

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

R. RAMBACH

Remarques sur l'étude des défauts d'excentricité

Revue de statistique appliquée, tome 6, n° 4 (1958), p. 37-40

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1958__6_4_37_0

© Société française de statistique, 1958, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REMARQUES SUR L'ÉTUDE DES DÉFAUTS D'EXCENTRICITÉ

par

R. RAMBACH

Ancien élève de l'École Polytechnique, Ingénieur Conseil

Il est assez courant de penser que l'application des règles simples de contrôle statistique se limite aux situations industrielles répondant soit au modèle des lois binomiale et de Poisson (contrôle par bons ou mauvais ou par pourcentages), soit au modèle de la loi normale (contrôle aux mesures).

Il est cependant un problème important dans de nombreuses situations industrielles qui a donné lieu à une étude mathématique assez complète à l'occasion de la fabrication des obus : c'est le problème du contrôle de l'excentricité. Des tables ont été calculées à cet effet en Angleterre par W. F. L. Dick et sont reproduites dans l'ouvrage de Mothes : Techniques Modernes de Contrôle des Fabrications. Elles permettent de calculer à partir d'un certain nombre de mesures des limites de moyennes et d'étendues et de tenir relativement à l'excentricité des cartes de contrôle d'un aspect analogue à celui des cartes de contrôle classiques relatives à des mesures réparties selon la loi normale.

En se plaçant du point de vue de l'expérience concrète, on peut caractériser le problème de l'excentricité par le schéma suivant : Une mèche doit percer dans une pièce circulaire un trou circulaire concentrique. Du fait de nombreuses causes que l'on peut résumer sous le nom de jeu de la machine, les centres des deux circonférences ne coïncideront pas de façon parfaite et l'on désignera par le terme excentricité leur distance.

Les problèmes d'excentricité se présentent très souvent dans l'industrie mécanique depuis le cas le plus simple comme, par exemple, le perçage d'un bouchon jusqu'à des problèmes complexes comme la réalisation d'alésages par machine multi-broches. Mais on rencontre des problèmes analogues dans des industries très diverses; nous citerons, par exemple, la forge des cuvettes de roulements à billes où une très grande concentricité doit être réalisée, ou le perçage de billettes de métaux légers destinées à des presses à filer les tuyaux, perçage dont la bonne concentricité conditionne dans une grande mesure la qualité du tube filé.

D'une façon générale, un problème est incontestablement un problème d'excentricité chaque fois que l'on s'intéresse à la distance de deux centres sans pouvoir situer la position de ceux-ci par rapport à des axes de référence. Lorsqu'au contraire, on a la possibilité de repérer sur la pièce à laquelle on s'intéresse une direction préférentielle, on peut, ou bien négliger la connaissance de cette direction et traiter le problème comme un problème d'excentricité, ou

bien tenir compte de l'angle que fait la ligne des centres avec cette direction et s'intéresser séparément à l'étude des projections sur deux axes de directions déterminées. On est alors ramené à des problèmes mathématiques plus simples.

Le modèle mathématique qui a servi à l'étude des problèmes d'excentricité par M. Dick est le suivant : deux axes de coordonnées rectangulaires étant tracés par le centre de l'une des deux circonférences, on s'intéressera aux deux coordonnées du centre de la deuxième circonférence et l'on admettra que chacune d'entre elles a une distribution normale de moyenne nulle et de même écart-type. Si x et y désignent chacune de ces deux coordonnées, l'excentricité a alors pour mesure la valeur positive de $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Une des différences essentielles entre les problèmes posés par l'étude de la variabilité d'une grandeur suivant la loi normale et ceux posés par l'étude de l'excentricité est que dans le cas de la loi normale, moyenne et dispersion ou, de façon plus précise, moyenne et écart-type sont deux grandeurs absolument indépendantes et dont l'étude distincte donne habituellement des renseignements riches de sens. Dans le cas, au contraire, d'une étude d'excentricité répondant aux conditions qui viennent d'être précisées, moyenne et écart-type ou moyenne et étendue moyenne sont liés; la courbe de répartition des excentricités ne dépend que d'un seul paramètre, l'écart-type. Elle est complètement définie par la connaissance de celui-ci. Il a été possible de démontrer que le rapport de l'excentricité moyenne à l'étendue moyenne a une valeur constante qui ne dépend que de la taille des groupes choisis pour le calcul de l'étendue. Cette valeur se lit sur les tables de Dick ou sur la reproduction qu'on en trouve dans l'ouvrage de Mothes. Elle est, par exemple, de 0,832 dans le cas des groupes de 5. Etant bien entendu que ce coefficient ne serait rigoureusement respecté que si l'excentricité moyenne et l'étendue moyenne étaient calculées sur un nombre infini de mesures et que, dans les situations pratiques où habituellement ce calcul est fait à partir d'un ensemble de 50 à 100 mesures, on obtient seulement une valeur approchée de ce coefficient.

Toutefois, le problème se complique le plus souvent de ce qu'en plus du phénomène qui vient d'être décrit et que nous désignerons sous le nom d'excentricité aléatoire, s'ajoute une part d'excentricité systématique.

En revenant à l'exemple de la mèche perçant un trou circulaire dans une pièce déjà circulaire, il y aura excentricité systématique si le montage de la pièce à percer est imparfait et ne place pas le centre de la pièce exactement sous la mèche dans sa position de repos, c'est-à-dire, avant même l'apparition des divers jeux de la machine.

Dans le modèle mathématique cité plus haut, on admettra que les deux coordonnées ont toujours une distribution normale de même écart-type mais que l'une des deux a une moyenne non nulle qui constituera justement la mesure de la part systématique de l'excentricité.

Un raisonnement intuitif sans aucune rigueur mathématique amène à penser que lorsqu'apparaît l'existence d'une excentricité systématique, celle-ci a tendance à augmenter l'excentricité moyenne, tandis qu'elle n'influerait pas sur l'étendue moyenne du fait que cette étendue se calcule par des différences. Les réflexions un peu plus poussées sur le sujet mettent en évidence quelques failles à ce raisonnement et montrent que l'existence d'une excentricité systématique aura tendance à la fois à accroître l'excentricité moyenne et l'étendue moyenne.

Il n'en reste pas moins, et les calculs que l'on pourra lire dans l'article suivant le confirmeront, que lorsqu'il existe une excentricité systématique notable, l'excentricité moyenne augmente plus vite que l'étendue moyenne. Par conséquent, le rapport de l'excentricité moyenne à l'étendue moyenne devient notablement supérieur à la valeur qu'il devrait avoir dans l'hypothèse d'une excentricité purement aléatoire, c'est-à-dire, à la valeur lue sur les tables citées ci-dessus.

Autrement dit, lorsque l'on trouve pour le rapport de l'excentricité moyenne à l'étendue moyenne un quotient très nettement supérieur à celui que l'on peut lire sur les tables de Dick, il semble que l'on soit en droit de conclure qu'il existe en plus des divers jeux de la machine, c'est-à-dire de ce que nous avons appelé l'excentricité aléatoire, une part systématique, due habituellement à un défaut de montage. Il est le plus souvent souhaitable et très souvent possible de corriger cette part systématique et de resserrer ainsi les tolérances respectées par l'excentricité.

Deux exemples méritent d'être cités tout particulièrement du fait de l'importance des résultats acquis dans des situations d'une extrême simplicité :

a) Nous avons évoqué quelques lignes plus haut l'opération très simple de perçage de bouchons. A l'occasion d'une telle opération à réaliser avec des tolérances assez serrées, l'atelier chargé du perçage se considérait depuis plusieurs mois comme incapable de respecter les tolérances imposées et demandait ou l'élargissement de celles-ci, ou l'achat d'une autre machine.

La comparaison de l'excentricité moyenne à l'étendue moyenne des excentricités a permis d'affirmer au contraire que la part aléatoire, celle due au jeu de la machine, était suffisamment faible pour permettre de tenir les tolérances et qu'il existait certainement un défaut systématique, en principe une erreur dans le montage qui ne centrât pas le bouchon suffisamment correctement sous la mèche. Il a été possible effectivement d'apporter au montage des améliorations qui ont permis par la suite le respect des tolérances demandées.

b) La nécessité qui a été évoquée plus haut d'obtenir un très bon centrage des trous percés dans les billettes de métaux légers, avant filage de celles-ci, amenait à prévoir dans la gamme d'opérations une opération d'écroûtage de la billette après perçage. Opération qui coûtait, non seulement la main-d'œuvre même de l'opération, mais la remise en œuvre de la matière enlevée lors de l'écroûtage. Un calcul effectué à partir des principes évoqués ci-dessus a permis de montrer que si le montage de la billette était effectué avec suffisamment de soin, la part d'excentricité aléatoire due au seul jeu du foret serait suffisamment faible pour permettre d'éviter l'opération d'écroûtage. Ce qui a pu être réalisé au prix d'un très léger allongement du temps de montage, augmentation de durée absolument négligeable vis-à-vis du gain que représentait la suppression de l'opération d'écroûtage.

S'il semble incontestablement valable de conclure à l'existence d'une excentricité systématique lorsque le rapport de l'excentricité moyenne à l'étendue moyenne est de très loin supérieure à ce qu'il devrait être dans le seul cas de l'existence d'une excentricité aléatoire, la question se pose, par contre, lorsque le résultat est seulement un peu supérieur aux chiffres théoriques, de savoir si cette différence peut s'expliquer du seul fait du hasard des prélèvements et par conséquent ne constitue nullement la preuve d'une excentricité systématique ou

si, au contraire, cette différence est suffisamment notable pour pouvoir être considérée comme une preuve ou, tout au moins, une grande présomption de l'existence de cette part systématique. L'étude de M. Bastien qui va être reproduite ci-dessous avait pour objet, d'une part, de prouver d'une manière rigoureuse et non plus intuitive que l'existence d'une excentricité systématique a bien pour effet d'augmenter la valeur du quotient de l'excentricité moyenne à l'étendue, d'autre part, d'établir un test permettant de déterminer les cas où l'on peut, à l'issue d'un certain nombre de mesures, affirmer qu'il existe, en plus de l'excentricité aléatoire, une cause systématique d'excentricité. Cette affirmation est, bien entendu, associée à un facteur de probabilités qui conduit non à considérer l'existence de l'excentricité systématique comme certaine mais comme probable avec 95 chances ou 99 chances sur 100 de ne pas se tromper.

Pour des raisons d'ordre mathématique, il a été jugé préférable de fonder ce test non sur la comparaison de la moyenne à l'étendue mais sur la comparaison de la moyenne à l'écart-type. Le mode opératoire que l'on sera conduit le plus souvent à adopter consistera d'abord, pour des raisons de simplicité, à comparer l'excentricité moyenne à l'étendue moyenne; puis, chaque fois que cette comparaison amènera à soupçonner l'existence d'une excentricité systématique, à effectuer, selon les méthodes qui vont être indiquées par M. Bastien, la comparaison de la moyenne à l'écart-type.

Il est enfin un autre aspect du problème qui présente un gros intérêt pratique lorsque la preuve est faite de l'existence d'une part systématique dans l'excentricité : pouvoir déduire des mesures faites ce qu'il subsistera de l'excentricité si l'on réussit à corriger l'erreur systématique et à ne conserver que la part aléatoire. La connaissance de cette valeur est évidemment essentielle pour justifier l'intérêt ou l'absence d'intérêt que présente la correction de l'erreur systématique. C'est ainsi, par exemple, que dans le cas du perçage que nous avons cité, là où la correction de l'erreur systématique a permis de supprimer une opération de tournage, il n'y aurait guère eu d'intérêt à corriger cette erreur systématique si l'excentricité restante avait été encore trop forte pour le stade suivant de la fabrication ce qui aurait obligé, dans tous les cas, à laisser subsister l'opération d'écroûtage.

Là encore, le bon sens ou l'intuition donnent une réponse d'une approximation souvent suffisante. Il a été remarqué plus haut, en effet, que l'existence d'une part systématique dans l'excentricité conduit à une étendue moyenne peu supérieure à celle qui correspondrait à la seule excentricité aléatoire. Il suffira donc de multiplier l'étendue moyenne trouvée à partir des mesures par la valeur que doit avoir le quotient de l'excentricité moyenne par l'étendue moyenne, lorsqu'il n'y a aucune excentricité systématique, pour trouver une limite supérieure de l'excentricité moyenne. On en déduira, avec l'aide des lois auxquelles répondent les excentricités aléatoires et plus particulièrement, à partir des coefficients de Dick, une limite supérieure pour l'excentricité de chaque pièce.

Chaque fois que cette limite ne dépassera pas elle-même les limites de tolérance, on pourra être assuré qu'en corrigeant la part systématique, on réussira à se tenir à l'intérieur des limites de tolérance.

Mais bien entendu l'on est ainsi amené à sous-estimer légèrement le bénéfice que l'on peut espérer tirer de la correction de la part systématique de l'excentricité et il est préférable de calculer les résultats évoqués ci-dessus avec précision. Là encore, l'étude qui va suivre résout le problème, à partir de la connaissance de la moyenne et de l'écart-type. Résultat qui nous semble devoir être d'une grande portée pratique.