RAIRO. RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

ANASTAS KEHAIOFF

Choix du type de gestion de stock

RAIRO. Recherche opérationnelle, tome 14, nº 1 (1980), p. 31-41

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1980__14_1_31_0>

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research
(vol. 14, n° 1, février 1980, p. 31 à 41)

CHOIX DU TYPE DE GESTION DE STOCK (*)

par Anastas KEHAIOFF (1)

Résumé. — *On propose un critère de choix du type de gestion d'un stock. Ce critère est fondé sur le théorème de Shannon-Kotelnikov, relatif à l'échantillonnage temporel d'un signal, qui est fonction du temps. Le choix est guidé par simple comparaison des valeurs respectives du pas optimal d'échantillonnage du processus « consommation » (considéré comme un signal fonction du temps) et de l'intervalle de temps moyen qui sépare deux livraisons successives (intervalle standard).*

La valeur optimale du pas d'échantillonnage est obtenue par l'analyse du spectre fréquentiel du processus « consommation ».

La valeur de l'intervalle standard est le rapport de la valeur moyenne des quantités commandées par la valeur moyenne de la consommation. Le critère n'est pas d'usage universel, mais son domaine d'application est vaste. Il est valable surtout pour les problèmes de gestion en statique, à condition qu'un certain nombre d'hypothèses, concernant la représentativité et l'exactitude des données rétrospectives, soient vérifiées.

Abstract. — *Proposed in the following is a criterien of the choice of type of inventory control method. This criterien is based on the Shannon-Kotelnikov theorem, related to the temporal sampling of a signal that is a function of time. The choice is guided by a simple comparison of the respective values of the optimal sample of the consumption-processes (considered as a signal function of time) and the interval of mean (or average) time that separates the two successive deliveries (std. interval). The optimal value of the direct sample is obtained by the analysis of the frequency spectrum of the consumption-processes.*

The standard interval of the value is the link of the mean of quantities ordered and the mean consumption.

The criterien is not of a universal usage but has a diverse field of applications. It is a very useful tool in the static inventory control problems under a certain number of hypothesis concerning the representativeness of the sample and the preciseness of the data, which must be verified.

INTRODUCTION

Les stratégies de type I et II [1] sont fondées sur des principes différents et conduisent à des caractéristiques d'exploitation différentes (*voir* § 1). En général, leur différence essentielle tient dans la remarque suivante :

— dans une stratégie de type I, le niveau du stock est contrôlé avec une fréquence relativement basse, ce qui diminue les coûts d'organisation mais diminue la fiabilité et la précision de la gestion du fait du volume insuffisant d'information disponible;

(*) Reçu mai 1979.

(1) Institut de Gestion sociale, Sofia, Bulgarie.

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research, 0399-0842/1980/ 31 /$ 5.00

— dans une stratégie de type II, le niveau du stock est contrôlé avec une fréquence relativement élevée, ce qui augmente les coûts d'organisation mais augmente la fiabilité et la précision de la gestion.

En pratique, il y a des cas où l'application d'une stratégie de type II conduit à une gestion qui, bien qu'elle soit fiable et précise, est d'un coût inadmissible, et inversement, il y a des cas où l'application d'une stratégie de type I conduit à une gestion suffisamment précise et fiable.

La théorie des stocks et l'expérience pratique permettent de constater que l'ensemble des problèmes de gestion de stock vérifie la typologie suivante (*voir* § 1) :

— sous-ensemble des problèmes de gestion pour lesquels la solution s'appuie *obligatoirement* sur une stratégie de type I;

— sous-ensemble des problèmes de gestion pour lesquels la solution s'appuie *nécessairement* sur une stratégie de type II;

— sous-ensemble des problèmes de gestion pour lesquels la solution s'appuie sur une stratégie de type I ou de type II, le choix devant être décidé selon un critère déjà adopté.

Le présent article concerne surtout ce dernier sous-ensemble et propose précisément un critère de choix.

Le critère est fondé sur le théorème de Shannon-Kotelnikov [4]. Ce théorème établit le lien entre le spectre fréquentiel d'un processus et le pas d'échantillonnage temporel des valeurs de ce processus. Le plus long pas d'échantillonnage pour lequel les pertes d'information, dues à la discrétisation du processus, sont encore nulles, est appelé « as optimal d'échantillonnage ».

Le théorème est souvent utilisé pour la résolution d'une large gamme de problèmes de traitement de l'information, problèmes qui peuvent être formulés de la façon suivante :

« Il convient d'obtenir une certaine information sur un processus réel. On mesure, d'une façon discrète dans le temps, les valeurs d'un ou plusieurs paramètres « informatifs » du processus. A chaque mesure est attaché un certain coût (dans le cas de gestion de stock — coût d'organisation « variable »). Dans le cas général si le pas d'échantillonnage est relativement petit les pertes d'information seront faibles mais le nombre de mesures et, par conséquent, les coûts de mesure seront considérables. Par contre, si le pas d'échantillonnage est relativement long, les coûts de mesure seront faibles mais la perte d'information sera considérable. La question se pose donc de déterminer la valeur maximale du pas d'échantillonnage pour laquelle la perte d'information est encore nulle, ou inférieure à une valeur donnée. »

1. CARACTÉRISTIQUES DES STRATÉGIES DE TYPE I ET DE TYPE II. LE PROBLÈME DE CHOIX DU TYPE DE GESTION

1.1. Stratégies de type I

Dans une stratégie de type I on décide d'envoyer une commande vers le fournisseur lorsqu'un intervalle de temps défini, parfois appelé « intervalle standard » [1, 3], s'est écoulé depuis le lancement de la dernière commande. Ce qui se traduit par la relation de définition du jour de lancement de la k-ième commande, connaissant le jour de lancement de la $(k-1)$-ième commande et la valeur de l'intervalle standard

$$\theta_{ck} \geqq \theta_{ck-1} + T,$$

où θ_{ck} et θ_{ck-1} sont respectivement les jours de lancement de la k-ième et de la $(k-1)$-ième commandes, et la valeur du paramètre T, intervalle standard, est égale au rapport de la valeur moyenne des quantités commandées à la valeur moyenne des quantités consommées par unité de temps (intensité de la consommation).

On a

$$T \simeq \text{partie entière de } \frac{Q_m}{P_m},$$

où Q_m et P_m sont respectivement la valeur moyenne des quantités commandées et l'intensité de la consommation.

Le paramètre T peut être constant ou variable, contrôlable ou non, fonction de certaines caractéristiques statistiques du processus « consommation » $P(t)$ telles que intensité, dispersion, etc. La valeur de T, si elle est contrôlable, peut refléter les changements de condition qui régissent l'existence du système de gestion de stocks. En général, l'application d'une stratégie de type I n'entraîne pas des grands coûts d'organisation variables, mais ne permet de diminuer la valeur de la probabilité de rupture de stock (P_D) qu'au prix d'une augmentation excessive du niveau moyen du stock (H_M).

La probabilité de rupture de stock est :

$$P_D = \frac{N_D}{N},$$

où $N = \theta_T - \theta_0$ est le nombre de jours du fonctionnement du stock (c'est-à-dire, la durée de vie du système); N_D est le nombre des jours où $H(\theta) < P_{MIN}$; P_{MIN} est la valeur minimale de la demande journalière, et $H(\theta)$ est le niveau du stock au jour θ.

Le niveau moyen du stock est

$$H_M = \frac{1}{N} \sum_{\theta=1}^{N} H(\theta).$$

L'augmentation de H_M provoque une forte augmentation des coûts de stockage, parce que ceux-ci dépendent de la valeur du produit $N.H_M$ (*voir* [1, 3]).

1.2. Stratégies de type II

Dans une stratégie de type II, le lancement d'une nouvelle commande est déclenché lorsque la somme des valeurs du niveau courant du stock et des quantités commandées en attente de livraison est inférieure ou égale à la valeur d'un « niveau de commande » défini d'avance. Ce qui se traduit par la relation

$$H(\theta) + A(\theta) \leqq H_C,$$

où $H(\theta)$ est la valeur actuelle, au jour θ, du niveau du stock; $A(\theta)$ est la différence cumulée entre quantités commandées et quantités effectivement livrées au jour θ; H_C est la valeur du niveau de commande, appelé aussi parfois « niveau économique » ou « seuil de sécurité ».

Le paramètre H_C est une fonction donnée de l'intensité de la consommation et de la valeur probable du prochain délai de livraison. Sa valeur peut dépendre aussi de la valeur du pas d'échantillonnage et d'autres facteurs qui influencent le comportement du système tels que les caractères transitoires de l'approvisionnement ou/et de la consommation, les fluctuations des prix et des coûts, les changements de structures administratives, etc.

En général, l'application d'une stratégie de type II entraîne des coûts d'organisation variables élevés, mais permet, avec une valeur de H_C bien choisie, de limiter la valeur de la probabilité de rupture de stock (P_D). Ici il faut remarquer que le bon choix de la valeur du pas d'échantillonnage est aussi déterminant pour l'efficacité économique de la gestion.

1.3. Problème de choix du type de gestion

Comme on l'a déjà signalé, les deux types de stratégies ont chacun leur propre domaine d'application. On peut, d'entrée, faire la distinction suivante :

1° si les jours θ_{ck} ou/et les jours de livraison sont fixés d'avance, ou encore si l'intervalle de temps entre deux commandes est constant ($T_{ck} = \theta_{ck} - \theta_{ck-1} = \text{Cte}$; $k = 1, 2, 3, \ldots$), l'application d'une stratégie de type I est alors obligatoire;

2° si les valeurs de P_M et H_M sont comparables ou/et si les pertes dues au déficit sont relativement grandes, il est recommandé d'appliquer une stratégie de type II. Comme le sens des termes « comparable » et « relativement grand » est assez subjectif, le domaine d'application des stratégies de type II n'est pas rigoureusement défini;

3° restent le cas, où le choix de la stratégie est ouvert, devant lequel les practiciens demeurent souvent désarmés et s'engagent dans une voie ou dans une autre sans la certitude qu'ils évitent ainsi un certain nombre de coûts superflus.

C'est pourquoi la question de la synthèse d'un critère de choix présente un intérêt certain non seulement au plan théorique mais aussi, et surtout, au plan pratique.

2. PRÉSENTATION DU THÉORÈME DE SHANNON-KOTELNIKOV

Ce théorème donne une condition suffisante pour qu'à un processus continu puisse être associée une description discrète sans qu'il y ait perte d'information pour ce processus.

On rappelle ci-dessous quelques notions utiles à notre propos. Dans le but de simplifier l'exposé, ces notions ne seront pas tout à fait correctes du point de vue formel; cependant elles seront suffisamment rigoureuses pour les buts de l'analyse, faite dans cet article. Cela permettra, en outre, de définir l'interprétation particulière [5] du théorème qui sera utilisé plus loin.

On supposera connues les notions de « fonction analogue », « fonction discrète » et de « fonction discrétisée (ou échantillonnée) ». De sortes que les termes correspondants de « processus analogue », « processus discret » et « processus discrétisé » sont bien définis.

Notons au passage qu'un processus discrétisé est la description (l'image, le modèle) d'un autre processus réel (processus-original) qui peut être continu ou discret. Sans diminuer la généralité on peut supposer l'original continu, mais bien sûr on peut supposer également le contraire.

Le processus discrétisé doit être un modèle adéquat à son original réel. On appellera « processus bien discrétisé » un processus discrétisé, modèle d'un processus réel, qui ne contient aucune erreur due aux pertes d'information et à partir duquel il est possible de reconstruire d'une façon unique son original.

Soit $P(\theta)$ un processus réel, connu dans l'intervalle fermé $[\theta_0, \theta_T]$; ce processus peut être représenté par une série finie de Fourier :

$$P(\theta) \simeq F(\theta) = \sum_{x=0}^{c} (A_x . \sin \omega_x \theta + B_x . \cos \omega_x \theta).$$

Ici les valeurs A_x, B_x et ω_x ont un sens bien défini, et connu largement dans les milieux scientifiques.

On appellera « spectre fréquentiel du processus $P(\theta)$ » la fonction discrète $S_x(\omega_x)$, où

$$\omega_x = x.\omega = x.\frac{2\pi}{\theta_T - \theta_0} \qquad \text{et} \qquad S_x = \frac{A_x^2 + B_x^2}{\theta_T - \theta_0},$$

aussi bien que la fonction continue $S(\omega)$, qui l'interpole.

On rappelle à présent la notion de « fréquence angulaire critique » : si le spectre fréquentiel est limité à droite, c'est-à-dire si la série de Fourier est finie ($c < \infty$), la fréquence angulaire critique est

$$\omega_c = \underset{x}{MAX}\, \omega_x.$$

Ici on suppose que la valeur maximale de ω est limitée; et que le spectre fréquentiel est limité en amplitudes. C'est vérifié pour tout processus réel à cause de la loi de conservation de la matière. Si le spectre fréquentiel n'est pas limité à droite (la série de Fourier n'est pas finie, $c = \infty$), mais s'il est strictement décroissant après une certaine valeur de ω, qui en général correspond à la valeur maximale de S_x, la fréquence angulaire critique est la fréquence angulaire maximale (ω_c), pour laquelle la condition

$$S_c \geqq \alpha.(\underset{x}{MAX}\, S_x)$$

est vérifiée. Le nombre α est positif. Sa valeur, décidée par le chercheur, est suffisamment petite, et reflète la précision que celui-ci estime nécessaire pour la mesure et l'analyse spectrale du processus. A titre indicatif, on choisit habituellement des valeurs pour α de l'ordre de 0,01 à 0,05. Cette deuxième définition de ω_c est plus générale. En fait, il faut connaître le « niveau du bruit » pour affirmer que la série de Fourier d'un processus réel est vraiment finie.

On donne à présent l'énoncé du théorème de Shannon-Kotelnikov comme suit [5] : A l'image discrétisée d'un processus réel correspond une image analogue unique (en d'autres termes : un processus réel est bien discrétisé) si et seulement si le pas d'échantillonnage est inférieur où égal à la demi-période correspondante à la fréquence critique dans le spectre fréquentiel du processus, c'est-à-dire si et seulement si :

$$\Delta\theta \leqq \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{T^c}{2},$$

où $\Delta\theta$ est le pas optimal d'échantillonnage et T^c est la période, correspondante à la fréquence critique.

3. CRITÈRE DE CHOIX D'UN TYPE DE GESTION. DOMAINES D'APPLICATION

L'application du théorème de Shannon-Kotelnikov au problème de gestion de stock qui nous intéresse se traduit par la remarque suivante :

Si la valeur de $\Delta\theta$ est choisie en fonction du spectre fréquentiel du processus $P(\theta)$, cela signifie aussi qu'il n'y aura pas de perte d'information pour le processus $H(\theta)$.

Supposons que, sur la base des données rétrospectives, relatives à la consommation $P(\theta)$, on ait pu construire le spectre fréquentiel $S(\omega)$ et déterminer la fréquence angulaire critique correspondante ω_c. L'inventaire du stock peut être pratiqué tous les $\Delta\theta$ jours sans perte d'information sur le processus « consommation » si et seulement si

$$\Delta\theta \leqq \frac{\pi}{\omega_c}.$$

Cela s'explique de la façon suivante :

Pour chaque jour θ on a [3] :

$$H(\theta) = H_0 + \sum_{\theta} Q(\theta) - \sum_{\theta} P(\theta),$$

avec : H_0-valeur initiale du niveau du stock (pour le « premier » jour), $\Sigma\, Q(\theta)$ représente la somme des quantités fournies, et $\Sigma\, P(\theta)$, la somme des quantités consommées. Comme la fréquence critique du processus « approvisionnement » $Q(\theta)$ est beaucoup plus petite que celle du processus $P(\theta)$, est comme H_0 est une constante, il est évident que la fréquence critique du processus $H(\theta)$ sera celle du processus $P(\theta)$.

Dans le cas général, la valeur théorique de $\Delta\theta$ n'est pas entière. On introduira alors la valeur réelle du pas optimal d'échantillonnage

$$\Delta\theta_r = \text{partie entière de } \Delta\theta\,[E]$$

avec $[E]$: dimension de l'unité de temps adoptée.

Une première formulation du critère de choix peut donc être énoncée : si la valeur de l'intervalle standard est plus grande que la valeur réelle du pas optimal d'échantillonnage, c'est-à-dire si $T > \Delta\theta_r$, alors, il convient de suivre une stratégie de type II. Si, par contre, $T < \Delta\theta_r$, il convient de suivre une stratégie de type I.

Le sens de cette règle de décision est le suivant :

Dans le cas $T > \Delta\theta_r$ une stratégie de type I ne respectera pas la condition de perte nulle d'information relativement au processus « consommation » et conduira à une gestion imprécise et non-fiable. Il convient donc de la rejeter au profit d'une stratégie de type II. Dans le cas $T < \Delta\theta_r$ une stratégie de type I n'entraînera pas de perte d'information relativement au processus « consommation » et comme elle aura, par ailleurs, l'avantage de conduire à une gestion moins coûteuse que celle à laquelle conduirait une stratégie de type II, dans ce cas, il n'y a aucune raison de ne pas l'adopter.

Une formulation plus rigoureuse du critère peut être énoncée ainsi :

1° Si ENT $(Q_m/P_m - V) < \Delta\theta_r$, il faut suivre une stratégie de type I;

2° Si ENT $(Q_m/P_m + V) > \Delta\theta_r$, il faut suivre une stratégie de type II.

Si on a $\Delta\theta_r = 0$, cela signifie que la valeur adoptée de $[E]$ est grande;

3° Si $\Delta\theta_r \in$ [ENT $(Q_m/P_m - V)$, ENT$(Q_m/P_m + V)$], le critère ne s'applique plus. Ici ENT (. . .) est la partie entière de la quantité (. . .).

Dans ce cas aucune règle ne peut être énoncée. Ce dernier point signifie que l'on peut suivre une stratégie ou de type I pour des raisons d'économie des coûts d'organisation, ou de type II pour des raisons de sûreté et précision de la gestion, ou de type I ou II au hasard.

La valeur V est de dimension $[E]$. Elle reflète l'erreur définitive absolue, due à la mesure et à l'analyse (y compris toutes les erreurs accidentelles, d'approximation, d'arrondi, de troncature, d'interpolation, d'échantillonnage, d'estimation, erreurs méthodologiques, etc.). Un bon choix de la valeur de V est d'importance surtout quand la différence entre T et $\Delta\theta_r$ est petite.

Il convient, pour conclure, de résumer les hypothèses sous-jacentes à la validité du critère et les domaines d'application correspondants :

1° On suppose que la valeur $V/\Delta\theta$ est inférieure à une valeur donnée, suffisamment grande du point de vue de la précision de l'analyse. Cette valeur « admissible » de $V/\Delta\theta$ dépend des valeurs absolues des différentes caractéristiques économiques, des valeurs de leurs rapports, de la dispersion du processus « consommation », etc.

La valeur admissible de $V/\Delta\theta$ doit être donnée par des experts. C'est notamment ce que l'on fait lors de la résolution de problèmes analogues dans le domaine de l'analyse et de la gestion des objets de nature purement technique. Cette valeur variera probablement entre 5 et 7 % dans les cas ordinaires et entre 1 et 3 % dans les cas spéciaux, exigeant une plus grande précision et une plus grande fiabilité. Il faut souligner ici que si la valeur de $V/\Delta\theta$ est « trop » petite, cela signifie que l'application d'une stratégie de type II est nécessaire (*voir* § 1);

2° la même remarque s'impose à propos du rapport $(\Delta\theta - \Delta\theta_r)/\Delta\theta$, dont la valeur admissible dépend en outre de l'unité de temps adoptée;

3° on suppose que les données observées sur la consommation $P(\theta)$ pendant la période antérieure $[\theta_0, \theta_T]$ sont représentatives;

4° le critère est valable si la nature statistique de $P(\theta)$ et, par conséquent, la forme de son spectre fréquentiel, ne changent pas entre la période d'observation antérieure et la période future pendant laquelle sera appliqué le type de gestion sélectionné par le critère. Cette exigence est d'importance uniquement dans le cas où le critère impose l'application d'une stratégie de type I. Dans l'autre cas, en effet, si, après la période d'observation antérieure, le processus $P(\theta)$ change de nature statistique (par exemple à cause des changements structurels dans le système), le pire qui puisse arriver est une détérioration du spectre fréquentiel, c'est-à-dire un élargissement à droite de celui-ci, et la nécessité de suivre une stratégie de type II, dans laquelle on se trouve déjà, sera renforcée;

5° le critère est valable pour les problèmes de gestion en statique. Tel est le cas, par exemple, des processus transitoires nuls ou quasi nuls. « Gestion en statique » signifie que les décisions de lancement de commandes vers le fournisseur sont indépendantes les unes des autres. Par opposition, « gestion en dynamique » signifie que chaque décision de lancement de commandes vers le fournisseur dépend peu ou prou des décisions précédentes;

6° comme le critère est directement lié au théorème de Shannon-Kotelnikov, il est valable dans la mesure où les hypothèses formulées dans le théorème sont vérifiées. En particulier l'hypothèse de finitude ou de décroissance stricte du spectre fréquentiel de $P(\theta)$ à partir d'une certaine valeur de ω.

A propos des applications pratiques du théorème de Shannon-Kotelnikov il existe un problème méthodologique (mal résolu pour l'instant, sauf pour certains cas particuliers), concernant la possibilité d'un calcul précis du spectre fréquentiel d'un processus discret. Il consiste à accepter, *a priori*, une hypothèse, qui peut être formulée comme suit [4] : « Le pas d'échantillonnage, avec lequel sont faites les observations antérieures, satisfait le théorème de Shannon-Kotelnikov ». La notion de « représentativité des données pour $P(\theta)$ » a un lien évident avec cette hypothèse. Le chercheur doit être absolument sûr que les observations antérieures ont été faites « suffisamment souvent ».

Il n'est pas très facile d'estimer à l'heure actuelle les avantages et les inconvénients du critère proposé. Cela à cause du manque d'expériences pratiques en nombre suffisant.

Sur le plan pratique, on peut prévoir des difficultés assez grandes au niveau de l'identification du processus $P(\theta)$. La précision de calcul de ω_c est en relation directe avec la précision des données statistiques. Une valeur ω_c mal calculée peut compromettre les qualités du critère.

C'est pourquoi on n'insistera jamais assez sur le fait que la valeur de V doit être choisie très attentivement et que les résultats obtenus par le procédé formel proposé dans le présent article, doivent être soumis à une analyse critique très rigoureuse.

Enfin, notons, pour terminer, qu'il faudra peut-être réviser d'une façon fondamentale les règles d'application d'une stratégie de type I, lorsque celle-ci apparaît comme nécessaire (*voir* § 1).

On retrouve, en effet, ici un problème de « changement de contraintes » [6], qui, dans le cas qui nous intéresse, peut être formulé ainsi :

– soit A, le « gain » complémentaire (économique, administratif, etc.) dû au changement d'une gestion de type I en une gestion de type II;

– soit B, le total des coûts complémentaires (d'organisation, etc.), dus au changement des contraintes, liées à l'application obligatoire d'une stratégie de type I. Alors, si $A \gg B$, les contraintes, qui imposent l'application obligatoire d'une gestion de type I peuvent et doivent être négligées.

DICTIONNAIRE DES SYMBOLES UTILISÉS

θ, le temps réel; $\theta \in [\theta_0, \theta_T]$, période des observations antérieures.

$P(\theta)$, le processus « consommation »; P_M, intensité du processus $P(\theta)$.

$H(\theta)$, le niveau du stock au jour (θ); le niveau du stock comme processus.

$k = 1, 2, 3, \ldots$, le rang de la commande, adressée au fournisseur (respectivement de la quantité commandée et de la livraison correspondante).

L, nombre de commandes, réalisées durant la période $[\theta_0, \theta_r]$.

Q, la quantité commandée; Q_k-la k-ième valeur de Q.

Q_M, la moyenne arithmétique des valeurs Q_k; $Q_M = \sum_{k=1}^{L} Q_k$.

θ_c, le numéro du jour où l'on a un lancement d'une commande vers le fournisseur.

θ_{ck}, le k-ième jour θ_c; on a θ_{c1}, θ_{c2}, θ_{c3}, etc., jusqu'à θ_{cL}.

T, intervalle standard.

ENT $(\ldots)$, la partie entière de la quantité $(\ldots)$.

$[E]$, la dimension de l'unité de temps.

BIBLIOGRAPHIE (1)

1. A. Kaufmann, *Gestion des stocks*, Dunod, Paris, 1971.
2. A. Kaufmann, *Méthodes et modèles de la recherche opérationnelle*, Dunod, Paris, 1966.

Le théorème de Shannon-Kotelnikov est exposé aussi (plus ou moins rigoureusement) dans presque tous les livres, consacrés aux problèmes de la théorie de l'information.

3. R. Ackoff et M. Sasieni, *Fundamentals of Operations Research*, J. Wiley, New York, 1968.
4. A. Khintchine, *Pour les théorèmes fondamentaux de la théorie de l'information*, dans le Journal Soviétique « Ouspiékhi Mathématitcheskich Naûk », Les succès des sciences mathématiques, Th. 11, n° 11, 1956, p. 17-75 (en russe).
5. A. Kehaioff, *Le problème de précision et certitude à l'extrapolation de processus quantitatifs*, comptes rendus de la 11^e conférence nationale bulgare sur les problèmes de la prévision scientifique et technique, Varna, édité par le Conseil central des Unions scientifiques bulgares, Sofia, Bulgarie, 1972 (en bulgare).
6. A. Kehaioff, *Le problème de changement des contraintes*, comptes rendus de la 11^e conférence internationale sur les problèmes de la synthèse et de l'analyse de modèles économiques, Varna, édité par l'Académie des Sciences sociales et de Gestion sociale, Sofia, Bulgarie, 1973 (en bulgare).