REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

E. DOURILLE

Effet d'une mutation technologique sur l'estimation des paramètres des modèles à coefficients techniques : application de la théorie à l'industrie du ciment en France

Revue de statistique appliquée, tome 16, nº 3 (1968), p. 37-42

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1968__16_3_37_0>

EFFET D'UNE MUTATION TECHNOLOGIQUE SUR L'ESTIMATION DES PARAMÈTRES DES MODÈLES A COEFFICIENTS TECHNIQUES : APPLICATION DE LA THÉORIE A L'INDUSTRIE DU CIMENT EN FRANCE

Note présentée par E. DOURILLE

Directeur du Centre d'Etudes Régionales sur l'Economie de l Energie

I - INTRODUCTION

La prévision de la consommation d'énergie d'une branche industrielle peut être effectuée en tenant compte de l'évolution technique passée et prévisible des équipements consommateurs d'énergie de cette branche ainsi que d'une hypothèse de variation de sa production.

Divers articles, notamment dans la Revue de Statistique Appliquée en 1964 (vol. XI - n° 1), ont présenté ces modèles à coefficients techniques α et β de formule générale :

$$\Delta C\ (\%) = \alpha \Delta I\ (\%) - n.\ \beta\ (\%)$$

où ΔC et ΔI sont respectivement les accroissements en pourcentage de la consommation et de l'indice de production et n le nombre d'années correspondant à ces accroissements totaux.

Ces coefficients s'expriment en fonction de :

- ρ_0 = consommation unitaire moyenne des équipements en année de base zéro,

- ρ'_n = consommation unitaire moyenne en année n des équipements qui existaient déjà en année zéro,

- ρ''_n et ρ'''_n = consommations unitaires moyennes en année n des équipements mis en service entre les années zéro et n, respectivement en renouvellement et en développement,

- $v = \frac{I''_n}{I_0}$ = rapport des productions dues aux équipements de renouvellement sur les productions de l'année zéro.

$$\alpha = \frac{\rho'''_n}{\rho_0} \qquad \beta = \frac{100}{n}\left[1 - (1 - v)\frac{\rho'}{\rho_0} - \frac{v\,\rho''_n}{\rho_0}\right]$$

Pour un seul équipement mis en service en année T sa consommation unitaire en année n (z^n_T) s'exprime en fonction des progrès techniques p des installations nouvelles de l'année zéro à l'année T puis de ses progrès techniques propres w. En appelant p_i la différence de consommations unitaires entre les équipements mis en service en année (i + 1) et i, et w_j la différence de consommation unitaire de l'équipement mis en service en année T entre les années (j + 1) et j, i et j pouvant prendre des valeurs entières 0, 1... jusqu'à (n - 1).

$$Z_t^n = z_0 \, (1 + p_0 + \ldots + p_i + \ldots + p_T + w_T + \ldots + w_j + \ldots + w_{n-1})$$

Appelons 1, 2 et 3 les périodes de mise en service respectivement des équipements existants en année de base 0, des équipements anciens et nouveaux existants en année n.

Si on admet, dans une première approche du problème :

- que les progrès annuels sont identiques au cours de chacune des périodes 1,2 et 3 et égaux respectivement à p_1, p_2, et p_3.

- que pendant ces périodes les renouvellements se font par tranches annuelles égales ;

- que les variations annuelles w sont indépendantes de l'année de mise en service et égales à w_1, w_2 et w_3 pour chacune des trois périodes ;

- que les durées de vie des équipements restent également les mêmes D_1, D_2, D_3 au cours de chacune de ces trois périodes, on établit un modèle (appelé E) où :

$$\alpha = F \, (p_1, \; p_2, \; p_3, \; w_1, \; w_2, \; w_3, \; D_1, \; D_2, \; D_3, \; n)$$

$$\beta = G \, (p_1, \; p_2, \; p_3, \; w_1, \; w_2, \; w_3, \; D_1, \; D_2, \; D_3, \; n, \; v)$$

Ces modèles éliminent la consommation unitaire de base z_0 à laquelle se rapportent les variations p et w, car le modèle suppose que nous ayons affaire à un ensemble d'équipements homogènes.

En fait, les coefficients techniques sont estimés pour une branche industrielle comportant des équipements divers. Même en prenant soin d'effectuer l'étude technico-économique de la branche par usages de l'énergie, nous sommes en présence d'équipements utilisant des techniques différentes.

Quand elles évoluent homothétiquement, on peut estimer les p et w par la moyenne pondérée des p et w de chacune des techniques.

Mais quand il y a introduction d'une technologie nouvelle coexistant pendant quelques années avec l'ancienne mais la supplantant rapidement on ne peut plus utiliser la méthode précédente d'estimation des p et w de la branche ; il faut alors tenir compte des consommations unitaires z_0^A et z_0^B des techniques A et B qui sont différentes, de la vitesse de passage d'une technique à une autre et, éventuellement de l'état d'équilibre entre ces deux techniques vers lequel on tend.

C'est ce qu'à étudié au CEREN un stagiaire M. P. Mondon (E.N S A E) qui a trouvé une formulation mathématique dans le cas d'une technique A venant se substituer à une technique B. En appliquant ces formules à la branche Ciment en France pour les techniques de la voie sèche (A) et de la voie humide (B) pour la période connue s'étendant de l'année 1956 à l'année 1966, il a montré que le (ΔC) 66/56 donné par le calcul (51 %) était pratiquement celui que l'on a constaté (50 %) statistiquement. Ayant ainsi vérifié la valeur opératoire de ses modèles sur le passé, il a pu avec plus d'assurance estimer les α et β pour les dix années à venir.

Nous présentons ci-dessous les résultats de son étude et de ses calculs.

II - LA FORMULATION MATHEMATIQUE

Supposons que la technique A se substitue à la technique B linéairement dans le temps t de telle sorte que sa part x soit définie par $x = \lambda . t + \mu$, étant entendu que $x = 0$ quand $t < -\mu/\lambda$ et $x = 1 < 1$ quand t t atteint un nombre d'années $\tau < \frac{1-\mu}{\lambda}$.

Mettons l'exposant A à tous les paramètres relatifs à la technique A et B à ceux relatifs à la technique B.

Appelons $Z_T^A(t)$ la consommation unitaire en année t d'un équipement A mis en service en année T.

Par définition (dans les conditions du modèle E présenté ci-dessus):

$$Z_T^A(t) = Z_0^A\,(1 + p^A T + w^A(t - T))$$
$$Z_T^B(t) = Z_0^B\,(1 + p^B T + w^B(t - T))$$

et pour l'ensemble des équipements, pendant la période $-\mu/\lambda < t < \tau$

$$Z_T(t) = (\lambda T + \mu)\, Z_0^A\,(1 + p^A T + w^A(t - T) + (1 - \lambda T - \mu)\, Z_0^B\; 1 + p^B T + w^B(t - T)$$

Sachant que

$$z = \mu z_0^A + (1 - \mu)\, z_0^B$$

et appelant

$$\pi_1 = \frac{\mu z_0^A p^A + (1 - \mu) z_0^B p^B}{\mu z_0^A + (1 - \mu) z_0^B}$$

$$\pi_2 = \frac{\lambda (z_0^A - z_0^B)}{\mu z_0^A + (1 - \mu) z_0^B}$$

$$\gamma = \frac{\lambda (z_0^A p^A - z_0^B p_0^B)}{\mu z_0^A + (1 - \mu) z_0^B}$$

$$w_1 = \frac{\mu w^A z_0^A + (1 - \mu) w^B z_0^B}{\mu z_0^A + (1 - \mu) z_0^B}$$

$$w_2 = \frac{w^A z_0^A - w^B z_0^B}{\mu z_0^A + (1 - \mu) z_0^B}$$

l'expression de $z_T(t)$ devient, pendant la période de substitution d'une technique B à une autre A,

$$Z_T(t) = z_0\;[1 + \pi_1 T + w_1 (t - T) + \pi_2 T + \gamma T^2 + w_2 T (t - T)]$$

$z_T(t)$ apparaît ainsi comme la somme de deux termes

$$z_T(t) = \underbrace{z_0\;[1 + \pi_1 T + w_1 (t - T)]}_{\text{1er terme}} + \underbrace{z_0\;[\pi_2 T + \gamma T^2 + w_2 T (t - T)]}_{\text{2ème terme}}$$

π_1 et w_1 étant les moyennes pondérées au temps zéro respectivement des p et des w, le 1er terme de cette somme est celui qui apparaîtrait seul s'il n'y avait pas effet de substitution de la technique A à la technique B.

La 2ème terme de cette somme fait apparaître l'influence de cette mutation technologique : nous verrons par l'exemple suivant qu'elle peut être très importante.

Formule simplifiée

Les applications numériques nous montreront que γ et w_2 ont très généralement des valeurs absolues négligeables par rapport à celle de π_1, π_2 et w_1. On peut donc pratiquement le plus souvent se contenter de la formule simplifiée suivante :

$$\boxed{Z_T(t) = Z_0\ (1 + [(\pi_1 + \pi_2)\ T + w_1 (t - T)]}$$

L'influence de la substitution apparaît en ajoutant seulement π_2 à π_1.

III - APPLICATIONS A LA BRANCHE "CIMENT"

3.1. Etude sur la période 1956-1966

Par examen des statistiques et consultation d'experts en équipements producteurs de ciment, M. Mondon a recueilli les données suivantes :

- En 1956 commence à apparaître la technique des fours à "voie sèche" pour la production de clinker.

Avant cette année de base $p_1 = -1,2\ \%$; $w_1 = -0,3\ \%$, et $z_0 = 1\,450$ th/t

- On peut prendre pratiquement en toute période la durée de vie D = 30 ans pour tous les équipements ;

- de 1956 à 1966 on peut adopter les valeurs suivantes :

$$p^A = 0\ ;\ p^B = -1,2\ \%\ ;\ w^A = 0\ ;\ w^B = -0,3\ \%$$
$$z_0^A = 1\,450 \text{ th/t}\ ;\ z_0^B = 850 \text{ th/t}$$

- la substitution se fait linéairement pendant 8 ans (1956 à 1964) puis se stabilise à raison de 80 % du procédé A et 20 % du procédé B, ce qui veut dire qu'en moyenne pondérée la consommation unitaire des équipements neufs à partir de 1964 est de 960 th/t.

M. Mondon a alors effectué les calculs suivants :

$$1/\ \rho_0 = \left[1 + \left(\frac{D+1}{2}\right)(w_1 - p_1)\right] z_0 = 1\,652 \text{ th/t.}$$

Or la valeur observée d'après les statistiques ressort à 1 670 th/t.

$$2/\ \rho'_n = \left[1 + \left(\frac{D-n+1}{2}\right)(w_1 - p_1)\right] z_0 + n w_2 z_0 = 1\,543 \text{ th/t}$$

$$3/\ \rho''_n = \frac{\sum_{i=0}^{8} \frac{I''_n}{10}\ Z_0 (1 + i\,p_2 + (n-i)\,w_2) + \sum_{i=9}^{10} \frac{I''_n}{10}\ z'_0\ (1 + i\,p_3\ (n-i)\,w_3)}{I''_n}$$

où p_2 et w_2 sont les p et w de la période 56-64 qui doit tenir compte des effets de la substitution de la technique A à la technique B comme indiqué ci-dessus, et où p et w sont les p_3 et w_3 de 1965 et 1966 rapportés à le nouvelle base z'_0 (960 th/t).

Par le calcul de p_2 et w_2 nous savons d'après la formule ci-dessus que π_2 = - 1,2 % et le terme de substitution :

$$\pi_2 + \gamma T \text{ moyen} = -5,1\ \% + 0,6\ \% = -4,5\ \%$$

Tout se passe comme si nous avions un p_2 moyen de - 1,2 - 4,5 = - 5,7 %. Nous saisissons là l'importance primordiale du terme dû à la substitution.

Pour w_2 l'influence de la substitution est presque négligeable : w_2 est égal à w_2 (- 0,3 %) plus le terme dû à la substitution.

$$(w_2 \text{ t moyen} = +0,1\ \%) \text{ soit } w_2 = -0,2\ \% \text{ au total}$$

Enfin, pour la période 1965-1966 on peut pratiquement adopter p_3 = - 0,3 % et w_3 = 0.

Résultats des calculs :

$$\rho''_n = 1\,040 \text{ th/t} = \rho'''_n$$

ρ_0, ρ'_n, ρ''_n, ρ'''_n étant ainsi calculés, on en déduit les valeurs des coefficients et d'après les formules données dans l'introduction :

$$\alpha = 0,63 \quad \text{et} \quad \beta = 1,7$$

Ces coefficients introduits dans la formule générale $\Delta C = \alpha \Delta I - \beta . n$ donnent, pour 1966, base 100 en 1956.

$$\Delta C = 51\ \% \text{ sachant que } \Delta I \text{ a été de } 108\ \%$$

Or la statistique donne pour 1966 : ΔC % = 50 %

On peut donc en déduire que nos modèles, avec les paramètres p et w calculés selon la formulation de M. Mondon, analysent convenablement ce qui s'est passé dans cette branche.

3.2. Etude sur la période 1965-1975

Les estimations des paramètres techniques donnant des résultats satisfaisants à l'aide du modèle E et des calculs précédents pour la période 1956-1966, on peut partir de cette même analyse pour établir les coefficients techniques de la période 1965-1975.

Au cours de cette période les fours à voie sèche se substitueront aux fours anciens et seront installés en développement à raison de 80 %, 20 % des nouveaux fours utilisant toujours la technique de la voie humide.

Il est possible que les fours à voie semi-sèche (technique C) viennent introduire une troisième classe Z_0^e, mais les experts ne pensent pas qu'il y ait lieu d'en tenir compte encore pendant cette période, pour l'ensemble français.

Dans ces conditions les calculs effectués avec les hypothèses précédentes donnent :

$$\alpha = 0,73$$

et $$\beta = 1,8$$

Ce sont ces coefficients techniques que M. Mondon suggère l'adopter pour nos prévisions de consommations de combustibles portant sur l'année 1975 de la branche "Ciment".

IV - CONCLUSION

Les modèles, permettant d'estimer une consommation en fonction d'un indicateur de production au moyen de paramètres techniques, appellent une connaissance plus analytique des équipements lorsqu'une technique nouvelle supplante rapidement une ancienne avec une base de consommation unitaire nettement différente. Il faut alors estimer les progrès techniques moyens p et w à l'aide des formules utilisées par M. Mondon.