

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

R. GUENOT

Analyse statistique de l'influence du corroyage sur la résistance à la rupture des aciers rapides

Revue de statistique appliquée, tome 6, n° 1 (1958), p. 55-72

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1958__6_1_55_0

© Société française de statistique, 1958, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANALYSE STATISTIQUE DE L'INFLUENCE DU CORROYAGE SUR LA RÉSISTANCE A LA RUPTURE DES ACIERS RAPIDES⁽¹⁾

par

R. GUENOT

Ingénieur E. C. P. — Ph. D. (Sheffield)

Pour l'usinage de l'acier à grande vitesse il existe des aciers spéciaux dits "aciers rapides" qui conservent toute leur dureté aux températures élevées engendrées par la friction du copeau sur l'outil.

Ces aciers sont dérivés de l'acier 18-4-1 (18 % W, 4 % Cr, 1 % V) d'origine française mais dont le traitement thermique rationnel est dû aux célèbres travaux de TAYLOR en Amérique.

- Les outils destinés au tournage sont taillés dans des barres de faibles sections obtenues par le forgeage de petits lingots ; il est possible d'obtenir un "corroyage" élevé c'est-à-dire une forte réduction de section, circonstance que les spécialistes considèrent, en général, comme essentiellement favorable aux propriétés mécaniques de l'acier.

- Par contre l'obtention de gros ronds destinés à la fabrication des grosses fraises en acier rapide pose des problèmes délicats.

Même si l'on se contente d'un corroyage faible on est conduit à partir de lingots relativement gros de structure assez grossière. Le corroyage adopté risque d'être insuffisant pour améliorer cette structure cependant qu'un corroyage plus élevé conduirait à des lingots de départ encore plus gros et plus grossiers.

En pratique, le poids maximum est généralement compris entre 500 et 1.000 kgs et pour des lingots de cette catégorie il apparaissait important de préciser l'influence réelle du corroyage sur la structure finale (état traité) et les propriétés mécaniques.

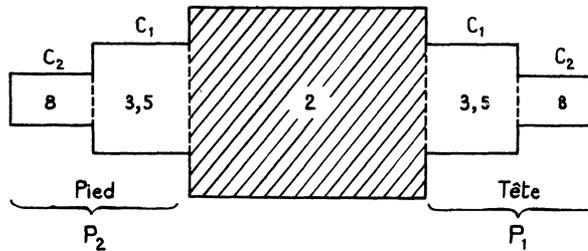
O. PLAN EXPÉRIMENTAL

Les essais ont porté sur 1 = 3 lingots $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$, d'environ 500 kg sur chacun desquels on a effectué un forgeage en gradin suivant le schéma ci-après. Les chiffres du schéma indiquent le corroyage et il apparaît que dans chacun des $p = 2$ régions extrêmes (tête \mathcal{P}_1 et pied \mathcal{P}_2) on a procédé à $c = 2$ corroyages $\mathcal{C}_1(3,5)$ et $\mathcal{C}_2(8)$.

(1) Communication présentée aux Journées d'Etudes et de Discussion du Centre de Formation (Juillet 1957).

Dans la présente étude la région centrale ayant subi un corroyage faible, et dont les caractéristiques mécaniques et micrographiques se sont avérées nettement inférieures, sera laissée de côté.

L'exposé se bornera à considérer le résultat des essais de rupture par flexion statique (particulièrement importants du point de vue pratique pour le genre d'outil envisagé) des régions "tête" et "pied" du lingot pour lesquelles l'analyse statistique s'est avérée indispensable.



Pour chacune des $1 \text{ p } c = 12$ combinaisons factorielles $\mathcal{L}_i, \mathcal{P}_j, \mathcal{C}_k$ des éprouvettes de flexion ont été prélevées

- dans le sens long et dans le sens travers

et l'on a en outre distingué celles prélevées

- dans la région "coeur" de celles prélevées dans la région "peau".

Toutes ces éprouvettes ont été traitées simultanément (trempe et revenu en bain de sel) pour réduire la dispersion.

Il s'agit donc en fait d'une expérience à 5 facteurs (dont l'un \mathcal{L} joue le rôle de bloc); mais pour ne pas compliquer l'interprétation les résultats ont été répartis en 4 groupes qui vont être analysés successivement par ordre de difficulté croissante.

1 - ANALYSE STATISTIQUE DES RÉSULTATS SENS TRAVERS

1-1 - Sens travers — Cœur

Les résultats se présentent sous la forme d'un tableau à 3 entrées (Tableau I-1); les entrées \mathcal{L} et \mathcal{C} ont été choisies arbitrairement comme entrées "principales" et \mathcal{P} comme entrée secondaire mais il est clair que toute autre présentation pourrait être également adoptée.

Dans chacune des 12 cases de ce tableau figurent 2 chiffres de flexions, désignés par la notation générale x , et leur somme, désignée par la notation z .

La dispersion à l'intérieur des cases correspond à l'erreur de mesure des essais de flexions; sa variance σ^2 peut être immédiatement estimée (estimation intra-classe) par

$$s^2 = \frac{\sum x^2 - \sum z^2/2}{12} = 256,458$$

(1 degré de liberté par case, soit en tout 12 degrés).

L'écart-type correspondant est 16,2. Il est considérable puisqu'il correspond à une erreur limite (95%) de $\pm 2 s = \pm 32,4$ kg/mm².

C'est en définitive à cette erreur de mesure que seront comparées les différentes composantes résultant de l'influence des facteurs mis en jeu.

Au stade actuel, on peut déjà ébaucher la décomposition de la façon suivante:

($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) (entre toutes les cases)	(1) $\sum z^2/2 - T^2/24$ = 23 130,125	11	$\rightarrow \sigma^2 + rW$ différences vraies entre cases
INTRA ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) (dans les cases)	$\sum x^2 - \sum z^2/2$ = 3 077,500	12	$\rightarrow \sigma^2$
TOTAL	$\sum x^2 - T^2/24$ = 26 207,625	23	

Pour analyser plus en détail les résultats on est amené suivant la méthode classique à considérer les trois facteurs $\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$ deux à deux, ce qui conduit aux trois tableaux partiels du tableau I repérés (\mathcal{L}, \mathcal{C}) (\mathcal{C}, \mathcal{P}) et (\mathcal{P}, \mathcal{L}) auxquels correspondent respectivement les trois tableaux d'analyse du tableau I-2.

Dans chacune de ces décompositions, la dernière ligne représente la dispersion totale entre toutes les cases du tableau partiel correspondant (désignées respectivement par U, V, W) et les trois autres lignes, les composantes habituelles d'une analyse à deux facteurs. Les composantes INTER \mathcal{L} , INTER \mathcal{P} , INTER \mathcal{C} sont ici désignées par les notations abrégées \mathcal{L}, \mathcal{P} et \mathcal{C} . Les différents résiduels sont distingués les uns des autres par les notations $\mathcal{L} \times \mathcal{P}, \mathcal{P} \times \mathcal{C}, \mathcal{C} \times \mathcal{L}$ et l'on sait qu'en l'absence d'interaction entre les 2 facteurs incriminés (ADDITIVITÉ), chacun des quotients correspondants constitue une estimation de la variance d'erreur σ^2 .

A partir de ces tableaux on peut achever la décomposition ébauchée précédemment en remplaçant la ligne ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) par l'ensemble des lignes (\mathcal{L}), (\mathcal{P}) et (\mathcal{C}), ($\mathcal{L} \times \mathcal{C}$), ($\mathcal{C} \times \mathcal{P}$), ($\mathcal{P} \times \mathcal{L}$) et une ligne complémentaire ($\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$) obtenue, par différence, en retranchant de la somme des carrés ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) les sommes des carrés (\mathcal{L}) (\mathcal{P}) (\mathcal{C}) ($\mathcal{L} \times \mathcal{C}$) ($\mathcal{C} \times \mathcal{P}$) ($\mathcal{P} \times \mathcal{L}$) et en procédant de la même façon avec les degrés de liberté correspondants (Tableau I-3).

Sauf dans le cas où il existe une interaction de second ordre entre les trois facteurs, le quotient $\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$ constitue une estimation de σ^2 . On vérifie ici qu'il ne diffère pas significativement de celui de dernière ligne. On comparera alors tous les autres quotients à celui de dernière ligne.

Les deux premiers quotients apparaissent significatifs à 99% (ce qui est indiqué par deux astérisques dans le tableau I-3). On trouve en effet pour le quotient de première ligne :

$$F = \frac{1902,122}{256,458} = 7,41 \text{ pour } F_{0,01} [2,12] = 6,93$$

et pour le quotient de seconde ligne

$$F = \frac{13\,395,375}{256,458} = 52,23 \text{ pour } F_{0,01} [1,12] = 9,33$$

(1) ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) est une abréviation pour INTER ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$).

I) En premier lieu on peut donc dire, compte tenu du sens des différences, qu'en coeur, les résultats travers au pied sont en moyenne significativement supérieurs à ceux trouvés en tête, ce qui paraît en relation avec la ségrégation axiale des carbures. La différence est en moyenne de 47 kg/mm².

II) En second lieu, on voit que les lingots diffèrent très significativement et pour préciser on peut se référer au tableau I qui donne $L_1 = 1\ 099$, $L_2 = 1\ 134$ et $L_3 = 1\ 328$ et décomposer (\mathcal{L}) en deux comparaisons orthogonales :

$$\left(\frac{L_1 - L_2}{2 \times 8}\right)^2 = \frac{35^2}{16} = 76,5625 \quad \text{et}$$

$$\left(\frac{2 L_3 - L_2 - L_1}{6 \times 8}\right)^2 = \frac{423^2}{48} = 3\ 727,6875.$$

Cette dernière très significative montre une supériorité nette du lingot \mathcal{L}_3 . La différence moyenne entre \mathcal{L}_3 et les deux autres lingots est de 26 kg/mm².

III) On constate que le quotient (\mathcal{C}) n'est pas significatif. Il n'y a donc en moyenne aucune influence décelable du corroyage sur les propriétés travers (en coeur).

IV) Ce résultat est d'autant plus surprenant que le quotient ($\mathcal{P} \times \mathcal{C}$) apparaît significatif (un astérisque) à 95%.

$$F = \frac{1247,035}{256,458} = 4,86 \quad \text{pour} \quad F_{0,05} [1,12] = 4,75$$

ce qui traduit une absence d'additivité c'est-à-dire une interaction entre les facteurs corroyage et position. L'examen du tableau I permet d'expliquer ce paradoxe apparent. Si l'on considère le tableau ($\mathcal{C} \times \mathcal{P}$) on s'aperçoit qu'en tête (\mathcal{P}_1) le corroyage améliore les flexions travers alors qu'il tend à les détériorer au pied. L'interprétation métallurgique de ce phénomène (confirmé par une autre étude) est la suivante. Le corroyage semble avoir un double effet : d'une part il détériore les propriétés dans le sens travers (au profit du sens long), d'autre part, il brise les amas de carbure, ce qui est à la fois favorable aux propriétés "long" et "travers". En tête, c'est-à-dire dans la région où la ségrégation des carbures est dispersée par le corroyage, c'est le rôle favorable qui prédomine alors que c'est l'inverse en pied.

V) Le quotient ($\mathcal{L} \times \mathcal{P}$) apparaît également significatif

$$F = \frac{1363,877}{256,458} = 5,32 \quad \text{pour} \quad F_{0,05} [2,12] = 3,89$$

Si l'on dresse le tableau des différences entre tête et pied pour chaque lingot, on trouve :

	($P_2 - P_1$)
\mathcal{L}_1	215
\mathcal{L}_2	278
\mathcal{L}_3	74

La décomposition de cette interaction en composantes orthogonales ferait apparaître une différence tête-pied significativement plus faible pour le lingot \mathcal{L}_3 .

La supériorité de \mathcal{L}_3 se confirme. Il semblerait que ce lingot ait été particulièrement dépourvu de ségrégations tête.

TABLEAU I-1
 INFLUENCE DU CORROYAGE SUR LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES
 DE L'ACIER S 3 (SENS TRAVERS - COEUR)
 TABLEAU GÉNÉRAL

$\mathcal{L} \backslash \mathcal{C}$	$\mathcal{C}_1 (3, 5)$						$\mathcal{C}_2 (8)$						
	\mathcal{P}_1 tête			\mathcal{P}_2 pied			\mathcal{P}_1 tête			\mathcal{P}_2 pied			
\mathcal{L}_1	92	97	18 $\bar{9}$	164	148	31 $\bar{2}$	121	132	25 $\bar{3}$	177	168	34 $\bar{5}$	1099
\mathcal{L}_2	131	63	19 $\bar{4}$	197	192	38 $\bar{9}$	123	111	23 $\bar{4}$	155	162	31 $\bar{7}$	1134
\mathcal{L}_3	143	156	29 $\bar{9}$	183	168	35 $\bar{1}$	154	174	32 $\bar{8}$	178	172	35 $\bar{0}$	1328

1734

1827

3561

$\mathcal{L} \backslash \mathcal{C}$	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	L_q	$\mathcal{P} \backslash \mathcal{C}$	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	P_j	$\mathcal{L} \backslash \mathcal{P}$	\mathcal{P}_1	\mathcal{P}_2	L_q
	\mathcal{L}_1	501	598		1099	\mathcal{P}_1	682		815	1497	\mathcal{L}_1
\mathcal{L}_2	583	551	1134	\mathcal{P}_2	1052	1012	2064	\mathcal{L}_2	428	706	1134
\mathcal{L}_3	650	678	1328	C_i	1734	1827	3561	\mathcal{L}_3	627	701	1328
C_i	1734	1827	3561					P_j	1497	2064	3561

TABLEAU (\mathcal{L}, \mathcal{C})

TABLEAU (\mathcal{C}, \mathcal{P})

TABLEAU (\mathcal{P}, \mathcal{L})

l = 3 lingots p = 2 positions c = 2 corroyages r = 2 résultats par combinaison
 (L, P, C)
 N = r lpc = 24 résultats

$$\frac{T^2}{24} = 528\,363,375 \quad \frac{\sum P^2}{12} = 541\,758,75 \quad \frac{\sum C^2}{12} = 528\,723,75 \quad \frac{\sum L^2}{8} = 532\,167,625$$

$$\sum x^2 = 554\,571 \quad \sum \frac{z^2}{2} = 551\,493,5$$

TABLEAU I-2

\mathcal{L}	$\sum \frac{L^2}{8} - \frac{T^2}{24} = 3\,804,250$	2	1\,902,122
\mathcal{C}	$\sum \frac{C^2}{12} - \frac{T^2}{24} = 360,375$	1	360,375
$\mathcal{L} \times \mathcal{C}$	Différence = 1\,041,750	2	520,875
Total	$\sum \frac{U^2}{4} - \frac{T^2}{24} = 5\,206,375$	5	
\mathcal{P}	$\sum \frac{P^2}{12} - \frac{T^2}{24} = 13\,395,375$	1	13\,395,375
$\mathcal{P} \times \mathcal{C}$	Différence = 1\,247,035	1	1\,247,035
Total	$\sum \frac{V^2}{6} - \frac{T^2}{24} = 15\,002,785$	3	

\mathcal{P}	$\sum \frac{p^2}{12} - \frac{T^2}{24} = 13\,395,375$	1	13 395,375
\mathcal{L}	$\sum \frac{L^{2B}}{8} - \frac{T^2}{24} = 3\,804,250$	2	1 902,122
$\mathcal{P} \times \mathcal{L}$	Différence = 2 727,750	2	1 363,875
Total	$\sum \frac{W^2}{4} - \frac{T^2}{24} = 19\,227,375$	5	

U, V et W désignent les sommes relatives aux cases des tableaux (\mathcal{L}, \mathcal{C}), (\mathcal{C}, \mathcal{P}) et (\mathcal{P}, \mathcal{L}) respectivement.

TABLEAU I-3

($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)	\mathcal{L}	3 804,250	2	1 922,122 **
	\mathcal{P}	13 395,375	1	13 395,375 **
	\mathcal{C}	360,375	1	360,375 non
	$\mathcal{P} \times \mathcal{C}$	1 247,035	1	1 247,035 *
	$\mathcal{C} \times \mathcal{L}$	1 041,750	2	520,877 non
	$\mathcal{L} \times \mathcal{P}$	2 727,750	2	1 363,877 *
	$\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$ (différence)	553,590	2	276,792 non
	INTRA ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)	3 077,500	12	256,458
Total		26 207,625	23	

1-2 - Sens travers — Peau

Les résultats se présentent sous forme d'un tableau à 3 entrées (Tableau II-1) analogue au précédent. La seule différence importante est qu'une des cases du tableau est vide (case $\mathcal{L}_1 \mathcal{P}_2 \mathcal{C}_2$), les deux éprouvettes de flexion prévues ayant été détériorées au traitement.

1.2 - 1) ESTIMATION DES OBSERVATIONS MANQUANTES

Nous avons donc entrepris d'estimer par une méthode des moindres carrés les deux observations manquantes en commençant, en premier lieu, par leur somme t . Pour plus de clarté, nous désignons par x les observations réelles du tableau initial et par x' celles du tableau complété.

Aux sommes z par cases et aux sommes L, P, C ; par rangées du tableau initial incomplet correspondent dans le tableau complété les sommes z' L' P' et C' . Il est clair que z' coïncide avec z pour toutes les cases sauf la case $\mathcal{L}_1 \mathcal{P}_2 \mathcal{C}_2$ où il coïncide avec la valeur estimée t . De même L', P' et C' sont égaux à L, P et C sauf dans les rangées initialement incomplètes où l'on a :

$L' = L_0 + t$	$P' = P_0 + t$	$C' = C_0 + t$
----------------	----------------	----------------

(L_0, P_0, C_0 désignant les sommes des rangées incomplètes).

Les sommes figurant dans les cases des tableaux partiels (\mathcal{L}, \mathcal{C}) (\mathcal{C}, \mathcal{P}) et (\mathcal{P}, \mathcal{L}) seront désignées respectivement par U, V et W si elles proviennent du tableau incomplet initial et par U', V', W' si elles proviennent du tableau complété. Pour les cases complétées, on a évidemment :

$$\boxed{U' = U_0 + t \quad V' = V_0 + t \quad W' = W_0 + t}$$

(U_0, V_0, W_0 étant les valeurs obtenues dans ces cases avant d'avoir complété le tableau).

Enfin, la somme totale du tableau initial est désignée par T_0 et celle du tableau complété par

$$\boxed{T' = T_0 + t}$$

La méthode approchée de YATES consiste à effectuer toute l'analyse de variance en laissant l'inconnue t sous forme littérale. Cette dernière est alors choisie de façon à rendre minimum la somme de carrés résiduelle ($\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$). On vérifiera d'après la façon dont elle est obtenue que cette somme a pour expression

$$Q = \sum \frac{z^2}{r} - \sum \frac{U'^2}{rp} - \sum \frac{V'^2}{rl} - \sum \frac{W'^2}{rc} + \sum \frac{L'^2}{rpc} + \sum \frac{C'^2}{rpl} + \sum \frac{P'^2}{rlc} - \sum \frac{T'^2}{rlpc}$$

En écrivant que Q est minimum ($\frac{\delta Q}{\delta t} = 0$) il vient finalement :

$$\boxed{t = \frac{U_0lc + V_0pc + W_0lp - lL_0 - pP_0 - cC_0 + T_0}{(p-1)(c-1)(l-1)}}$$

Avec les données du tableau II, on trouve aussi

$$t = 319$$

Dans la méthode approchée envisagée l'analyse de variance se poursuit alors avec cette valeur estimée comme s'il s'agissait d'une valeur observée, mais il y a lieu de retrancher 1 degré de liberté (1) au quotient $\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$.

Le choix des deux observations individuelles x' de la case ($\mathcal{L}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{C}_2$) est, en fait, arbitraire pourvu que leur somme soit égale à t puisqu'en principe, on ne doit pas tenir compte de cette case pour estimer la variance d'erreur σ^2 .

On doit utiliser la formule d'estimation intra-classe (intra-case)

$$s^2 = \frac{\sum x^2 - \sum \frac{z^2}{2}}{11} \quad \text{basée sur 11 degrés de liberté seulement.}$$

Pour la commodité du calcul, on a pris deux observations individuelles égales à 159,5.

De cette façon, on peut remplacer la somme des carrés intra-classe $\sum x^2 - \sum \frac{z^2}{2}$ par $\sum x'^2 - \sum \frac{z'^2}{2}$ puisque la contribution de la case ($\mathcal{L}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{P}_2$) à cette dernière somme de carrés est nulle (2 observations égales). Mais le nombre de degrés de liberté est toujours égal à 11.

(1) Si on avait dû estimer 2 observations t, s, on aurait eu un système de 2 équations pour déterminer les observations manquantes ($\frac{\delta Q}{\delta t} = 0, \frac{\delta Q}{\delta s} = 0$) et il aurait fallu retrancher 2 degrés de liberté.

1.2 - 2) DÉCOMPOSITION DE LA VARIANCE

Comme précédemment, on peut ébaucher la décomposition de la façon suivante :

$(\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C},)$	$\sum \frac{z^{12}}{2} - \frac{T^{12}}{24} = 19\,568,83$	(10)	1 956,88
INTRA $(\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C})$	$\sum x^{12} - \sum \frac{z^{12}}{2} = 1\,716,50$	(11)	$s^2 = 156,05$
Total	$\sum x^{12} - \frac{T^{12}}{24} = 21\,285,33$	(21)	

Comme il a été expliqué dans le paragraphe précédent, le nombre de degrés de liberté du quotient s^2 est 11 au lieu de 12 auquel on pourrait s'attendre si aucune observation n'avait été estimée; c'est pourquoi 11 a été placé entre parenthèses. On constate comme précédemment que l'erreur de mesure est élevée. On a en effet $s = 12,5$ soit pour une erreur limite de 95% $\pm 2s = 25$ kg/mm².

L'estimation de t a également absorbé un degré de liberté, c'est pourquoi le nombre de degrés de liberté du quotient $(\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C})$ a été diminué d'une unité (comme d'ailleurs celui du résiduel $\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$) et figure entre parenthèses. En fin de compte, c'est de 2 unités que le total est diminué.

Le tableau général de décomposition se présente sous la forme du tableau II-2.

L'analyse de ce tableau fait apparaître 3 composantes très significatives \mathcal{C} , \mathcal{L} et $(\mathcal{P} \times \mathcal{L})$. On trouve en effet, par comparaison avec le quotient de dernière ligne respectivement comme valeur des rapports F : 31,23 (pour $F_{0,01} [1, 11] = 9,65$), 29,54 et 7,69 (pour $F_{0,01} [2, 11] = 7,21$ dans les 2 cas).

I) A la différence des propriétés en coeur, il apparaît donc que le corroyage a une influence très significative et DÉFAVORABLE (28,5 kg/mm² en moyenne) sur les flexions travers en peau. Ce qui s'explique très bien si l'on considère que la structure et la répartition des carbures est meilleure en peau et seul l'effet défavorable du corroyage apparaît.

II) La différence très significative entre les lingots correspond encore à une supériorité marquée (39 kg/mm²) du lingot \mathcal{L}_3 .

III) Quant à l'interaction $(\mathcal{L} \times \mathcal{P})$ entre deux facteurs lingot et position, elle correspond au fait que le lingot \mathcal{L}_3 présente au pied des propriétés exceptionnelles, alors que pour les autres lingots, la tête et le pied présentent en peau des propriétés comparables.

IV) Le fait que le quotient $\mathcal{C} \times \mathcal{P}$ soit exactement égal à zéro est purement fortuit (1); il faut seulement retenir de ce résultat qu'il n'existe aucune interaction entre le corroyage et la position dans le lingot.

V) Les composantes $(\mathcal{C} \times \mathcal{L})$ et $(\mathcal{C} \times \mathcal{P} \times \mathcal{L})$ apparaissent significatives au niveau de certitude 95%, $F = 6,21$ et $F = 5,39$ pour des $F_{0,05}$ de 3,98 et 4,84 respectivement mais l'approximation introduite par l'estimation des données manquantes doit inciter à la prudence. Il serait d'ailleurs illogique d'attribuer une signification à l'interaction $\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$ puisque la méthode d'estimation repose sur l'hypothèse qu'elle est nulle.

(1) On vérifiera directement dans le tableau $(\mathcal{C}, \mathcal{P})$ que la différence entre les éléments des colonnes $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ est exactement la même qu'elle que soit la ligne \mathcal{P}_1 ou \mathcal{P}_2 considérée, ce qui explique la nullité de la composante $\mathcal{C} \times \mathcal{P}$. Il s'agit là d'un pur hasard.

Seul, le quotient $\mathcal{L} \times \mathcal{L}$ peut être considéré à la rigueur comme la preuve d'une certaine interaction entre les facteurs lingots et corroyage. L'influence défavorable du corroyage serait moins marquée pour le lingot \mathcal{L}_3 que pour les deux autres lingots.

INFLUENCE DU CORROYAGE SUR LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES
DE L'ACIER S 3 (SENS TRAVERS - PEAU)

TABLEAU II - 1
TABLEAU GÉNÉRAL

$\mathcal{L} \backslash \mathcal{C}$	$\mathcal{C}_1 (3,5)$						$\mathcal{C}_2 (8)$					
	\mathcal{P}_1 tête			\mathcal{P}_2 pied			\mathcal{P}_1 tête			\mathcal{P}_2 pied		
\mathcal{L}_1	184	180	364	199	179	378	165	140	305	-	-	$z' = t$
										(159,5)	(159,5)	(319)
\mathcal{L}_2	205	222	427	226	195	421	184	172	356	148	144	292
\mathcal{L}_3	209	216	425	226	233	459	182	202	384	249	227	476

$\mathcal{L} \backslash \mathcal{C}$	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	L_q	$\mathcal{P} \backslash \mathcal{C}$	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	P_j	$\mathcal{L} \backslash \mathcal{P}$	\mathcal{P}_1	\mathcal{P}_2	L_q
\mathcal{L}_1	742	305+t (624)	1047+t (1366)	\mathcal{P}_1	1216	1045	2261	\mathcal{L}_1	669	378+t (697)	1047+t (1366)
\mathcal{L}_2	848	648	1496	\mathcal{P}_2	1258	768+t (1087)	2026+t (2345)	\mathcal{L}_2	783	713	1496
\mathcal{L}_3	884	860	1744	\mathcal{C}_i	2474	1813+t (2132)	4287+t (4606)	\mathcal{L}_3	809	935	1744
\mathcal{C}_i	2474	1813+t (2132)	4287+t (4606)					\mathcal{P}_j	2261	2026+t (2345)	4287+t (4606)

TABLEAU (\mathcal{L}, \mathcal{C})

TABLEAU (\mathcal{C}, \mathcal{P})

TABLEAU (\mathcal{P}, \mathcal{L})

l = 3 lingots

p = 2 positions

c = 2 corroyages

r = 2 résultats par combinaison ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) sauf $\mathcal{L}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{C}_2$

ESTIMATION DE $z' = t$

$$U_0 = 305 \quad V_0 = 768 \quad W_0 = 378 \quad L_0 = 1047 \quad P_0 = 2026 \quad C_0 = 1813 \quad T_0 = 4287$$

$$t = \frac{U_0 lc + V_0 pc + W_0 lp - L_0 l - P_0 p - C_0 c + T_0}{(p-1)(c-1)(l-1)} = 319 \text{ (c'est-à-dire 2 fois 159,5)}$$

Calcul des sommes carrées : On a maintenant $N = r l p c = 24$ résultats

$$T^2/24 = 883\,968,17 \quad \sum P_i^2/12 = 884\,262,17 \quad \sum C_i^2/12 = 884\,841,67$$

$$\sum x_i^2 = 905\,253,5 \quad \sum L_i^2/8 = 893\,188,5 \quad \sum z_i^2/2 = 903\,537$$

TABLEAU II - 2

($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)	\mathcal{L}	9 220,33	2	4 610,165 **
	\mathcal{P}	294	1	294 non
	\mathcal{C}	4 873,50	1	4 873,50 **
	$\mathcal{P} \times \mathcal{C}$	0	1	0
	$\mathcal{C} \times \mathcal{L}$	1 939	2	969,50 *
	$\mathcal{L} \times \mathcal{P}$	2 401	2	1 200,50 **
	$\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$ (différence)	841	(1)	841 *
INTRA ($\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$)		1 716,50	(11)	156,045
Total		21 285,33	(21)	

2 - ANALYSE DES ESSAIS SENS LONG

Par rapport aux cas précédents, ces essais sont compliqués par le fait que dans chaque échantillon on a prélevé deux éprouvettes de flexion (\mathcal{C}_1) de 40 mm de long entre appuis, (section 8 x 8) et deux éprouvettes (\mathcal{C}_2) de 150 mm entre appuis (section 10 x 10).

Ces dernières éprouvettes sont plus près des normes habituelles mais elles sont plus coûteuses que les éprouvettes courtes, et l'utilisation simultanée de ces deux types d'éprouvettes est précisément destinée à permettre une comparaison entre les résultats des 2 types.

Comme précédemment il y a $l = 3$ lingots (les mêmes) $p = 2$ positions (peau et coeur) $c = 2$ taux de corroyage différents (3,5 et 8).

Au total, on a prélevé pour chaque combinaison $2r = 4$ éprouvettes dans la région coeur et $2r = 4$ éprouvettes dans la région peau à raison de $r = 2$ éprouvettes dans chaque type.

2-1 - Sens long — Peau

Nous analyserons d'abord ces résultats qui ne nécessitent pas l'estimation de données manquantes.

Les résultats sont présentés dans le tableau III-1 sous la même forme que précédemment. Dans chaque case figurent 4 résultats; les deux résultats de la première ligne sont relatifs à \mathcal{C}_1 , et les deux autres à \mathcal{C}_2 . Il s'agit donc d'un tableau à 4 entrées \mathcal{L} , \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{C} , mais pour débiter, il est préférable de ne pas introduire prématurément le facteur type d'éprouvette (\mathcal{C}) et de considérer les $2r = 4$ résultats de chaque échantillon comme équivalents.

En négligeant le facteur \mathcal{C} , on obtiendrait comme précédemment la décomposition générale correspondant aux 7 premières lignes du tableau III-3.

Il s'agit maintenant de tenir compte du facteur \mathcal{C} . Pour ne pas compliquer la décomposition par l'introduction d'interactions sans intérêt (telles que $\mathcal{C} \times \mathcal{C}$ ou $\mathcal{C} \times \mathcal{C} \times \mathcal{P}$ par exemple) le plus simple est de considérer seulement, pour l'instant, deux sources de variations.

a) le facteur "case" dénoté ($\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{P}$)

b) le facteur "éprouvette" \mathcal{C} .

Cette décomposition nous conduit au tableau III-2.

Dans ce tableau S représente, pour une case quelconque, la somme de 2 résultats d'un même type d'éprouvette et E_k représente pour l'ensemble du tableau la somme de tous les résultats d'un même type d'éprouvette. Nous avons ainsi obtenu $E_1 = 6814$, $E_2 = 5934,5$ et la construction du tableau a nécessité le calcul de deux quantités supplémentaires, soit :

$$\sum \frac{E_k^2}{24} = \frac{E_1^2 + E_2^2}{24} = 3\,402\,036,927 \quad \text{et} \quad \sum \frac{S^2}{2} = 3\,424\,179,625$$

La réunion des 3 dernières lignes correspond à la composante INTRA-($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) (cf tableau III-3). Le quotient de dernière ligne INTRA-($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{Z}$) donne l'estimation de l'erreur de mesure. On obtient finalement le tableau III-3.

Les deux dernières lignes sensiblement équivalentes ont été réunies en une seule considérée comme un résiduel auquel toutes les comparaisons suivantes ont été faites.

I) Le premier quotient est significatif à 99% (deux astérisques). On trouve en effet

$$F = \frac{2769,484}{512,933} = 5,40 \quad \text{pour} \quad F_{0,01} [2 - 30] = 5,39$$

Les lingots diffèrent donc très significativement et pour préciser, on peut se référer au tableau III-1 qui indique

$$L_1 = 4123 \quad L_2 = 4133 \quad L_3 = 4492,5$$

et décomposer (\mathcal{Z}) en deux comparaisons orthogonales

$$\frac{(L_1 - L_2)^2}{2 \times 16} = \frac{10^2}{32} = 3,125 \quad \text{et}$$

$$\frac{(2L_3 - L_2 - L_1)^2}{6 \times 16} = \frac{729^2}{96} = 5535,844$$

Cette dernière très significative met à nouveau en évidence la supériorité du lingot \mathcal{L}_3 . La différence moyenne entre L_3 et les deux autres lingots est de 23 kg/mm².

II) Le quotient de la deuxième ligne est également significatif mais à 95% seulement.

$$F = \frac{2618,131}{512,933} = 5,104 \quad \text{pour} \quad F_{0,05} [1,30] = 4,17$$

Ce rapport significatif met en évidence une très légère supériorité des échantillons de la région pied sur ceux de la région tête. La différence pied-tête est de 15 kg/mm² en moyenne.

III) Cette différence ne paraît dépendre ni du corroyage ni du lingot utilisé, ($\mathcal{C} \times \mathcal{P}$) et ($\mathcal{P} \times \mathcal{L}$) n'étant pas significatifs.

IV) Le quotient de la quatrième ligne (\mathcal{C}) n'étant pas significatif également, on peut dire que le corroyage n'a pas d'influence notable sur les chiffres de flexions.

V) Enfin, la différence entre éprouvettes (37 kg/mm² en moyenne) est très significative.

$$F = \frac{16\,115,006}{512,933} = 31,42 \quad \text{pour} \quad F_{0,01} [1 - 30] = 7,56$$

Cette différence pouvait être escomptée et l'incorporation du facteur \mathcal{Z} dans l'analyse a permis de mieux faire apparaître l'erreur de mesure débarrassée des différences entre types d'éprouvettes.

INFLUENCE DU CORROYAGE SUR LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES
DE L'ACIER S 3 (SENS LONG - PEAU)

TABLEAU III - 1

$\mathcal{L} \backslash \mathcal{C}$	$\mathcal{C}_1 (3,5)$					$\mathcal{C}_2 (8)$						
	\mathcal{P}_1 tête		\mathcal{P}_2 pied			\mathcal{P}_1 tête		\mathcal{P}_2 pied				
\mathcal{L}_1	268,5	288	556,5 (\mathcal{C}_1)	281	315,5	596,5 (\mathcal{C}_1)	256,5	249	505,5 (\mathcal{C}_1)	301	272	573 (\mathcal{C}_1)
	249,5	243,5	493 (\mathcal{C}_2)	233	241	474 (\mathcal{C}_2)	242	223	465 (\mathcal{C}_2)	212,5	247	459,5 (\mathcal{C}_2)
			z = 1049,5				z = 1070,5			z = 970,5		
\mathcal{L}_2	225,5	316,5	542 (\mathcal{C}_1)	258	278,5	536,5 (\mathcal{C}_1)	262	225	487 (\mathcal{C}_1)	278	291	568 (\mathcal{C}_1)
	232	232	464 (\mathcal{C}_2)	283	274,5	557,5 (\mathcal{C}_2)	246	244,5	490,5 (\mathcal{C}_2)	262,5	224	486,5 (\mathcal{C}_2)
			z = 1006				z = 1094			z = 997,5		
\mathcal{L}_3	260	300,5	560,5 (\mathcal{C}_1)	290	285,5	575,5 (\mathcal{C}_1)	311	335,5	646,5 (\mathcal{C}_1)	346,5	319	665,5 (\mathcal{C}_1)
	228	227	455 (\mathcal{C}_2)	243,5	249,5	493 (\mathcal{C}_2)	269	262,5	531,5 (\mathcal{C}_2)	318	247	565 (\mathcal{C}_2)
			z = 1015,5				z = 1068,5			z = 1178		

$\mathcal{L} \backslash \mathcal{C}$	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	L_q	$\mathcal{P} \backslash \mathcal{C}$	\mathcal{C}_1	\mathcal{C}_2	P_c	$\mathcal{L} \backslash \mathcal{P}$	\mathcal{P}_1	\mathcal{P}_2	L_q
\mathcal{L}_1	2120	2003	4123	\mathcal{P}_1	3071	3126	6197	\mathcal{L}_1	2020	2103	4123
\mathcal{L}_2	2100	2033	4133	\mathcal{P}_2	3233	3318,5	6551,5	\mathcal{L}_2	1983,5	2149,5	4133
\mathcal{L}_3	2084	2408,5	4492,5	C_i	6304	5444,5	12748,5	\mathcal{L}_3	2193,5	2299	4492,5
C_i	6304	6444,5	12748,5					P_j	6197	6551,5	12748,5

TABLEAU (\mathcal{L}, \mathcal{C})

TABLEAU (\mathcal{C}, \mathcal{P})

TABLEAU (\mathcal{P}, \mathcal{L})

l = 3 lingots p = 2 positions c = 2 corroyages e = 2 éprouvettes
r = 2 résultats par combinaison ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)
N = r lpce = 48 résultats.

$$\frac{T^2}{48} = 3\ 385\ 921,921 \quad \sum \frac{P^2}{24} = 3\ 388\ 540,052 \quad \sum \frac{C^2}{24} = 3\ 386\ 333,177$$

$$\sum \frac{L^2}{16} = 3\ 391\ 460,890$$

$$\sum z^2 = 3\ 536\ 205,75$$

$$\sum \frac{z^2}{2} = 3\ 402\ 138,062$$

TABLEAU III - 2

INTRA (L, P, C)	(L, P, C) entre cases	$\sum \frac{z^{12}}{4} - \frac{T^2}{48} = 48\ 16\ 216,141$	11	1 474,194
	ε	$\sum \frac{E^2}{24} - \frac{T^2}{48} = 16\ 115,006$	1	16 115,006
	ε × (L, P, C)	Différence = 5 926,557	11	338,777
	Erreur de mesure (INTRA L, P, C, ε)	$\sum x^2 - \sum \frac{S^2}{2} = 2\ 026,125$	24	501,088
Total		$\sum x^2 - \frac{T^2}{48} = 50\ 283,829$	47	

TABLEAU III - 3

Tableau général de décomposition

	L	5 538,969	2	2 769,484 **
	P	2 618,131	1	2 618,131 *
	C	411,256	1	411,256 non
	C × P	19,379	1	19,379
	C × L	7 306,135	2	3 653,068 **
	P × L	230,322	2	115,161 non
	C × P × L (Différence)	91,949	2	45,975 non
INTRA (L, P, C) = 34 067,688	ε	16 115,006	1	16 115,006 **
	ε × (L, C, P)	5 926,557	11	
	INTRA (ε, L, C, P)	12 026,125	24	
				538,777
				512,933
				946,324
	Total	50 283,829	47	

2-2 - Sens long — Cœur

Les résultats se présentent sous forme d'un tableau à 3 entrées (tableau IV-1) analogue aux précédents, mais une des cases de ce tableau est vide (case L₂ P₁ C₁), les quatre éprouvettes de flexion (deux par type d'éprouvette) prévues ayant été détériorées au traitement.

2.2 - 1) ESTIMATION DES OBSERVATIONS MANQUANTES

Cette estimation des quatre données manquantes a été réalisée en utilisant la méthode de moindres carrés précédemment employée, laquelle nous a permis de calculer leur somme t.

Nous nous bornerons à rappeler la formule finale permettant le calcul de la somme t des observations manquantes.

$$T = \frac{U_0 lc + V_0 pc + W_0 lp - lL_0 - pP_0 - cC_0 + T_0}{(p - 1)(c - 1)(l - 1)}$$

L_0, P_0, C_0 désignent les sommes des rangées incomplètes dans les 3 tableaux partiels du tableau IV-1. U_0, V_0, W_0 désignent les valeurs obtenues dans les cases incomplètes respectivement dans les tableaux (\mathcal{L}, \mathcal{C}) (\mathcal{C}, \mathcal{P}) et (\mathcal{P}, \mathcal{L}). T_0 est la somme générale du tableau initial incomplet.

Avec les données du tableau IV-1, la formule donne :

$$t = 814 \text{ en chiffre rond.}$$

L'analyse se poursuit alors avec cette valeur estimée comme s'il s'agissait d'une valeur observée, mais il y a lieu, comme précédemment, de retrancher 1 degré de liberté au quotient $\mathcal{L} \times \mathcal{P} \times \mathcal{C}$.

S'il n'existait aucune différence entre les deux types d'éprouvettes, le choix des quatre observations individuelles x' de la case ($\mathcal{L}_2 \mathcal{P}_1 \mathcal{C}_1$) serait arbitraire et cette case ne devrait pas entrer en ligne de compte pour l'estimation de la variance σ^2 .

Pour la commodité du calcul, nous avons pris comme précédemment 4 observations égales à 203,5 ce qui permet d'estimer la variance intra case ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) par la formule

$$s^2 = \frac{\sum x'^2 - \frac{\sum z'^2}{4}}{33} \quad \text{équivalente à} \quad s^2 = \frac{\sum x^2 - \frac{\sum z^2}{4}}{33}$$

(avec 33 degrés de liberté, 11 cases avec 3 degrés de liberté par case).

Cette estimation est parfaitement correcte. Par contre, la décomposition de la somme des carrés intra ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) n'est pas rigoureuse puisqu'on attribue arbitrairement des valeurs de flexion égales aux deux types d'éprouvettes. Il est clair que cette approximation a seulement pour effet de diminuer très légèrement l'importance de la composante \mathcal{C} ce qui est sans inconvénient puisque celle-ci apparaît toujours très significative (voir plus loin).

2.2 - 2) DECOMPOSITION DE LA VARIANCE

Comme précédemment, on peut ébaucher la décomposition de la façon suivante :

($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)	$\sum \frac{z'^2}{4} - \frac{T'^2}{48} = 27\,532,0573$	(10)	2 753,2057
Intra ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)	$\sum x'^2 = \sum \frac{z'^2}{4} = 20\,085,5625$	(33)	668,6534
Total	$\sum x'^2 - \frac{T'^2}{48} = 40\,617,6198$	(43)	

Comme il a été expliqué ci-dessus, l'estimation de t a absorbé 4 degrés de liberté sur le total (4 observations manquantes) 3 degrés sur l'intra ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) (une case vide avec 3 degrés de liberté dans cette case) et un degré sur ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$) dû au quotient ($\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$).

Pour tenir compte du facteur \mathcal{C} , on procède, comme il est indiqué dans le paragraphe 2.1, c'est-à-dire que l'on considère simplement deux sources de variations.

a) le facteur "case" dénoté ($\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{P}$)

b) le facteur "éprouvette" \mathcal{E} ,

ce qui conduit au tableau IV-2, lequel a nécessité comme précédemment le calcul de deux nouvelles quantités

$$\sum \frac{E_i^2}{24} = 2\,611\,298,927 \quad \text{et} \quad \sum \frac{S_i^2}{2} = 2\,643\,121,625$$

Dans ce tableau, l'intra ($\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{P}, \mathcal{E}$) est estimé avec 22 degrés de liberté qui correspondent à 22 groupes de 2 résultats ayant chacun 1 degré de liberté. Les deux autres groupes sont constitués avec les observations manquantes.

La synthèse des tableaux permet d'obtenir le tableau de décomposition général final (tableau IV-3).

Comme dans le tableau III-3, les deux dernières lignes, sensiblement analogues, ont été groupées en une seule considérée comme un résiduel (erreur de mesure) auquel toutes les comparaisons suivantes ont été faites.

I) Le quotient (\mathcal{L}) n'apparaît que très légèrement significatif (90%).

$$F = \frac{1146,3177}{421,6801} = 2,72 \quad \text{pour} \quad F_{0,1} [2,30] = 2,49$$

II) Le quotient (\mathcal{P}) est très significatif - 99%.

$$F = \frac{8177,1302}{421,6801} = 19,39 \quad \text{pour} \quad F_{0,01} [1,30] = 7,56$$

Supériorité très significative des échantillons de la région pied sur ceux de la région tête.

III) Cette différence ne paraît pas dépendre du lingot, l'interaction ($\mathcal{P} \times \mathcal{L}$) n'étant pas très significative.

IV) Par contre, elle décroît faiblement (40,5 kg/mm² à 11,5 kg/mm²) mais significativement (95%) lorsqu'on passe du corroyage 3,5 au corroyage 8, le quotient ($\mathcal{P} \times \mathcal{C}$) étant significatif à 95%.

$$F = \frac{2544,7969}{421,6801} = 6,03 \quad \text{pour} \quad F_{0,05} [1,30] = 4,17$$

V) Le quotient (\mathcal{C}) est également très significatif (99%).

$$F = \frac{8951,6718}{421,6801} = 21,23 \quad \text{pour} \quad F_{0,01} [1,30] = 7,56$$

donc très nette supériorité des échantillons ayant subi le corroyage 8 sur ceux ayant subi le corroyage 3,5 (Cependant, la différence moyenne n'est que de 27 kg/mm²).

V.I) Le quotient ($\mathcal{C} \times \mathcal{L}$) significatif à 95%.

$$F = \frac{1844,5781}{421,6801} = 4,37 \quad \text{pour} \quad F_{0,05} [2,30] = 3,32$$

indique que l'influence du corroyage diffère d'un lingot à l'autre et d'une position à l'autre ($\mathcal{P} \times \mathcal{C}$ significatif à 95%; voir IV).

Cette influence est surtout appréciable sur le lingot \mathcal{L}_3 et pour l'ensemble des lingots surtout en tête.

V.II) Enfin, comme il pouvait être escompté également, il y a une très grande différence entre les 2 types d'éprouvettes.

(ξ) significatif à 99%

$$F = \frac{6591,7968}{421,6801} = 15,63 \text{ pour } F_{0,01} [1,30] = 7,56$$

Comme dans le paragraphe 2.1, l'incorporation du facteur ξ dans l'analyse a permis de mieux faire apparaître l'erreur de mesure débarrassée des différences entre types d'éprouvettes.

INFLUENCE DU CORROYAGE SUR LES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES
DE L'ACIER S 3 (SENS LONG - COEUR)
TABLEAU IV - 1

ξ	$\xi_1 (3,5)$						$\xi_2 (8)$					
	ρ_1 tête			ρ_2 pied			ρ_1 tête			ρ_2 pied		
ξ_1	232	242	474 (ξ_1)	265,5	286,5	552 (ξ_1)	250	236	486 (ξ_1)	273	297	568 (ξ_1)
	178	180,5	358,5 (ξ_2)	235,5	254	489,5 (ξ_2)	231	218,5	449,5 (ξ_2)	245,5	255	500,5 (ξ_2)
			$z = 832,5$			$z = 1041,5$			$z = 935,5$			$z = 1068,5$
ξ_2	(203,5)	(203,5)	(407) (ξ_1)	233	259	492 (ξ_1)	194,5	264,5	459 (ξ_1)	267,5	237,5	505 (ξ_1)
	(203,5)	(203,5)	(407) (ξ_2)	221	226,5	447,5 (ξ_2)	239,5	228	467,5 (ξ_2)	191,5	239,5	431 (ξ_2)
			$z'=t=(814)$			$z = 939,5$			$z = 926,5$			$z = 936$
ξ_3	221,5	151,5	373 (ξ_1)	256,5	243	499,5 (ξ_1)	260,5	271,5	532 (ξ_1)	268,5	256	524,5 (ξ_1)
	167,5	200,5	368 (ξ_2)	208,5	186,5	395 (ξ_2)	235,5	260,5	496 (ξ_2)	245	254,5	499,5 (ξ_2)
			$z = 741$			$z = 894,5$			$z = 1028$			$z = 1024$

ξ	ξ_1	ξ_2	L_q	ρ	ρ_1	ρ_2	P_j	ρ	ρ_1	ρ_2	L_q
ξ_1	1874	2004	3878	ρ_1	1573,5+t (2387,5)	2890	4463,5+t (5277,5)	ρ_1	1768	2210	3878
ξ_2	939,5+t (1753,5)	1862,5	2802 +t (3616)	ρ_2	2875,5	3028,5	5904	ρ_2	926,5+t (1740,5)	1875,5	2802 +t (3617)
ξ_3	1635,5	2052	3687,5	C_1	4449 +t (5263)	5918,5	10367,5+t (11181,5)	ρ_3	1769	1918,5	3687,5
C_1	4449 +t (5263)	5918,5	10367,5+t (11181,5)					P_j	4463,5+t (5277,5)	5904	10367,5+t (11181,5)

TABLEAU (ξ, ξ)

TABLEAU (ξ, ρ)

TABLEAU (ρ, ρ)

l = 3 lingots p = 2 positions c = 2 corroyages e = 2 échantillons
r = 2 résultats par combinaison (ξ, ρ, ξ) sauf ξ_2, ρ_1, ξ_1

ESTIMATION DE $z' = t$

$U_0 = 939,5 \quad V_0 = 1573,5 \quad W_0 = 926,5 \quad L_0 = 2802 \quad P_0 = 4463,5 \quad C_0 = 4449 \quad T_0 = 10367,5$

$$t = \frac{U_0 lc + V_0 pc + W_0 lp - L_0 l - P_0 p - C_0 c + T_0}{(p-1)(c-1)(l-1)} \approx 814 \text{ (c'est-à-dire 4 fois 203,5)}$$

Calculs des sommes de carrés : On a maintenant $N = rlpce = 48$ résultats

$$\frac{T_1^2}{48} = 2604707,13 \quad \sum \frac{P_1^2}{24} = 2612884,26 \quad \sum \frac{C_1^2}{24} = 2613658,80$$

$$\sum x^{1^2} = 2652324,75 \quad \sum \frac{L_1^2}{16} = 2606999,76 \quad \sum \frac{z_1^2}{4} = 2632239,18$$

TABLEAU IV - 2

INTRA $(\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C})$	{	$(\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C})$ entre cases	$\sum \frac{z_1^2}{4} - \frac{T_1^2}{48} = 27\,532,0573$	(10)	2 753,205	
		\mathcal{C}	$\sum \frac{E_1^2}{24} - \frac{T_1^2}{48} = 6\,591,7968$	1	6 591,7968	
		$\mathcal{C} \times (\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{P})$	Différence	4 290,6407	(10)	429,0648
		Erreur de mesure (INTRA $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{P}, \mathcal{C}$)	$\sum x^{1^2} - \sum \frac{S_1^2}{2} = 9\,203,123$	(22)	418,3238	
Total		$\sum x^{1^2} = \frac{T_1^2}{48} = 47\,617,6198$	(43)			

TABLEAU IV - 3

Tableau général de décomposition.

\mathcal{L}	2292,6354	2	1146,3177 (90%)		
\mathcal{P}	8177,1302	1	8177,1302 **		
\mathcal{C}	8951,6718	1	8951,6718 **		
$\mathcal{C} \times \mathcal{P}$	2544,7969	1	2544,7969 *		
$\mathcal{C} \times \mathcal{L}$	3689,1563	2	1844,5781 *		
$\mathcal{P} \times \mathcal{L}$	1669,0729	2	834,5364 non		
$\mathcal{C} \times \mathcal{P} \times \mathcal{L}$ (Différence)	207,5938	(1)	207,5938 non		
INTRA $(\mathcal{L}, \mathcal{P}, \mathcal{C})$	{	\mathcal{C}	6591,7968	1	6591,7968 **
		$\mathcal{C} (\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{P})$	4290,6407	(10)	429,0640
		Intra $(\mathcal{C}, \mathcal{C}, \mathcal{P}, \mathcal{L})$	9203,125		
Total			13493,7657	(32)	421,6801
Total		47617,6198	(43)		

3. - CONCLUSIONS PRATIQUES

Les conclusions précédentes ont été confirmées et complétées par d'autres essais mécaniques et des examens micrographiques.

L'ensemble de cette étude a permis de mieux comprendre le rôle complexe du corroyage et de la structure de départ.

Elle a tracé la voie à des essais permettant une amélioration effective de la fabrication.

RESUMÉ DE LA DISCUSSION

Monsieur Lehner demande si l'étude a finalement permis de régulariser la production.

M. Guénot précise qu'il s'agissait avant tout de mettre au point un mode de fabrication convenable. L'étude en question a indiqué clairement le sens dans lequel il fallait agir et quels essais à plus grande échelle devaient être entrepris.

M. Chouchan évoque un cas analogue où l'étude statistique n'a pas fourni sur le champ la solution mais a permis de savoir sur quels points précis devaient porter les améliorations. Le reste est l'affaire du technicien.

M. Guénot estime également que le statisticien ne doit pas chercher à se substituer au technicien mais collaborer avec lui. Parfois le remède apparaît évident dès qu'on a localisé l'origine du mal mais le plus souvent il reste encore à effectuer des essais systématiques où le statisticien a, de nouveau, un rôle à jouer. L'importance des modifications à entreprendre et des frais à engager peut quelquefois amener la direction à abandonner certain type de fabrication. Ce rôle "négatif" des études statistiques est souvent très utile et l'auteur pourrait citer à ce sujet un exemple précis qu'il a vécu dans une usine de produits réfractaires.

M. Morillon s'étonne de l'importance attachée à un essai aussi conventionnel que l'essai de flexion plutôt qu'à des essais pratiques tels que les essais de coupe.

M. Guénot, sans pouvoir s'étendre sur ce point, fait observer que la tenue d'un outil en service est en réalité un phénomène très complexe. Pour un outil de tour travaillant dans des conditions idéales l'essai de coupe traditionnel qui est essentiellement un essai d'usure peut donner des renseignements valables. Le problème est tout à fait différent dans le cas d'une grosse fraise dont l'arête de coupe, travaillant de façon discontinue, tend surtout à s'ébrécher.

Des essais comparatifs avec des outils concurrents nous ont montré que ce phénomène était surtout en relation avec la résistance à la flexion ce qui explique l'importance que nous avons attachée à cette caractéristique.