

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

CHARLES A. BICKING

La validité des plans d'expérience

Revue de statistique appliquée, tome 10, n° 3 (1962), p. 75-83

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1962__10_3_75_0

© Société française de statistique, 1962, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LA VALIDITÉ DES PLANS D'EXPÉRIENCE (1)

Charles A. BICKING

The Carborundum Company, Niagara Falls, New-York

INTRODUCTION -

L'approche expérimentale du monde environnant est une habitude bien enracinée dans l'esprit humain. Nous pouvons remarquer qu'elle constitue une méthode paresseuse par laquelle l'homme évite de percer le secret des choses par la pensée. Quelque garantie que l'observation puisse donner pour beaucoup de nos activités quotidiennes, l'expérimentation reste un support solide et nécessaire lorsqu'il s'agit de créer des théories en technologie, où les principes ne sont saisis qu'obscurément par nos seuls sens. Nous pouvons regretter que l'expérimentation ne soit si souvent rattachée que par de faibles liens avec la théorie, mais nous ne pouvons pas non plus aller bien loin dans cette voie, parce que, en tant que survivants de la grande expérience de la Nature, la plupart des gens paraissent considérer que tous les expérimentateurs incapables ont été éliminés lorsque nos soi-disants ancêtres ont voulu tester la comestibilité des baies vénéneuses. Il y a là une attitude cavalière à l'égard de l'expérimentation, que le résultat en soit mortel ou non. Nous commençons à nous féliciter des progrès accomplis par l'industrie dans l'emploi des plans d'expérience lorsque la communication suivante nous causa un véritable choc.

"Le temps employé, plus le coût de l'épreuve par rapport à la valeur de l'information obtenue rendent bel et bien impossible l'établissement de modèles de tests basés sur des plans statistiques. Habituellement, nous maintenons constants tous les facteurs sauf un, car c'est la variable qui habituellement nous intéresse".

Une telle attitude est basée sur une confiance illimitée dans une habileté innée à la planification des expériences.

Le paradoxe impliqué ici est que, de même que la Nature, dont la méthode d'expérimentation est la sélection naturelle, ne se soucie pas du temps ni des matériaux, de même l'approche intuitive est souvent indifférente au rapport entre le temps et les facteurs de coût et la valeur de l'information obtenue. Ce n'est ni par la Nature ni par l'éducation qu'il nous a été donné

(1) Exposé présenté au séminaire sur les applications industrielles de la statistique - Paris - septembre 1961.

de comprendre le vrai caractère du monde physique. Ce n'est que peu à peu que la Science et la technologie ont ouvert les yeux sur le fait que ce n'est pas là un monde exact mais un monde probable. En face de la complexité de la technologie moderne, notre culture (et ce défaut est plus profond que notre système d'éducation) a produit des attitudes qui n'ont pas beaucoup changé par rapport à celles des mangeurs de baies.

UN APERCU DE LA METHODE SCIENTIFIQUE -

Nous entendons beaucoup parler de la méthode scientifique. Telle que nous la comprenons appliquée à l'expérimentation, elle comporte un nombre de démarches qui, de toute évidence, sont impopulaires chez beaucoup de gens. Par exemple, il y a l'insistance sur la pensée formelle, logique, en ce qui concerne les modèles d'expérimentation. Certains groupes d'intellectuels ont reçu une formation logique, mais non les technologues. Ces derniers y ont été contraints par la machine, peut-être trop tardivement. Nous avons déjà des "machines-robot", ayant une logique interne, qui s'adaptent d'elles-mêmes, faisant des réglages d'une façon non directe (un peu au hasard) par un procédé appelé "libre apprentissage" [1].

Ensuite, il y a l'insistance sur la compréhension des bases théoriques et des hypothèses sous-jacentes à l'expérience. Ceci implique que l'organisation de l'expérience doit être considérée, non pas comme se substituant, mais comme s'ajoutant à la pensée. C'est une bien mauvaise excuse pour la mauvaise planification d'une expérience, que de soutenir qu'on n'a pu trouver le temps d'en réaliser une convenable, car il s'agissait de l'un de ces problèmes dont le patron attendait la solution "pour avant-hier".

Il n'est pas rare de rencontrer des personnes qui pensent qu'il vaut mieux tout recommencer plutôt que de baser l'expérimentation sur ce qui a été fait dans le passé. Il peut y avoir quelques excuses à cela, parce que l'on commence seulement à s'intéresser à la recherche d'une information efficace. Pourtant, une approche scientifique de la planification des expériences implique que l'on tienne pleinement compte des données de base pour nous aider à décider combien de travail il y a à faire ou quand il faut s'arrêter.

Enfin, l'approche scientifique requiert un talent analytique, et notamment le don de choisir les questions fructueuses à poser à la Nature. Par exemple, si nos ancêtres mangeurs de baies ont fait des essais au sujet de la digestibilité relative des cailloux blancs ou noirs, ils ont obtenu des effets immédiats moins drastiques que lors de l'ingestion des baies vénéneuses, mais très peu de résultats en ce qui concerne l'aspect nutritif.

La méthode scientifique dans l'expérimentation ne concerne pas quelques modèles d'essai, mais les principes généraux qui s'appliquent à tous les aspects du travail. [2]

COMMENT L'EXPERIMENTATION A ETE AMELIOREE DANS LE PASSE -

C'est par plusieurs moyens que les expérimentateurs exercés ont essayé d'améliorer la qualité des plans d'expériences. Un de ces moyens a consisté à essayer de contrôler toutes les variables n'offrant pas d'intérêt pour l'expérimentateur. Cette approche échoue quand le contrôle est inadéquat ou quand il ne peut pas être intégralement obtenu. Elle échoue aussi complètement lorsqu'il se produit des variations inattendues ou accidentelles.

La prise de conscience des défauts de cette approche a conduit à faire confiance aux méthodes de "compensation" et de "randomisation" pour obtenir les résultats désirés.

L'idée de contrôle des variables étrangères est liée à celle qui consiste à faire varier une à une les variables intéressant l'expérimentateur, toutes les autres restant constantes. Beaucoup d'expérimentateurs, par ailleurs très capables, ne paraissent pas avoir conscience des limitations de cette méthode, bien que la mise en évidence des contrastes plus forts et l'information supplémentaire sur les relations réciproques entre les variables, qui peuvent être obtenues en faisant varier simplement le modèle expérimental, n'aient guère besoin d'être démontrées.

Une autre méthode pour améliorer l'expérimentation s'est révélée très féconde, et devrait être suivie dans toutes les circonstances. Elle consiste à analyser les techniques d'échantillonnage et de test et à améliorer leur précision avant de les utiliser. Dans toute expérience, le perfectionnement de l'échantillonnage et des tests doit correspondre aux exigences de la situation.

Enfin, une dernière méthode pour améliorer une expérience consiste à augmenter sa dimension, c'est-à-dire à faire un plus grand nombre de déterminations pour chaque ensemble de conditions donné. Si nous avons la possibilité d'expérimenter sans limites, nous pourrions sans doute accumuler suffisamment de données pour que les moyennes, que nous pourrions alors comparer, mettent en évidence même des différences très petites dans les effets produits par les facteurs que l'on a fait varier.

L'EFFICACITE DANS L'EXPERIMENTATION -

Au sens strict, le plan le plus efficace est celui dans lequel la variance de l'erreur a été réduite au minimum. En d'autres termes, un plan efficace est un plan dans lequel la variation due aux facteurs autres que ceux qui font l'objet de l'étude a été réduite à un niveau très bas. Il est courant de comparer la variance de l'erreur d'un plan particulier avec la variance à laquelle on devrait s'attendre si un autre plan d'expérience avait été utilisé [3]. Par exemple, Cochran et Cox fournissent des tableaux comparatifs [4] et Fisher discute les méthodes permettant d'estimer l'efficacité [5].

Dans un sens plus large, l'efficacité mesure le degré auquel l'information provenant d'une expérience a été portée au maximum pour une quantité donnée de travail. Considérée sous cet angle, l'efficacité embrasse plusieurs facteurs en plus de l'importance relative de la variance de l'erreur. Le nombre des séries expérimentales peut être minimisé, les comparaisons que nous souhaitons faire peuvent être rendues plus précises ; l'information sur les interactions peut être augmentée, ou la gamme des facteurs étudiés peut être élargie. La mesure de l'efficacité doit tenir compte de la rapidité, de l'économie et de considérations administratives.

Un des caractères les plus importants des nouveaux plans d'expérience appliqués dans l'industrie est peut-être que ce sont des plans comportant un but.

PLANIFICATIONS COMPORTANT UN BUT -

Deux attitudes extrêmes doivent être surmontées. L'une d'elles consiste à penser qu'aucune connaissance réellement importante n'est requise pour une planification, ou qu'il est suffisant de s'en remettre en toutes occa-

sions à un plan type, appris dans un texte ou dans "un livre de recettes de cuisine".

A l'opposé, il y a ceux qui s'attachent à une technique, souvent relativement complexe, et qui essaient de l'appliquer dans tous les cas, même aux problèmes les plus simples. Beaucoup de techniques spécialisées ont été mises à la disposition des statisticiens industriels. Les auteurs de la plupart d'entre elles ont établi clairement leurs limitations et la plupart des usagers les ont appliquées correctement. Cependant, dans la longue liste des méthodes il y en a indubitablement quelques-unes qui ne doivent être adoptées qu'avec précaution, et aucune ne doit être appliquée aveuglément en n'importe quelles circonstances.

S'il y a un danger, c'est que l'habileté nécessaire pour choisir la technique adéquate et pour l'appliquer correctement peut être sous-estimée. Qu'on ne batte pas trop du tambour (les auteurs mêmes ne sont pas toujours coupables) en faveur des nouvelles inventions. Chacun a une telle tendance à suivre ses propres engouements que ceux qui ont suivi le développement de la statistique industrielle peuvent être capables d'associer des noms à la liste suivante de techniques excellentes ou quelconques : corrélation multiple, carrés latins, plans factoriels partiels, plans équilibrés, lot-plot, span-plan, méthode de la montée la plus rapide, méthode de la surface de réponse, carte à somme cumulative, et beaucoup d'autres. Elles ont toutes leur intérêt.

Pourtant, on peut distinguer dans l'expérimentation plusieurs buts distincts et séparés, et chacun d'eux correspond à une catégorie particulière de plans. Parmi ces buts, on peut citer les suivants :

- 1/ Faire des comparaisons simples,
- 2/ Tester l'effet de modifications,
- 3/ Estimer les effets des modifications à la fois sur la performance absolue et sur ses variations.
- 4/ Se déplacer vers des conditions optimales.
- 5/ Décrire les relations entre les variables au moyen d'équations ou de graphiques.

Cette liste couvre toute l'étendue entre les objectifs limités et les objectifs illimités. La valeur d'un plan dépend non de sa complexité, mais de son aptitude à résoudre un problème particulier. Les plans statistiques très élaborés ne sont pas du tout les seuls qui paient. Il arrive parfois que des plans intuitifs pas du tout compliqués au point de vue statistique, paient généralement. Dans d'autres cas, le plan statistique convenable est rudimentaire à cause de la simplicité de la situation expérimentale.

Un plan d'expérience unique et très complexe, peut ne pas être aussi avantageux qu'une série de plans moins ambitieux, qui améliorent progressivement notre connaissance. Il est de pratique courante d'effectuer des essais préliminaires rapides en vue de reconnaître les effets principaux et de les faire suivre de plans plus complets couvrant les variables importantes. Une bonne planification est celle qui contribue elle-même à son extension.

On trouvera ci-après plusieurs exemples illustrant la thèse que chaque expérience doit être planifiée en fonction de son but.

Exemple I

Le problème des vibrations dans un équipement complexe, tel que les fusées est bien connu des constructeurs et des usagers de l'équipement. Il peut être surprenant d'entendre dire que les problèmes de vibrations tourmentent les fabricants d'une matière commerciale telle que le papier. La rupture de la feuille de papier dans une presse d'imprimerie à grande vitesse est gênante ; elle peut provoquer des retards dans la publication et même la rupture des presses. Ayant, dans une mauvaise circonstance, constaté que les ruptures de feuilles se produisaient dans une proportion alarmante, on entreprit une analyse systématique afin d'en déterminer les causes. Le projet destiné à réunir les données permettait de comparer le nombre total des ruptures sur les bobines expédiées par fer au nombre total de ruptures sur les bobines expédiées par eau. On constata que la proportion de feuilles déchirées était plus grande dans les bobines expédiées par fer. L'explication proposée a été la pré-contrainte due à la vibration constante pendant l'acheminement par chemin de fer des bobines de papier qui avaient été enroulées sous tension. L'extrémité de chaque bobine était aplatie et collée, ce qui entretenait la tension. La pré-contrainte affaiblissait la feuille. La solution a consisté à enrouler les bobines sous une moindre tension et à admettre beaucoup de mou en aplatissant et en collant les extrémités. La proportion de feuilles déchirées dans les expéditions par fer diminua.

Exemple II

L'amélioration des matériaux aéro-spatiaux offre un intérêt aussi bien du point de vue militaire que du point de vue industriel. L'un des moyens pour améliorer les matériaux consiste à en améliorer les spécifications. Le choix de spécifications adéquates présente un intérêt particulier pour quelques uns des matériaux non métalliques et céramiques les plus récents, y compris plusieurs carbures, nitrures et borures. Il est utile de respecter certains principes lors de l'établissement des spécifications : simplifier le projet d'une part, et le choix des caractéristiques à mesurer ; effectuer des essais plutôt directs qu'indirects ; éviter les opérations de finition longues et coûteuses ; et ne pas spécifier outre-mesure. Pour les matériaux non métalliques, contrôle des problèmes de finissage, tandis que pour les métaux, contrôle de stabilité dimensionnelle ; pour les premiers, contrôle de la résistance à la compression, pour les autres contrôle de la résistance à la tension. L'utilisateur demandera probablement la preuve de l'opération et du contrôle par le laboratoire. Ce dernier, en particulier, devra faire appel à la planification des essais. Ceux-ci doivent être préparés dans le but d'établir un rapport précis ou une attestation de ce type : "il est certifié, avec 95 % de chances de certitude, que 99 % au moins des matériaux livrés, ont une densité (ou quelque autre propriété) de X/gcc". Quand elles ne tirent pas leur origine d'expériences planifiées, les données disponibles sont généralement inutilisables.

Exemple III

L'analyse spectrale de puissance est précieuse pour l'étude des données du vol des fusées, et elle est également précieuse pour les analystes d'essai de matériaux commerciaux du point de vue ultra-sonique. Une application particulière

est l'étude des caractéristiques de surface des abrasifs enrobés. Des plans d'essai ayant un objectif précis sont nécessaires afin d'obtenir des données susceptibles d'être soumises à des techniques d'analyse valables. Dans ce cas, l'établissement d'une méthode de mesure et d'une méthode de rassemblement des données met à l'épreuve l'ingéniosité d'une équipe composée d'ingénieurs et de statisticiens. Des techniques de projection optique ont été combinées avec le tracé manuel de profils et le dénombrement des surfaces incluses, ou combinées avec l'exploration électronique. L'exploration verticale et l'exploration horizontale ont été appliquées. La comparaison des photographies de profil et du plan du produit ont remplacé la projection optique. La photographie par contact, le déplacement optique des négatifs photographiques, les lectures densitométriques d'impressions sur bande thermo-plastique, la lecture des images - miroir, prises en film et en radiographie, constituent d'autres techniques qui ont été exploitées pour le rassemblement de données expérimentales. D'autres méthodes encore plus complexes de mesures granulométriques ont été proposées. Les données qui en résultent affectent souvent la forme d'ondes de très basse fréquence. Des plans d'essai perfectionnés sont nécessaires pour réunir l'information de façon utilisable.

Exemple IV

Certains plans d'expérience conduisent à des méthodes particulières d'analyse. Par exemple, un plan factoriel conduit à utiliser l'analyse de la variance ; une expérience destinée à explorer la surface de réponse conduit à une solution matérielle des relations de régression. Quand les expériences factorielles sont appliquées à certains problèmes, les effets des variables indépendantes sur les variances sont plus intéressants que leurs effets sur les moyennes. Dans ce cas, un traitement complémentaire des données, par exemple une transformation logarithmique, peut être souhaitable avant que soit utilisée l'analyse de la variance. Dans l'expérimentation par surfaces de réponse les techniques analytiques conduisent d'elles-mêmes à des variables mesurables, mais non, au moins actuellement, à des données qualitatives concernant des caractères psycho-physiques. Par exemple, dans une expérience destinée à optimiser la densité d'un nouveau matériau abrasif, deux réponses ont été enregistrées : la densité mesurée et une classification visuelle de la porosité sur une échelle arbitraire de un à quatre. Pour la densité mesurée, les contours de la surface de réponse peuvent être mesurés. Par contre, il aurait été incorrect et dangereux d'analyser les résultats de porosité par la même méthode. Une expérience ayant un but bien déterminé doit s'appuyer sur un plan convenable pour la collecte des résultats et sur une méthode appropriée pour l'analyse de ces résultats.

Exemple V

Un essai typique comprenant des restrictions dimensionnelles est l'échantillonnage de matériaux en vrac dans un fourgon. Un modèle quadrillé est superposé sur le plan du wagon et un échantillonneur effectue un prélèvement dans le matériau du fourgon à chaque case prévue sur la grille. Les échantillons doivent être pris en double à chaque endroit de façon à fournir une mesure de l'erreur expérimentale. Les rangées longitudinales et transversales de mesures correspondent aux colonnes et aux lignes dans une analyse de variance à deux facteurs. Le but est de déceler toute hétérogénéité dans le matériau, due aux procédés de chargement, ou à la ségrégation des calibres de particules, due à la vibration pendant le transport. Dans certains cas, l'existence de différences à des profondeurs différentes est également intéressante, et un troisième facteur dimensionnel intervient dans l'essai.

Les emplacements dimensionnels étant fixés, on ne peut rien faire sans échantillons en double. Le résultat final d'un tel procédé est le choix d'un plan d'échantillonnage économique, assurant la protection désirée contre tout matériau de qualité indésirable.

Exemple VI

Un problème plus difficile impliquant des restrictions dimensionnelles se présente lorsqu'il s'agit de définir les caractéristiques de matériaux en feuilles, ou lors de l'échantillonnage de ces types de matériaux en contrôle de fabrication. Certains types de meules sont obtenus sous pression à partir d'un matériau constitué d'une feuille fibreuse dans laquelle on a noyé des grès abrasifs lors de sa fabrication. Un problème typique peut être celui de déterminer le poids unitaire de matériau estampé avec des dimensions spécifiées. Le matériau se présente sous la forme de rouleaux dans lesquels on coupe les feuilles. Ensuite, des disques sont estampés dans les feuilles. Les variations de poids qui offrent un intérêt comprennent les variations suivant la largeur de la feuille, entre positions adjacentes dans le sens de la longueur, aux extrémités des feuilles coupées, de feuille en feuille à l'intérieur d'un rouleau et de rouleau à rouleau. Evidemment, en un emplacement déterminé, on ne peut découper qu'un seul échantillon, si bien qu'on n'obtient jamais une duplication dans le vrai sens du mot. Les causes qui affectent le poids dans le sens travers de la feuille et dans le sens de la longueur sont de natures différentes. La variation transversale peut être systématique plutôt qu'aléatoires, bien que les variations aléatoires du poids puissent être caractéristiques de certaines machines de fabrication. Les variations dans le sens de la longueur peuvent être aléatoires ou cycliques (de quelques pouces à plusieurs mètres) ou peuvent révéler des tendances de longue durée, même saisonnières. Lors du choix des données expérimentales, la tendance naturelle est de prélever des échantillons à des emplacements fixes. Dans certaines circonstances, cette façon d'opérer est bonne. Un échantillonnage au hasard peut aussi être envisagé en relation avec le modèle adopté pour le plan expérimental. Un choix approprié de l'intervalle d'échantillonnage est important. Il peut être souhaitable de tenir compte de principes découlant de l'analyse spectrale de puissances, par exemple, l'intervalle d'échantillonnage "Nyquist" qui exige au moins deux échantillons équidistants dans l'intervalle du plus court harmonique intéressant. L'échantillonnage Nyquist implique une analyse de Fourier, l'échantillonnage au hasard, la méthode des moindres carrés, ou une auto-corrélation. En général, aucune de ces méthodes d'analyse n'est associée à un échantillonnage suivant un plan factoriel.

Exemple VII

Si l'on doit utiliser une mesure indirecte (par exemple la densité d'un objet en carbure de silicium moulé), plutôt qu'une mesure directe (pourcentage de silicium) on se trouve devant un travail accru si le but est de combiner les résultats expérimentaux afin de rédiger une spécification ou d'établir une attestation. C'est pourquoi, lors de l'établissement du plan qui servira à recueillir les données expérimentales, il est important de bien connaître le but qu'on se propose. Cela est également vrai lorsqu'il s'agit de combiner des variances provenant de sources différentes. La combinaison des variances, et en particulier l'estimation des degrés de liberté exigeaient autrefois des calculs laborieux. Le problème peut être évité, dans le premier cas, en n'utilisant que des mesures directes lorsque cela est possible. Dans le deuxième cas, il est utile d'adopter des plans spécialement adaptés

à la mesure de variations provenant de plusieurs origines. Les tables donnant des limites de tolérance dans le cas de distributions normales conviennent lorsque la variance totale se décompose en parties provenant de plusieurs sources. Devant l'accroissement des exigences contractuelles concernant les certificats de qualité, il est important que les expériences soient organisées en tenant compte des facteurs qui sont pris en considération.

Exemple VIII

Dans certains cas, on désire connaître toutes les relations qui existent entre deux ou trois facteurs expérimentaux indépendants et un ou plusieurs facteurs dépendants ou "réponses". Par exemple, dans la recherche d'un agglomérant temporaire stockable à écoulement libre destiné à être utilisé dans le moulage de meules vitrifiées, on a voulu déterminer l'influence du calibre du grès, du pourcentage d'agglomérant et de la densité inorganique, dans les intervalles de variation qui se présentent normalement en fabrication. Ces variables peuvent avoir une influence sur plusieurs propriétés du produit fini, par exemple, la dureté, la densité et la réponse à la vibration ultrasonique. Un plan composite à trois facteurs en rotation autour d'un point central a été utilisé, avec six répétitions du point central appariées au hasard le long de toute la série. Il est possible d'obtenir des ensembles complets d'équations représentant ce système pour chacune des trois réponses. Alors, au moyen d'un calculateur électronique on peut obtenir pour chaque propriété du produit les contours de réponses pour chacune des trois paires de variables indépendantes. A la suite de cette étude, le système entier d'agglomération a été beaucoup mieux compris qu'il ne l'avait jamais été dans le passé. Les cartes d'enregistrement permettent d'obtenir les formulations optimales, et les combinaisons donnant une qualité insuffisante du produit peuvent être évitées.

CONCLUSION

Un plan d'expérience valable est un plan qui utilise les principes statistiques en fonction d'un but bien défini. Il existe plusieurs textes excellents pour la recherche de tels plans [3], [4], [6].

Une certaine habileté est nécessaire pour le choix de la technique et pour son application correcte. Le plan peut être très complexe, ou bien il peut être tellement simple qu'il ne demande aucune habileté particulière. Néanmoins, le but que l'on se propose sera mieux atteint si le plan convient bien à la situation et s'il conduit à une analyse statistique.

REFERENCES

- [1] KELLY Peter M. - "Bionic Machines - A Step toward robots" Industrial Research 3 - 1 - p. 31/36 - Feb./Mar. 1961.
- [2] WARE Thomas M. - "An executive's viewpoint". Opérations Research, 7 - 1 - Janv/Fév. 1959.
- [3] ANDERSON et BANCROFT - "Statistical theory in research" (Mc. Graw-Hill, 1952 p. 227).

- BENNET et FRANKLIN - "Statistical analysis in Chemistry and the chemical industry", (Wiley, 1954 - p. 136).
- [4] COCHRAN et COX - "Experimental designs" (Wiley, 1950 - Table 13.3, p. 327/28).
- [5] Ronald FISHER - "The design of experiments (Oliver and Boyd, 4th ed., 1947).
- [6] Owen L. DAVIES - "The design and analysis of industrial experiments", Hafner Publishing Company, 1954.