

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

A. VESSEREAU

Contrôle d'une enceinte conditionnée

Revue de statistique appliquée, tome 8, n° 2 (1960), p. 53-75

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1960__8_2_53_0

© Société française de statistique, 1960, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONTROLE D'UNE ENCEINTE CONDITIONNÉE

par A. VESSEREAU

Ingénieur en Chef des Manufactures de l'État

Le conditionnement d'un atelier ou d'un laboratoire - réalisation d'une ambiance à température et hygrométrie constantes - est un problème qui se pose fréquemment dans l'industrie.- Quelle que soit la technique adoptée, il convient de vérifier dans quelle mesure se trouve réalisée l'homogénéité recherchée.

Dans le cas d'un atelier, on procédera généralement à des mesures de température et d'hygrométrie, les appareils étant disposés en des emplacements convenablement choisis.- Lorsque l'enceinte est de petites dimensions - par exemple, une étuve destinée à des essais de laboratoire, il peut être impossible d'y placer des instruments de contrôle, et la vérification doit s'effectuer par des moyens indirects. Dans tous les cas, le choix d'un bon plan d'expérience permet de déterminer avec quelle précision se trouve réalisée l'homogénéité recherchée, et de mettre en évidence, éventuellement, les facteurs d'hétérogénéité auxquels il conviendra de remédier.

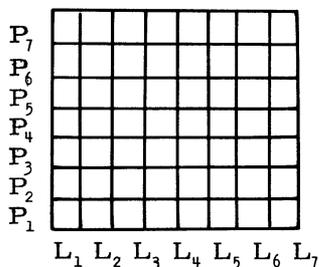
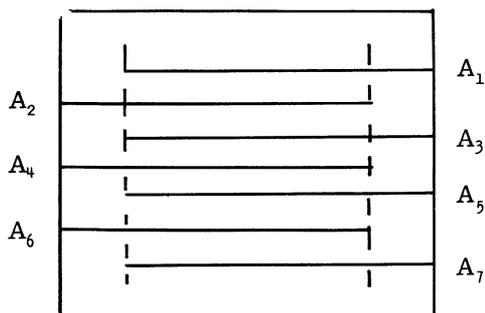
I - BUT ET CONDITIONS DE L'ETUDE -

L'enceinte étudiée est constituée par une étuve de petites dimensions (1 m^3) dans laquelle on peut réaliser des conditions variables de température et d'humidité. Elle peut donc être utilisée dans des études très variées : hygroscopticité et transformation de matière, étanchéité de paquetages, etc.

Avant de la mettre en service, on a voulu s'assurer que sous des conditions déterminées de réglage, une matière homogène subissait, aux différents emplacements de l'enceinte, la même transformation. On a choisi de mesurer la prise d'humidité du scaferlati de cigarettes Gauloises en paquets non cellophanés, sous les conditions suivantes :

température : 40°
hygrométrie : 85 %
durée de séjour : 72 heures.

Dans le sens de la hauteur, l'étuve comporte sept plateaux A_1 à A_7 , disposés en chicane comme l'indique le schéma ci-dessous (en fait, les plateaux ne sont pas équidistants, les plateaux inférieurs étant plus rapprochés). On décida de n'utiliser que les portions de plateaux délimitées par les traits indiqués en pointillé sur le schéma (élimination des "bords" à droite et à gauche).



Chaque plateau ainsi réduit fut quadrillé comme l'indique le deuxième schéma : le quadrillage détermine 7 emplacements en profondeur (P_1 à P_7) et 7 emplacements en largeur (L_1 à L_7).

On constitue ainsi, à l'intérieur de l'enceinte, un cube divisé en $7^3 = 343$ cellules, et l'idée la plus simple consiste à placer un paquet dans chaque cellule : l'expérience du type "factoriel" permettrait d'explorer l'enceinte avec beaucoup de précision.

Plusieurs difficultés, dont certaines insurmontables, se présentent pour la réalisation d'un tel essai.

1/ Il faut constituer un lot de 343 paquets dont l'humidité soit aussi régulière que possible ; les paquets devront être préalablement maintenus pendant plusieurs jours dans une atmosphère conditionnée (température 20° , humidité 65 %).

2/ L'humidité initiale ne peut pas être déterminée sur les paquets servant à l'essai. Il faudra donc la mesurer sur des "paquets témoins" qui auront été maintenus préalablement dans les mêmes conditions. Sur ces paquets témoins, il est certain qu'on constatera des différences d'humidité (ne serait-ce qu'en raison de la précision des appareils de mesure). Il faudra donc calculer leur humidité moyenne et admettre que tous les paquets soumis à l'essai sont initialement à cette humidité moyenne.

Pour tenir compte de cette difficulté, on décida de mesurer, non seulement la prise d'humidité (comme il vient d'être dit), mais aussi l'augmentation de poids des paquets, chaque paquet soumis à l'essai étant pesé à son entrée puis à sa sortie de l'étuve.

3/ Une mesure d'humidité, au moyen de l'appareil "Beaudesson" - que nous désignerons par la lettre B - demande près de 10 minutes. Comme nous disposons de 7 appareils (B_1 à B_7), la mesure de l'humidité de 343 paquets sortis de l'étuve demandera environ 8 heures. Il est fortement à craindre qu'au cours de ce laps de temps l'humidité du tabac variera, de sorte qu'on ne saura pas si les différences constatées doivent être attribuées à l'emplacement des paquets dans l'étuve ou au facteur "temps écoulé entre la sortie de l'étuve et la mesure".

4/ Malgré les précautions prises pour vérifier leur étalonnage, il n'est pas impossible qu'il y ait quelques différences systématiques entre les résultats donnés par les appareils B_1 à B_7 .

Les difficultés 3 et 4 sont insurmontables avec un plan factoriel : un même paquet ne peut faire l'objet de mesures sur chacun des appareils et à plusieurs moments différents.

Ondécida donc d'adopter un plan permettant de contrôler tous les facteurs mis en évidence - quitte à faire une nouvelle expérience, du type factoriel, si l'on y est conduit par les résultats de la première.

II - PREMIERE EXPERIENCE - CARRE HYPER GRECO-LATIN -

1/ Plan de l'expérience.

Les facteurs que l'on veut contrôler sont les suivants :

- hauteur dans l'étuve. - 7 niveaux A_1 à A_7
- profondeur dans l'étuve. - 7 niveaux P_1 à P_7
- largeur dans l'étuve. - 7 niveaux L_1 à L_7
- appareils de mesure. - 7 appareils B_1 à B_7

(en fait, on a choisi 7 profondeurs et 7 largeurs parce que l'étuve comporte 7 hauteurs et que nous disposons de 7 appareils de mesure).

- intervalle de temps entre sortie de l'étuve et mesure. - nombre de niveaux à fixer.

Si pour ce dernier facteur on adopte encore 7 niveaux T_1 à T_7 , on pourra utiliser un carré hyper gréco-latin. Il suffira alors de $7^2 = 49$ paquets qui recevront les combinaisons de facteurs :

$$A_i P_j L_s B_u T_v \quad (i = 1, \dots, 7 ; j = 1, \dots, 7 ; \dots ; v = 1, \dots, 7)$$

telles que :

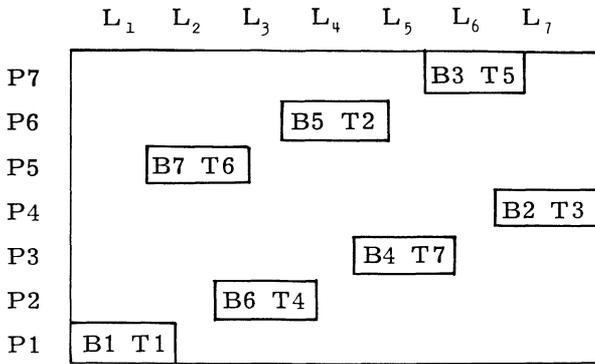
1/ pour chaque facteur (A, P, L, B, T) chaque niveau sera représenté 7 fois ,

2/ pour chaque couple de facteurs (AP, AL, AB, AT, PL, PB, PT, LB, LT, BT) toute combinaison de l'un quelconque des niveaux du 1er facteur et de l'un quelconque des niveaux du 2ème sera représentée 1 fois.

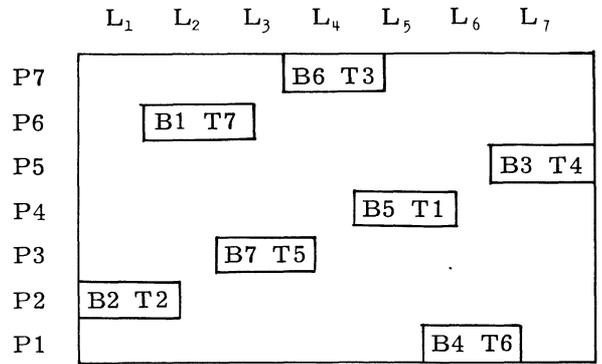
Une mesure d'humidité demandant environ 10 minutes, le niveau T_1 correspondra aux 7 mesures (une par appareil) effectuées dès la sortie de l'étuve ; le niveau T_2 aux 7 mesures effectuées 10 minutes après, etc. La durée totale des mesures est à peine supérieure à 1 heure (au lieu de 8 dans le plan factoriel).

On pourrait encore introduire un 6ème facteur (et même un 7ème) combinés entre eux et à tous les autres de la même façon (par exemple, les 7 opérateurs effectuant les mesures sur les 7 appareils), mais cela aurait compliqué l'exécution d'une façon qui a paru inutile.

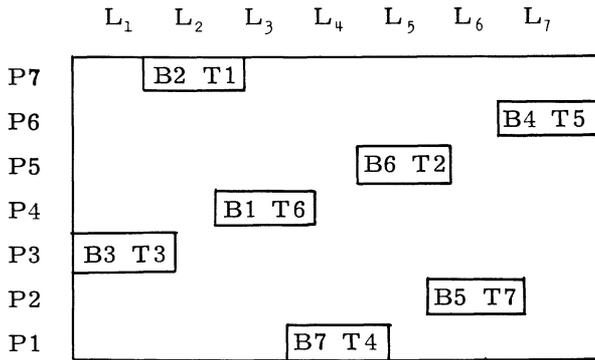
Les schémas qui suivent montrent les emplacements des 49 paquets à l'intérieur de l'étuve (cf. Fisher and Yates - Statistical Tables for Biological, agricultural and medical research).



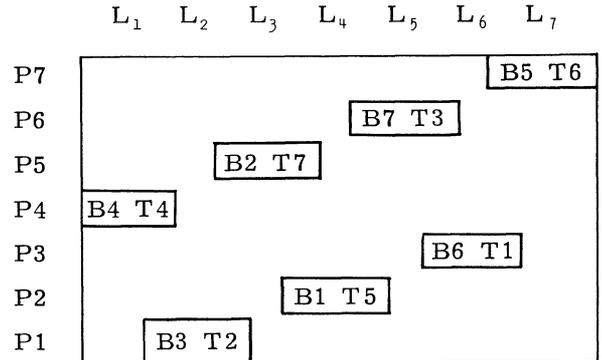
A₁



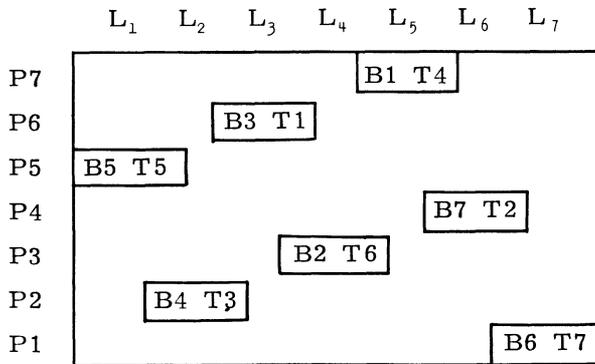
A₂



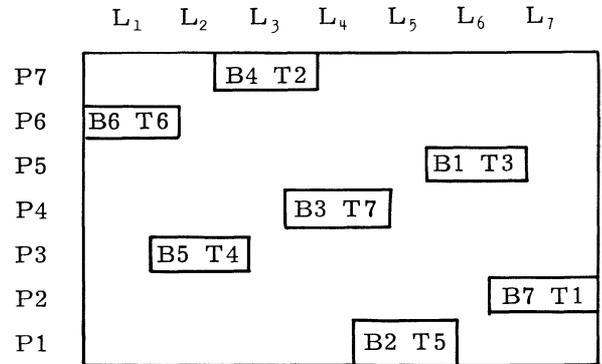
A₃



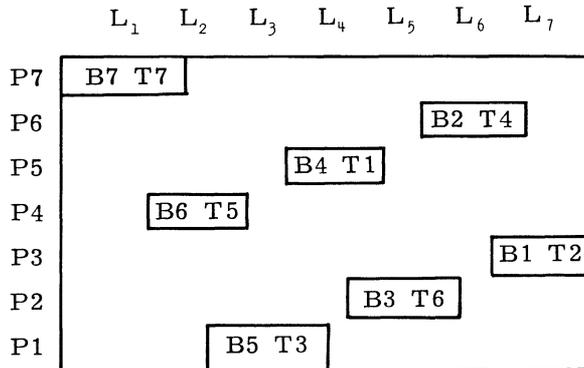
A₄



A₅



A₆



A₇

2/ Mesures d'humidité initiales.

Elles ont été faites sur 49 paquets témoins, à raison de 7 par appareil ; le facteur "temps" n'avait pas été pris en considération. Les résultats ont été les suivants :

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇
	13,1	12,9	12,8	12,8	<u>10,0</u>	<u>10,1</u>	13,0
	13,3	13,0	13,3	13,3	13,1	12,9	13,2
	13,1	12,5	13,0	13,0	12,7	<u>10,2</u>	13,0
	12,8	12,8	12,4	12,8	12,5	12,8	13,1
	12,8	12,8	12,7	12,8	<u>8,9</u>	13,5	13,0
	13,1	12,7	12,7	12,7	12,5	12,4	12,9
	12,9	12,6	12,5	12,6	12,3	12,5	12,9
Moyenne	13,01	12,76	12,77	12,86	11,71	12,06	13,01

Pour 45 résultats, les fluctuations sont de l'ordre de celles que l'on constate généralement sur des "lots homogènes". Mais pour les quatre autres (encadrées dans le tableau), les valeurs obtenues sont tout à fait anormales. Il est impossible de savoir s'il s'agit :

- d'erreurs de lecture
- de dérèglages momentanés des appareils B₅ et B₆
- de paquets d'humidité restée anormalement basse malgré le séjour en atmosphère conditionnée.

Comme humidité moyenne initiale des paquets soumis à l'essai, nous avons adopté 13 % ; cette valeur de départ est d'ailleurs, dans une certaine mesure, arbitraire.

Les constatations précédentes conduisent à faire préférer la mesure de l'augmentation de poids individuelle des paquets à celle de l'augmentation d'humidité : les erreurs de lecture ou les dérèglages sont moins probables par la méthode des pesées, et, s'il y a des paquets d'humidité initiale anormale, l'erreur commise est beaucoup moins importante. Il peut arriver cependant que cette méthode soit difficilement applicable : par exemple, lorsque la matière soumise à humidification n'est pas individualisée, et constitue une masse sur laquelle on effectue des prélèvements. C'est pour cette raison que, dans l'essai actuel, il a été jugé utile d'étudier à la fois l'augmentation de poids et la prise d'humidité.

3/ Résultats de l'essai. Prise d'humidité et prise de poids.

Dans le tableau ci-dessous, on trouvera, pour chacun des 49 paquets soumis à l'essai (repérés par les niveaux des 5 facteurs contrôlés B, T, A, P, L - colonnes 1 à 5) :

- colonne 6. - le taux d'humidité initial (uniformément $h_0 = 13 \%$)
- colonne 7. - le taux d'humidité final h
- colonne 8. - la différence $\Delta h = h - h_0$
- colonne 9. - le poids initial p_0 en cg
- colonne 10. - le poids final p en cg
- colonne 11. - la différence $\Delta p = p - p_0$

Niveaux

B	T	A	P	L	h_0	h	$\Delta h=h-h_0$	p_0	p	$\Delta p=p-p_0$
1	1	1	1	1	13,0	34,1	(21,1) ⁽¹⁾	2 410	2 978	(568) ⁽²⁾
1	2	7	3	7	13,0	17,1	4,1	2 419	2 544	125
1	3	6	5	6	13,0	19,9	6,9	2 384	2 583	199
1	4	5	7	5	13,0	20,0	7,0	2 421	2 614	193
1	5	4	2	4	13,0	21,3	8,3	2 438	2 685	247
1	6	3	4	3	13,0	19,6	6,6	2 386	2 570	184
1	7	2	6	2	13,0	19,4	6,4	2 433	2 618	185
2	1	3	7	2	13,0	20,8	7,8	2 404	2 620	216
2	2	2	2	1	13,0	20,2	7,2	2 414	2 619	205
2	3	1	4	7	13,0	18,8	5,8	2 393	2 550	157
2	4	7	6	6	13,0	17,3	4,3	2 422	2 549	127
2	5	6	1	5	13,0	24,1	11,1	2 407	2 736	329
2	6	5	3	4	13,0	20,8	7,8	2 453	2 669	216
2	7	4	5	3	13,0	20,0	7,0	2 364	2 559	195
3	1	5	6	3	13,0	20,4	7,4	2 449	2 656	207
3	2	4	1	2	13,0	22,5	9,5	2 418	2 701	283
3	3	3	3	1	13,0	20,4	7,4	2 439	2 650	211
3	4	2	5	7	13,0	19,1	6,1	2 456	2 634	178
3	5	1	7	6	13,0	19,5	6,5	2 413	2 648	235
3	6	7	2	5	13,0	17,3	4,3	2 433	2 565	132
3	7	6	4	4	13,0	20,1	7,1	2 452	2 656	204
4	1	7	5	4	13,0	15,4	2,4	2 402	2 463	61
4	2	6	7	3	13,0	20,7	7,7	2 475	2 691	216
4	3	5	2	2	13,0	22,2	9,2	2 391	2 650	259
4	4	4	4	1	13,0	20,0	7,0	2 377	2 573	196
4	5	3	6	7	13,0	20,0	7,0	2 386	2 565	179
4	6	2	1	6	13,0	22,5	9,5	2 380	2 648	268
4	7	1	3	5	13,0	19,1	6,1	2 420	2 587	167
5	1	2	4	5	13,0	19,7	6,7	2 381	2 547	166
5	2	1	6	4	13,0	19,8	6,8	2 369	2 531	162
5	3	7	1	3	13,0	21,7	8,7	2 421	2 675	254
5	4	6	3	2	13,0	21,5	8,5	2 393	2 607	214
5	5	5	5	1	13,0	20,2	7,2	2 429	2 626	197
5	6	4	7	7	13,0	19,3	6,3	2 357	2 535	178
5	7	3	2	6	13,0	20,3	7,3	2 437	2 661	224
6	1	4	3	6	13,0	20,4	7,4	2 418	2 632	214
6	2	3	5	5	13,0	19,5	6,5	2 419	2 599	180
6	3	2	7	4	13,0	20,5	7,5	2 408	2 621	213
6	4	1	2	3	13,0	20,2	7,2	2 417	2 634	217
6	5	7	4	2	13,0	13,2	0,2	2 422	2 434	12
6	6	6	6	1	13,0	20,0	7,0	2 472	2 665	193
6	7	5	1	7	13,0	22,6	9,6	2 462	2 755	293
7	1	6	2	7	13,0	21,6	8,6	2 397	2 639	242
7	2	5	4	6	13,0	20,1	7,1	2 495	2 695	200
7	3	4	6	5	13,0	20,2	7,2	2 454	2 658	204
7	4	3	1	4	13,0	23,1	10,1	2 477	2 782	305
7	5	2	3	3	13,0	19,8	6,8	2 459	2 640	181
7	6	1	5	2	13,0	19,0	6,0	2 450	2 610	160
7	7	7	7	1	13,0	17,6	4,6	2 490	2 629	139

(1) Valeur corrigée, $(\Delta h)' = 9,7$

(2) Valeur corrigée, $(\Delta p)' = 292$

Les poids ont été mesurés au cg près sur une même balance, avec une incertitude de lecture de 1 à 2 cg. Les instants correspondants T_1, T_2, \dots, T_7 sont séparés par la durée nécessaire à la pesée de 7 paquets, environ 2 minutes. La durée totale des pesées n'a pas excédé 15 minutes, alors que celle des mesures d'humidité a dépassé une heure.

Lorsqu'on examine les 49 valeurs trouvées pour h (ou Δh) et pour Δp , on constate des valeurs anormalement élevées sur le paquet référencé (1, 1, 1, 1, 1) et des valeurs anormalement faibles sur le paquet (6, 5, 7, 4, 2). On peut se demander s'il n'y a pas lieu de supprimer ces résultats "aberrants" ou de les remplacer par des valeurs "estimées".

En fait, à la sortie de l'étuve, on a constaté que sur le premier de ces paquets, et sur lui seul, s'étaient produites des condensations importantes : ce paquet était fortement mouillé. Par contre, rien d'apparemment anormal n'a été constaté sur le deuxième paquet.

Pour ces raisons, il a paru légitime de supprimer les résultats obtenus pour le seul paquet (1, 1, 1, 1, 1), et, pour pouvoir effectuer facilement l'analyse de l'ensemble des résultats, on les a remplacés par leurs estimations.

Celles-ci ont été calculées en ne tenant compte que des facteurs d'emplacement (c'est-à-dire en négligeant les influences possibles "appareils" et "instants de mesure") par la formule applicable à une "donnée manquante" d'un carré latin :

$$x' = \frac{n (X'_A + X'_P + X'_L) - 2 X'}{(n-1)(n-2)}$$

n désigne le nombre de niveaux des facteurs A, P, L, (ici $n = 7$) ;

X'_A est le total des $n-1 = 6$ mesures conservées pour le niveau de A auquel appartient la mesure à estimer ; X'_L et X'_P se calculent d'une façon analogue ;

X' désigne le total des $n^2 - 1 = 48$ mesures conservées.

On trouve ainsi, pour le paquet (A_1, P_1, L_1) les estimations suivantes :

$$(\Delta h)' = 9,7$$

$$(\Delta p)' = 292$$

Ce sont ces valeurs qui seront utilisées dans les analyses de variance ; pour tenir compte de l'estimation, un degré de liberté sera enlevé à la somme des carrés résiduelle.

4/ Analyse des résultats.

On admet que chaque mesure x (prise d'humidité Δh ou de poids Δp) peut être représentée par un modèle

$$x = m + a_i + p_j + l_s + b_u + t_v + \epsilon$$

m est un paramètre commun à tous les résultats.

Les a_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) sont des paramètres attachés aux 7 niveaux du facteur A ; les autres paramètres représentent les différents niveaux des facteurs P, L, B, T ; ϵ est un nombre aléatoire distribué normalement avec moyenne 0 et variance σ^2 (dispersion résiduelle).

L'estimation de m est la moyenne générale \bar{x} des 49 résultats. La "somme des carrés totale" est :

$$Q = \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - 49 \bar{x}^2 = \sum x^2 - \frac{X^2}{49}$$

X désignant le total des 49 résultats.

Pour étudier le facteur A, on construit un tableau à 7 colonnes, chacune d'elles étant attribuée à un niveau de A ; les 7 résultats figurant dans une même colonne sont placés dans un ordre quelconque. Par exemple, pour l'étude de la prise de poids, on a le tableau suivant :

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	
	(292) ⁽¹⁾	205	211	196	197	193	139	
	160	185	216	283	259	214	12	
	217	181	184	195	207	216	254	
	162	213	305	247	216	204	61	
	167	166	180	204	193	329	132	
	235	268	224	214	200	199	127	
	157	178	179	178	293	242	125	
Total	1390	1396	1499	1517	1565	1597	850	9814
Moyenne	198	199	214	217	224	228	121	200

Les estimations des paramètres représentant les différents niveaux de A sont :

$$\hat{a}_1 = 198 - 200 = -2$$

$$\hat{a}_2 = 199 - 200 = -1$$

$$\hat{a}_3 = 214 - 200 = +14$$

$$\hat{a}_4 = 217 - 200 = +17$$

$$\hat{a}_5 = 224 - 200 = +24$$

$$\hat{a}_6 = 228 - 200 = +28$$

$$\hat{a}_7 = 121 - 200 = -79$$

La somme des carrés attachée à l'effet A est $Q_A = 7 \sum_{i=1}^{i=7} \hat{a}_i^2$. Elle se calcule de façon plus précise à partir des totaux de colonne :

$$Q_A = \frac{1}{7} \left[(1390)^2 + \dots + (850)^2 \right] - \frac{(9814)^2}{49} = 56016$$

La somme des carrés résiduelle s'obtient par différence, une fois qu'ont été calculées les sommes des carrés Q_A, Q_P, Q_L, Q_B, Q_T . Tous les calculs sont donc très simples ; ils conduisent aux tableaux d'analyse de variance suivants :

(1) valeur estimée

Analyse des prises de poids Δp -

Origine de la variation	Somme des carrés	Degrès de liberté	Carré moyen	F	
Hauteur (A)	$Q_A = 56\ 016$	6	9 336	16,2	Très significatif
Profondeur (P)	$Q_P = 80\ 402$	6	13 400	23,3	"
Largeur (L)	$Q_L = 2\ 388$	6	398	0,69	Non significatif
Temps (T)	$Q_T = 2\ 158$	6	360	0,62	"
Résidu	$Q_E = 13\ 242$	23	576	-	-
Total	$Q = 154\ 206$	47	-	-	-

NB. - Dans l'étude des prises de poids, le facteur B n'intervient pas ; pour des raisons de commodité, les 7 mesures effectuées à l'instant 1 ont été celles qui correspondent dans le schéma général au niveau B_1 - les 7 mesures effectuées à l'instant 2 ont été celles qui correspondent au niveau B_2 , etc.

Analyse des prises d'humidité Δh -

Origine de la variation	Somme des carrés	Degrès de liberté	Carré moyen	F	
Hauteur (A)	$Q_A = 78,23$	6	13,048	18,1	Très significatif
Profondeur (P)	$Q_P = 72,80$	6	12,133	16,8	"
Largeur (L)	$Q_L = 1,70$	6	0,283	0,39	Non significatif
Appareils (B)	$Q_B = 3,63$	6	0,605	0,84	"
Temps (T)	$Q_T = 3,22$	6	0,537	0,74	"
Résidu	$Q_E = 12,25$	17	0,721	-	
Total	$Q = 171,83$	47	-	-	

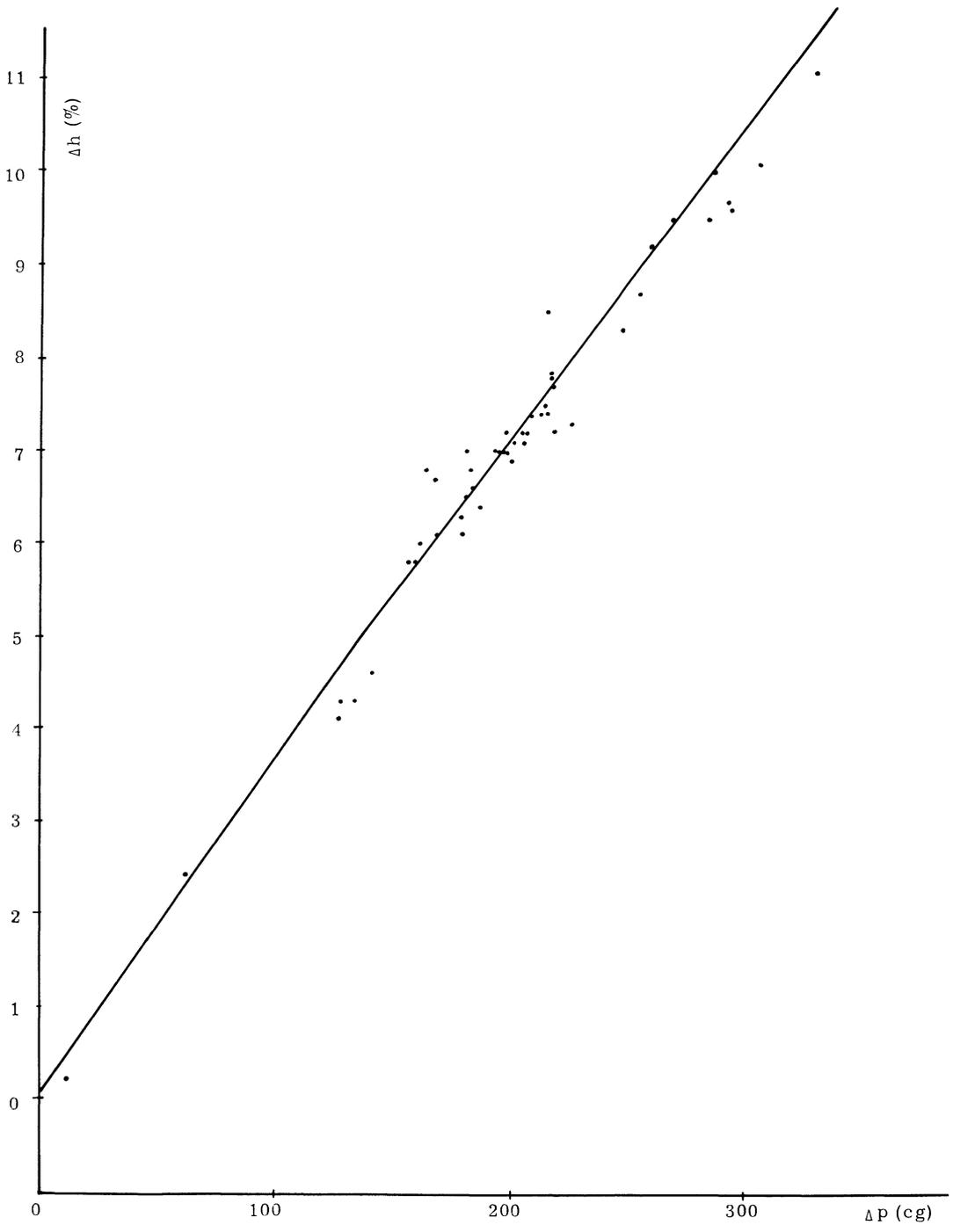
5/ Interprétation.

a) Les deux analyses font apparaître un effet très hautement significatif des facteurs "emplacement en hauteur" et "emplacement en profondeur". Par contre aucun des trois autres facteurs : "emplacement en largeur", "appareil de mesure de l'humidité", "instant de mesure" n'est significatif ; les valeurs correspondantes de F sont toutes inférieures à 1.

Les deux analyses donnent, comme il se doit, des résultats concordants. On constate en fait une très bonne corrélation entre les prises de poids Δp et les prises d'humidité Δh (cf. graphique n° 1). Prise de poids et prise d'humidité mesureraient exactement le même phénomène si les conditions suivantes étaient remplies :

- uniformité du taux d'humidité initial du tabac et du poids initial des paquets
- absence de prise d'humidité de l'enveloppe des paquets.

Partant en effet de paquets pesant uniformément p cg (poids de l'enveloppe déduit) et dont le tabac est uniformément à h % d'humidité, on a la relation :



Graphique 1 - Corrélation entre les prises de poids Δp et les prises d'humidité Δh

$$p \left(1 - \frac{h}{100} \right) = (p + \Delta p) \left[1 - \left(\frac{h + \Delta h}{100} \right) \right]$$

$$\Delta p = \frac{p \Delta h}{100 - h - \Delta h}$$

Le poids moyen initial des paquets soumis à l'essai était très voisin de 2 200 cg (enveloppe déduite) ; le taux d'humidité moyen initial était de l'ordre de 13 %. La relation précédente s'écrit donc :

$$\Delta p = \frac{2\,200 \Delta h}{87 - \Delta h}$$

La courbe correspondante passe très correctement au travers du nuage de corrélation.

b) Le tableau ci-dessous donne les prises d'humidité moyennes et les prises de poids moyennes à la sortie de l'étuve pour les 7 niveaux des différents facteurs étudiés.

Niveaux	Hauteur (A)		Profondeur (P)		Largeur (L)		Temps (T)		Appareil (B)
	Δh (%)	Δp (cg)	Δh (%)						
1	6,9	198	9,7	289	7,2	205	7,1	204	7,0
2	7,2	199	7,4	218	6,8	190	7,0	206	7,3
3	7,5	214	6,9	190	7,3	208	7,5	207	6,9
4	7,5	217	5,8	160	7,1	201	7,2	192	7,0
5	7,9	224	6,0	167	7,0	196	6,7	199	7,4
6	8,1	228	6,6	180	7,0	210	6,8	189	6,5
7	4,1	121	6,8	199	6,8	193	6,9	204	7,2
Moyenne	7,0	200	7,0	200	7,0	200	7,0	200	7,0

Il montre l'influence très importante des facteurs "hauteur" et "profondeur" ; pour les trois autres facteurs les variations sont faibles et d'ailleurs nullement significatives. La variation de la prise de poids des paquets en fonction des niveaux des facteurs d'emplacement dans l'étuve (A, P, L) est représentée graphiquement en annexe (graphiques 2, 3 et 4).

c) Les écarts-types résiduels dans les deux analyses de variance sont :

- pour la prise de poids Δp . $\sqrt{576} = 24$ cg

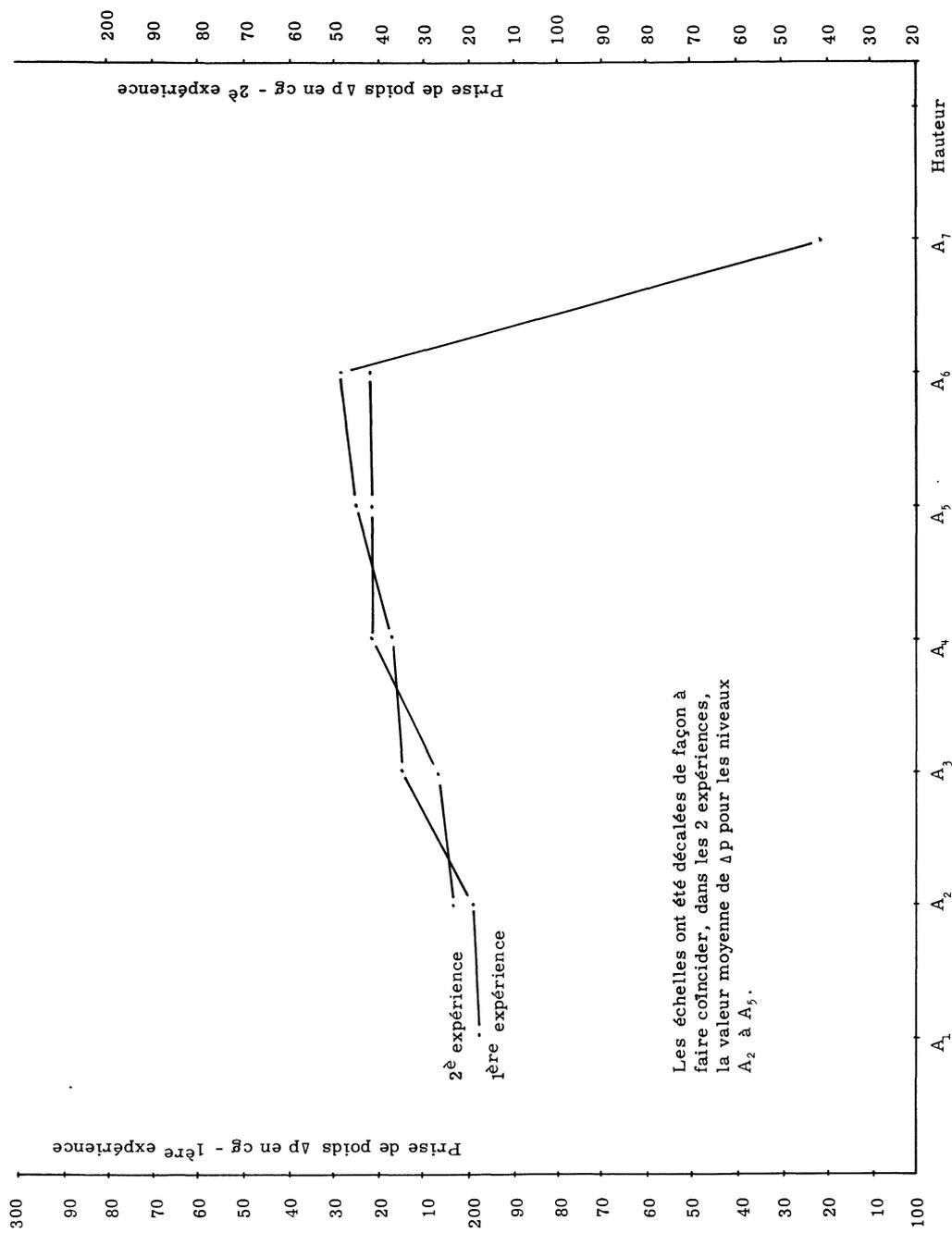
- pour la prise d'humidité Δh . $\sqrt{0,721} = 0,85$ points d'humidité.

Pour un "paquet moyen" ayant pris 7 % d'humidité et 200 cg, on a :

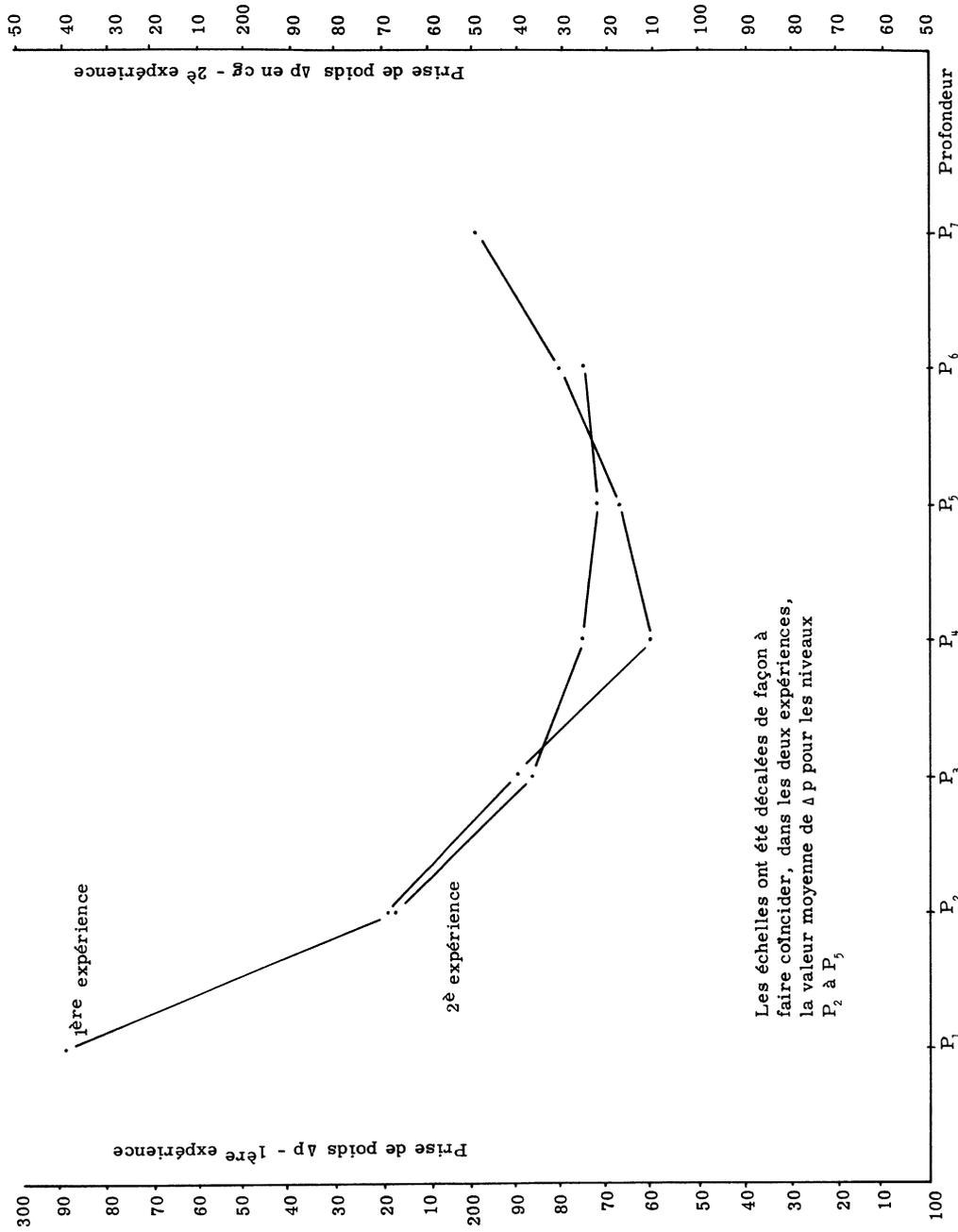
$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = \frac{200}{7} = 28,6$$

Le rapport des écarts-types résiduels est d'autre part :

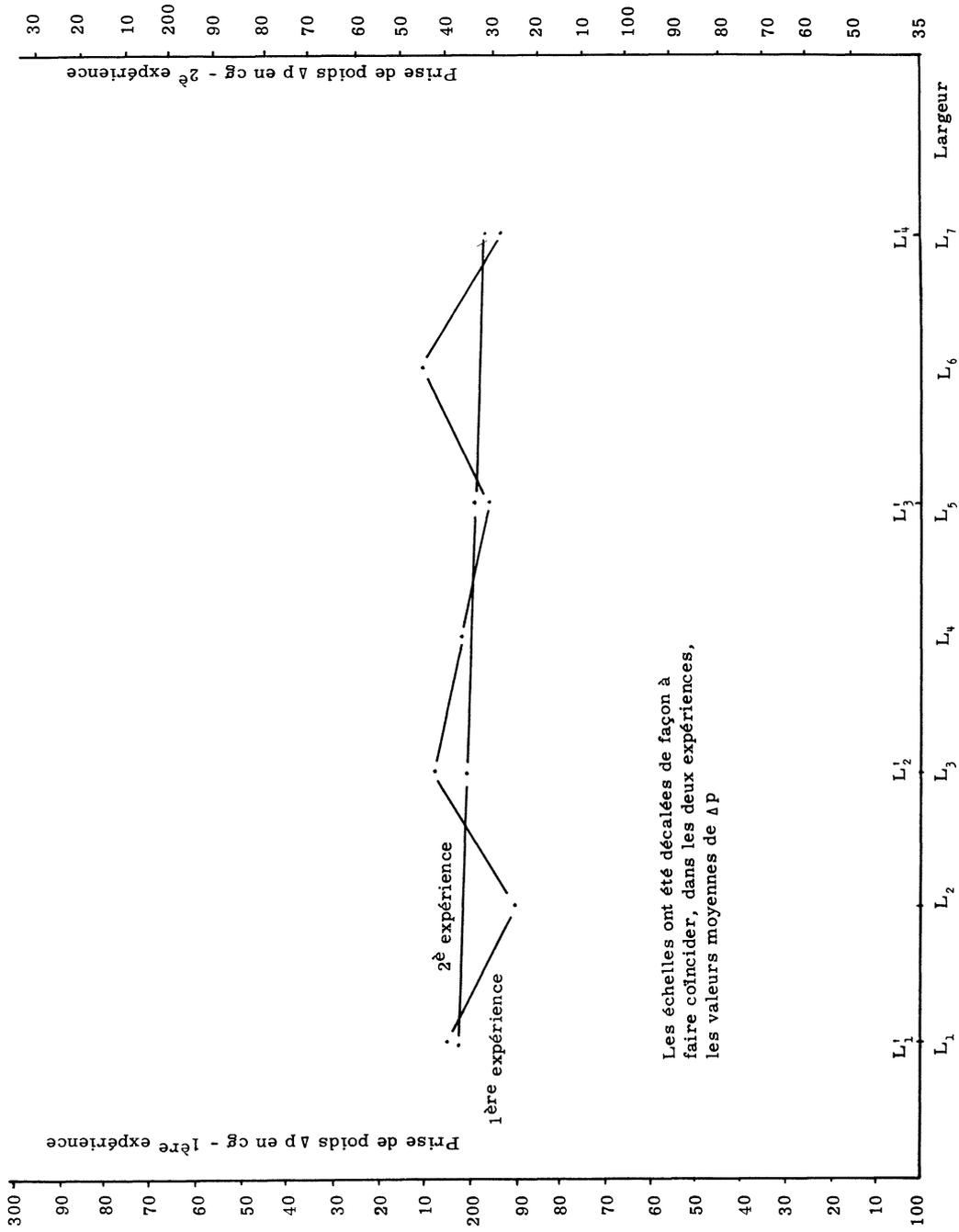
$$\frac{24}{0,85} = 28,2$$



Graphique 2 - Variation de la prise de poids en fonction de la hauteur dans l'étuve (niveaux A_1 à A_7).



Graphique 3 - Variation de la prise de poids en fonction de la profondeur dans l'étuve (niveaux P_1 à P_7).



Graphique 4 - Variation de la prise de poids en fonction de la largeur dans l'étuve (niveaux L₁ à L₇ et L₁' à L₄').

On en déduit que les "fluctuations non expliquées" sont tout à fait comparables, que l'on considère les prises de poids ou les prises d'humidité.

d) Le poids initial des paquets étant désigné par p , et le poids final, corrigé des facteurs contrôlés étant p'_c , on a :

$$(\Delta p)_c = p'_c - p$$

Si p'_c et p étaient indépendants, on aurait :

$$\sigma^2_{(\Delta p)_c} = \sigma^2_{p'_c} + \sigma^2_p$$

On a trouvé $\sigma^2_{(\Delta p)_c} = 576$; d'autre part, la dispersion des poids initiaux donne $\sigma^2_p = 1091$. Il en résulte que p et p'_c sont en corrélation positive, comme il est tout à fait logique.

6/ Conclusions de la 1ère expérience.

Les conclusions suivantes peuvent être tirées de cette première expérience .

a) Que l'on prenne, pour tester le comportement de l'étuve, la prise de poids des paquets ou leur prise d'humidité, on constate que les facteurs d'emplacement ont une influence très importante.

Dans le sens de la profondeur, la prise d'humidité est maximum vers le milieu de l'étuve ; elle croît lorsqu'on se rapproche des parois, et plus spécialement de la paroi antérieure.

Dans le sens de la hauteur, la prise d'humidité croît régulièrement du plateau supérieur jusqu'au 6ème plateau ; elle décroît brusquement, et de façon considérable, au 7ème plateau.

Par contre, aucune variation sensible n'apparaît dans le sens de la longueur ; il convient de remarquer que dans ce sens l'influence des parois doit avoir moins d'importance puisqu'aucun paquet n'avait été placé au voisinage immédiat de celles-ci (cf. schéma page 54).

b) Aucune différence significative n'apparaît entre les 7 appareils de mesure du taux d'humidité.

c) Le temps écoulé entre la sortie de l'étuve et la mesure du poids ou du taux d'humidité des paquets apparaît sans importance, dans la limite d'une heure environ.

d) La mesure de prise de poids doit être préférée à la mesure de prise d'humidité pour les raisons suivantes :

- elle élimine l'influence possible de l'appareil de mesure, toutes les pesées étant faites sur la même balance, par le même opérateur,
- elle est plus rapide,
- bien que cela n'apparaisse pas dans l'analyse des résultats, elle est plus précise, le poids initial de chaque paquet étant connu, tandis qu'une même humidité moyenne (celle des témoins) doit leur être attribuée.

III - DEUXIEME EXPERIENCE - EXPERIENCE FACTORIELLE -

1/ Plan de l'expérience.

Une deuxième expérience a été réalisée en vue de vérifier, et si possible de préciser, les conclusions obtenues dans la première.

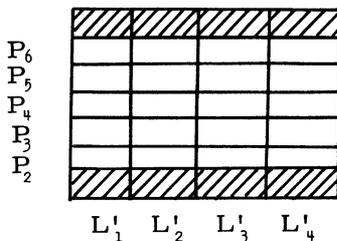
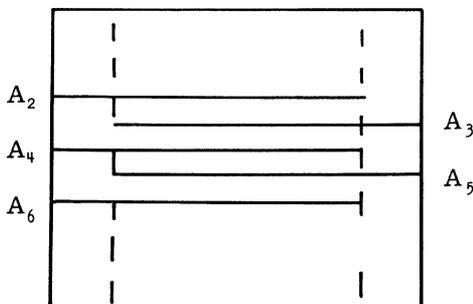
Le matériel expérimental est encore constitué par un lot de paquets de cigarettes Gauloises ayant séjourné quelques jours en atmosphère conditionnée.

Les mesures ont porté uniquement sur la prise de poids des paquets ; à titre de pure information, leur humidité moyenne a été mesurée sur quelques paquets témoins. Ainsi, le facteur "appareil de mesures B" n'a plus à être pris en considération.

Le facteur "temps" s'étant révélé comme sans importance dans la première expérience n'a pas été contrôlé ; cependant - comme on l'indiquera plus loin - des précautions ont été prises pour éviter que les conclusions ne soient légèrement faussées par une influence possible, bien que non décelée, de ce facteur.

Seuls restent donc comme facteurs contrôlés les trois emplacements A, P, L, et il est possible de les combiner factoriellement. L'intérêt d'un plan factoriel est de pouvoir mettre en évidence - éventuellement - les interactions entre facteurs contrôlés, ce que ne permet pas un plan en carré gréco-latin.

Dans le sens "hauteur" et dans le sens "profondeur" de l'étuve, la première expérience a montré l'influence importante du voisinage des parois. On décida d'éliminer les plateaux extrêmes A_1 et A_7 , ainsi que les profondeurs extrêmes P_1 et P_7 , de façon à se rendre compte si, opérant sur un volume plus réduit, situé dans la partie centrale de l'étuve, on aboutissait à une meilleure homogénéité (rappelons que, dans le sens de la largeur, il n'y a pas de voisinage des parois, par suite de la disposition en chicane des plateaux).



Les schémas ci-contre montrent les emplacements des paquets :

Ily a 5 hauteurs (niveaux A_2, A_3, A_4, A_5, A_6), 5 profondeurs (niveaux P_2, P_3, P_4, P_5, P_6), et l'on s'est contenté de 4 niveaux en largeur (L_1', L_2', L_3', L_4').

Un paquet étant disposé à chaque emplacement $A_i P_j L'_s$, on a une combinaison factorielle des 3 facteurs, avec au total $5 \times 5 \times 4 = 100$ paquets.

Pour la mesure du poids final, les 100 paquets ont été répartis en 5 groupes de 20 :

T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 . Les 20 paquets du groupe T_1 ont été pesés à la suite, puis ceux du groupe T_2 , etc. la durée totale des pesées est ainsi séparée en 5 intervalles de temps. Les schémas ci-dessous montrent comment ont été répartis, dans l'étuve, les paquets correspondant à chacun des temps $T_1 \dots T_5$.

A_2

P_6	T_5	T_5	T_5	T_5
P_5	T_4	T_4	T_4	T_4
P_4	T_3	T_3	T_3	T_3
P_3	T_2	T_2	T_2	T_2
P_2	T_1	T_1	T_1	T_1
	L'_1	L'_2	L'_3	L'_4

A_3

P_6	T_1	T_2	T_3	T_4
P_5	T_5	T_1	T_2	T_3
P_4	T_4	T_5	T_1	T_2
P_3	T_3	T_4	T_5	T_1
P_2	T_2	T_3	T_4	T_5
	L'_1	L'_2	L'_3	L'_4

A_4

P_6	T_2	T_4	T_1	T_3
P_5	T_1	T_3	T_5	T_2
P_4	T_5	T_2	T_4	T_1
P_3	T_4	T_1	T_3	T_5
P_2	T_3	T_5	T_2	T_4
	L'_1	L'_2	L'_3	L'_4

A_5

P_6	T_3	T_1	T_4	T_2
P_5	T_2	T_5	T_3	T_1
P_4	T_1	T_4	T_2	T_5
P_3	T_5	T_3	T_1	T_4
P_2	T_4	T_2	T_5	T_3
	L'_1	L'_2	L'_3	L'_4

A_6

P_6	T_4	T_3	T_2	T_1
P_5	T_3	T_2	T_1	T_5
P_4	T_2	T_1	T_5	T_4
P_3	T_1	T_5	T_4	T_3
P_2	T_5	T_4	T_3	T_2
	L'_1	L'_2	L'_3	L'_4

La disposition est telle que, pour chaque "instant T_i ", chaque niveau de A se trouve représenté 4 fois, chaque niveau de P 4 fois, et chaque niveau de L' 5 fois. D'autre part, les 20 paquets correspondant à un même "instant T_i " ont été pesés dans un ordre strictement au hasard.

Grâce à ces précautions, on peut estimer que le facteur "temps écoulé entre la sortie de l'étuve et la pesée" sera pratiquement éliminé dans l'analyse des résultats.

2/ Mesures d'humidité initiales.

Sur 10 paquets témoins, on a trouvé les humidités initiales suivantes :

13,3 - 13,0 - 13,2 - 13,5 - 13,2 - 13,1 - 13,2 - 13,3 - 13,1 - 13,0

Moyenne : 13,2

L'humidité initiale est régulière et voisine de l'humidité initiale dans la première expérience.

3/ Résultats de l'essai. Prise d'humidité et prise de poids.

Sur 10 paquets pris au hasard dans l'ensemble des 100 paquets soumis à l'essai, on a trouvé les humidités finales suivantes :

18,1 - 18,2 - 17,6 - 18,2 - 19,6 - 17,7 - 19,3 - 18,0 - 17,0 - 18,8

Moyenne : 18,2

La prise d'humidité moyenne est de l'ordre de 5 points alors qu'elle était de 7 points dans la première expérience.

Le tableau ci-dessous donne, suivant les 5 instants de pesée T_1 à T_5 , et pour chacun des 100 paquets repérés par les niveaux des facteurs A, P, L :

- le poids initial p_0 en cg
- le poids final p en cg
- la différence $\Delta = p - p_0$

A titre de contrôle, certains paquets ont été pesés plusieurs fois, à des instants différents. Les écarts de poids ont été de 1 à 7 cg et il a été constaté que les écarts les plus importants affectaient les paquets pesés en premier lieu. Il semble donc préférable de ne pas peser les paquets dès la sortie de l'étuve, alors qu'ils sont encore chauds, mais de les laisser refroidir pendant 5 à 10 minutes.

Temps T	Niveau			p ₀	p	Δp	Temps T	Niveau			p ₀	p	Δp		
	A	P	L'					A	P	L'					
1	2	2	1	2 269	2 417	148	3	4	5	2	2 232	2 353	121		
		2	2	2 288	2 437	149			6	4	2 221	2 348	127		
		2	3	2 300	2 454	154			5	2	4	2 237	2 389	152	
		2	4	2 268	2 424	156				3	2	2 227	2 367	140	
		3	3	4	2 294	2 423				129	5	3	2 248	2 369	121
			4	3	2 250	2 366				116	6	1	2 260	2 391	131
	5		2	2 295	2 418	123		6		2	3	2 251	2 430	179	
	6	1	2 280	2 411	131	3				4	2 201	2 345	144		
	4	3	2	2 348	2 498	150			5	1	2 237	2 359	122		
		4	4	2 280	2 413	133			6	2	2 252	2 374	122		
		5	1	2 322	2 453	131			2	5	1	2 237	2 353	116	
	6	3	2 291	2 425	134	5				2	2 231	2 341	110		
	5	3	3	2 315	2 465	150		5		3	2 250	2 359	109		
		4	1	2 312	2 451	139		5		4	2 229	2 338	109		
		5	4	2 287	2 413	126		3		2	3	2 227	2 373	146	
	6	2	2 218	2 344	126	3				2	2 301	2 429	128		
	6	3	1	2 162	2 304	142			4	1	2 295	2 417	122		
		4	2	2 251	2 384	133			6	4	2 273	2 393	120		
		5	3	2 250	2 375	125			4	2	4	2 308	2 487	179	
		6	4	2 223	2 336	113				3	1	2 269	2 417	148	
		2	2	3	1	2 231		2 352		121	4	3	2 235	2 365	130
			3	2	2 313	2 433		120		6	2	2 246	2 381	135	
	3		3	2 294	2 415	121		5		2	1	2 235	2 428	193	
	3		4	2 252	2 372	120				3	4	2 290	2 430	140	
3	2		1	2 264	2 432	168	4		2	2 233	2 364	131			
	4		4	2 212	2 320	108	6		3	2 310	2 436	126			
	5	3	2 245	2 358	113	6	2		2	2 328	2 515	187			
	6	2	2 193	2 313	120		3		3	2 282	2 431	149			
	4	2	3	2 227	2 399		172	4	4	2 271	2 400	129			
		4	2	2 202	2 325		123	6	1	2 297	2 416	119			
5		4	2 312	2 446	134		2	6	1	2 227	2 349	122			
6		1	2 353	2 493	140			6	2	2 233	2 359	126			
5		2	2	2 262	2 444	182		6	3	2 232	2 351	119			
		4	3	2 288	2 418	130		6	4	2 243	2 362	119			
	5	1	2 297	2 425	128	3		2	4	2 237	2 378	141			
	6	4	2 276	2 398	122			3	3	2 247	2 371	124			
	6	2	4	2 275	2 470		195	4	2	2 256	2 380	124			
		4	1	2 302	2 435		133	5	1	2 222	2 341	119			
5		2	2 340	2 473	133		4	2	2	2 224	2 392	168			
6		3	2 299	2 427	128			3	4	2 251	2 396	145			
3		2	4	1	2 241	2 349		108	4	1	2 330	2 471	141		
		4	2	2 259	2 369	110		5	3	2 264	2 388	124			
	4	3	2 258	2 367	109	5		2	3	2 280	2 459	179			
	4	4	2 257	2 362	105			3	1	2 272	2 427	155			
	3	2	2	2 254	2 403		149	4	4	2 308	2 437	129			
		3	1	2 230	2 362		132	5	2	2 327	2 466	139			
5		4	2 229	2 339	110		6	2	1	2 229	2 402	173			
6		3	2 270	2 389	119			3	2	2 307	2 459	152			
4		2	1	2 230	2 391	161		4	3	2 309	2 450	141			
		3	3	2 267	2 402	135		5	4	2 287	2 413	126			

Dans le tableau suivant, les écarts de poids Δp sont regroupés suivant un classement méthodique des différents niveaux des facteurs A, P, L'.

Temps T	Niveau			Δp	Temps T	Niveau			Δp	Temps T	Niveau			Δp
	A	P	L'			A	P	L'			A	P	L'	
1	2	2	1	148	3	4	2	1	161	5	6	2	1	173
1			2	149	5			2	168	4			2	187
1			3	154	2			3	172	3			3	179
1			4	156	4			4	179	2			4	195
2		3	1	121	4		3	1	148	1		3	1	142
2			2	120	1			2	150	5			2	152
2			3	121	3			3	135	4			3	149
2			4	120	5			4	145	3			4	144
3		4	1	108	5		4	1	141	2		4	1	133
3			2	110	2			2	123	1			2	133
3			3	109	4			3	130	5			3	141
3			4	105	1			4	133	4			4	129
4		5	1	116	1		5	1	131	3		5	1	122
4			2	110	3			2	121	2			2	133
4			3	109	5			3	124	1			3	125
4			4	109	2			4	134	5			4	126
5		6	1	122	2		6	1	140	4		6	1	119
5			2	126	4			2	135	3			2	122
5			3	119	1			3	134	2			3	128
5			4	119	3			4	127	1			4	113
2	3	2	1	168	4	5	2	1	193					
3			2	149	2			2	182					
4			3	146	5			3	179					
5			4	141	3			4	152					
3		3	1	132	5		3	1	155					
4			2	128	3			2	140					
5			3	124	1			3	150					
1			4	129	4			4	140					
4		4	1	122	1		4	1	139					
5			2	124	4			2	131					
1			3	116	2			3	130					
2			4	108	5			4	129					
5		5	1	119	2		5	1	128					
1			2	123	5			2	139					
2			3	113	3			3	121					
3			4	110	1			4	126					
1		6	1	131	3		6	1	131					
2			2	120	1			2	126					
3			3	119	4			3	126					
4			4	120	2			4	122					

4/ Analyse des résultats.

L'analyse de la variance, tenant compte des 3 facteurs contrôlés A, P, L' et de leurs interactions deux à deux, s'effectue par la méthode classique. Elle est résumée dans le tableau suivant :

Origine de la variation	Somme des carrés	Degrès de liberté	Carré moyen	F	
Hauteur (A)	7 224	4	1 806	44	Très significatif
Profondeur (P)	27 557	4	6 889	168	"
Largeur (L')	395	3	132	3,2	Significatif au seuil 5%
Interaction A × P	2 122	16	132	3,2	Significatif au seuil 1%
Interaction A × L'	168	12	14	0,34	Non significatif
Interaction P × L'	1 001	12	83	2,02	"
Résidu	1 983	48	41	-	-
Total	40 450	99	-	-	

5/ Interprétation.

a) On trouve - comme dans la première expérience - un effet très hautement significatif des facteurs "emplacement en hauteur" et "emplacement en profondeur". L'interaction de ces deux facteurs est significative - ce qui n'est pas étonnant, étant donnée l'importance des effets principaux - mais faible. On constate en plus un effet significatif - mais faible - de l'"emplacement en largeur", qui n'avait pas été décelé par la première expérience. Les interactions "hauteur × largeur" et "profondeur × largeur" ne sont pas significatives au seuil 5 %.

b) Le tableau ci-dessous donne les prises de poids moyennes à la sortie de l'étuve pour les différents niveaux des facteurs d'emplacement, ainsi que pour les 5 "instants de pesée" T_1 à T_5 .

	Hauteur (A)	Profondeur (P)	Largeur (L')	Temps (T)
	(2) 123	(2) 167	(1) 138	(1) 135
	(3) 127	(3) 137	(2) 136	(2) 136
	(4) 141	(4) 125	(3) 134	(3) 130
	(5) 141	(5) 122	(4) 132	(4) 136
	(6) 142	(6) 125	-	(5) 138
Moyenne	135	135	135	135

La variation de la prise de poids des paquets en fonction des niveaux des facteurs d'emplacement dans l'étuve (A, P, L') est représentée graphiquement en annexe (graphiques 2 à 4). Les courbes obtenues sont voisines de celles de la première expérience.

c) La variance résiduelle (41) est beaucoup plus faible que dans la première expérience (576), bien que la dispersion des poids initiaux soit plus élevée que dans cette première expérience (variance 1.441, contre 1.091). Le fait d'avoir tenu compte des interactions a contribué à diminuer légèrement la variance résiduelle (en bloquant dans le résidu les 3 interactions, on trouve pour variance résiduelle 60 au lieu de 41). Il est d'autre part vraisemblable que les conditions les moins régulières se situent aux emplacements voisins des parois, qui ne sont pas représentés dans la 2ème expérience. On trouve encore, comme il se doit, une forte corrélation positive entre le poids initial des paquets et leur poids corrigé des facteurs d'emplacement.

d) Le rapport entre la prise moyenne de poids (135 cg) et la prise moyenne d'humidité (5 points) est $\frac{135}{5} = 27$ - valeur très voisine de celle obtenue dans la première expérience (28) - Par contre, les valeurs moyennes sont assez différentes = respectivement $\Delta p = 200$ et 135 cg, $\Delta h = 7$ et 5.

Les explications possibles sont les suivantes :

Dans la 2ème expérience, il n'y a pas de paquets au voisinage des parois, c'est-à-dire aux emplacements où la prise d'humidité est également la plus forte. Le remplissage de l'étuve est différent : il est beaucoup plus compact dans la 2ème expérience. Une légère variation du réglage a pu se produire donnant des conditions d'hygrométrie et de température non rigoureusement les mêmes. Les paquets utilisés dans le 2ème essai pourraient avoir une enveloppe moins perméable à l'humidité.

e) Malgré les précautions prises, il y a une différence légère, mais significative, entre les "instants de pesée" T_1 à T_5 : l'instant T_3 a une moyenne ($\Delta p = 130$) plus faible que les 4 autres instants (135 à 138).

6/ Conclusions de la 2ème expérience.

La 2ème expérience a confirmé les résultats de la première en ce qui concerne l'importance des facteurs d'emplacement en hauteur et profondeur sur la prise de poids (ou d'humidité) des paquets. La variabilité totale est plus faible, le voisinage des parois ayant été éliminé, mais dans la partie centrale les variations constatées sont du même ordre de grandeur.

Une légère influence de l'emplacement en largeur, et une légère interaction profondeur \times hauteur, non révélées par la première expérience, ont été mises en évidence.

IV - CONCLUSIONS GENERALES -

1/ Du point de vue statistique, - il a été possible, grâce à une expérience en carré hyper gréco-latin, d'obtenir avec 49 unités une information presque aussi complète qu'avec une expérience factorielle nécessitant 100 unités, sur l'effet de 5 niveaux de 3 facteurs contrôlés. Le carré hyper gréco-latin a, d'autre part, fourni des informations supplémentaires,

- sur deux autres niveaux de ces 3 facteurs,
- sur deux autres facteurs mis sous contrôle,

et s'est révélé comme particulièrement économique.

2/ Comme conclusions pratiques, on doit noter les suivantes :

L'étuve étudiée n'assure pas un traitement homogène en ce qui concerne la prise d'humidité. Des variations systématiques très importantes apparaissent aussi bien dans le sens de la hauteur que de la profondeur ; elles sont particulièrement sensibles au voisinage des parois.

En n'utilisant que la partie centrale de l'étuve, on élimine une partie de ces variations, mais celles-ci restent encore importantes.

Si le fonctionnement de l'étuve ne peut pas être amélioré, il conviendra, pour tout essai comparatif, d'établir un plan d'expérience permettant d'éliminer la plus grande partie des facteurs d'hétérogénéité.

Accessoirement, les expériences ont montré que les 7 appareils utilisés pour la mesure de l'humidité sont tout à fait comparables, et que le temps écoulé entre la sortie de l'étuve et la mesure d'humidité (ou de poids) est pratiquement

sans effet (dans la limite d'une heure environ) ; il est même préférable d'attendre quelques minutes avant de commencer les mesures. Enfin, la mesure de prise de poids est plus simple et probablement plus précise que la mesure de prise d'humidité.