REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

F. BIESEL

Interprétation statistique des houles naturelles

Revue de statistique appliquée, tome 12, n° 2 (1964), p. 27-52

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1964__12_2_27_0>

INTERPRÉTATION STATISTIQUE DES HOULES NATURELLES

F. BIESEL
Directeur Scientifique de la S.O.G.R.E.A.H.

Le 18 Juin 1959, Monsieur Banal, Directeur adjoint des Etudes del'Electricité de France, faisait, au Comité technique de la Société Hydrotechnique de France, une communication intitulée "Présentation de quelques aspects de recherches récentes sur l'agitation de la mer". La dernière partie de cette communication était une mise au point, concise mais très claire, de la question des houles naturelles ; elle a été publiée dans la Houille Blanche (Mars-Avril 1960. N° 2) et le lecteur pourra s'y reporter facilement, si bien que, à part quelques considérations de base indispensables, nous n'avons pas jugé utile de reprendre cette mise au point dans son ensemble.

Par ailleurs, nous avons cherché à adapter notre exposé à l'esprit de la séance que la Société Hydrotechnique de France avait consacrée à la statistique. Dans cette-optique, nous passons sous silence de nombreux travaux récents dont le centre d'intérêt n'est pas tant la philosophie des aspects statistiques que la mise au point et le perfectionnement des connaissances hydrodynamiques sur la houle (Théories du second ordre de Pierson, Tick, etc.) ou que la recherche de méthodes de dépouillement rapide (Caseau, Cartwright, etc.) ou de formulations mathématiques plus précises (Kampé de Ferié).

Ces travaux comportent d'ailleurs, en général, des développements mathématiques importants et indispensables à leur compréhension et il n'aurait pas été possible de les décrire même sommairement, dans une étude aussi brève et aussi générale que le présent exposé.

Historiquement, ainsi qu'il a été brillamment exposé par ailleurs (Conférence de M.G. Morlat par exemple), la statistique a eu d'abord un but purement descriptif, puis son stade ultérieur a été d'aider et d'éclairer l'action. Il n'était donc pas anormal que nous orientons également notre exposé vers l'analyse des applications pratiques de la statistique de la houle. Cela avait, en outre, l'avantage de souligner un des aspects de la question ayant le plus évolué ces dernières années et aussi de proposer un cadre dans lequel la littérature déjà très *abondante pouvait être classée au moins sommairement. En effet, si d'excellents auteurs présentent des "modèles mathématiques" très différents, ce n'est pas parce que les uns ont tort et les autres raison, mais parce que, explicitement ou non, ils ont en vue des applications différentes.*

En résumé, l'exposé que nous présentons ici est loin de donner une revue compléte de la littérature publiée ces dernières années, nous nous en excusons tant auprès des lecteurs qu'auprès des nombreux auteurs passés sous silence. Par contre. nous avons cherché à dégager l'évolution des concepts statistiques en matière de houles naturelles et nous avons cherché à en indiquer pas à pas les principales applications dont la toute première est une description ou une notation abrégée du phénomène et dont les plus récentes concernent sans doute les techniques d'essais sur modèle et le calcul hydrodynamique de l'action des vagues.

AMPLITUDE MAXIMALE

Dans toute la "population" de vagues qui constitue une tempête, celles qui s'imposent, par leur caractère menaçant, sont évidemment les plus grandes. Quoi de plus naturel donc que le marin, au retour d'une traversée périlleuse, décrive la tempête éprouvée en disant par exemple : "il y avait des vagues de dix mètres de haut". Tout le monde comprend qu'il s'agit des vagues les plus hautes observées par notre homme. Parfois même la notion de maximum absolu se fera plus précise : "il y en a eu une qui..".

Depuis la plus haute antiquité, les histoires de voyages en mer sont pleines de citations de ce genre. L'indication de l'amplitude maximale a été, en quelque sorte, la plus ancienne "description abrégée" qui nous soit parvenue par la littérature.

Il ne faut pas sous-estimer la valeur de cette notation de la force d'une tempête ; quoique extrêmement simple, elle donne directement le paramètre le plus important pour l'action de la houle. Il est cependant bien évident que dans beaucoup de cas cette simple donnée sera insuffisante pour caractériser convenablement l'ensemble d'une tempête.

Bien des ouvrages, par exemple, résisteront à l'attaque de quelques houles exceptionnelles mais seront détruits par l'action continue de vagues moins importantes. Souvent aussi, un navire craindra plus une vague relativement basse mais courte et déferlante qu'une de ces montagnes d'eau dont nous parlent les voyageurs. Lorsque certaines résonances sont possibles, la valeur de la période pourra être aussi déterminante que celle de l'amplitude. Enfin, le navire ou l'observateur fixe ne voit qu'un "échantillon" de la population totale des vagues ; le "maximum" observé n'est donc pas valable pour l'ensemble de la tempête.

Tout cela fait que, en ce qui concerne les problèmes pratiques, la notion d'amplitude maximale risque de ne pas être suffisamment significative. On peut donc dire, en étant peut-être un peu méchant, que la description du type "amplitude maximale" trouve son application principale dans la relation des souvenirs de voyage.

HOULES SIGNIFICATIVES

Le caractère exceptionnel, et donc excessif, de la vague la plus haute devait conduire tout naturellement à rechercher une description numérique s'appliquant mieux à l'ensemble des vagues observées. Ainsi, par bon sens autant sans doute que par tradition, une certaine façon de chiffrer le "creux" des vagues semble avoir été adoptée d'une façon générale par les gens de mer. Il ne peut évidemment s'agir d'une définition rigoureuse, ne serait-ce que parce que l'observation directe est elle-même assez imprécise. En fait, en s'efforçant d'être aussi objectif que possible, l'observateur cherchera à faire une sorte de moyenne, en éliminant les vagues faibles ou même moyennes qui, malgré leur nombre, ne risquent pas d'être les plus dangereuses, sans toutefois ne considérer que des vagues trop exceptionnelles.

Des études américaines basées sur la comparaison d'enregistrements et d'observations directes ont montré que l'amplitude indiquée par un observateur exercé était une moyenne prise seulement sur le "tiers" des vagues les plus hautes, c'est-à-dire les vagues considérées représentant le tiers du nombre total de vagues.

L'amplitude ainsi définie a été appelée "significative", ce qui semble dire que les vagues de la susdite amplitude sont celles qui caractérisent le mieux la tempête. On pourrait interpréter ceci en disant que, s'il fallait remplacer celle-ci par une houle régulière(*) "équivalente", il faudrait que les vagues de cette dernière aient l'amplitude significative. En quelque sorte, on pourrait accepter que toutes les petites ou moyennes vagues soient remplacées par des grandes, à condition d'être débarrassé des vagues exceptionnelles. La valeur significative a ainsi un peu le caractère d'une moyenne pondérée ou fonctionnelle, et le fait qu'elle soit nettement supérieure à la moyenne ordinaire montre que l'on a donné aux fortes vagues un poids prépondérant. Autrement dit, les "inconvénients" dus aux vagues croissent plus vite que "linéairement" avec l'amplitude, ce qui est d'ailleurs très facilement concevable.

Tout ceci est une rationalisation excessive du mode d'estimation des marins qui seraient bien empêchés de tracer une courbe "inconvénients en fonction de l'amplitude" et qui, d'ailleurs, ne prennent certainement pas, même subconsciemment, comme point de repère le comportement d'un bateau sur une mer parfaitement régulière et irréelle. Il faudrait d'ailleurs ajouter que la régularité du mouvement aurait, par rapport à

(*) Sauf lorsque le contraire sera précisé, nous entendrons par houle régulière une houle "cylindrique" (à deux dimensions).

l'irrégularité, toute une série d'avantages et d'inconvénients qui n'ont rien à voir avec la détermination d'une amplitude caractéristique et dont nous devons donc faire abstraction pour l'instant.

Pour un navigateur, la notion de houle significative a donc, avant tout, une valeur de convention ; c'est, en quelque sorte, une description "professionnelle" de l'état de la mer. Il s'y ajoutera aussi une valeur de la période qui, elle aussi, sera une moyenne prise sur les temps séparant les crêtes successives des houles les mieux formées. La période ayant, pour la navigation, moins d'importance pratique que l'amplitude ne sera pas intentionnellement forcée ou minimisée. L'expérience semble montrer toutefois que les erreurs d'observation semblent être dans le sens d'une surestimation.

La notion de houle équivalente peut se préciser dans beaucoup de cas. Si, par exemple, on s'intéresse essentiellement à l'énergie contenue dans une houle irrégulière, on peut aisément la remplacer par une houle régulière ayant le même contenu énergétique. L'amplitude de celle-ci sera la moyenne quadratique des amplitudes de la houle irrégulière (d'une façon plus précise, les moyennes quadratiques des dénivellations des deux houles devront être égales). Si l'on veut respecter à la fois le contenu énergétique et le débit d'énergie, il sera également nécessaire de fixer la période (et la direction) de la houle régulière "significative".

L'utilisation de moyennes quadratiques montre que, du point de vue "énergétique", les fortes vagues auront plus de poids que les petites; cependant l'amplitude significative ainsi obtenue est encore inférieure à l'amplitude significative "professionnelle".

Les études sur modèle réduit conduiront à se poser des questions analogues. Si l'on veut, pour l'étude de plages, d'ouvrages, etc, utiliser de la houle régulière -beaucoup plus facile à produire et à exploiter- il se pose évidemment le problème de remplacer une houle irrégulière par une houle régulière "équivalente" quant aux phénomènes étudiés. Il y aurait trop de choses à dire sur ce sujet pour que nous puissions faire plus que l'évoquer ici. On conçoit cependant facilement que l'on serait amené à définir des houles significatives différentes pour tous les types d'ouvrages, de côtes, etc, susceptibles d'être étudiés en houle régulière. Nous pourrions appeler cela des houles significatives spécialisées.

Ces diverses houles significatives font, au fond, déjà appel à une notion de statistique : ce sont des moyennes pondérées. Leur intérêt principal est leur simplicité : en ce qui concerne leur description, deux ou trois chiffres suffisent : période (ou longueur d'onde), amplitude et éventuellement direction.

Sous l'angle des applications, il est légitime de considérer que la houle cylindrique régulière a été la première schématisation utile de la houle réelle. Elle a, depuis un ou deux siècles, servi de base à toute l'infrastructure des théories de la houle. Sur le plan expérimental, également pendant de nombreuses décades, seules les houles régulières étaient utilisées sur les modèles réduits. Même de nos jours, grâce à la facilité avec laquelle elles sont produites et mesurées, les houles régulières (significatives ou non) jouent un rôle prépondérant dans la technique expérimentale usuelle.

HOULE A TRAINS REGULIERS

Leur amplitude et leur fréquence étant supposées ajustées au mieux, les houles significatives conservent un grand défaut, celui d'être régulières. En effet, en de nombreuses circonstances, la régularité de la houle donnera à son action des singularités inadmissibles.

Le roulis d'un bateau ou les oscillations d'une darse pourront par exemple être excités d'une manière tout à fait excessive par une houle régulière qui aura juste la fréquence de résonance nécessaire. Ceci attire notre attention sur les phénomènes de résonance ; nous y reviendrons plus loin. Une plage attaquée de front par une houle régulière se creuse anormalement au point d'impact des retombées du déferlement. L'irrégularité de la houle répartit cette zone d'érosion intense sur une plus grande surface.

Il était donc souhaitable d'étendre la théorie et l'expérience aux houles irrégulières : or, depuis longtemps, on connaissait la théorie du "battement" causé par la superposition de deux houles de fréquences voisines et de même direction de propagation. Le mouvement résultant est une houle dont l'amplitude fluctue régulièrement en formant ainsi une succession de trains périodiques.

La régularité des trains ne s'observe pas plus dans la nature que celle des vagues ; donc là aussi il serait nécessaire de définir un battement "caractéristique" qui aurait des longueurs de train, des longueurs de vagues, des amplitudes maximales et des amplitudes minimales représentant des moyennes convenables pour la houle réelle.

Le modèle du battement est d'un intérêt certain car d'une part, il permet d'expliquer théoriquement plusieurs des caractères de la houle irrégulière : vitesse de groupe, apparition et disparition des vagues individuelles, etc., et d'autre part, c'est la houle irrégulière la plus simple à concevoir théoriquement, et aussi la plus facile à reproduire sur modèle.

Il est en effet relativement commode de faire varier périodiquement l'amplitude du mouvement d'un générateur. D'autres procédés, tels que la variation périodique(*) de la fréquence du générateur, permettent de réaliser, sinon des battements purs, tout au moins des houles irrégulières à trains périodiques réguliers, entrant ainsi pratiquement dans la même catégorie.

(*) Il faudrait préciser que nous pensons ici à une variation périodique simple (sinusoïdale par exemple) ayant ainsi la période des trains. Il est possible d'envisager des cycles de variation beaucoup plus complexes et longs. Nous en reparlerons à propos des oligo-houles.

Ces houles expérimentales offrent un échantillonnage d'amplitudes assez complet ; elles sont ainsi beaucoup mieux adaptées que les houles régulières à l'étude des plages ou de certains ouvrages, le déferlement, par exemple, ne se produit plus toujours au même point. Par contre, chacune des deux composantes peut donner lieu à des phénomènes de résonance, le modèle "battement" présente donc, avec une légère atténuation, le même défaut que les houles régulières pour l'étude de phénomènes résonnants(*).

ANALYSE HARMONIQUE

Le battement n'est que le cas le plus simple du mouvement obtenu par l'addition des mouvements de plusieurs houles régulières. Dans le cadre des théories du premier ordre, on sait qu'il est possible de combiner un nombre quelconque de telles houles dont les amplitudes, les fréquences et les phases peuvent être choisies indépendamment les unes des autres (**). Avant de bâtir ainsi un tel modèle, relativement complexe, il est naturel de chercher à en déterminer les houles composantes par l'étude directe de la houle réelle. Ceci revient à faire l'analyse harmonique de celle-ci. Sur ce point, il y a encore peu d'années, on entendait poser la question : "Le spectre de la houle est-il un spectre continu ou un spectre de raies ? "Sous son aspect naïf cette question soulève des problèmes essentiels ; nous nous y arrêterons donc quelque peu.

Sur le plan des mathématiques pures, la question n'a pas de sens. Considérons par exemple un enregistrement de houle de vingt minutes (dénivellation ou pression mesurées au point fixe). Nous pouvons le représenter par une série de Fourier de période fondamentale vingt minutes. Cette série représentera en fait la grandeur observée et la reproduira périodiquement en dehors de la période d'observations.

On peut aussi représenter le même enregistrement par une intégrale de Fourier qui le représentera "encadré" de deux périodes semi-indéfinies de calme plat.

On a donc, pour le même enregistrement, obtenu, soit un spectre de raies (série de Fourier), soit un spectre continu (intégrale de Fourier).

En fait, d'une façon générale, pour distinguer mathématiquement un spectre de raies d'un spectre continu, il est nécessaire, comme nous l'avons fait dans notre exemple, de définir la fonction analysée de $-\infty$ à $+\infty$. Comme la Terre a eu, nous dit-on, un commencement et aura pro-

----

(*) Il s'y ajoute d'ailleurs des phénomènes de résonance liés à la période des trains eux-mêmes (seiches). Nous aurons l'occasion d'y revenir.

(**) Les directions également peuvent être choisies indépendamment les unes des autres. Mais pour l'instant et jusqu'à ce que le contraire soit spécifié, nous nous limiterons à l'étude des modèles "cylindriques" unidirectionnels, c'est-à-dire où toutes les composantes ont la même direction et le même sens de propagation. Ces modèles suffisent en effet à dégager la plupart des questions fondamentales du point de vue statistique.

bablement une fin (atomique ou non !), la question posée ne peut avoir un sens mathématique précis. Puisque, suivant la façon de faire l'analyse harmonique du même phénomène, on peut obtenir un spectre continu ou un spectre de raies, on peut se demander quel "outil" il faut choisir. En ce qui concerne la précision, les deux spectres sont équivalents ; on peut en effet montrer que, tracés à des échelles correspondantes, le spectre continu passe par tous les points (les sommets des raies) du spectre discontinu et réalise une sorte d'interpolation optimale de ce dernier.

Le spectre continu n'apporte donc rien de plus que le spectre discontinu, il est donc suffisant de se limiter à ce dernier; c'est ce que nous ferons par la suite, sauf indication contraire.

Quoique la question de savoir si la houle a un spectre de raies n'ait pas de sens mathématique, elle pourrait avoir un sens physique ainsi que le montre l'exemple des "spectres de raies" de l'optique. Un spectre de raies est, physiquement, un spectre où l'énergie spectrale contenue dans certaines zones très étroites est particulièrement grande par rapport à celle des zones voisines. De très importantes concentrations d'énergie autour de quelques fréquences favorisées ne peuvent être fortuites ; elles doivent être liées à l'existence d'un mécanisme physique particulier. Dans le cas de l'optique, ce mécanisme est représenté par les lois quantiques -ce qui nous éloigne bien de notre sujet car on ne voit guère de quanta intervenir à l'échelle des houles.

Plus proche serait l'exemple du son produit par un instrument de musique. L'analyse spectrale montre, en effet, que l'énergie se concentre autour de quelques fréquences favorisées, fondamentales, harmoniques, etc.

L'explication physique réside dans les phénomènes de résonance et les valeurs des fréquences favorisées peuvent se calculer à partir des dimensions et autres caractéristiques précises des instruments employés.

On ne voit pas non plus, pour la houle, de grandeur caractéristique qui pourrait, par un phénomène analogue à une résonance, favoriser une fréquence précise. On pourrait surtout penser à la vitesse du vent qui est comparable à la vitesse de propagation de la houle, mais d'une part le vent est loin de souffler avec régularité et d'autre part aucun mécanisme susceptible d'expliquer une "résonance" particulière entre des houles et des vents de vitesse donnée n'a jamais été trouvée.

Autrement dit, a priori, rien ne permet de penser que la houle présente un spectre de raies au sens physique du terme.

Le fait que l'analyse harmonique en série de Fourier d'une houle réelle donne des énergies rigoureusement concentrées sur chaque raie n'a évidemment aucune signification physique puisque les valeurs des fréquences de ces raies dépendent exclusivement de la longueur d'enregistrement analysée. Notre attention est donc immédiatement attirée sur le fait que la nature de l'analyse harmonique effectuée et la façon dont l'échantillon analysé est prélevé doivent être prises en compte dans l'étude des spectres.

Ceci est vite confirmé par l'aspect d'un tel spectre (figure 1) ; on constate en effet une extrême irrégularité des raies successives. Il pourra arriver fréquemment par exemple que deux raies consécutives soient d'ordre de grandeur nettement différent, qu'elles aient par exemple un rapport d'amplitude de 1 à 10. S'il s'agit par exemple d'un enregistrement de 20 mn de long, les périodes des raies successives au voisinage de 10 s seront, en secondes :

9,833   9,917   10,000   10,083   10,167

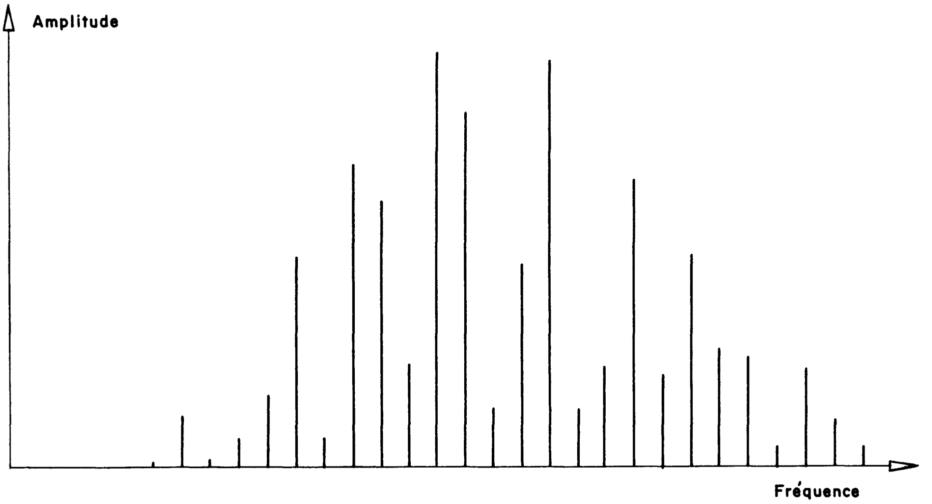

Figure 1 - Allure générale d'un spectre de Fourier de houle.

Même en admettant qu'il puisse y avoir des effets de résonance ou de sélection de fréquence, il paraît impossible, a priori, que cette sélection puisse être fine au point de séparer brutalement deux périodes aussi voisines que 10,000 et 10,083 par exemple. Il est donc pratiquement certain que cette variabilité, ou si l'on préfère la "structure fine"(*) du spectre, n'a pas de signification profonde.

L'analyse de Fourier à l'état brut, pour ainsi dire, a donc l'inconvénient de donner un résultat extrêmement complexe, la complexité du spectre étant en fait du même ordre que celle de l'enregistrement analysé. On peut montrer que cette complexité résulte d'une description minutieuse des aspects les plus fortuits de l'échantillon, elle n'a donc d'intérêt que pour l'étude de celui-ci. Les applications de ce que l'on peut appeler un modèle de Fourier sont donc assez limitées.

On pourra l'utiliser par exemple pour comparer les observations faites simultanément en surface (dénivelées) et en profondeur (pression) sur une même verticale, chaque composante harmonique obéissant à une loi d'amortissement différente avec la profondeur. On pourra aussi utiliser, tel que, l'enregistrement ou son analyse, pour commander directement un générateur de houle programmé permettant de reproduire exactement la houle observée.

(*) Cette expression n'a évidemment pas ici le sens qu'elle prend en spectrographie.

En résumé, l'analyse harmonique à l'état brut n'apporte qu'une transformation, utile à certains points de vue, de l'enregistrement de départ mais n'ajoute aucune perspective plus générale sur l'ensemble du problème.

MODELES STATIONNAIRES

On peut montrer que l'irrégularité des raies du spectre est bien un effet d'échantillonnage". Considérons, en effet, l'analyse harmonique de plusieurs enregistrements de vingt minutes pris au cours d'une tempête "stationnaire". (Il s'agit là d'une tempête théorique car les réelles évoluent au cours du temps et il n'est pas certain que deux échantillons de vingt minutes, même consécutifs, correspondent à des phénomènes stochastiquement identiques). Tous les spectres ainsi obtenus auront une allure d'ensemble comparable, mais les raies d'un ordre donné varieront autant d'un spectre à l'autre que d'une raie à la suivante. On peut montrer d'une façon plus précise, que la probabilité de trouver une raie de longueur donnée est donnée par une loi de Rayleigh, la probabilité $p(A_n)\,dA_n$ pour que la nième raie ait une longueur comprise entre A_n et $A_n + dA_n$ étant :

$$p(A_n)\,dA_n = \frac{2A_n}{E_n} e^{-\frac{A_n^2}{E_n}}\,dA_n$$

la probabilité pour que le carré A_n^2 se trouve entre A_n^2 et $A_n^2 + d(A_n^2)$ étant évidemment :

$$p(A_n^2)\,d(A_n^2) = e^{-\frac{A_n^2}{E_n}} \frac{d(A_n^2)}{E_n}$$

L'espérance mathématique de A est : $\sqrt{\frac{\pi}{4}}\ E_n$

L'espérance mathématique de A^2 est : E_n

La figure 2 montre l'allure de ces répartitions. On voit qu'elles ne sont pas du tout "concentrées", ce qui explique l'énorme variabilité des résultats observés.

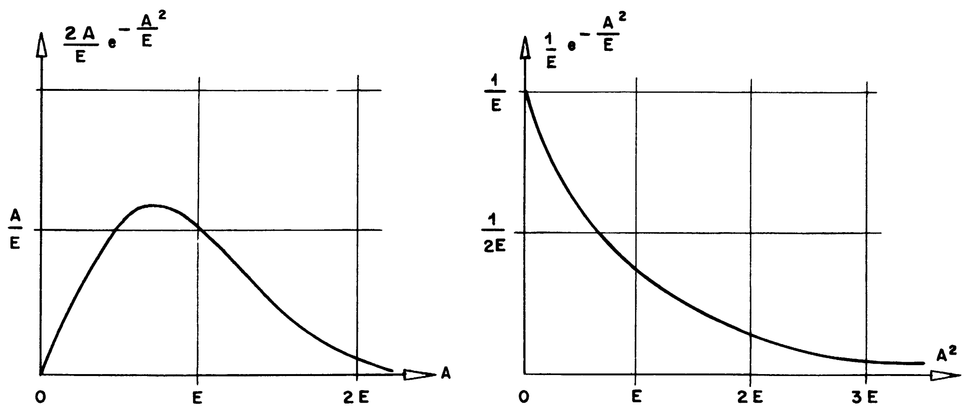

Figure 2 - Allure des densités de probabilité de A et de A^2.

Quant aux phases, on montre également qu'elles se trouvent distribuées aléatoirement avec une probabilité uniforme de 0 à 2π. Par conséquent, celles-ci n'ont aucune signification intéressante (pour un phénomène stationnaire) et on en fait le plus souvent abstraction dans la représentation des spectres.

Le spectre énergétique des E_n est en quelque sorte le spectre vrai ; sa détermination pose un problème de probabilité a priori car chaque analyse harmonique ne nous donne pour chaque raie qu'un tirage au sort fait dans une population dont la densité de probabilité dépend du paramètre E_n. Etant donné le caractère très peu concentré de la population autour de E_n, il est pratiquement impossible de déterminer E_n avec un seul tirage.

Par contre, s'il est possible de faire un grand nombre d'enregistrements et d'analyses, E_n pourra être déterminé avec une précision satisfaisante.

Malheureusement, il y a deux obstacles à cela. Le premier, irrémédiable, est que, ainsi que nous l'avons souligné, les tempêtes réelles ne sont pas des phénomènes stationnaires, si bien qu'il est pas possible d'y faire de nombreux enregistrement de vingt minutes par exemple sans craindre qu'ils ne soient guère comparables. Le deuxième obstacle est simplement le coût et la difficulté de réaliser des enregistrements et des analyses sur des périodes trop longues.

Une solution consiste évidemment à réduire la durée des enregistrements individuels. Si ceux-ci sont ramenés à une minute par exemple on pourra en faire vingt en vingt minutes, période pendant laquelle il sera raisonnable d'admettre que le régime est resté stationnaire. On disposera donc pour chaque raie de vingt "tirages au sort" ce qui permettra, pour chacune, de déterminer un peu mieux la valeur du paramètre fondamental E_n. Cette détermination se fera par les voies habituelles de l'analyse statistique et conduira soit à une distribution de probabilité pour E_n (méthode des probabilités a priori) soit à des "intervalles de confiance".

On peut montrer qu'en première approximation, si l'on utilise p enregistrements, la longueur des raies sera déterminée avec un écart quadratique relatif égal à :

$$\frac{1}{2\sqrt{p}}$$

Ainsi, dans l'exemple ci-dessus où $p = 20$ l'écart relatif type est de l'ordre de 11 % (c'est-à-dire qu'il y a soixante-dix chances sur cent que l'erreur soit inférieure à 11 %, quatre-vingt-quinze chances sur cent qu'elle soit inférieure à 22 %, etc. la distribution des écarts étant sensiblement gaussienne).

Sur le carré des longueurs (spectre énergétique), les erreurs relatives sont environ deux fois plus grandes : donc, au total, la précision obtenue n'est, malgré tout, pas très brillante. De plus, ce gain de précision est compensé par une diminution du nombre de raies. En effet l'analyse d'un enregistrement d'une minute donne un spectre vingt fois moins dense que celle d'un enregistrement de vingt minutes, or trois ou quatre points(*) ne suffisent à "définir" une courbe que lorsqu'on est sûr a priori que celle-ci est particulièrement "lisse", sans "accidents", dans l'intervalle considéré. Au contraire si la courbe, ici le spectre, est susceptible de présenter des détails de structure intéressants, il faudra beaucoup plus de points pour les représenter.

On peut espérer, par exemple, pouvoir distinguer sur le spectre deux maximums successifs indiquant que l'agitation résulte de deux causes distinctes, une houle d'origine lointaine, par exemple, et une "mer" locale. Le spectre pourra avoir dans ce cas l'allure indiquée figure 3. Cette possibilité de suivre l'évolution d'une houle d'origine lointaine à travers des perturbations locales éventuellement plus violentes est un des avantages importants de l'analyse harmonique par rapport à l'observation directe, mais il est évident qu'une bosse secondaire, telle que celle représentée par la figure 3, ne peut être observée d'une manière concluante que si le spectre est défini par au moins une douzaine de points .

Ceci exigerait que nous prenions des enregistrements élémentaires de quatre minutes et, par conséquent, soit que nous nous limitions à cinq enregistrements, ce qui réduirait encore la médiocre précision obtenue (erreurs deux fois plus grandes), soit que nous portions le temps total d'observation à quatre-vingts minutes de façon à conserver vingt enregistrements élémentaires.

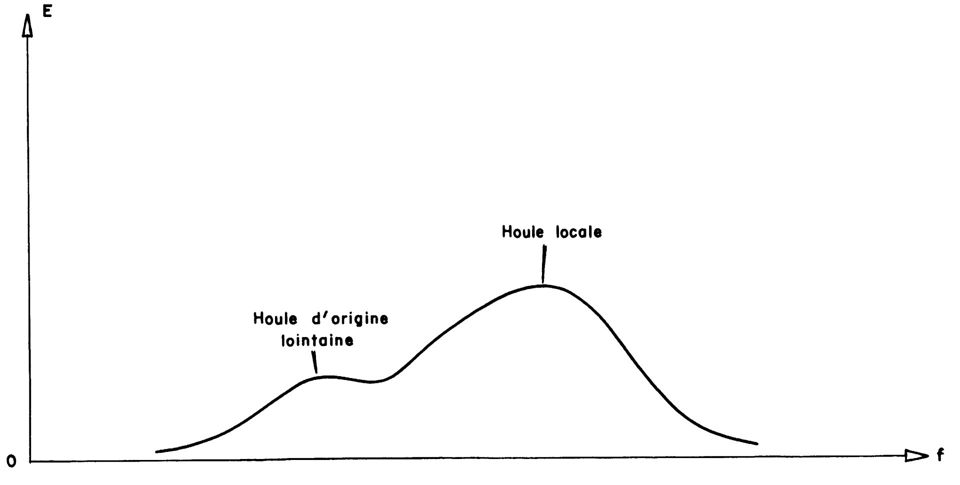

Figure 3 - Spectre énergétique résultant de la superposition d'une houle d'origine locale et d'une houle plus faible d'origine lointaine.

(*) On trouve à peu près ce nombre de points en supposant que le spectre s'étale entre des périodes de 7 à 14 s par exemple.

En définitive il faut trouver le meilleur compromis entre :

- le sacrifice de la précision de chaque raie,

- le sacrifice de la densité des raies,

- le sacrifice de la précision avec laquelle on suit l'évolution de la tempête.

La recherche de cet optimum a rarement été menée d'une façon logique ; elle implique, en fait; des prises de position a priori sur la nature des phénomènes observés :

- Quelle est la variabilité de la tempête (constantes de temps pour l'évolution) ?

- Quelle est la variabilité du spectre (constante de "fréquence" pour la finesse des détails) ?

Nous retrouvons ici, sous une forme plus précise, deux questions déjà indiquées plus haut.

En résumé les modèles stationnaires nous conduiront à traiter les enregistrements comme s'ils étaient des échantillons pris à des moments quelconques dans une tempête théorique indéfiniment stationnaire.

On cherche alors à remonter des caractéristiques de l'échantillon à celles de la tempête théorique ce qui amène à deux simplifications :

- On abandonne complètement l'étude des phases ;

- On admet que le spectre théorique est une fonction relativement lisse de la fréquence. On peut donc le définir par un nombre de points ou de raies assez limité.

Ce spectre théorique que l'on pourrait appeler "spectre stationnaire" est une représentation satisfaisante de la tempête, en ce sens qu'il en condense considérablement les caractéristiques. Grâce à ce spectre, on peut d'un coup d'oeil "classer" une tempête donnée par rapport aux autres, on peut également aborder des questions d'un grand intérêt pratique et théorique. Il n'est pas impossible, par exemple, que le spectre d'une tempête due à une perturbation atmosphérique déterminée ait une forme ne dépendant que d'un petit nombre de paramètres (trois ou quatre par exemple). Ainsi une houle réelle pourrait n'être définie que par ces trois ou quatre nombres, ce qui condenserait encore la description et la rendrait corrélativement plus précise puisque l'ensemble de l'information fournie par le spectre serait concentrée sur ces quelques chiffres.

Un autre avantage de cette théorie des "spectres unitaires" serait d'aider à distinguer dans un spectre les tempêtes "simples" de celles résultant de perturbations très diverses.

De nombreux travaux ont été consacrés à la recherche d'équations types pour les spectres, ou encore de représentations simplifiées. Ces formules empiriques peuvent d'ailleurs être partiellement justifiées par des considérations théoriques (allures asymptotiques par exemple). On peut citer rapidement les formules empiriques de Pierson-Neumann, Roll Fischer, Darbyshire, Gohin, etc.

Le spectre stationnaire ne permet évidemment pas de reconstituer l'enregistrement de départ dans son détail, ce dont nous ne nous soucions pas, mais il définit stochastiquement tous les enregistrements qui auraient pu être faits, même en d'autres lieux, à condition que les caractéristiques statistiques de la tempête y soient restés les mêmes. Cette possibilité d'extrapolation, permettant en quelque sorte de caractériser des enregistrements non faits, a évidemment une grande valeur pratique et théorique. En fait lorsqu'on utilise un spectre stationnaire on travaille non pas sur un enregistrement, mais sur un ensemble infini d'enregistrements possibles.

Il n'est pas étonnant que cette possibilité d'extrapolation soit imparfaite; c'est ce que traduit l'imprécision fondamentale qui gouverne la détermination du spectre théorique. On reconnaît là facilement les difficultés caractéristiques des problèmes de probabilité a priori.

Outre son utilisation descriptive (spectre) le modèle stationnaire permet un certain nombre d'études théoriques sur les propriétés statistiques de la houle. Il a l'inconvénient, à ce point de vue, d'utiliser des méthodes mathématiques assez complexes mais les résultats obtenus semblent concorder avec l'observation d'une manière très satisfaisante.

Sur le plan expérimental on sait engendrer électroniquement des fluctuations de tension aléatoire stationnaires ayant un spectre énergétique donné ("bruit" filtré). Ce pourrait être un moyen d'engendrer de véritables houles aléatoires à condition de disposer d'un batteur à houle dont le mouvement serait asservi à cette tension. A notre connaissance cette possibilité n'a jamais été utilisée.

Sur le plan des modèles mathématiques, c'est-à-dire des calculs numériques, le modèle stationnaire ne peut être traité rigoureusement avec un nombre fini d'opérations. Pratiquement le calcul conduit en fait à remplacer le spectre continu par un nombre fini de raies isolées. Ceci nous conduit à un autre type de modèle que nous allons étudier ci-dessous.

LES OLIGO-HOULES

On est évidemment amené, ne serait-ce que pour les calculs numériques, à remplacer le spectre continu E par un spectre ne comportant qu'un nombre fini de raies. La question essentielle que pose ce nouveau modèle est : combien de raies faut-il prendre et comment faut-il les répartir sur le spectre ?

Il est clair en effet que le modèle sera d'autant plus maniable et "économique" que le nombre des raies sera plus réduit, mais il risque aussi de devenir trop grossier. La simplification extrême, par exemple, consisterait à n'avoir qu'une raie c'est-à-dire une houle régulière ; un tel retour en arrière serait évidemment absurde.

En fait nous avons vu que le spectre continu (stationnaire) ne pouvait être déterminé avec une précision raisonnable qu'en un nombre limité de points. Nous avons, en particulier, discuté le procédé qui consiste à diviser l'enregistrement en périodes égales, à faire l'analyse harmonique de chacune de ces périodes et à prendre une moyenne convenable (quadratique) des raies de ces spectres correspondant à une même fréquence. Signalons dès maintenant qu'on utilise en réalité des procédés de calcul beaucoup plus raffinés, qui ont été pour la première fois exposés par Tukey, mais notre discussion reste valable pour l'essentiel. En particulier il subsiste que moins les raies sont nombreuses, plus leur longueur est connue avec précision, tandis que leurs phases restent indéterminées et indépendantes les unes des autres (toutes valeurs de 0 à 2π sont également probables). En conséquence, une oligo-houle sera pratiquement toujours considérée comme ayant un spectre bien défini (*) en amplitude et parfaitement indéfini en phase.

Ainsi un spectre d'oligo-houle représentera un ensemble stochastique de houles possibles (et ce sont les caractères statistiques de cet ensemble qui devront être comparés aux caractères statistiques des houles réelles). Dans les utilisations pratiques on pourra effectivement définir les phases par tirages au sort et éventuellement déterminer ainsi plusieurs "réalisations" de l'oligo-houle considérée (emploi de méthodes du type Monte-Carlo par exemple).

Etant donné que le spectre continu considéré est défini en fait par un nombre limité de raies isolées, il pourrait sembler évident que si nous devons représenter ce spectre continu par quelques raies, il sera tout naturel de revenir à celles dont nous sommes partis. Cependant, la possibilité de revenir à un système de raies différent n'est pas sans intérêt pratique. Il est possible, par exemple, que l'on cherche le maximum de finesse dans la définition du spectre original, mais que pour les applications pratiques (Cf. ci-dessous), on se contente d'une définition moins bonne. Le choix de raies équidistantes (sur l'axe des fréquences) peut aussi semble naturel dans la phase exploratoire de la définition du spectre. Au contraire, pour les applications il pourra être intéressant de représenter celui-ci par des raies d'écartement variable (que les méthodes du type Tukey permettent d'obtenir directement si on le souhaite).

Il y a en effet quelques inconvénients à utiliser des raies équidistantes, de fréquence $n\Delta f$ où $n = 1, 2, 3 \ldots$ car elles représentent un mouvement périodique de période $T = \frac{1}{\Delta f}$. Or, pour que les raies ne soient pas trop nombreuses il faut que Δf ne soit pas trop petit et par conséquent T ne pourra pas être très grand.

(*) Il est possible de considérer des oligo-houles où les composantes ont des amplitudes aléatoires ; ce type de modèle ne présente qu'un intérêt limité et nous ne l'étudierons pas ici.

En conséquence, un modèle à raies équidistantes a donc l'inconvénient de ne représenter qu'un très petit échantillon des tempêtes possibles et de reproduire cet échantillon périodiquement. Chaque "réalisation" est donc trop "particulière" et, de plus, la périodicité rigoureuse peut avoir des conséquences pratiques importantes ainsi que nous le verrons plus loin.

On peut supprimer cette périodicité en utilisant des raies translatées sur l'axe de fréquence d'une quantité $\alpha\ \Delta f$ (α étant un nombre irrationnel compris entre 0 et 1). Théoriquement le mouvement deviendrait alors totalement apériodique ; mais, pratiquement, on retrouverait une quasipériode T identique à la précédente. Ce seront, en fait, les trains de houle qui se reproduiront avec cette période, seules les positions des vagues individuelles dans ces trains étant modifiées d'une période à l'autre.

On peut encore améliorer les choses en prenant des raies de fréquences irrégulièrement espacées. Comme le montre l'exemple précédent, il ne suffit pas que ces fréquences soient incommensurables entre elles, mais ceci doit être vrai si possible de leurs différences deux à deux. S'il existe une partie aliquote commune $\Delta f'$ entre ces fréquences (ou seulement entre leurs différences deux à deux), nous retrouvons un mouvement rigoureusement périodique (ou seulement à trains périodiques) de période $T' = \frac{1}{\Delta f'}$.

Théoriquement, on peut prendre des fréquences telles que $\Delta f' = 0$ $T' = \infty$ mais en fait il existe toujours, quelles que soient les fréquences choisies, des parties aliquotes communes approximatives, la notion rigoureuse d'incommensurabilité exigeant une précision infinie qui n'a pas de sens physique. Il y aura, par conséquent, des sortes de quasi-périodes au cours desquelles le mouvement se reproduira, presque identique à lui-même, d'une période à la suivante. Moins on sera exigeant sur la rigueur de cette identité, plus la période pourra être courte ; de toute façon, il existera toujours des quasi-périodes assez nettes de l'ordre de grandeur des inverses des plus petits intervalles séparant les raies successives du spectre.

Notons toutefois, que si deux quasi-périodes se ressemblent considérablement, les différences entre deux quasi-périodes plus éloignées (du même système) croissent avec leur éloignement mutuel, si bien que la ressemblance finit par disparaître pratiquement. Autrement dit, la quasipériodicité n'empêche pas que les oligo-houles à Δf incommensurables offrent un échantillonnage très varié des configurations compatibles avec le spectre considéré. En fait, on peut montrer que sur un temps suffisamment long, les différents décalages de phase entre composantes prennent toutes les valeurs possibles et que les systèmes de décalages se rencontrent avec une fréquence moyenne correspondant à des phases stochastiquement indéterminées et indépendantes les unes des autres. Il n'est donc pas nécessaire de procéder à des tirages au sort successifs de phase pour obtenir un échantillonnage suffisant des réalisations de l'oligo-houle il suffit avec des phases initiales données une fois pour toutes (éventuellement même très particulières), d'attendre suffisamment longtemps.

Cependant, une autre différence essentielle entre les oligo-houles et les houles véritablement stationnaires ressort de l'étude de la fonction d'autocorrélation. Dans le cas de la houle stationnaire elle tend vers zéro lorsque le décalage π tend vers l'infini (fig. 4). Dans le cas d'une oligo-houle périodique, elle reprend la valeur unité chaque fois que π est multiple de T. Dans le cas d'une oligo-houle non périodique on peut montrer que la fonction d'autocorrélation repasse une infinité de fois entre les valeurs 1 et $1 - \varepsilon$ (également entre $- 1$ et $- 1 + \varepsilon$) aussi petite que soit la quantité positive ε.

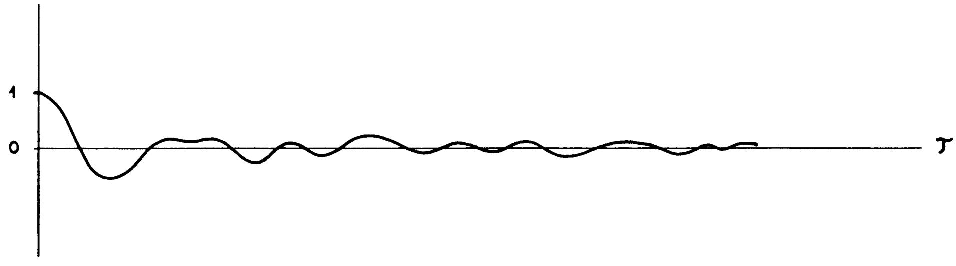

Figure 4 - Courbe d'autocorrélation d'un enregistrement de houle naturelle.

Le départ de la courbe d'autocorrélation d'une oligo-houle sera d'autant plus voisin de celui de la courbe d'autocorrélation de la houle stationnaire théorique que l'oligo-houle sera plus riche en raies convenablement réparties ; mais le bon accord ne pourra nécessairement pas se prolonger pour des valeurs très grandes de τ, puisqu'une des courbes tend vers zéro, tandis que l'autre oscille constamment dans toute la bande + 1, -1.

Nous arrêtons ici notre discussion déjà très longue des caractéristiques des oligo-houles ; pourtant, beaucoup resterait encore à dire sur le choix convenable des fréquences des raies mais nous nous limiterons aux considérations complémentaires qui résulteront de l'étude des applications que nous abordons maintenant.

Si l'on disposait du batteur à houle que nous avons évoqué plus haut et dont le mouvement serait asservi à un signal électrique par exemple, on pourrait composer ce dernier par une superposition de signaux sinusoïdaux (dont l'origine pourrait d'ailleurs être mécanique). Ce serait un

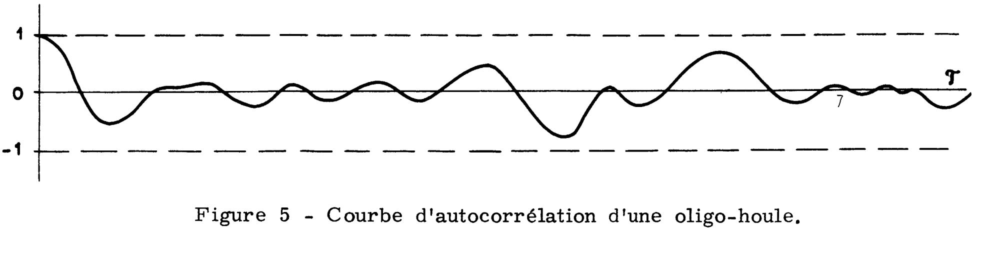

Figure 5 - Courbe d'autocorrélation d'une oligo-houle.

problème purement technologique de savoir si ce mode de réalisation serait plus ou moins pratique que celui utilisant un bruit filtré, mais en tout cas cela représenterait une utilisation directe du principe des oligo-houles en laboratoire.

Nous avons également rappelé plus haut qu'on pourrait créer des houles irrégulières en utilisant un générateur dont la période varie au cours du temps. On crée ainsi une "modulation de fréquence" dont on sait qu'elle correspond à un certain spectre de Fourier. En pratique, on peut s'arranger pour que les fluctuations de période suivent un cycle assez long mais malgré tout périodique, si bien que l'on n'a pas affaire à un spectre continu mais à un spectre de raies. En ce sens, on réalise ainsi une oligo-houle ; toutefois, il importe de remarquer que si l'on peut, dans une large mesure, choisir la forme du spectre, c'est-à-dire les amplitudes des raies, on ne peut choisir arbitrairement les phases et ainsi on engendre une oligo-houle singulière dans l'ensemble des oligo-houles ayant le même spectre. Cette singularité se traduit, en particulier, par une corrélation négative anormale entre la longueur et la hauteur des vagues individuelles au voisinage immédiat du générateur. Heureusement, ce caractère singulier va en s'estompant lorsque l'on s'éloigne du batteur, ce qui fait que si le canal d'essais est assez long ce procédé de génération d'oligo-houles devient parfaitement valable.

Le domaine d'application le plus naturel des oligo-houles est celui des calculs ou des modèles mathématiques. On peut, en effet, facilement reconstituer tous les mouvements de la houle d'après un spectre réduit à quelques composantes et s'il y a lieu on peut étendre les calculs aux phénomènes d'ordre supérieur au premier, résultant par exemple des intégrations entre composantes. Les considérations qui suivent peuvent d'ailleurs également bien s'appliquer à des calculs ou modèles mathématiques qu'à des essais physiques, l'un et l'autre pouvant souvent s'employer pour l'étude de phénomènes semblables.

Nous avons signalé qu'une des différences éventuelles entre les oligo-houles et les houles réelles résidait dans l'allure de la courbe d'autocorrélation. Dans une tempête réelle, si l'on compare ce qui ce passe en un point, toutes les minutes par exemple, on ne trouvera pratiquement pas de corrélation entre deux observations successives. Par exemple, au fait que le niveau soit en train de monter pour l'une, il correspondra aussi souvent pour la suivante un niveau montant ou un niveau descendant, etc. Et cette indépendance stochastique tendra à croître avec l'écart séparant deux observations consécutives.

Au contraire, dans une oligo-houle, il y aura certains intervalles de temps favorisés (dont l'ordre de grandeur minimal dépendra de la finesse de l'oligo-houle et pourra pratiquement être de l'ordre d'une ou deux minutes) tels que les mouvements observés de part et d'autre de tels intervalles auront une ressemblance, ou parfois une opposition systématique.

Si nous considérons par exemple la résistance d'un ouvrage hydraulique, ce phénomène sera rarement important. On saura, par exemple, qu'une vague exceptionnelle sera très problablement suivie et précédée à des intervalles fixés (par exemple 1 mm) d'une autre vague particulièrement forte (sinon aussi importante). Mais la plupart du temps, ce qui importera pour un tel ouvrage sera la répartition des amplitudes dans la population de vagues qui l'attaque et non le respect précis de la distribution de ces amplitudes au cours du temps. En d'autres termes, beaucoup d'ouvrages ne seront pas attaqués différemment par une vague exceptionnelle suivant que la précédente grosse vague date d'une minute ou de deux. On peut dire, en quelque sorte, que ces ouvrages n'ont pas (ou peu) de mémoire ; chaque vague agit individuellement quelles qu'aient été les précédentes.

Dans ce cas, l'allure de l'autocorrélation nous importe peu et il suffit que les formes et hauteurs de vagues soient représentées avec les fréquences convenables dans la tempête. Il suffira pour cela que nous prenions des raies suffisamment serrées pour suivre les variations principales du spectre. Si celui-ci est bien lisse, très peu de raies peuvent donc suffire.

Toutefois, les ouvrages absolument sans aucune mémoire sont un cas limite ; dès qu'une vague est susceptible de laisser une trace sur l'ouvrage (déformation, déplacement) ou sur son voisinage (affouillement) elle modifie nécessairement les conditions d'action de la suivante.

Il intervient alors une notion de "constante de temps".

Si le dommage créé par une grosse vague se répare partiellement au cours d'un calme relatif (affouillement qui se comble, enrochements qui se retassent, etc) l'intervalle de temps qui sépare deux fortes houles ne devient plus indifférent. Il devient donc nécessaire de considérer non seulement la composition de la population de vagues mais aussi leur ordre d'arrivée dans le temps. Cette nécessité se présente aussi pour des raisons assez différentes dans le cas de l'attaque d'un ouvrage très réfléchissant. En effet si une vague exceptionnelle est précédée par une forte vague elle risque de se briser sur la réflexion de celle-ci avant donc d'atteindre l'ouvrage ; celui-ci est ainsi protégé de l'action directe de la vague exceptionnelle.

Il sera souvent raisonnable d'admettre que les constantes de temps relatives à des ouvrages, du type jetées à talus par exemple, ne dépassent pas trois ou quatre périodes moyennes. Par contre dans certains cas, les constantes de temps pourront être beaucoup plus longues, en particulier lorsque les phénomènes de résonance entrent en jeu. La constante de temps est alors en quelque sorte celle de l'amortissement libre des oscillations du système résonant, elle est d'autant plus longue que la résonance est plus accentuée.

En gros, on peut dire que les intervalles de fréquence Δf utilisés dans le spectre devront être nettement (plusieurs fois) inférieures aux inverses des constantes de temps à prendre en compte, si bien que suivant la nature de l'étude il pourra être nécessaire de prendre des spectres plus ou moins serrés.

Dans le cas de la résonance ceci peut d'ailleurs se voir d'une façon différente (fig. 6).

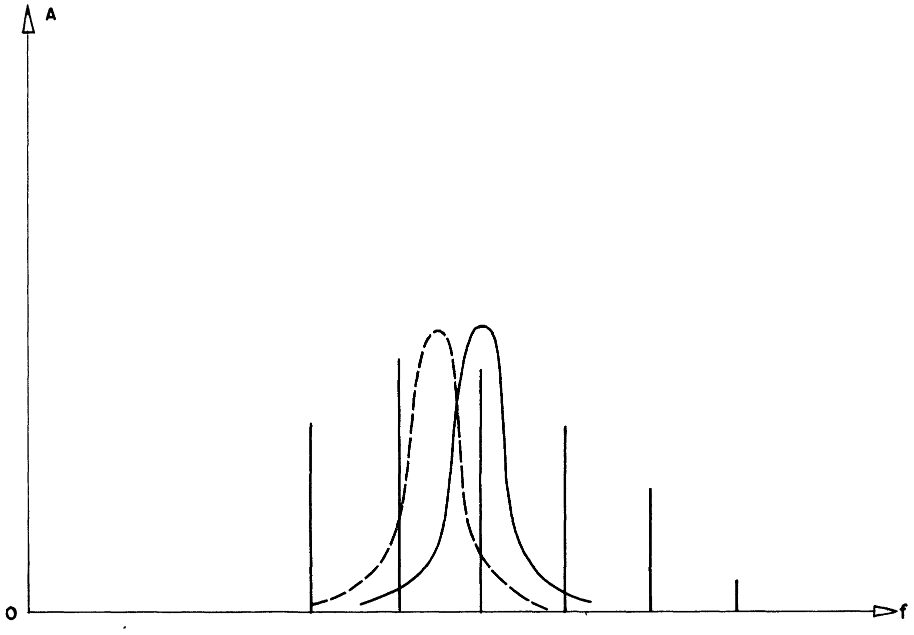

Figure 6 - Etude des oligo-houles dans le cas d'une résonance aigüe.

Si nous portons la courbe de réponse du système résonant sur le spectre de l'oligo-houle, on voit que si cette courbe est peu étalée (résonance aiguë) par rapport aux écarts des raies, on pourra soit obtenir une résonance excessive si une raie tombe au maximum de la réponse (courbe en traits pleins), soit une réponse trop faible si ce maximum (courbe en traits interrompus) tombe entre deux raies consécutives.

Ainsi les résultats d'un essai ou d'un calcul, concernant par exemple l'agitation dans une darse résonante, le roulis d'un bateau, etc. pourraient être considérablement faussés.

Enfin, des considérations plus complexes se présentent lors de l'étude des phénomènes du second ordre. En particulier, on rencontrera dans ces phénomènes toutes les fréquences différentielles (différences deux à deux) des raies du spectre original. Il peut être également nécessaire de veiller à ce que ces fréquences soient réparties convenablement le long du spectre différentiel en fonction de sa forme présumée et des constantes de temps (résonances, etc.) des installations étudiées (problème des seiches par exemple).

SPECTRES A COMPOSANTES QUASI-MONOCHROMATIQUES

Les spectres stationnaires ou oligo-houles que nous venons d'étudier ne peuvent reproduire l'évolution des tempêtes au cours du temps (début, variation de force, fin). Ce sont, en effet, des modèles essentiellement périodiques ou stationnaires. Il est possible de remédier à ce défaut en remplaçant les composantes sinusoïdales ou monochromatiques :

$$\cos (kt + \Theta)$$

par des composantes quasi-monochromatiques du type :

$$A (t) \cos (kt + \Theta)$$

où A (t) représente une fonction (réelle, en principe non négative) variant très lentement avec t par rapport aux variations du cosinus. C'est-à-dire que A (t), ainsi que d'ailleurs ses dérivées, ne varie sensiblement que sur des durées correspondant à un grand nombre de périodes.

Les houles quasi-monochromatiques se propagent suivant des lois simples que l'on peut résumer ainsi : la vitesse de propagation des vagues individuelles est la même que dans les houles monochromatiques de même période. Par contre "l'enveloppe" des amplitudes se propage à la vitesse de groupe (comme c'est le cas pour le battement). Cette vitesse n'est d'ailleurs pas la même pour chaque raie du spectre, si bien que la propagation d'une tempête se fera suivant des lois relativement complexes.

La considération d'un spectre de composantes quasi-monochromatiques revient à introduire une nouvelle notion, celle de spectre instantané d'une fonction f(t), c'est-à-dire de spectre dont les amplitudes sont fonction du temps t. Cette notion ne peut avoir d'existence que si le spectre instantané varie lentement (dans le sens exposé plus haut) avec t. Le spectre instantané au temps t pourra être calculé approximativement comme nous l'avons vu plus haut pour un mouvement permanent, en faisant l'analyse harmonique d'un intervalle enregistré de $t - t_0$ à $t + t_0$, la longueur $2 t_0$ devant être suffisante pour que le spectre soit défini avec assez de précision et le régime étant supposé suffisamment stationnaire (variations suffisamment lentes avec t) pendant cette même période.

En définitive, au lieu d'avoir affaire à un spectre où les amplitudes A seraient simplement fonction de la fréquence angulaire k on a un spectre fonction de k et du temps t, ce que l'on peut noter :

$$A (t, k)$$

La remarque faite sur la propagation des houles quasi-monochromatiques permet d'extrapoler cette formule en la rendant applicable en d'autres points que celui de l'observation initiale. Supposons en effet que les houles se propagent dans la direction positive de l'axe des x et que l'observation initiale est faite au point x = 0 (rappelons que jusqu'ici nous nous sommes limités au problème de propagation unidirectionnelle). Pour un point d'abscisse x quelconque le spectre sera :

$$A (t - \frac{x}{C'}, k)$$

C' étant la vitesse de groupe.

En profondeur infinie on a :

$$C' = \frac{g}{2k}$$

d'où le spectre :

$$A\ (t - \frac{2kx}{g}, k)$$

En posant :

$$t' = t\ \frac{2kx}{g}$$

la tempête observée est donc définie par une fonction :

$$A\ (t', k)$$

que l'on peut appeler la colline spectrale de la tempête. A la notion de spectre unitaire que nous avons dégagée plus haut, pourrait s'ajouter celle de colline spectrale unitaire qui permettrait éventuellement d'améliorer encore la proportion entre le nombre de paramètres mesurés et celui des paramètres à définir.

Ainsi, pour la première fois, nous voyons apparaître un spectre définissant la tempête à la fois dans le temps et dans l'espace. C'est donc un outil d'étude de propagation des tempêtes et son utilité est évidente pour l'étude théorique de la prédiction des houles. En particulier, nous allons voir que des méthodes graphiques simples permettent d'étudier cette évolution à partir de la colline spectrale d'une tempête (fig. 7).

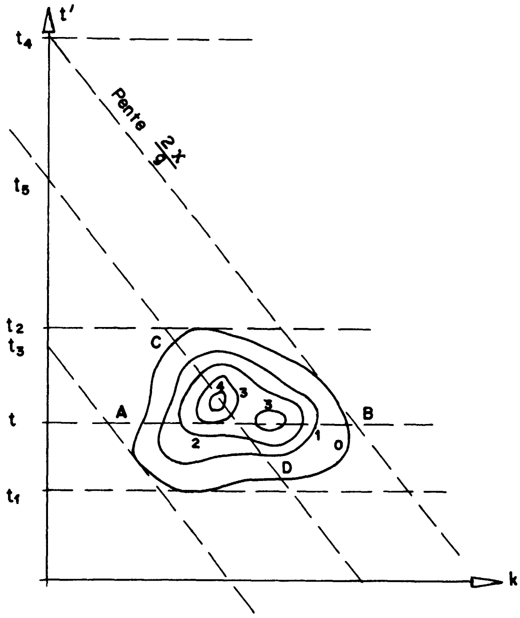

Fig. 7

Lorsque $x = 0$ on a $t' = t$ si bien que les horizontales de la figure 7 correspondent à des observations faites à un moment donné au point $x = 0$. Le graphique montre qu'en ce point, la tempête a duré depuis le temps t_1 jusqu'au temps t_2. A une époque intermédiaire t le spectre moyen instantané était la coupe AB de la colline. Celle-ci peut donc se construire par tranches horizontales successives correspondant à une série d'observations faites au point fixe $x = 0$.

En un point x quelconque on a :

$$t' = t - \frac{2x}{g} k$$

Sur la figure 7, les lignes t = constante sont donc les droites parallèles de pente $-\frac{2x}{g}$ et d'équation :

$$t' + \frac{2x}{g} k = Cte$$

On voit donc facilement qu'au point x considéré, la tempête a duré du temps t_3 au temps t_4.

A l'instant intermédiaire t_5 le spectre moyen instantané était la projection sur l'axe k (ou plus exactement sur le plan (k, A)) de la coupe CD de la colline.

Les conclusions suivantes se dégagent de cette construction :

- La durée de la tempête $(t_4 - t_2)$ est d'autant plus grande que x est plus grand : la tempête "s'étale" en se propageant.

- En un point suffisamment éloigné, le spectre instantané comporte surtout des composantes longues (k petit) au début de la tempête et des composantes courtes à la fin : les périodes moyennes observées vont en diminuant.

- Le spectre instantané est d'autant plus étroit que x est plus grand : la tempête tend à se régulariser en progressant, la "mer" devient la "houle".

- Les amplitudes du spectre ne croissant pas, ce rétrécissement correspond à une diminution de l'énergie spectrale : la tempête perd de l'amplitude, indépendamment de tout phénomène de dissipation d'énergie (ou d'expansion latérale).

Notons que les conclusions ci-dessous résultent de l'examen de la figure 7 et qu'il n'est pas évident qu'elles subsisteront quelle que soit la forme de la colline. On a également implicitement admis que le point $x = 0$ était situé au voisinage de l'origine de la tempête.

En effet si l'on avait choisi différemment le point $x = 0$, l'allure de la colline aurait été tout à fait particulière. La figure 8 montre approximativement ce qu'elle serait devenue en admettant que l'origine des x ait été déplacée dans le sens de la propagation de la tempête. Ce cas est important, car souvent l'observation se trouvera en un "point fixe" loin des zones génératrices de vagues.

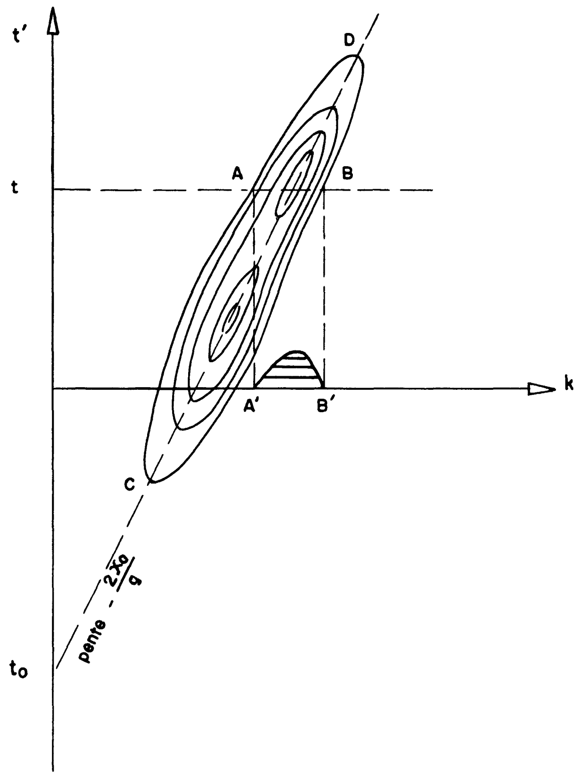

Fig. 8

On risquera donc d'obtenir une colline du type de celle de la figure 8 si on la construit à partir d'une série d'observations faites en un tel point fixe (pris comme origine des x). Il sera alors légitime de penser que l'allongement de cette colline sur l'axe CD n'est pas fortuit mais est dû à l'effet de la propagation. Autrement dit, on pourra supposer qu'un changement (inverse du précédent) de l'origine des x pourra redonner à la colline une forme plus "normale" telle que celle de la figure 7. En traçant au mieux l'axe CD on peut déterminer graphiquement l'ordonnée t_0, où CD coupe l'axe des t, et la valeur x_0 correspondant à sa pente. Ces valeurs de x_0 et t_0 donnent l'éloignement dans l'espace et dans le temps de la zone d'origine de la tempête, à condition d'admettre, comme nous l'avons déjà indiqué, qu'au voisinage de cette origine les collines spectrales ont des formes relativement ramassées, comme celle de la figure 7. En d'autres termes, ceci revient à admettre qu'à l'origine les périodes moyennes ne varient pas considérablement au cours du temps, ou tout au moins ne varient pas systématiquement.

Le modèle à composantes quasi-monochromatiques a été en fait le premier outil de recherche sur l'interprétation des observations de la

4

houle en mer en vue de la prévision des houles. Il rend compte en effet au moins qualitativement de l'allure des phénomènes observés et il ouvre la voie à toute une série de recherches sur les formes normales de collines spectrales ; cependant il représente encore une simplification excessive du fait de l'unicité de la direction de propagation des composantes.

MODELES TRIDIMENSIONNELS

La houle naturelle est en effet tridimensionnelle, c'est-à-dire qu'elle comporte des "composantes" dont les directions de propagation sont dispersées autour d'un axe favorisé. Du point de vue de la propagation des tempêtes, ceci a pour conséquence un affaiblissement des amplitudes (plus rapide que celui dû aux effets de viscosité) dû au fait que les diverses composantes suivent des chemins divergents à partir de l'origine.

Des modèles aléatoires de houles tridimensionnelles ont été étudiés et appliqués à la prédiction de la houle en particulier par MM. Pierson d'une part, Gelci et Casale d'autre part.

Toutes choses égales d'ailleurs, il s'ajoute une nouvelle dimension au spectre puisque celui-ci devient également fonction de la direction de propagation. Malgré l'intérêt considérable des applications des modèles tridimensionnels (prévision) nous ne les étudierons pas plus avant ici, ayant déjà largement dépassé les normes de longueur des communications à la Société Hydrotechnique de France. Sur le plan de la statistique il n'y aurait pas d'ailleurs de considérations essentiellement nouvelles à développer dans cette voie .

En terminant nous ne pouvons qu'exprimer le regret d'avoir été si incomplet tout en ayant été très long, mais l'abondance du sujet imposait des choix et nécessairement des sacrifices notables.

DISCUSSION

(Président : M. MORLAT)

M. Le Président remercie M. Biesel du vif intérêt de son exposé d'un sujet riche en conséquences.

M. Miche, très intéressé par l'exposé de M. Biesel, désirerait toutefois faire une remarque.

Outre les renseignements statistiques ressortant notamment des spectres de houle, dont les répercussions sur la navigation et la prévision des houles par exemple sont indéniables, il existe des renseignements statistiques d'autres natures qu'il serait très utile de mieux connaître et qui concernent, entre autres, les modalités d'attaque de la mer.

En effet, les lois de désorganisation des rivages ou des ouvrages côtiers, allant jusqu'à la destruction plus ou moins complète de ces derniers, ont des caractéristiques dont il faut tenir compte.

Tout d'abord, on constate, en laboratoire par exemple, que si l'on utilise une houle très régulière, l'effet désorganisateur, s'il se produit, démarre rapidement puis s'atténue et tend peut-être vers une asymptote ou, plus probablement, s'accroît logarithmiquement, donc de plus en plus lentement au cours du temps.

Mais il y a surtout une seconde loi dont les conséquences pratiques sont plus graves : les plus fortes lames ont une action déterminante et leurs effets destructeurs paraissent être, en gros, proportionnels au nombre de coups de boutoir reçus, ceci sans préjudice d'une loi logarithmique éventuelle qui pourrait entrer en ligne de compte ultérieurement, mais qui exigerait des temps trop longs pour répondre aux conditions réelles. Les amplitudes extrêmes atteintes jouent alors un rôle très prépondérant ; une lame de 5 m. par exemple sera à peu près inoffensive, tandis qu'une lame de 6 à 7 m. créera brutalement une destruction très importante.

Autrement dit, ce qui importe pour la stabilité d'un ouvrage, c'est la répartition dans le temps des lames principales des trains d'ondes constituent la houle réelle, et ceci est d'autant plus utile à connaître que les ouvrages côtiers, les digues par exemple, sont projetés avec un coefficient de sécurité en général faible, car on ne peut se permettre, au point de vue financier, des excès de stabilité.

M. Miche cite l'exemple d'une houle régulière produite en laboratoire qui aurait, à l'expiration d'une durée de une heure nature, un effet désorganisateur déterminé, alors qu'il faudrait près de dix fois plus de temps pour produire le même effet en utilisant les trains d'ondes plus proches de la réalité et dont une lame sur dix en moyenne atteindrait l'amplitude de la houle régulière. Or, les très fortes tempêtes ne durent qu'un temps limité et, par conséquent, l'étude des houles naturelles de grande amplitude en ce qui concerne les fréquences relatives des lames les plus fortes apparaît très importante. Elle permettrait de mieux apprécier le risque possible couru par l'ouvrage dans les conditions réelles.

M. Le Président se demande si la remarque de M. Miche n'attire pas l'attention sur l'intérêt qu'il y a à ne pas considérer seulement des modèles réalistes des houles, mais aussi à s'intéresser à des phénomènes extrêmes. Les lois des valeurs extrêmes ont peut être leur mot à dire en cette affaire.

M. Biesel est bien d'accord sur ces remarques qui soulignent ce qu'il appelait, dans son exposé, les "lois significatives spécialisées". On peut concevoir, pour chaque type de problème, par exemple pour l'étude de la stabilité d'un ouvrage, une houle régulière équivalente à la houle irrégulière : pour s'approcher de celle-ci, il faut introduire des coefficients de pondération considérablement plus grands qu'une pondération quadratique, car les fortes houles, même très rares, ont un poids beaucoup plus important, pour la destruction des ouvrages, que celui des houles non exceptionnelles.

M. Biesel ajoute une autre remarque, liée à la "mémoire" d'un ouvrage qui peut se souvenir d'un coup de boutoir reçu, notamment s'il est construit sur un fond affouillable, et ainsi, le fait que deux houles exceptionnelles arrivent coup sur coup ou à un très grand intervalle peut signifier la différence entre la ruine de l'ouvrage ou sa tenue. Donc, il est important de respecter, non seulement la fréquence, mais également l'ordre d'arrivée des vagues exceptionnelles, ce qui n'est pas toujours observé dans les modèles trop simples du type oligo-houles et encore moins pour les houles régulières qui sont le cas extrême de l'oligo-houle.

M. Le Président souligne la clarté de l'exposé-synthèse de M. Biesel sur ses travaux relatifs à la houle et son souci de mettre en lumière les divers modèles abstraits et les divers objectifs auxquels répond tel ou tel modèle. On peut constater quelque chose d'assez remarquable dans ce secteur de l'application des modèles probabilistes à la houle : la tendance à l'abstraction et le souci de réalisme ne s'opposent que dans une discipline qui en est à ses débuts ou dans des recherches qui sont entre les mains de théoriciens maladroits ; mais en écoutant M. Biesel, on a le sentiment que, dans des études assez avancées, l'abstraction des modèles et le souci de réalisme convergent remarquablement et on serait tenté de dire que cette convergence définit le progrès de la méthode dans les sciences de la nature.