

# REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

M. FORESTIER

## **Une carte de contrôle simplifiée**

*Revue de statistique appliquée*, tome 8, n° 4 (1960), p. 69-81

[http://www.numdam.org/item?id=RSA\\_1960\\_\\_8\\_4\\_69\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RSA_1960__8_4_69_0)

© Société française de statistique, 1960, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# UNE CARTE DE CONTROLE SIMPLIFIÉE (1)

par M. FORESTIER

LIP S. A.

## I - SITUATION AVANT LA CARTE SIMPLIFIEE -

Depuis 1951 jusqu'au début de 1958, nous avons utilisé la carte classique de la moyenne et de l'étendue avec des échantillons de 5 pièces. Les limites de l'étendue correspondaient à la dispersion de la machine, que celle-ci soit inférieure à l'intervalle de tolérance ou légèrement supérieure comme cela se rencontrait quelquefois. On cherchait à maintenir constante la variabilité de la machine. Les limites de la moyenne correspondaient à la dispersion de celle-ci lorsque la dispersion des mesures était supérieure à l'intervalle de tolérance ( $\pm 1,38 \sigma$ ) ; lorsque la dispersion des mesures était inférieure à l'intervalle de tolérance, ces limites étaient placées de façon à admettre les dérèglages qui n'entraînaient pas la production de défectueux, on les obtenait en portant  $1,71 \sigma$  à partir des limites de tolérance et à l'intérieur de celles-ci.

L'application se situait dans un atelier qui comprenait environ 200 petites machines d'usinage, manuelles ou semi-automatiques, en majorité des tours, des fraiseuses et concernait les épaisseurs laissées par les fraisages et les tournages.

Je ne rappellerai pas les avantages de la carte de la moyenne et de l'étendue, ils sont bien connus. Nous avons pu, grâce à elle, améliorer de façon appréciable la qualité dimensionnelle de nos fabrications. Mais à l'usage certains inconvénients étaient apparus :

- la nécessité de noter sur la carte les 5 cotes mesurées, de calculer le total, la moyenne et l'étendue, allongeait un peu trop à notre gré, la durée des contrôles.
- les réglages des machines étaient effectués soit par des réglleurs spécialisés, soit par les opérateurs eux-mêmes. Il s'est avéré que les notions de moyenne et d'étendue étaient un peu trop abstraites pour être comprises par tous.
- l'apparition d'un point hors limites ne frappait pas suffisamment l'attention du personnel pour déclencher une réaction.
- il fallait tenir à jour un fichier qui donnait pour chaque machine l'écart-type et les limites de contrôle correspondantes.

-----

(1) Exposé présenté aux Journées d'Etude des anciens Stagiaires du Centre de Formation Statistique. Juillet 1959.

En résumé, on peut dire que des résultats intéressants avaient été obtenus, mais que le procédé nous semblait un peu lourd et insuffisamment compréhensible par le personnel pour être adopté par lui.

On peut dire que l'efficacité globale d'une carte de contrôle est le résultat d'une efficacité théorique qui se caractérise par des courbes d'efficacité, et d'une efficacité pratique qui fait que les gens des ateliers la comprennent et l'utilisent.

Nous nous sommes donc proposés d'augmenter l'efficacité globale du procédé en améliorant son efficacité pratique, quitte éventuellement à perdre quelque peu du côté de l'efficacité théorique. Nous avons donc recherché :

- une meilleure compréhension par le personnel
- la suppression de tout calcul dans l'atelier, et, si possible, celle du fichier.

La carte simplifiée que je vais vous décrire a été mise en application en Janvier 1958. Peu après, nous avons eu connaissance de l'article d'un Italien, M. Gottardi, paru dans le n°4 de 1957 de la revue "La Metallurgia Italiana", où est décrite une carte de principe voisin. Puis, dans le n° 4 de 1958 de la Revue de Statistique Appliquée, Mme Zaludova a décrit une carte encore beaucoup plus proche de la nôtre. Je reviendrai tout-à-l'heure sur ces travaux.

## II - DESCRIPTION ET UTILISATION DE LA CARTE SIMPLIFIEE (voir fig. 1) -

Soit à établir la carte de la dimension cotée  $c \pm t$ . La cote milieu de la tolérance est  $c$ , l'intervalle de tolérance est égal à  $2t$ .

La carte comporte un axe origine tracé en trait mixte (C). Chaque cote mesurée  $x$  est représentée par un point dont la distance à l'axe (C) est égale à  $(x - c)$ . Les échantillons sont de 5 pièces, et les 5 points représentatifs d'un même échantillon sont placés sur une même verticale.

On trace quatre limites parallèles à (C) :

- limite extérieure supérieure (A) à une distance  $(+t)$  de (C).
- limite extérieure inférieure (E) à une distance  $(-t)$  de (C).
- limite intérieure supérieure (B) à une distance  $(+0,63t)$  de (C).
- limite intérieure inférieure (D) à une distance  $(-0,63t)$  de (C).

Ces limites définissent 5 zones : zones extérieures supérieure et inférieure  
- zones intermédiaires supérieure et inférieure - zone centrale.

Le critère d'acceptation est le suivant :

- Aucun point dans les zones extérieures
- Un point au plus dans la zone intermédiaire supérieure
- Un point au plus dans la zone intermédiaire inférieure.

Les quatre seules dispositions des points qui conduisent à l'acceptation sont représentées sur la figure 1.

Encas de refus, les 5 points du relevé sont entourés par un rectangle rouge dont la dimension verticale est égale à l'étendue de l'échantillon. Ce cadre permet fort bien de discriminer au juger si c'est la dispersion ou le réglage de la machine qui est en cause.

Lorsqu'on est amené à mesurer une même dimension en plusieurs emplacements, on représente par des signes différents (croix, points, petits cercles)

CARTE SIMPLIFIEE POUR LA COTE  $c \pm t$

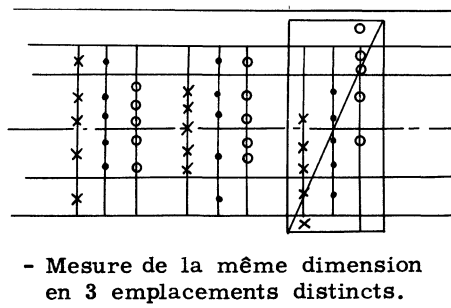
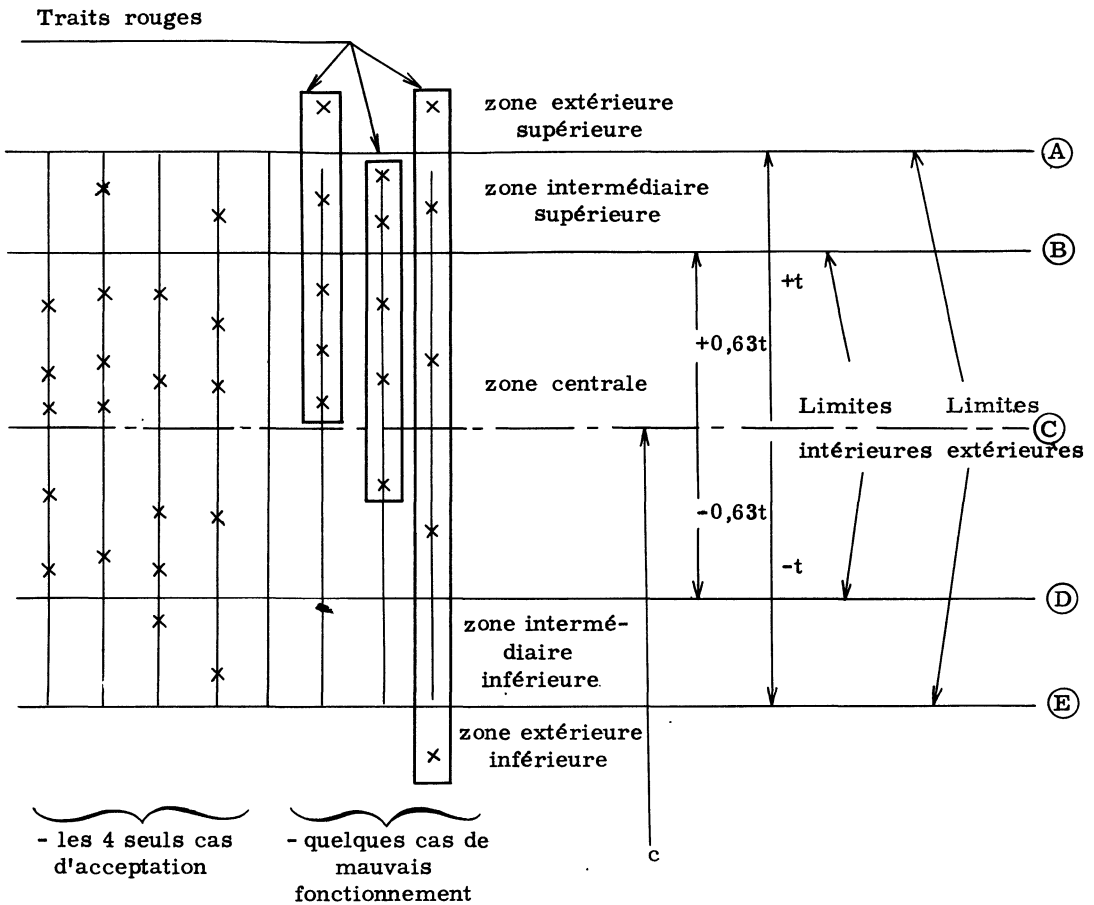


Fig. 1

les cotes relatives à chaque emplacement (voir figure 1). Dans le cas d'un défaut de forme inadmissible, on trace le cadre rouge indiquant le refus, ainsi que l'une de ses diagonales.

#### AVANTAGES :

- Pas de calcul à faire dans l'atelier.
- Pas de fichier d'écart-type et de limites de contrôle à tenir, puisque les limites de contrôle sont définies par la tolérance.

Cette carte ne cherche pas à répondre, comme le cherche le plus souvent la carte de la moyenne et de l'étendue, à la question : "La qualité produite est-elle stable ?" mais plutôt à celle-ci : "La qualité produite est-elle conforme aux spécifications ?".

- Meilleure compréhension de la part du personnel ouvrier qui réalise facilement que les points portés sur la carte représente les cotes mesurées.
- Mise en évidence de façon très nette des fonctionnements défectueux au moyen de rectangles rouges, visibles d'assez loin. Les opérateurs et les régleurs n'aiment pas beaucoup avoir du "rouge" sur leur carte et cherchent à l'éviter.

La carte simplifiée met donc en œuvre un procédé beaucoup plus léger que celle de la moyenne et de l'étendue. Elle présente de plus une bien meilleure efficacité pratique.

#### PERSONNEL :

Pour tenir les cartes de contrôle, trois solutions ont été successivement essayées :

1/ Les contrôleurs volants remplissent les cartes. Mais, pour ces contrôleurs, la question de l'épaisseur laissée par les tournages et les fraisages n'est qu'un aspect du travail. Il y a aussi les états de surface, les bavures, et les positions des diverses creusures que l'on vérifie par projection.

Aussi ces contrôleurs n'utilisent-ils pas volontiers les cartes.

2/ Une contrôleuse de qualification OS2 est chargée de toutes les cotes que l'on a décidé de surveiller par cartes, elle effectue les mesures et remplit celles-ci. Mais elle manque de compétence et d'autorité pour obtenir un réglage, il faut qu'elle recourt souvent au responsable du contrôle de l'atelier.

3/ Un contrôleur de qualification OP3 est chargé uniquement du contrôle par carte. Il jouit d'une certaine initiative, il surveille de façon continue les postes les plus déficients, et les autres seulement par sondage, c'est-à-dire qu'il les surveille de façon très suivie pendant deux ou trois jours, fait les mises au point qui s'imposent, établit un polygone de fréquence, s'il y a lieu, puis passe à un autre. Ce contrôleur a également pour mission de développer une mentalité favorable à la qualité, de faire des suggestions dans ce domaine, de contribuer à l'éducation du personnel. C'est la formule que nous appliquons actuellement et c'est celle qui nous semble la meilleure.

### III - EFFICACITE THEORIQUE DE LA CARTE DE CONTROLE SIMPLIFIEE -

#### III. 1 - Formule générale.

Soient  $y_1$  la probabilité d'avoir une cote dans la zone intermédiaire supé-

rieure,  $x$  la probabilité d'avoir une cote dans la zone centrale et  $y_2$  la probabilité d'avoir une cote dans la zone intermédiaire inférieure (fig. 2).

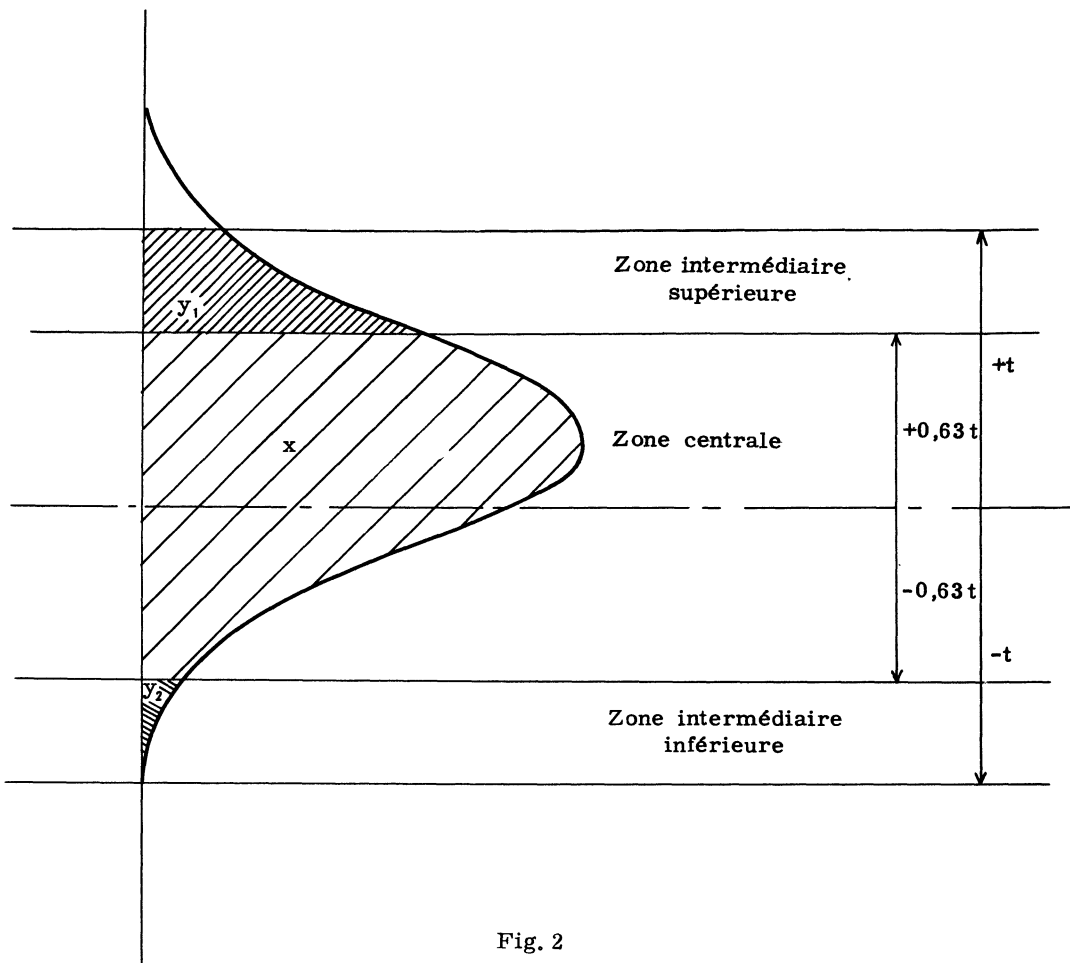


Fig. 2

On admet que les cotes sont distribuées normalement, connaissant la moyenne et l'écart-type de la distribution on calcule facilement  $y_1$ ,  $x$  et  $y_2$ .

Etant donné le critère d'acceptation que nous nous sommes fixés, la probabilité de trouver la qualité produite convenable, est :

$$P_a = x^5 + 5 y_1 x^4 + 5 y_2 x^4 + 20 y_1 y_2 x^3$$

### III. 2 - Position des limites.

Les distances des limites extérieures à l'axe origine  $\textcircled{C}$  représentant la cote milieu de la tolérance, sont fixées à  $(+t)$  et à  $(-t)$  ; on appelle  $(+kt)$  et  $(-kt)$  les distances des limites intérieures à ce même axe. On détermine  $k$  de façon à ce qu'on ait la probabilité 0,98 de trouver la qualité produite convenable dans l'hypothèse d'une distribution des cotes parfaitement centrée sur l'axe  $\textcircled{C}$  et d'une dispersion égale à l'intervalle de tolérance ( $2t = 6,18\sigma$  ; on admet 0,2 % des cotes hors tolérances).

Le risque de refuser une bonne qualité est donc de 2 %. Dans l'hypothèse d'une semaine de travail de 48 h et à raison de un contrôle chaque heure, cela

mène en moyenne à une erreur par semaine, ce qui est acceptable. Rappelons qu'avec la carte de  $\bar{X}$  et de R le risque admis n'est habituellement que de 0,2 %. C'est celui de la carte que nous utilisions autrefois et dont les tables sont données dans l'ouvrage de M. Mothes.

Partant d'une valeur quelconque de k, on détermine facilement dans le cadre de notre hypothèse  $x$  et  $y_1 = y_2$  puit  $P_a$  grâce à la formule du paragraphe III.1. On trace la courbe représentative de la variation de  $P_a$  en fonction de k au voisinage de  $P_a = 0,98$ . Par interpolation, on trouve la valeur précise de k qui correspond à  $P_a = 0,98$ , on trouve  $k = 0,63$ .

Exprimée en écart-type, la distance des limites intérieures à l'axe origine  $\textcircled{C}$  est :

$$0,63 \times 3,09 \sigma = 1,95 \sigma$$

### III.3 - Efficacité lors d'une augmentation de dispersion, la distribution restant parfaitement centrée sur $\textcircled{C}$ .

Les calculs ne présentent pas de difficultés, ils permettent de tracer la courbe (fig. 3) qui donne la probabilité d'accepter le lot en fonction du rapport :

$$\frac{\text{dispersion}}{\text{tolérance}} = \frac{3,09 \sigma}{t}$$

On a tracé sur la même figure la courbe d'efficacité correspondante de la carte de R que nous utilisions autrefois, relevée dans l'ouvrage de M. Mothes. (En supposant les limites de contrôle calculées pour une dispersion égale à l'intervalle de tolérance). Le risque est pour elle de 0,1 %. On a tracé également la courbe d'efficacité de la carte de R pour le risque de 2 %. On voit que si la carte simplifiée accroît légèrement la probabilité de refus dans un cas où la qualité est convenable (dispersion = tolérance) elle est par contre nettement plus sensible aux augmentations de dispersion que la carte précédemment utilisée (risque 0,1 %). Elle présente aussi un très léger avantage sur la carte de l'étendue qui a le même risque qu'elle (2 %), cela s'explique par le jeu des limites intermédiaires.

Précisons que les risques dont il est question ci-dessus sont les risques de conclure que la dispersion est plus grande que la tolérance, alors qu'elle est restée égale à la tolérance. Nous n'avons pas fait intervenir le risque opposé celui de conclure à tort que la dispersion a diminué.

### III.4 - Efficacité lors d'un dérèglement, la dispersion restant égale à la tolérance (voir figure 4).

Bien entendu, nous appelons dérèglement :

$$\Delta M = \begin{matrix} \text{(cote moyenne)} \\ \text{(de la distribution)} \end{matrix} - \begin{matrix} \text{(C : cote milieu de)} \\ \text{( la tolérance )} \end{matrix}$$

La figure 4 donne la probabilité d'accepter la qualité produite en fonction du rapport :

$$\frac{\text{dérèglement}}{1/2 \text{ tolérance}} = \frac{\Delta M}{t}$$

à la fois pour la carte simplifiée, pour la carte de  $\bar{X}$  (pour laquelle nous avons également fait le calcul supposant toujours les limites de contrôle calculées pour

$\bar{w}$  : Pourcentage de défectueux

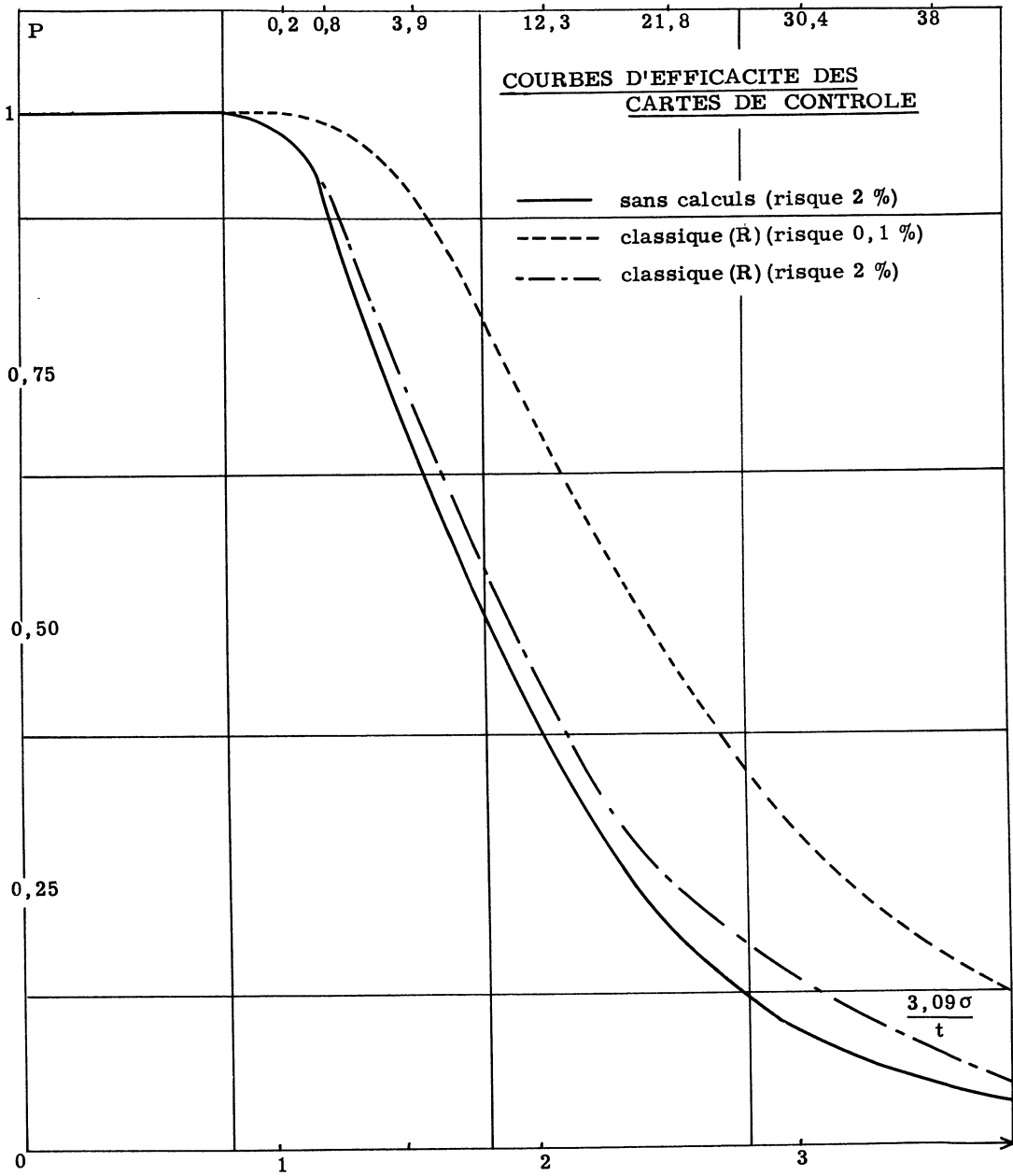


Fig. 3



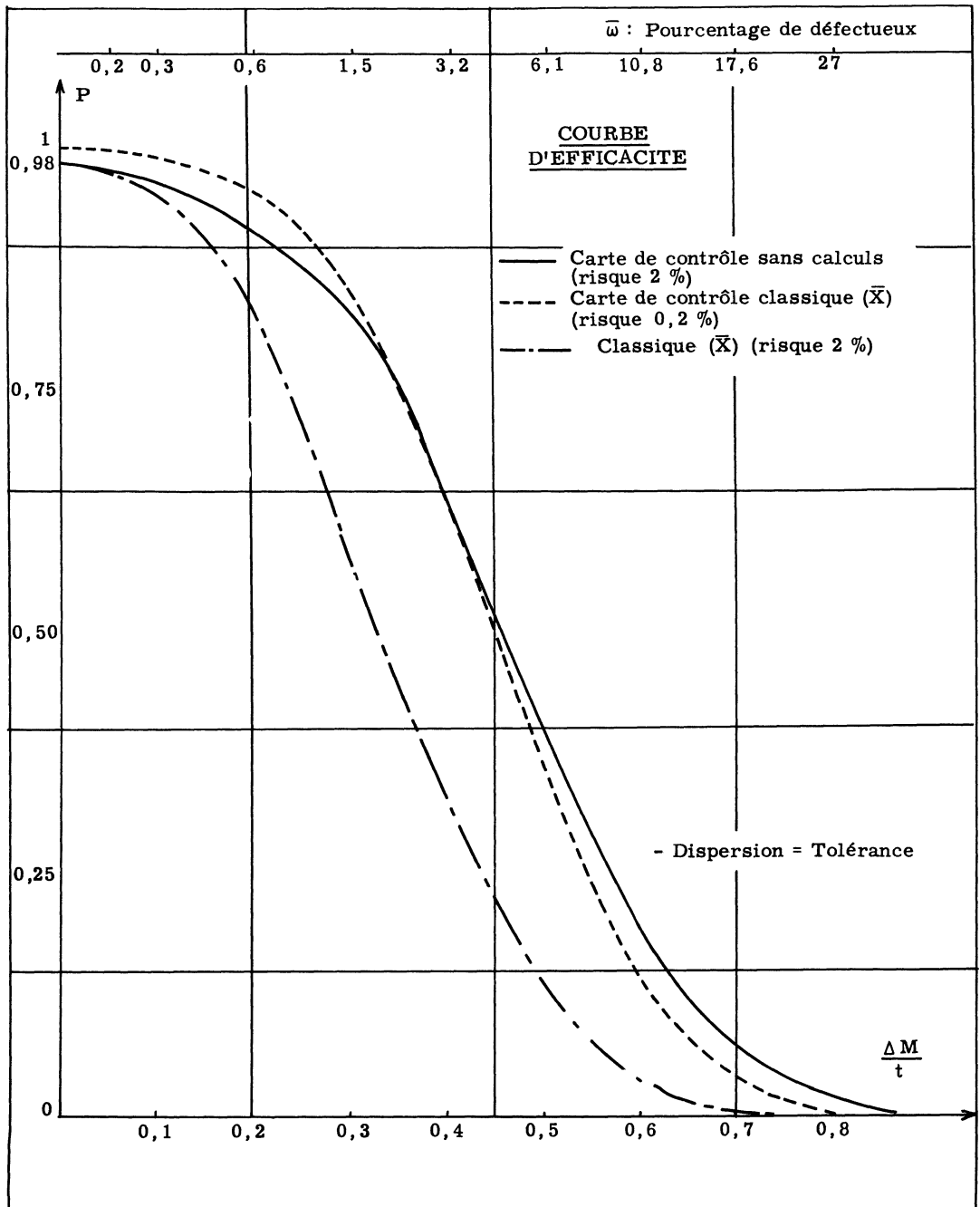


Fig. 4

une dispersion égale à l'intervalle de tolérance), correspondant au risque de 0,2 %, et pour la carte de  $\bar{X}$  correspondant au risque de 2 %.

On voit apparaître le risque supplémentaire que donne la carte simplifiée pour un dérèglement nul. Cela mis à part, on peut considérer que l'efficacité de la carte simplifiée est équivalente à celle de la carte précédemment utilisée (risque 0,2 %). Elle est par contre, nettement inférieure à celle de la carte de la moyenne pour le même risque de 2 % ; cela s'explique parce qu'ici la moyenne est une meilleure exploitation de l'information recueillie que la ventilation des cotes en 5 classes.

### III. 5 - Efficacité lors d'un dérèglement, la dispersion étant égale à la demi-tolérance.

La courbe d'efficacité de la carte sans calculs est donnée figure 5.

On voit que le dérèglement maximum admis, c'est-à-dire celui qui ne fait pas apparaître de refus sur la carte est nettement plus important que dans le cas précédent (0,40 t contre 0,12 t en négligeant la probabilité 0,05). On voit aussi que le dérèglement maximum possible est de 0,70 t dans les deux cas (toujours en négligeant la probabilité 0,05). Mais le pourcentage de défectueux est ici beaucoup plus faible (3,2 contre 17,6). Ainsi, plus faible est la dispersion moins on demande l'intervention du régleur et meilleure est la qualité.

Il ne s'agit pas là d'avantages particuliers à la carte simplifiée, la carte de  $\bar{X}$  dont les limites sont obtenues en portant  $1,71 \sigma$  à l'intérieur des limites de tolérances procure des avantages analogues.

Par contre, cette dernière carte admet des dérèglements jusqu'à (+ t) et (- t) lorsque la dispersion devient très petite, alors que la carte simplifiée les limites alors à (+ 0,63 t) et (- 0,63 t). Nous considérons cette situation comme favorable à une bonne qualité générale, en particulier lorsque les cotes surveillées sont des cotes d'ajustement.

### IV - IV. 1 - Carte présentée par Mme Zaludova (voir Revue de Statistique Appliquée n° 4 - 1958).

Cette carte présente également quatre limites symétriques deux par deux par rapport à la cote milieu de la tolérance. Les ordonnées des points correspondent aux mesures faites, et les points représentatifs d'un même échantillon se trouvent sur une même verticale. Le critère d'acceptation est le même que celui de la carte que nous venons de décrire : Aucune mesure dans les zones extérieures - Une mesure au maximum dans chacune des zones intermédiaires. Dans l'exemple cité, les fonctionnements défectueux mis en évidence par la carte sont visés par le contremaître responsable.

La position des limites de contrôle est déterminée en partant d'une distribution parfaitement centrée sur la cote milieu de la tolérance, d'un pourcentage P admis de pièces hors tolérances, d'un risque  $\alpha$  de refuser la distribution ainsi définie, et de la taille n de l'échantillon.

Les limites extérieures ne coïncident pas en général avec les limites de tolérances, elles peuvent se trouver soit en dedans, soit en dehors, ce qui permet, en jouant sur P,  $\alpha$  et n de construire un grand nombre de cartes dont celle que nous avons décrite n'est qu'un cas particulier correspondant à :

$$P = 0,2 \% \quad \alpha = 2 \% \quad \text{et} \quad n = 5$$

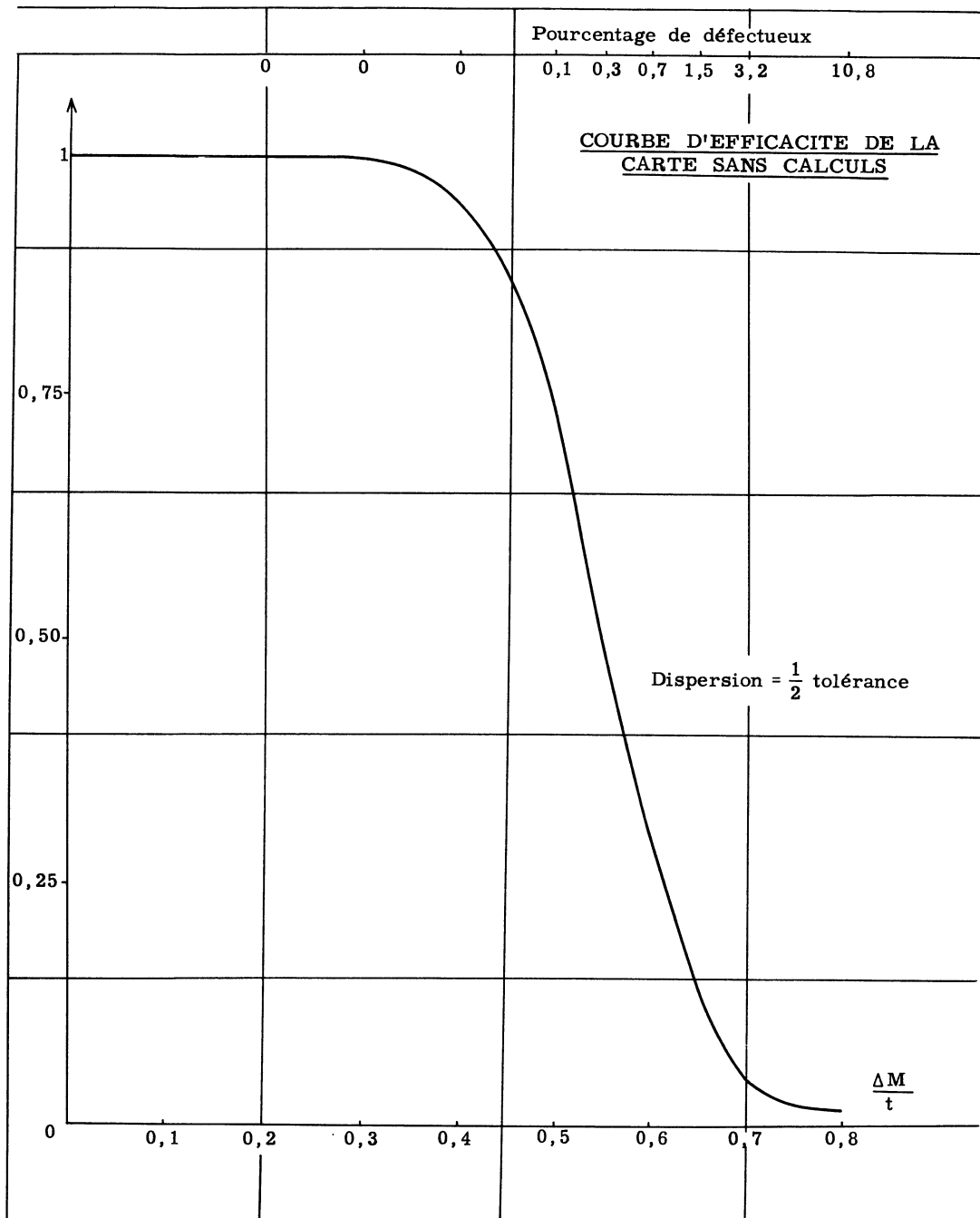


Fig. 5

Mme Zaludova fournit une table qui donne les positions des limites de contrôle pour  $\alpha = 5 \%$ ,  $P$  égal à  $0,27 \%$  -  $0,5 \%$  -  $1 \%$  ou  $2 \%$ , des tailles d'échantillons  $n$  égales à  $3, 4 \dots \dots 9$  ou  $10$ .

On voit que, ici encore, le but est de répondre à la question : "la qualité produite est-elle compatible avec les tolérances prescrites ?" et non pas à celle-ci : "La qualité produite est-elle stable ?".

Mme Zaludova donne trois exemples de courbes d'efficacité comparées de sa carte avec celle de  $\bar{X}$  pour les mêmes valeurs de  $P$ ,  $\alpha$ ,  $n$ , et pour le dérèglement seulement. Il y apparaît une légère supériorité de la carte de  $\bar{X}$ . Ici encore le dérèglement maximum possible est défini par les limites intérieures.

#### IV. 2 - Carte présentée par M. Gottardi (La Metallurgia Italiana - Avril 1957)

Cette carte utilise encore quatre limites : limites extérieures à  $\pm 3 \sigma$ , limites intérieures à  $\pm 1,65 \sigma$ , le  $\sigma$  en question est l'écart-type d'une distribution normale centrée sur la cote milieu de la tolérance, l'intervalle de tolérance étant égal à  $6 \sigma$ . C'est-à-dire que l'on cherche encore à répondre à la question : "Tient-on la tolérance ?".

Les pièces de l'échantillon ne sont plus représentées par des points dont les ordonnées sont égales aux mesures faites, mais par des bâtons tracés dans chacune des 5 zones, une colonne étant affectée à chaque échantillon. Les zones extérieures sont rouges, les zones intermédiaires jaunes, et la zone centrale verte.

Le critère d'acceptation fait non seulement intervenir les échantillons pris individuellement, mais encore les échantillons successifs. Par exemple, pour un échantillon de 5 pièces, on décide le refus dans les cas suivants :

- 1 mesure ou plus dans l'une des deux zones extérieures rouges.
- 3 mesures ou plus dans l'ensemble des deux zones intermédiaires jaunes d'un même échantillon.
- 2 mesures ou plus dans la zone intermédiaire supérieure jaune de chacun des deux échantillons consécutifs. Idem pour la zone intermédiaire inférieure.
- 1 mesure ou plus dans la zone intermédiaire supérieure jaune de chacun des 4 échantillons consécutifs - Idem pour la zone intermédiaire inférieure.

En jouant ainsi sur le critère de refus, on arrive à conserver les mêmes limites, pour des échantillons de tailles différentes. C'est un avantage. Par contre, ces critères paraissent un peu compliqués pour être utilisés par les gens des ateliers ; ils nécessitent de plus que les échantillons successifs considérés aient été prélevés dans un espace de temps suffisamment petit.

Aucun signe particulier ne met en évidence les situations de refus.

En partant de l'hypothèse énoncée (distribution centrée sur la cote milieu de la tolérance égale à  $6 \sigma$ ) on considère comme situations défectueuses, toutes celles dont la probabilité est inférieure à  $0,3 \%$ , mais le risque total encouru n'est pas indiqué.

M. Gottardi ne donne pas dans son article les courbes d'efficacité mais il signale qu'il a fait de nombreux essais pratiques de comparaison avec la carte de  $\bar{X}$  et de  $R$ . Il a testé l'homogénéité des résultats des deux cartes qui s'est avérée excellente.

## V - CONCLUSION -

Nous pouvons maintenant dégager les principaux caractères des cartes décrites et les comparer à celles de  $\bar{X}$  et de R.

1/ La carte de la moyenne et de l'étendue est une carte analytique qui surveille séparément moyenne et dispersion.

La carte simplifiée est une carte globale qui surveille que la moyenne et la dispersion dans leur ensemble conduisent à une qualité convenable. Lorsqu'elle n'est pas convenable, il faut en déterminer la cause ; cela peut se faire sans difficulté au juger quand les ordonnées des points portés sur la carte représentent les mesures faites.

2/ La carte simplifiée élimine tout calcul, elle utilise deux séries de limites et le critère d'acceptation est basé sur les positions des points représentant les mesures par rapport à ces limites. Ces critères peuvent ne concerner qu'un échantillon à la fois, soit plusieurs échantillons successifs, comme dans la carte de M. Gottardi. Ce second procédé est un peu compliqué à notre avis pour être utilisé par les gens des ateliers, mais il correspond tout de même à quelque chose de réel : on interrompt rarement la production pour une seule situation légèrement défectueuse, mais on l'interrompt lorsqu'on constate plusieurs situations légèrement défectueuses successives dans l'espace d'une ou de quelques heures.

3/ Avec la carte classique de la moyenne et de l'étendue, on cherche habituellement à répondre à la question : "La qualité produite est-elle stable ?" Les limites de contrôle sont déterminées à partir des caractéristiques de la distribution constatée.

Avec les cartes simplifiées que nous avons décrites, on cherche à répondre à cette autre question : "La qualité produite est-elle convenable ?" Les positions des limites de contrôle sont déterminées d'après celles des limites de tolérance.

Bien sûr chacun des deux types de carte peut répondre à chacune des deux questions, mais dans les textes, comme dans les applications pratiques, on a le plus souvent adopté ces points de vue.

4/ On peut comparer les efficacités théoriques des deux cartes en les construisant toutes deux pour répondre à la question : "La qualité est-elle convenable ?".

Les résultats obtenus par Mme Zaludova comme par nous-même montrent que pour une même taille d'échantillons les efficacités théoriques sont comparables.

Si l'on convient d'appeler efficacité pratique d'une carte de contrôle statistique, sa facilité à être comprise et utilisée par les gens des ateliers, on peut dire que l'efficacité pratique de la carte simplifiée est nettement supérieure à celle de la moyenne et de l'étendue.

6/ Le personnel d'atelier s'imagine souvent que l'essentiel du point de vue Qualité est que les cotes produites se situent dans l'intervalle de tolérance, mais il ne réalise pas que le groupement de l'ensemble des cotes, soit vers la limite maximum, soit vers la limite minimum, est un élément défavorable.

Cette mentalité est d'ailleurs celle qui a précisé à la normalisation des ajustements et qu'a favorisé l'usage des calibres à limites.

La carte simplifiée a l'avantage de réformer peu à peu cette conception que nous considérons erronée et d'amener peu à peu le personnel d'atelier à admettre qu'il lui faut produire le maximum de cotes entre les limites intérieures et seulement un petit pourcentage entre les limites intérieures et les limites extérieures. D'ailleurs, nous portons actuellement sur nos plans de fabrication, à côté des limites de tolérances, celles des limites intérieures. Par exemple on cotera une épaisseur :  $2\ 550 \pm 20$  ( $\pm 13$ ) en utilisant le micron comme unité.

Pour qu'une telle politique porte des fruits, il est souhaitable que les positions relatives des limites intérieures et extérieures soient les mêmes dans tous les cas.