

CHRISTINE FORCE

JEAN PASTRE

**Accès non uniformément répartis dans une base de données : approche probabiliste et modélisation**

*RAIRO. Recherche opérationnelle*, tome 20, n° 4 (1986), p. 321-339

[http://www.numdam.org/item?id=RO\\_1986\\_\\_20\\_4\\_321\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RO_1986__20_4_321_0)

© AFCET, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « RAIRO. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## ACCÈS NON UNIFORMÉMENT RÉPARTIS DANS UNE BASE DE DONNÉES : APPROCHE PROBABILISTE ET MODÉLISATION (\*)

par Christine FORCE et Jean PASTRE (1)

---

Résumé. — *L'étude de systèmes transactionnels accédant à une base de données implique la prise en compte des politiques de gestion des accès concurrents. L'influence des mécanismes de verrouillage sur le comportement de ces systèmes est d'autant plus importante que, dans la réalité, les accès à la base ne sont pas uniformément répartis sur l'ensemble des unités de verrouillage. On observe généralement qu'une partie de la base de données est plus fréquemment accédée que les autres. Nous avons tenté de prendre en compte ce phénomène à travers une analyse probabiliste s'intégrant dans une modélisation hiérarchisée. Les résultats numériques présentés permettent de montrer la sensibilité des performances d'un système à la localité des accès à la base de données.*

Mots clés : Bases de données; évaluation de performances; QNAP2; systèmes transactionnels; réseaux de files d'attente.

Abstract. — *The study of transaction processing systems providing access to a database involves the taking into account of control policies for concurrent accesses. The influence of locking mechanisms on the behaviour of those systems is all the more important that, in practice, proceeding of access to the base are not uniformly shared on the whole locking units. Generally, one part of the database is more often accessed than the others. We have attempted to solve this problem through a probabilistic analysis intermixed with a hierarchical analytical modelling. The numerical results show the influence produced on the performance of system by the localization of accesses to the database.*

Keywords: Data bases; Performance evaluation; QNAP2; Transaction oriented systems; queueing networks.

### I. INTRODUCTION

L'étude proposée dans cet article s'intéresse aux systèmes transactionnels accédant à une base de données. Dans ces systèmes un ensemble de terminaux, reliés au site central émettent des transactions accédant à la base commune

---

(\*) Reçu novembre 1985.

(1) Laboratoire d'Informatique, Université de Clermont-II, B.P. n° 45, 63170 Aubière.

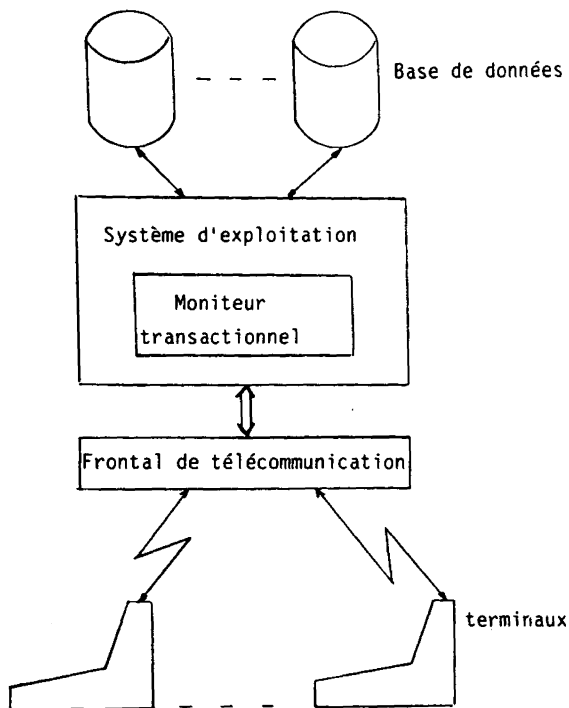


Figure 1. — Contexte général de l'étude.

de données (voir *fig. 1*). Dans le but de maintenir l'intégrité de la base dans un contexte multi-utilisateur, celle-ci est partagée en unités de verrouillage (ou granules, ou verrous). Une unité de verrouillage est la parcelle d'information pour laquelle le système empêche l'accès simultané de plusieurs transactions. Une unité de verrouillage est constituée généralement d'un ensemble d'«enregistrements» de la base.

L'étude d'un tel système passe par l'analyse et la modélisation de l'influence des politiques de gestion des accès concurrents sur son comportement global. Différents modèles (analytiques ou de simulation) ont déjà été proposés. Les études portant sur la construction d'un modèle analytique, [3, 6, 9], supposent que les accès des transactions sont uniformément répartis sur l'ensemble des unités de verrouillage de la base. Des accès non uniformément répartis ont été pris en compte par l'intermédiaire de modèles de simulation [4].

L'analyse proposée dans cet article s'appuie sur la démarche décrite dans [6], mais permet de tenir compte du fait que certains sous-ensembles d'une

base de données sont plus fréquemment accédés que d'autres. Les autres hypothèses de D. Potier et P. Leblanc :

- allocation et restitution statiques des unités de verrouillage,
- indépendance des accès,

sont conservées.

## II. PRÉSENTATION DE LA DÉMARCHE

Le fonctionnement du système est décrit par les différents états que peut prendre une transaction après sa mise en œuvre :

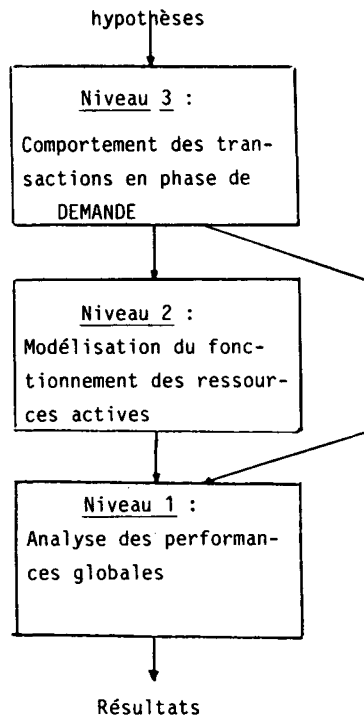


Figure 2. — Déroulement de la démarche.

– état DEMANDE : une transaction, engendrée par un terminal, « demande » les unités de verrouillage nécessaires à son exécution.

– état ACTIF : la transaction passe dans l'état actif si les verrous lui ont été accordés, elle est alors exécutée par les ressources actives du système.

— état **BLOQUÉ**: lorsque les verrous lui sont refusés, la transaction est mise en attente jusqu'à ce qu'une transaction active libère ses unités de verrouillage. Elle exécute alors une autre phase de demande.

Le système transactionnel est analysé selon une approche hiérarchique à trois niveaux. Ces niveaux s'enchaînent selon le schéma de la figure 2, les résultats du niveau  $n$  étant utilisés par les niveaux suivants. Les résultats de niveau 1 auxquels nous nous sommes principalement intéressés sont :

- le nombre moyen de transactions bloquées,
- le débit du système.

### 1. Le niveau 1 : analyse des performances globales

Le niveau 1 consiste en l'analyse des performances globales du système au moyen d'un réseau de files d'attente décrivant les trois états pris par une transaction (voir *fig. 3*).

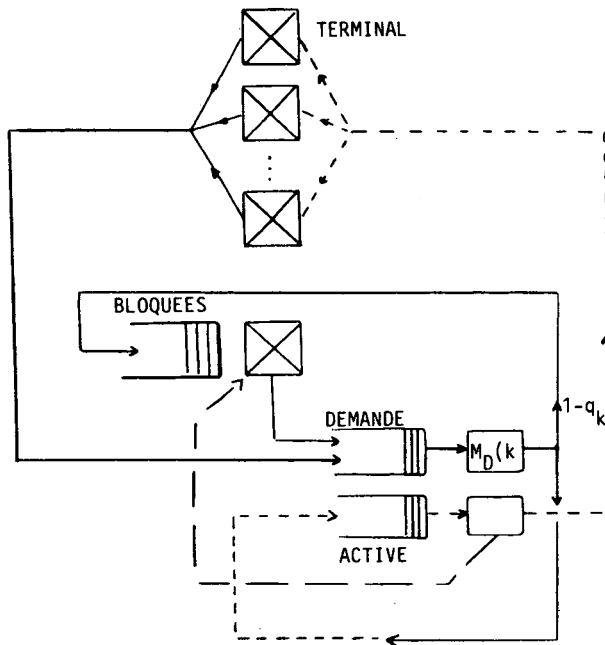


Figure 3. — Modèle de niveau 1. — transaction DEMANDE;  
 ----- transactions ACTIVES; —> déclenchement du départ de transaction.

Le modèle est analysé par le logiciel QNAP2 (analyse markovienne) [5, 7, 11] et admet pour paramètres :

- $M_A(k,p)$  et  $M_D(k,p)$ : temps de service des stations ACTIVE et DEMANDE, lorsque le système contient  $k$  transactions dans l'état ACTIF et  $p$  transactions dans l'état DEMANDE.
- $q_k$ : résultat du niveau 3 c'est-à-dire la probabilité pour une nouvelle transaction de devenir active lorsque  $k$  le sont déjà.
- TREF: temps de réflexion au terminal.

## 2. Le niveau 2: fonctionnement des ressources actives

Le niveau 2 est constitué d'une modélisation du fonctionnement de l'unité centrale et des unités d'entrées/sorties du système.

Le modèle construit est un réseau fermé de files d'attente comportant une unité centrale U.C. et  $d$  unités de disques indépendantes (la figure 4 présente la structure du réseau pour  $d=5$ ). Deux classes de clients, correspondants aux transactions dans l'état ACTIF et DEMANDE transitent dans le réseau. Chaque classe de client possède sa propre distribution de service pour l'unité centrale dont la discipline est processeur partagé.

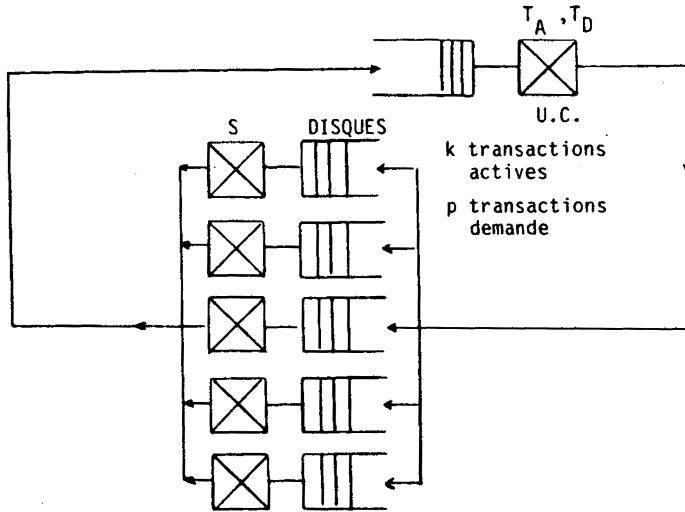


Figure 4. — Modèle de fonctionnement de l'unité centrale et des disques.

Le modèle est résolu à l'aide du logiciel QNAP 2 (méthode de convolution), pour toutes les valeurs possibles du couple  $(k,p)$ . On obtient ainsi les débits  $X_A(k,p)$  et  $X_D(k,p)$  pour les deux classes de transactions, et donc leur temps moyen de séjour dans le système par :

$$M_A(k, p) = n/X_A(k, p)$$

$$M_D(k, p) = v(m)/X_D(k, p)$$

où :

- $m$  est le nombre total d'unités de verrouillage dans la base de données.
- $n$  est le nombre d'accès à la base exécutés par une transaction active.
- $v(m)$ , résultat du niveau 3, est le nombre moyen de verrous distincts demandés par une transaction.

Les autres paramètres du modèle sont :

- $T_A, T_D$  = temps de service U.C. des transactions actives et demandes.
- $s$  : temps moyen de service d'une unité de disque.
- KTR : maximum pour  $k$  et  $p$ .

### 3. Le niveau 3 : comportement des transactions en phase de demande

Au niveau 3, on analyse le comportement des transactions pendant la phase de demande. A partir de différentes hypothèses de comportement, on veut obtenir :

- la probabilité  $q_k$ , utilisée au niveau 1,
- la quantité  $v(m)$  introduite au niveau 2.

Nous envisageons successivement deux cas de comportement pour lesquels une partie de la base de données est plus fréquemment accédée que l'autre :

- le modèle 1 suppose qu'une transaction a la probabilité  $t$  d'accéder à une certaine partie de la base – toujours la même – comportant une proportion  $g$  du nombre total d'unités de verrouillage de la base;
- le modèle 2 suppose que chaque accès fait par une transaction a la probabilité  $t$  d'accéder à la partie de la base comportant une proportion  $g$  d'unités.

La figure 5 illustre la différence entre les deux modèles de comportement proposés.

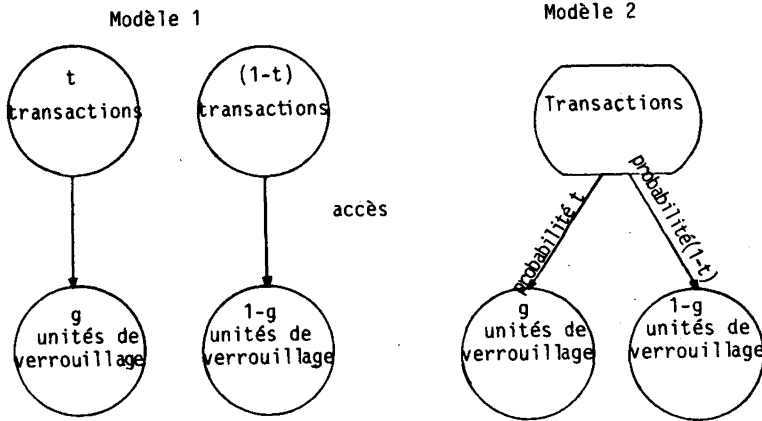


Figure 5. — Différence entre les modèles 1 et 2 au niveau 3.

### III. ANALYSE DU COMPORTEMENT DES TRANSACTIONS EN PHASE DE DEMANDE

#### 1. Notations

Nous empruntons à [6] les principales notations, à savoir :

- $x(p)$  : probabilité que le nombre d'unités distinctes accédées par une transaction soit  $p$ , sachant que la transaction fait  $n$  accès ( $p = 1, 2, \dots, m$ );
- $p_k(1)$  : probabilité que 1 unités soient verrouillées lorsque  $k$  transactions sont simultanément actives ( $1 = 1, 2, \dots, n$ );
- $q_k$  : probabilité qu'une nouvelle transaction puisse devenir active, sachant que  $k$  transactions le sont déjà.

Notons que Langer et Shum [3], ont proposé une modification au calcul de  $x(p)$  proposé par D. Potier et P. Leblanc. Cette nouvelle formulation a été introduite dans nos modèles.

#### 2. Accès non uniformément répartis sur la base : modèle 1

##### (a) Comportement des transactions

Le modèle 1 constitue une première approche du cas où une partie de la base de données est plus fréquemment accédée que les autres. Les hypothèses sont les suivantes :

$H_1$  : une transaction fait  $n$  accès au cours de son exécution.

$H_2$  : la base est partagée en deux parties  $G_1$  et  $G_2$ ,  $G_1$  comportant une proportion  $g$  du nombre total d'unités de verrouillage. Les transactions



accèdent à  $G_1$  avec la probabilité  $t$  (et donc à  $G_2$  avec la probabilité  $1-t$ ), les accès étant uniformément répartis sur chacune des parties de la base.

$H'_3$ : les accès sont indépendants.

(b) Calcul de  $p_k(l)$  et  $q_k$

Soit  $m_1$  le nombre d'unités contenues dans  $G_1$ , et  $m_2$  le nombre d'unités de  $G_2$  ( $m_1 + m_2 = m$ ).

$x_a(p)$  désigne la probabilité que le nombre d'unités verrouillées par une transaction soit  $p$ , sachant que la transaction accède à  $G_a$  ( $a = 1, 2$ ).

$$x_1(p) = C_{m_1}^p \sum_{j=1}^p C_p^j j^n (-1)^{p+j}/m_1^n$$

$$x_2(p) = C_{m_2}^p \sum_{j=1}^p C_p^j j^n (-1)^{p+j}/m_2^n$$

Il est facile de voir que:

$$x(p) = tx_1(p) + (1-t)x_2(p) \quad (2.1)$$

avec la convention

$$x_1(p) = 0 \quad \text{si } p > m_1$$

$$x_2(p) = 0 \quad \text{si } p > m_2.$$

De plus on a bien

$$\sum_{p=1}^m x(p) = 1.$$

Ceci étant, définissons  $p_k^a(j)$  ( $a = 1, 2$ ) comme la probabilité que  $k$  transactions accédant à  $G_a$  soient simultanément actives et verrouillent  $j$  unités.

On a, pour  $a = 1, 2$  (voir [6])

$$p_k^a(l) = 0 \quad \text{si } l < k \quad \text{ou } l > m_a$$

$$p_k^a(l) = \frac{1}{\sum_{j=k-1}^l p_{k-1}^a(j)} \left. \begin{array}{l} \sum_{i=k-1}^{l-1} p_{k-1}^a(i) \frac{x_i^a(l-i)}{m_a-i} \\ \sum_{j=1}^l x_j^a(j) \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

$$\text{si } k < l < m_a$$

où

$$x_i^a(p) = x_a(p) C_{m_a-i}^p / C_{m_a}^p \quad (a=1, 2)$$

Un raisonnement classique de calcul des probabilités, utilisant la loi binomiale et la formule des probabilités totales montre alors que :

$$p_k(l) = \begin{cases} 0 & \text{si } l < k \text{ ou } l > m \\ \sum_{i=1}^{k-1} \left[ C_k^i t^i (1-t)^{k-i} \sum_{j=i}^{l-k+i} p_i^1(j) p_{k-i}^2(l-j) \right] & \\ + (1-t)^k p_k^2(l) + t^k p_k^1(l) & \\ \text{si } k \leq l \leq m & \end{cases} \quad (2.3)$$

On vérifie aisément que  $\sum_{l=1}^m p_k(l) = 1$ ;  $q_k$  est calculé comme dans [6],

$$v(m) = \sum_{p=1}^m p \cdot x(p).$$

### 3. Accès non uniformément répartis sur la base-Modèle 2

#### (a) Comportement des transactions

La base de données est toujours partitionnée en deux classes  $G_1$  et  $G_2$ , comportant respectivement  $m_1$  et  $m_2$  unités de verrouillage, avec encore  $m_1 + m_2 = m$ .

La différence avec le modèle 1 réside en ce qu'une transaction n'accède plus globalement à  $G_1$  ou  $G_2$ , mais chacun des accès d'une transaction peut être localisé sur  $G_1$  ou  $G_2$  avec une certaine probabilité.

Cette modélisation est sans doute plus réaliste que la précédente, mais malheureusement plus délicate à mettre en œuvre, compte tenu des calculs.

Les hypothèses de fonctionnement sont maintenant les suivantes :

$H_1''$  : une transaction fait  $n$  accès au cours de son exécution;

$H_2''$  : chacun des accès a une probabilité  $t$  d'appartenir à la classe  $G_1$ , et donc une probabilité  $(1-t)$  d'appartenir à la classe  $G_2$ .

$H_3''$  : les accès sont indépendants.

#### (b) Calcul de $p_k(l)$ et $q_k$

Ce calcul se fait par récurrence sur  $k$ .

##### (i) Calcul de $p_1(l)$

Soit  $x_i^a(p)$  la probabilité que le nombre d'unités distinctes de la classe  $a$  ( $a=1, 2$ ), accédées par une transaction soit  $p$ , sachant que la transaction fait  $i$  accès dans la classe  $a$ .

On a, pour  $a=1, 2$ :

$$\left. \begin{aligned} x_i^a(p) &= C_{m_a}^p \sum_{j=1}^p C_p^j j^i (-1)^{i+j} / m_a^i \\ \text{si } 1 \leq p \leq \min(i, m_a) \\ x_i^a(p) &= 0 \quad \text{si } p > m_a, \text{ ou } p > i, \text{ ou } p < 0 \\ \text{avec la convention :} \\ x_i^a(0) &= 0 \quad \text{si } i \neq 0 \\ x_0^a(0) &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Un raisonnement analogue à celui du paragraphe précédent montre que :

$$\left. \begin{aligned} x(p) &= \sum_{i=0}^n B(i) \left[ \sum_{j=\text{Max}(0, p-m_2, p-n+i)}^{j=\text{Min}(i, p, m_1)} x_i^1(j) x_{n-i}^2(p-j) \right] \\ \text{pour } p &= 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

avec

$$B(i) = C_n^i t^i (1-t)^{n-i}. \quad (3.3)$$

On a alors  $p_1(l) = x(l)$  et on vérifie que  $\sum_{l=1}^m p_1(l) = 1$ .

(ii) Calcul de  $p_k(l)$ , pour  $k \geq 2$

Le calcul nécessite la connaissance de la probabilité de l'événement  $G_j^h$ : «  $h$  transactions verrouillent  $j$  unités de la classe 1 ».

$P(G_j^h)$  se calcule par récurrence sur  $h$ . On voit facilement que :

$$P(G_j^1) = \sum_{i=0}^n B(i) x_i^1(j), \quad (3.4)$$

$B(i)$  étant donné par (3.3).

Notant  $Y_i^k(p)$  [respectivement  $Z_l^j(p)$ ], la probabilité qu'une transaction faisant  $i$  accès dans la classe 1 (respectivement  $l$  accès dans la classe 2) se voit accorder  $p$  unités dans cette classe, sachant que  $k$  (respectivement  $j$ ) sont déjà occupées dans cette classe, on a :

$$\left. \begin{aligned} Y_i^k(p) &= x_i^1(p) C_{m_1-k}^p / C_{m_1}^p \\ Z_i^j(p) &= x_i^2(p) C_{m_2-j}^p / C_{m_2}^p \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

On obtient alors par la formule des probabilités totales :

$$P(G_j^h) = \sum_{k=0}^j \left[ p(G_k^{h-1}) \sum_{i=0}^n B(i) \frac{Y_i^k(j-k)}{\sum_{l=0}^n Y_i^k(l)} \right]. \quad (3.6)$$

On vérifie sans problème que  $\sum_{j=0}^{m_1} P(G_j^h) = 1$  pour toute valeur de  $h$ .

Notant, enfin,  $X_i^{k-1}(p)$  la probabilité de l'événement « une transaction se voit accorder  $p$  unités de verrouillage quand  $i$  sont déjà occupées par  $k-1$  transactions », on a, en posant :

$$\min_h = \text{Max}(0, p - m_2, p - n + l)$$

et

$$\max_h = \text{Min}(l, p, m_1)$$

$$X_i^{k-1}(p) = \sum_{j=0}^i P(G_j^{k-1}) \sum_{l=0}^n B(l) \left[ \sum_{h=\min_h}^{\max_h} Y_i^k(h) Z_{n-i}^{i-j}(p-h) \right] \quad (3.7)$$

d'où l'on déduit :

$$(3.8) \quad \left\{ \begin{aligned} p_k(l) &= 0 && \text{si } l < k \\ p_k(l) &= \frac{1}{\sum_{j=k-1}^{m-1} p_{k-1}(j)} && \\ &&& \times \sum_{i=k-1}^{l-1} p_{k-1}(i) \frac{x_i^{k-1}(l-i)}{\sum_{j=1}^n x_i^{k-1}(j)} \end{aligned} \right.$$

si  $k \leq l \leq m$ .

On vérifie que  $\sum_{l=1}^m p_k(l) = 1$ , et l'on calcule  $q_k$  et  $v(m)$  comme précédemment.

## IV. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Les résultats précédents ont été utilisés pour calculer  $v(m)$  et  $q_k$  pour les valeurs suivantes des paramètres :

$$\begin{aligned} n &= 2, 4, 8, 16; \\ m &= 2^3 \text{ à } 2^{10}; \\ t &= 0.6, 0.7, 0.8, 0.9; \\ g &= 0.4, 0.3, 0.2, 0.1. \end{aligned}$$

Nous avons conservé  $t+g=1$  car nous nous intéressons plus particulièrement à un comportement du « type 80/20 » : 80 % des accès s'exécutent sur 20 % de la base de données. Cette condition n'est cependant pas indispensable.

Le tableau de la figure 6 présente les valeurs obtenues pour  $q_k$ , et la figure 7 les valeurs successives de  $v(m)$ , avec les hypothèses du modèle 1, pour  $t=0.8$ ,  $g=0.2$ . Le tableau de la figure 8 présente un extrait des résultats obtenus avec les hypothèses du modèle 2. Pour  $t=0.5$ ,  $g=0.5$ , on retrouve les résultats du cas où les accès sont uniformément répartis. Ceci n'est pas vrai avec le modèle 1.

Le réseau de files d'attente de niveau 2 a été analysé avec les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} n &= 16, & m &= 2^5 \text{ à } 2^{10} \\ T_A &= 0,002, & T_D &= 0,0005 \\ S &= 0,025 \\ KTR &= 8. \end{aligned}$$

Au niveau 1, les mêmes valeurs de  $m$ ,  $n$  et  $KTR$  ont été utilisées avec un temps de réflexion  $TREF = 1,5$  s.

Les courbes présentées dans les figures qui suivent permettent de comparer les résultats du modèle 1, du modèle 2, et du modèle de Potier et Leblanc.

Les figures 9 et 10 montrent les résultats des modèles 1 et 2 pour les valeurs successives de  $t$  (et de  $g$ ) avec  $n=16$  et  $m=512$ . On peut remarquer que si les résultats des deux modèles proposés sont très proches, l'influence du taux de localité des accès à la base de données sur les performances du système est importante. En particulier un accroissement significatif du nombre de transactions bloquées apparaît entre le « cas équi-réparti » (abscisse  $E$ ) et le taux  $t=0.6$ . Une différence importante est également à noter entre les abscisses 0,7 et 0,8. Les mêmes seuils apparaissent sur la courbe correspondant au débit du système.

VALEUR DES  $q(k)$

---

MODELE 1 -  $t = 0.8$  -  $g = 0.2$

n	m	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8
*****									
2	8	* 0.197	0.072	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	8	* 0.045	0.026	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	8	* 0.007	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	8	* 0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
*****									
2	16	* 0.315	0.126	0.099	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	16	* 0.092	0.051	0.041	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
8	16	* 0.023	0.016	0.013	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
16	16	* 0.002	0.002	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
*****									
2	32	* 0.556	0.274	0.145	0.112	0.101	0.095	0.000	0.000
4	32	* 0.168	0.072	0.052	0.044	0.038	0.033	0.000	0.000
8	32	* 0.039	0.016	0.013	0.010	0.008	0.007	0.000	0.000
16	32	* 0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
*****									
2	64	* 0.765	0.567	0.405	0.280	0.190	0.136	0.112	0.102
4	64	* 0.370	0.146	0.082	0.059	0.047	0.041	0.037	0.034
8	64	* 0.076	0.025	0.012	0.009	0.008	0.006	0.005	0.004
16	64	* 0.007	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
*****									
2	128	* 0.876	0.761	0.656	0.560	0.474	0.397	0.329	0.270
4	128	* 0.597	0.349	0.207	0.132	0.095	0.075	0.063	0.054
8	128	* 0.177	0.063	0.033	0.018	0.012	0.009	0.008	0.007
16	128	* 0.025	0.003	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
*****									
2	256	* 0.935	0.873	0.813	0.755	0.700	0.648	0.598	0.550
4	256	* 0.767	0.584	0.441	0.333	0.252	0.193	0.152	0.123
8	256	* 0.372	0.159	0.087	0.058	0.041	0.029	0.021	0.015
16	256	* 0.069	0.020	0.006	0.002	0.001	0.001	0.001	0.000
*****									
2	512	* 0.967	0.935	0.903	0.872	0.842	0.812	0.783	0.754
4	512	* 0.876	0.765	0.666	0.579	0.503	0.436	0.378	0.327
8	512	* 0.596	0.361	0.226	0.151	0.108	0.083	0.067	0.055
16	512	* 0.173	0.063	0.032	0.016	0.009	0.004	0.002	0.001
*****									
2	1024	* 0.984	0.967	0.951	0.935	0.919	0.903	0.888	0.873
4	1024	* 0.936	0.875	0.818	0.764	0.713	0.666	0.621	0.578
8	1024	* 0.770	0.593	0.458	0.357	0.280	0.223	0.180	0.148
16	1024	* 0.375	0.166	0.092	0.060	0.041	0.029	0.021	0.015
*****									

Figure 6. — Résultats du modèle 1. Valeurs de  $q_k$  pour  $t=0.8, g=0.2$ .

VALEURS DE  $v(m)$

---

m	I	n=2	n=4	n=8	n=16
8	I	1.567	2.121	2.515	2.735
16	I	1.718	2.638	3.536	4.274
32	I	1.859	3.240	5.084	6.964
64	I	1.935	3.626	6.412	10.280
128	I	1.967	3.808	7.148	12.670
256	I	1.983	3.901	7.551	14.165
512	I	1.992	3.950	7.771	15.043
1024	I	1.996	3.975	7.885	15.513

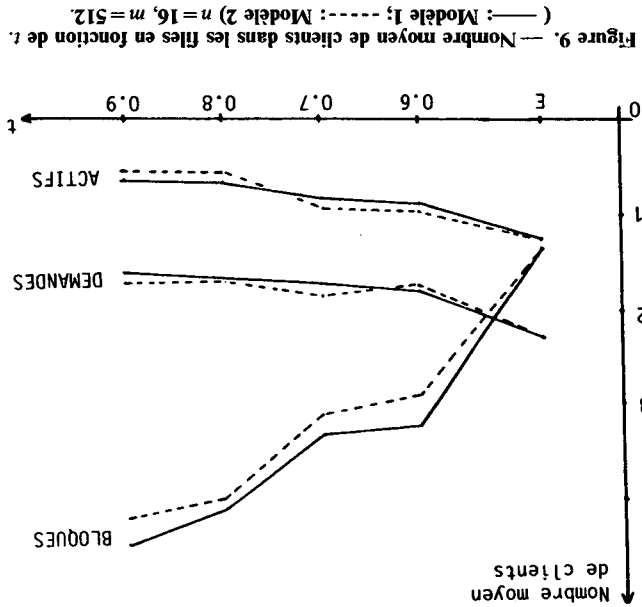
Figure 7. — Résultats du modèle 1. Valeurs de  $v(m)$  pour  $t=0.8, g=0.2$ .

-----  
 VALEUR DES  $\eta(k)$

MODELE 2 - m = 512 - n = 16

t	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	v(m)
0.6	0.4	0.559	0.306	0.164	0.086	0.044	0.022	0.010	0.005 * 15.73
0.7	0.3	0.419	0.168	0.064	0.023	0.008	0.002	0.001	0.000 * 15.60
0.8	0.2	0.200	0.035	0.005	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000 * 15.26
0.9	0.1	0.019	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000 * 14.24

Figure 8. — Résultats du modèle 2 pour m = 512 et n = 16.



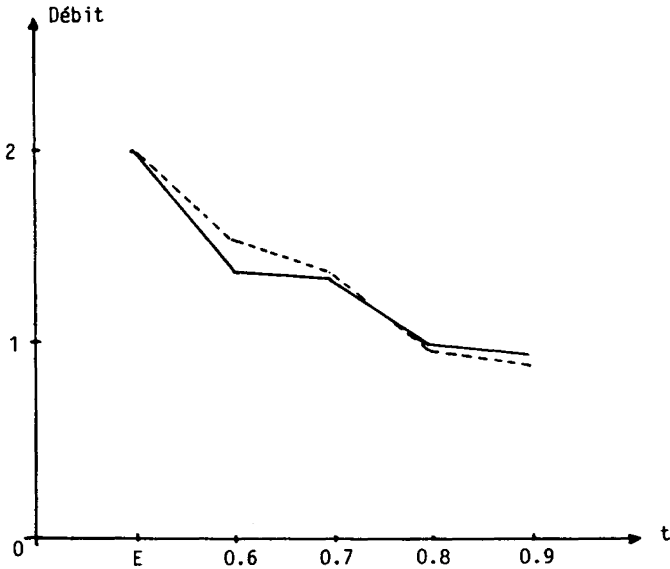


Figure 10. — Débit du système en fonction de  $t$ .  
( — : Modèle 1; - - - : Modèle 2).  $n=16, m=512$ .

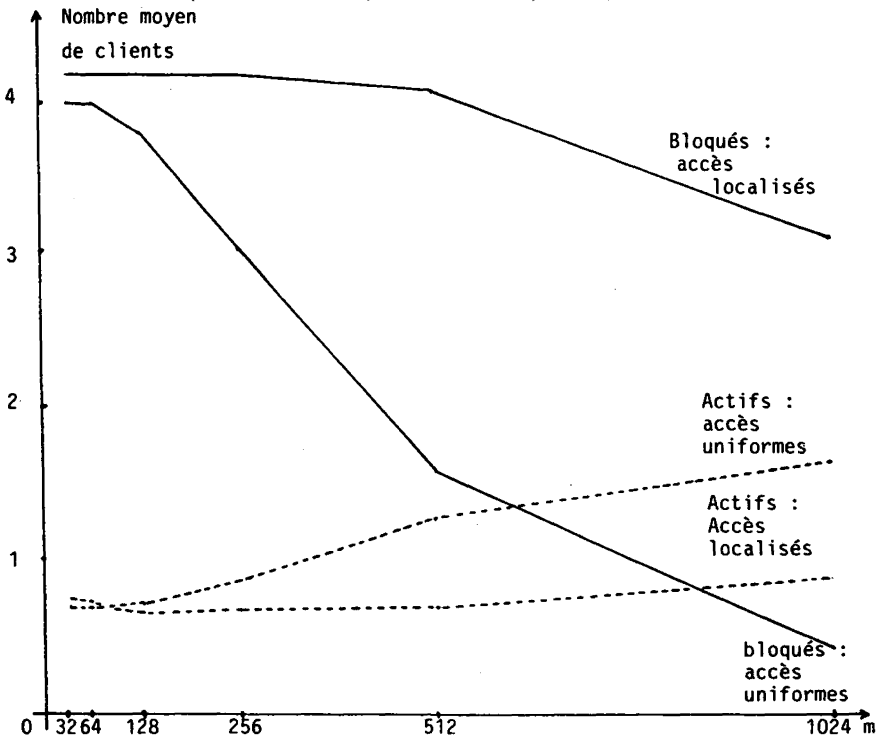


Figure 11. — Nombre moyen de clients dans les files en fonction de  $m$  ( $t=0,8, g=0,2$ ).  
Comparaison avec le cas des accès uniformément répartis.



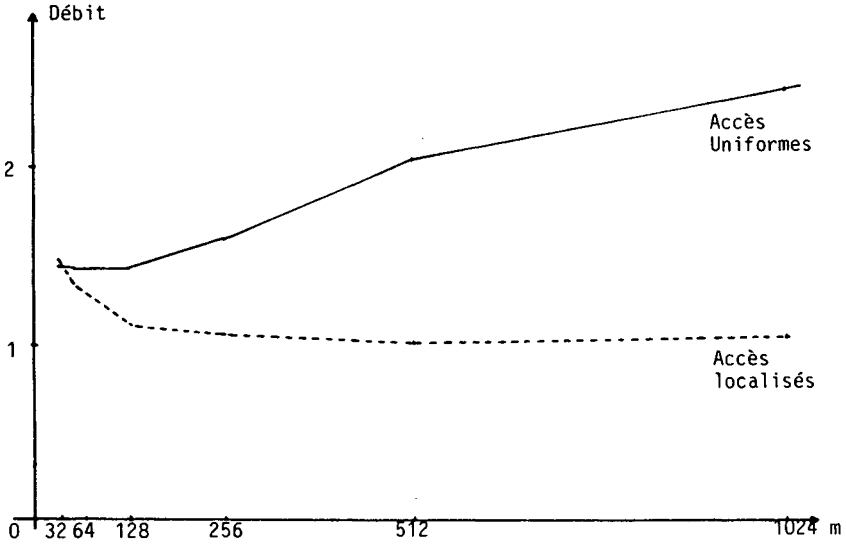


Figure 12. — Débit du système en fonction de  $m$  ( $t=0,8, 9=0,2$ ). Comparaison avec le cas des accès uniformément répartis.

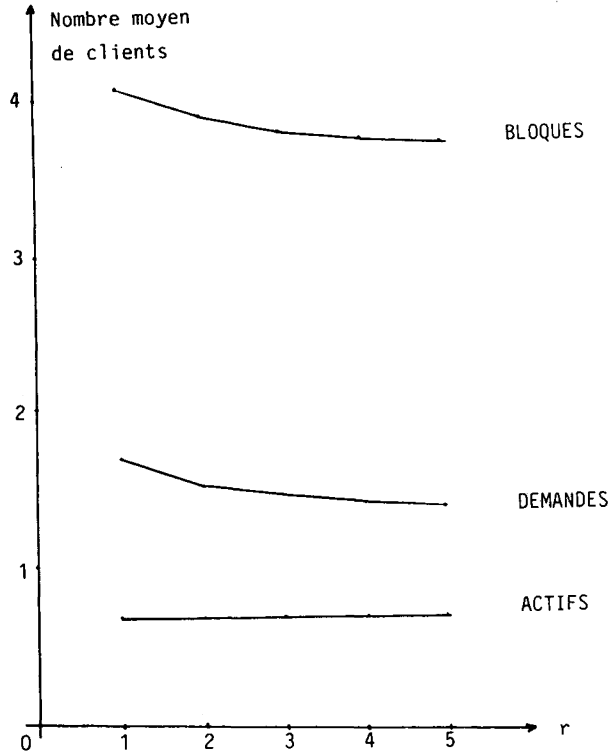


Figure 13. — Nombre de clients dans les files en fonction de la répartition des accès sur les unités de disques ( $t=0,8-g=0,2-n=16-m=512$ ).

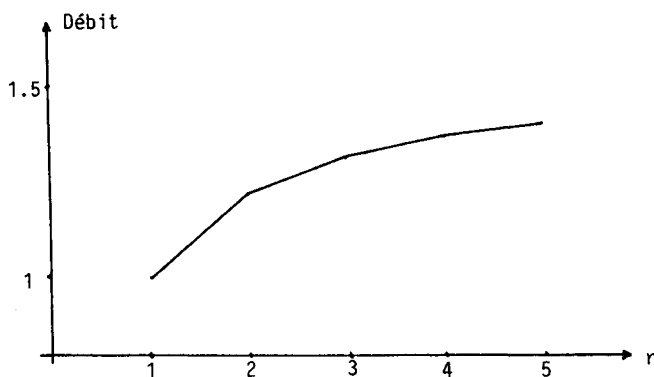


Figure 14. — Débit du système en fonction de la répartition des accès sur unités de disques. ( $t=0,8-g=0,2-n=16-m=512$ ).

Les figures 11 et 12 comparent les résultats obtenus avec l'hypothèse d'équi-répartition et ceux des deux modèles proposés dans cet article. Pour ces courbes les résultats des modèles 1 et 2 sont très proches, c'est pourquoi les deux courbes sont confondues et notées « accès localisés ». Les taux utilisés sont  $t=0,8, g=0,2$ .

Le nombre de transactions bloquées décroît beaucoup moins rapidement en fonction de  $m$  dans le cas des accès localisés que dans le cas des accès uniformément répartis. Le nombre de transactions actives reste en moyenne inférieur à 1. Le débit du système commence par décroître dans les deux cas, mais sa croissance reste ensuite très faible pour les accès localisés.

Les courbes des figures 13 et 14 permettent d'étudier les performances du système lorsqu'on fait varier les probabilités d'accès aux différentes unités de disques au niveau 2. En effet le sous-ensemble de la base de données le plus fréquemment accédé peut être localisé sur une seule unité, ou bien réparti sur deux, trois, etc. disques. On peut noter sur la figure 13 une influence non négligeable de cette répartition sur le nombre de transactions bloquées, et sur la figure 14 un accroissement significatif du débit du système.

## V. CONCLUSION

Nous avons montré dans cet article que l'on pouvait étudier l'influence d'accès non uniformément répartis sur le comportement stationnaire d'un système transactionnel accédant à une base de données, à l'aide de modèles analytiques. Le modèle 1, bien que plus schématique dans ces hypothèses que le modèle 2, donne des résultats satisfaisants et permet de prendre en compte

de manière assez simple l'un des aspects importants du fonctionnement de ces systèmes. Les résultats numériques présentés s'appliquent à un système réel implanté sur un ordinateur BULL 66/40 P dans un environnement T.D.S.

Ceci étant, un des problèmes majeurs rencontrés lors de ce travail, a été celui de l'évaluation exacte des  $p_k(l)$ : le calcul de ces quantités, dans le cas du modèle 1, n'est pas véritablement complexe: il repose sur la formule des probabilités totales, après l'introduction des événements: «il y a  $i$  transactions accédant à  $G_1$  parmi les  $k$  transactions actives», et conduit directement à la formule (2.3).

En ce qui concerne le modèle 2, ce calcul est plus technique, et nous n'en avons esquissé ci-dessus que les grandes lignes, restant à la disposition de tout lecteur intéressé par le détail des étapes conduisant à la formule (3.8).

Quant à la complexité des algorithmes de calcul proprement dits, celle-ci ne tient pas tant à l'expression des calculs formels qu'aux possibilités-mémoire notamment-du matériel sur lequel ils ont été mis en œuvre. (Mini 6-43/1 Mo de mémoire centrale.)

On pourrait bien sûr s'interroger sur la possibilité d'élaborer des méthodes de calcul approché. Cependant, la seule possibilité offerte de ce point de vue réside, à notre avis, au vu des formules (2.3) et (3.8), dans une estimation approchée des «factorielles», par exemple par la formule de Stirling. Se poserait alors le délicat problème de l'estimation de la précision de l'approximation, qui nécessiterait des essais vraisemblablement nombreux et très coûteux en temps calcul.

Nous ne pensons pas explorer cette possibilité dans l'immédiat, d'autant que l'acquisition imminente par le laboratoire d'un matériel plus performant nous autorise à espérer généraliser les présents résultats au cas où la base de données est partagée en plus de deux parties.

#### BIBLIOGRAPHIE

1. F. BASKETT, K. M. CHANDY, R. R. MUNTZ et J. PALACIOS, *Open, Closed and Mixed Networks with Different Classes of Customers*. J. A.C.M., vol. 22, n° 2, avril 1975, p. 248-260.
2. K. M. CHANDY et C. H. SAUER, *Approximate Methods for Analyzing Queueing Network Models of Computing Systems*. A.C.M. Computing surveys, vol. 10, n° 3, septembre 1978, p. 281-317.
3. A. M. LANGER et A. W. SHUM, *The distribution of granule accesses made by database transactions*, Comm. A.C.M., novembre 1982, vol. 25, n° 11, p. 831-832.
4. R. R. MUNTZ et G. KRENZ, *Concurrency in Data Base Systems, A Simulation Study*, Int. Conf. on Manag. of Data, Proc. A.C.M.-SIGMOD (Toronto-Ontario-Canada), août 1977, p. 111-120.

5. D. POTIER, *New Users Introduction to QNAP2*. Rapport Technique I.N.R.I.A. n° 40, octobre 1984.
6. D. POTIER et P. LEBLANC, *Analysis of Locking Policies in Data Base Management Systems*, Comm. A.C.M., octobre 1980, vol. 23, n° 10, p. 584-593.
7. D. POTIER et M. VERAN, *The Markovian Solver of QNAP2 and Applications*, Rapport Technique I.N.R.I.A., n° 49, mars 1985.
8. J. RIORDAN, *Introduction to Combinatorial Analysis*, Wiley, New York, 1958.
9. A. SALL et O. SPANIOL, *Performance Evaluation for a Data Base Management System*. Séminaire International sur la modélisation et les méthodes d'évaluation de performances, I.N.R.I.A., Paris, vol. 1, janvier 1983, p. 241-255.
10. A. THOMASSIAN, *Performance Evaluation of Centralized Data Bases with Static Locking*, I.E.E.E. Transactions of Software engineering, vol. SE 11, n° 4, avril 1985, p. 346-355.
11. M. VERAN et D. POTIER, *QNAP2, a Portable Environment for Queuing Systems Modelling*, Rapport recherche I.N.R.I.A. n° 314, juin 1984.

UNIVERSITÉ MONTPELLIER II  
FACULTÉ DES SCIENCES  
LABORATOIRE DE STATISTIQUE  
DE STATISTIQUE  
118, BOULEVARD DE LA FACULTÉ  
31062 TOULOUSE CEDEX