l'expression entre parenthèses, fonction linéaire des coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 à k-1, soit :

$$R_k = \frac{k-1}{k} \rho_1 + \frac{k-2}{k} \rho_2 + \dots + \frac{1}{k} \rho_{k-1}$$

Nous aboutissons à l'expression :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } x}{k} (1 + 2 R_k) \tag{1}$$

Cette formule fondamentale donne la variance de la moyenne de k caractéristiques consécutives en fonction de la variance individuelle et des k-1 coefficients de corrélation interrangs.

Cas particulier

S'il n'existe aucune autocorrélation entre les rangs, le prélèvement de k objets consécutifs se ramène à un prélèvement au hasard (il n'y a plus de stratification dans le temps) ; dans ce cas tous les ρ_i sont nuls, $R_k = 0$ et la formule devient :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } x}{k} \text{ ou } \sigma_{\bar{x}_k} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{k}}$$

formule classique donnant la variance de la moyenne de caractéristiques indépendantes (non corrélées).

La formule précédente est bien une généralisation de la formule classique.

Autre cas simple

Variance de la moyenne de deux caractéristiques consécutives x_1, x_{1+1} caractérisées par le coefficient d'autocorrélation $\rho_1 = \rho$.

R se réduit à un seul terme (le premier ou le dernier),

c'est à dire : $\frac{k-1}{k} \rho_1$ ou $\frac{1}{k} \rho_{k-1}$ pour $k = 2$ soit : $\frac{1}{2} \rho$

et l'on trouve :

$$\text{Var } \bar{x}_2 = \frac{\text{Var } x}{2} \left(1 + \frac{2}{2} \rho \right) = \frac{\text{Var } x}{2} (1 + \rho)$$

qui est identique à la formule classique :

$$\sigma \bar{x}_2 = \sigma x \times \sqrt{\frac{1 + \rho}{2}}$$

Cette formule simple, limitée au cas de deux objets consécutifs, permet bien de se faire une idée concrète de la relation physique qui existe entre la variance collective et l'autocorrélation.

Raisonnons sur les poids de cigarettes successives :

Si $\rho = 0$

On retombe sur le cas "idéal" où les cigarettes paires et impaires sont absolument indépendantes : la variance du poids moyen de deux est moitié de la variance du poids moyen individuel.

Un cas où $\rho = + 1$ peut être le suivant :

Les poids des cigarettes consécutives sont en progression arithmétique. Il est évident alors que pour tout couple de rang $n, n + 1$ $\rho = + 1$ la dispersion des poids des cigarettes individuelles est la même que celle des tronçons formés par deux cigarettes consécutives.

Un cas où $\rho = - 1$ peut être le suivant :

Les poids des cigarettes sont alternativement à $P_n + \Delta p$ et $P_n - \Delta p$.

La corrélation entre les poids de deux cigarettes consécutives est toujours $\rho = - 1$.

Il est facile de voir qu'en ce cas la variance du poids des tronçons doubles est nulle.

Bien entendu, ces deux derniers cas correspondent à des situations limites théoriques.

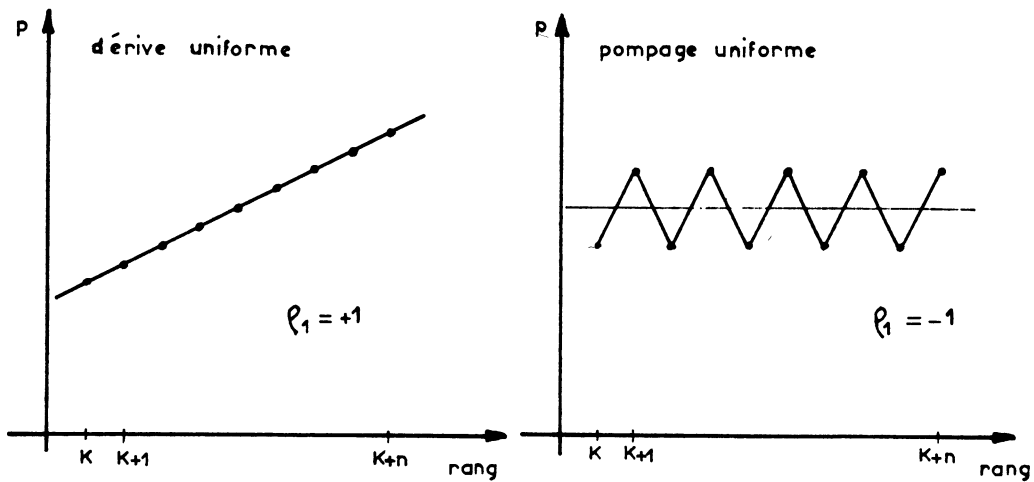


Figure 1 - Cas théoriques de corrélation parfaite entre poids successifs.

OBSERVATIONS SUR LA FONCTION R

La fonction R_k , qui est une forme discrète de fonction d'autocorrélation, mérite d'être examinée de plus près :

On observe qu'elle est fonction linéaire des $k-1$ premiers coefficients d'autocorrélation, mais que chacun d'eux reçoit un poids décroissant de :

$$1 - \frac{1}{k} \text{ à } \frac{1}{k} .$$

Cette propriété est d'autant plus intéressante à relever que le coefficient de corrélation ρ_i est généralement une fonction décroissante régulière du rang. De la sorte, la fonction R_k est surtout caractérisée par ses premiers termes qui ont une valeur absolue prépondérante du fait de la combinaison des deux effets de même sens mentionnés ci-dessus.

Il convient en outre de remarquer que pour de nombreux phénomènes aléatoires sans "pompage" les coefficients ρ_i sont strictement positifs (véritable parenté).

Dans ce cas la fonction R_k est une forme linéaire strictement positive et l'on peut écrire :

$$1 + 2 R_k > 1 .$$

D'où :

$$\text{Var } \bar{x}_k > \frac{\text{Var } x}{k}$$

ce que nous signalons dans le paragraphe "position du problème".

Cette inégalité ne serait pas forcément vérifiée si certains ρ_i se trouvaient négatifs, ce qui serait l'indice d'une certaine régulation périodique avec "pompage".

Mais, dans le cas des poids des cigarettes, on observe toujours que :

$$\text{Var } \bar{x}_x > \frac{\text{Var } x}{k}$$

Calcul des fonctions R_k

Nous allons montrer que la suite des fonctions R_2, R_3, \dots, R_k peut se calculer très aisément de proche en proche à l'aide d'un algorithme approprié.

On dispose à l'origine des $(n - 1)$ valeurs $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{n-1}$ et l'on se propose de calculer R_2, \dots, R_n .

R_k peut s'écrire sous la forme :

$$R_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} (k - i) \rho_i = \frac{T_k}{k}$$

en désignant par T_k le total sous le signe somme.

Considérons d'autre part les sommes successives :

$$\begin{aligned} s_1 &= \rho_1 \\ s_2 &= \rho_1 + \rho_2 \\ s_3 &= \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 \\ &\dots\dots\dots \\ s_{k-1} &= \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \dots + \rho_{k-1} \end{aligned}$$

La formation d'une somme à partir de la précédente est évidente :

$$s_j = s_{j-1} + \rho_j$$

En outre, il est facile de voir que les sommes cumulées des sommes s elles-mêmes sont précisément égales aux sommes T .

Ainsi :

$$\begin{aligned} T_2 &= s_1 = \rho_1 \\ T_3 &= s_1 + s_2 = 2 \rho_1 + \rho_2 \\ T_4 &= T_3 + s_3 = 3 \rho_1 + 2 \rho_2 + \rho_3 \\ &\dots\dots\dots \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

On a donc un moyen très simple de former toutes les sommes T_j c'est-à-dire les R_j .

A titre d'exemple nous donnons ci-après les quelques lignes d'instructions "FORTRAN" qui permettent de calculer et d'imprimer les N premières fonctions R_k et les combinaisons dérivées $FRK = 1 + 2 R_k$ et $RACF = (FRK)^{1/2}$, qui interviennent directement dans le calcul de la variance ou de l'écart-type des valeurs moyennes collectives.

LISTNH

```
10 DO 1, K = 1, 12
20 READ, R ; K = K + 1
30 RACF = SQRT (FRK = 1 + 2* (RK = (CUM = CUM + (SR2 = (SR2 + R))) /K))
40 1 : PRINT F, K, FRK, RACF
50 F : FORMAT (4HK = 13,4 X, 6 HFRK = F7.4, 4 X, 7HRACF = F7.4)
70 STOP
80 $ DATA
90 .40 489, .42 720, .39 758, .43 151, .33 809, .36 893, .31 665, .38 709,
99 .28 672, .31 244, .26 309, .31 938.
```

RUN

K = 2	FRK = 1.4049	RACF = 1.1853
K = 3	FRK = 1.8247	RACF = 1.3508
K = 4	FRK = 2.2333	RACF = 1.4944
K = 5	FRK = 2.6511	RACF = 1.6282
K = 6	FRK = 3.0424	RACF = 1.7442
K = 7	FRK = 3.4272	RACF = 1.8513
K = 8	FRK = 3.7950	RACF = 1.9481
K = 9	FRK = 4.1671	RACF = 2.0414
K = 10	FRK = 4.5221	RACF = 2.1265
K = 11	FRK = 4.8691	RACF = 2.2067
K = 12	FRK = 5.2027	RACF = 2.2809

En fait, tout l'algorithme de calcul défini précédemment est contenu dans la seule ligne 30 qui détermine à chaque boucle après lecture de R dans la suite des données (valeurs numériques des coefficients de corrélation),

- la somme S, la somme cumulée T_k , $R_k = \frac{T_k}{k}$

- la fonction $FRK = 1 + 2 \times R_k$

et la racine carrée de cette dernière désignée par RACF. (T est noté "CUM" dans le programme).

CALCUL DES COEFFICIENTS DE CORRELATION DES DIVERS ORDRES EN FONCTION DES VARIANCES MOYENNES

La formule (1) précédemment établie permet de calculer $\text{Var } \bar{x}_k$ en fonction de $\text{Var } x$ et des $k-1$ premiers coefficients d'autocorrélation.

Réciproquement, nous allons voir que si l'on connaît la suite $\text{Var } x$, $\text{Var } x_2$, $\text{Var } x_3$, etc., on peut en déduire les valeurs des coefficients d'autocorrélation.

Ainsi par exemple :

de
$$\text{Var } \bar{x}_2 = \frac{\text{Var } x}{2} (1 + \rho_1)$$

On tire immédiatement :

$$\rho_1 = \frac{2 \text{Var } \bar{x}_2}{\text{Var } x} - 1$$

de même :

$$\text{Var } \bar{x}_3 = \frac{\text{Var } x}{3} \left[1 + 2 \left(\frac{2}{2} \rho_1 + \frac{1}{3} \rho_2 \right) \right]$$

On peut, connaissant ρ_1 calculé précédemment, en tirer aisément ρ_2 et on trouve :

$$\rho_2 = \frac{9 \text{Var } \bar{x}_3 - 8 \text{Var } \bar{x}_2 + \text{Var } x}{2 \text{Var } x}$$

On pourrait continuer ainsi de proche en proche, mais nous allons voir, par un calcul direct, que ρ_k s'exprime très aisément en fonction des uniques variances d'ordre $k-1$, k et $k+1$.

Reprenons les notations adoptées précédemment, soit :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } x}{k} (1 + 2 R_k) \text{ avec } R_k = \frac{T_k}{k}$$

et les égalités démontrées plus haut :

$$T_k = T_{k-1} + S_{k-1} \text{ avec } S_k - S_{k-1} = \rho_k \quad (2)$$

La formule de base devient alors :

$$\text{Var } \bar{x}_k = \frac{\text{Var } x}{k} \left(1 + 2 \frac{T_k}{k} \right)$$

ou encore :

$$k^2 \text{ var } \bar{x}_k = \text{Var } x (k + 2 T_k)$$

c'est-à-dire :

$$\text{Var } S_k = \text{Var } x (k + 2 T_k)$$

ou encore :

$$\frac{\text{Var } S_k}{\text{Var } x} = k + 2 T_k$$

Ecrivons cette relation pour les ordres $k - 1$, k , $k + 1$:

$$a) \frac{\text{Var } S_{k-1}}{\text{Var } x} = k - 1 + 2 T_{k-1}$$

$$b) \frac{\text{Var } S_k}{\text{Var } x} = k + 2 T_k$$

$$c) \frac{\text{Var } S_{k+1}}{\text{Var } x} = k + 1 + 2 T_{k+1}$$

Multipliant la première ligne par 1, la seconde par 2, la troisième par 1 et sommant, il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\text{Var } S_{k-1} - 2 \text{Var } S_k + \text{Var } S_{k+1}}{\text{Var } x} &= (k + 1) - 2k + (k - 1) + 2 (T_{k-1} - 2 T_k + T_{k+1}) \\ &= 0 + 2 (T_{k-1} - 2 T_k + T_{k+1}) \\ &= 2 \{ (T_{k+1} - T_k) - (T_k - T_{k-1}) \} \end{aligned}$$

et tenant compte des relations (2)

$$= 2 (S_k - S_{k-1}) = 2 \rho_k$$

Finalement on trouve donc :

$$\rho_k = \frac{\text{Var } S_{k-1} - 2 \text{Var } S_k + \text{Var } S_{k+1}}{2 \text{Var } x}$$

C'est sous cette forme que l'expression de ρ_k est la plus simple. On remarque qu'elle est fonction des seules valeurs d'ordre $k - 1$, k , $k + 1$ et 1 (c'est-à-dire $\text{Var } x$) bien entendu.

Il est évidemment facile, si on le désire, de revenir aux variances des moyennes au lieu de conserver les variances des sommes :

$$\rho_k = \frac{(k - 1)^2 \text{Var } \bar{x}_{k-1} - 2k^2 \text{Var } \bar{x}_k + (k + 1)^2 \text{Var } \bar{x}_{k+1}}{2 \text{Var } x}$$

Cette formule est analogue à la précédente ; elle est simplement moins légère sur le plan littéral.

On pourra vérifier sur cette dernière forme en particulier que l'expression trouvée pour ρ_3 , par un calcul direct satisfait bien à la formule qui vient d'être déterminée.

CONCLUSIONS

Au cours de cet exposé, nous avons établi sous certaines hypothèses de stationnarité, acceptables dans de nombreuses applications pratiques, les relations formelles permettant de passer de la série des coefficients d'autocorrélation des divers ordres à la série des variances des moyennes de caractéristiques consécutives ainsi que les relations inverses.

Nous avons montré d'autre part que la fonction R des coefficients d'autocorrélation successifs a une structure telle que son calcul est particulièrement aisé si l'on emploie un algorithme approprié. L'emploi d'un calculateur à programme enregistré est parfaitement adapté à cette détermination.

Le passage de la série des variances de moyennes collectives aux coefficients d'autocorrélation se fait sans difficulté, chaque coefficient ne dépendant que de trois variances successives.

Appliquée à l'analyse de la dispersion du poids des cigarettes sur une machine à confectionner, cette étude met en évidence l'influence précise qu'apporte la parenté d'objets relativement voisins, chiffrée par l'autocorrélation des poids, sur la dispersion des poids collectifs et sa variation en fonction de la taille de l'échantillon : les formules démontrées ici sont appliquées dans une expérience sur machine dont on trouvera l'exposé ci-après.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] REY P. - "Cours de fabrication des tabacs". Tome II, chap. B. IX, p. 20 (S.E.I.T.A., 1952).
- [2] ZIMMERMANN H. - "Vergleich Verschiedenen Verfahren zur Prüfung der Zigarettengewichte". TTH Schriftenreihe N. 25, Nov. 1961 + TTII N. 6.
- [3] PIETRUCCI A. - "Analyse de la dispersion des machines à confectionner". Annales de la D.E.E., I, 1963, p. 77.
- [4] BLANC-LAPIERRE et FORTET. - "Théorie des fonctions aléatoires". (Masson, 1953).