B. LEMAIRE
G. MAUFFREY

Données de panel : matrices de transition avec non-achats et achats multiples

RAIRO. Recherche opérationnelle, tome 11, nº 1 (1977), p. 51-75
<http://www.numdam.org/item?id=RO_1977__11_1_51_0>

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations research
(vol. 11, n° 1, février 1977, p. 51 à 75)

DONNÉES DE PANEL : MATRICES DE TRANSITION AVEC NON-ACHATS ET ACHATS MULTIPLES (*)

par B. LEMAIRE et G. MAUFFREY [1]

Résumé. — *Le développement des modèles markoviens de comportement d'achat de consommateurs s'est heurté depuis plus de 15 ans à des problèmes pratiques non encore résolus, qui reposent tous sur le point suivant :* on doit considérer que chaque consommateur achète une marque du produit considéré, et une seule, par période, *le non-achat ou les achats multiples, qui sont pratiquement la règle commune, étant* interdits. *Lorsqu'on veut alors faire* « coller » *le modèle à la réalité (ou vice-versa), on doit, soit manipuler les* données *(prendre des périodes de longueur variable, créer des marques fictives, agglomérer toutes les périodes entre elles, segmenter la population, une segmentation fixe dans le temps n'ayant d'ailleurs pas toujours un sens, non plus qu'une segmentation évolutive, ...), soit considérer uniquement les « bons » consommateurs (un et un seul achat à chaque période) en admettant que les « autres » se comportent globalement de la même façon (ce qui est aussi arbitraire, mais qui a cependant le mérite d'être explicite et de pouvoir être testé). Le but, ambitieux, de cet article est donc d'essayer de résoudre ces problèmes concrets, en créant le moins possible de distorsions entre les données réelles et les données entrant dans le modèle, tout en précisant les hypothèses qui seront faites.*

Le plan de l'article sera le suivant :

1. Rappel des questions fondamentales sous-jacentes à l'emploi de modèles markoviens dans l'analyse de données de Panel.
2. Description des buts de notre méthodologie de traitement de données, et hypothèses sous-jacentes.
3. Résultats obtenus sur diverses données.
4. Critiques et perspectives du modèle.

A. GÉNÉRALITÉS

Les données de Panel de consommateurs sont analysées et traitées d'un grand nombre de façons différentes, mais les questions clefs que l'on cherche sont les suivantes :

(*a*) Quelle est la situation actuelle de la marque A, vis-à-vis des concurrents B, C, . . ., pour le produit X (pénétration de A, part de marché de A, fréquence moyenne d'achats, par période, parmi les acheteurs de la marque A, . . .) ?

(*b*) Les acheteurs de la marque A sont-ils différents, du point de vue de la fidélité, de la fréquence d'occasions d'achats, du nombre moyen d'achats, ..., des acheteurs des marques B, C, . . . ?

(*) Reçu juillet 1975, révisé janvier 1976.

(1) Centre d'enseignement supérieur des affaires de Jouy-en-Josas.

(*c*) L'évolution passée de divers paramètres concernant la marque A (par exemple : part de marché) permet-elle de prévoir l'évolution à venir ?

(*d*) Telle ou telle action Marketing (promotion, publicité, effort de qualité, service après vente, prix, ...) aura-t-elle un effet sur l'évolution de ces paramètres ?

Bien d'autres questions peuvent se poser en ce domaine, bien sûr, mais ce qu'il importe de remarquer en priorité, c'est le rôle fondamental joué par tout ce qui touche à *l'évolution* du comportement d'achat des consommateurs : les consommateurs sont ainsi considérés comme un système évolutif (un processus) et toutes les questions posées auront pour but d'essayer de *prévoir*, le plus précisément possible, cette *évolution* ([2]). Lorsque les résultats anticipés, une fois réalisés (*ex post*), apparaissent comme trop différents des prévisions (*ex ante*), il se pose alors (ou il devrait se poser) le problème de savoir si des faits nouveaux ne sont pas intervenus (campagne publicitaire ou promotionnelle des concurrents, baisse de prix, hausse de coûts, nouveau concurrent ...) et/ou si le modèle, tout simplement, ne reflète pas suffisamment bien la réalité.

La forme des données de Panel dépend de la forme de traitement envisagée et du type de renseignements que l'on veut obtenir. Toutefois, les renseignements communs à tout enregistrement sont, au moins, les suivants :

L'individu DUPONT, de la catégorie socio-professionnelle SO_i, *de sexe* S_j, *a acheté, la période* t_1, *2 fois la marque* A, *0 fois la marque* B, *3 fois la marque* C, *du produit* X (présenté sous tel volume, avec tel conditionnement); la période t_2, il a acheté 3 fois la marque D, la période t_3, une fois A, 2 fois B, ... Ainsi, à chaque *individu* du Panel (caractérisé par un certain nombre de « *qualités* ») est associé, pour *l'ensemble* des périodes considérées, une séquence du type

(Dupont/artisan/35 ans/homme/...) :	$2\,A,\ 3\,C/3\,D/A,\ 2\,B,\ .../...$
caractéristiques de l'individu	achats successifs ou simultanés

A partir de ces données brutes ([3]), presque toute analyse quantitative a pour but d'essayer de trouver des *relations* fonctionnelles entre l'état du marché du produit X à la période $n+1$ et l'*état* du marché du même produit aux périodes précédentes, cet état du marché étant le plus souvent décrit par les parts de marché respectives des différentes marques. Ainsi, V_n désignant le vecteur de parts de marché de la période n, et V_{n+1} le vecteur correspondant à la période $n+1$, tout analyste va s'efforcer de déterminer une fonction f_n (suffisamment simple) telle que l'on ait, *approximativement*, $V_{n+1} = f_n(V_n)$,

([2]) Cette évolution peut concerner des paramètres qualitatifs ou quantitatifs. Nous nous préoccuperons ici presque uniquement des paramètres quantifiables comme la propension à consommer telle ou telle marque, à aller de telle à telle marque, pour essayer d'expliquer et de prévoir, par exemple, la future part de marché.

([3]) Le problème de traitement de ces données pouvant se compliquer souvent du fait : 1° des non-réponses de certains panélistes; 2° du départ de certains clients et de l'arrivée d'autres dans ce Panel.

f_n étant obtenue, non pas directement à partir des vecteurs d'états (sauf lorsque l'on utilise des méthodes apparentées à la répression multiple, ce qui ne donne d'ailleurs pas des résultats très satisfaisants, et ce qui, de plus, suppose f_n linéaire et constante – ce qui est un cas « markovien » très particulier), mais à partir des « transitions » enregistrées entre les périodes n et $n+1$ (par exemple, pour la séquence présentée plus haut, on aurait entre les périodes 1 et 2, la transition « $2A, 3C \rightarrow 3D$ », entre les périodes 2 et 3, la transition « $3D \rightarrow A, 2B$ », ...).

Les fonctions f_n, déterminées empiriquement (leur forme, elle, pouvant être imposée, plus ou moins, *a priori*), seront évidemment d'autant plus intéressantes que les vecteurs d'état *estimés* seront « proches » des vecteurs d'état *réels*, [c'est-à-dire $\hat{V}_{n+1} = \hat{f}_n(V_n)$ « proche » de V_{n+1}] et que *l'évolution* de la fonction f_n pourra être prévue avec plus de précision (le cas le plus simple, bien sûr, étant celui où la fonction f_n serait constante : $f_n = f$, quelle que soit la période n).

L'analyse markovienne, elle, va en plus, non seulement supposer que f_n est une application linéaire (ce que nous ferons aussi pour bâtir notre algorithme) mais qu'elle est constante au moins dans son contexte le plus simple (le seul qui soit réellement utilisé), celui du cas « *homogène et du premier ordre* ».

Ceci signifie en fait que les analyses markoviennes (homogènes, du premier ordre) vont s'efforcer de déterminer la matrice M_n de l'application linéaire f_n telle que l'on ait, (approximativement) $V_{n+1} = V_n M_n$, avec $M_n = M$, constante, pour tout n.

La détermination de M_n par les méthodes, classiques, de Anderson et Goodman [2] (qui utilisent directement les transitions d'une période à l'autre) n'étant, en fait, possible que dans le cas où chaque panéliste achète une marque, et une seule, à chaque période, on essaye, la plupart du temps, de tourner cette difficulté en effectuant directement une régression multiple sur les vecteurs de parts de marché, méthode qui donne, en fait, de très mauvais résultats (*voir*, à ce sujet, [21]), dus à la nature particulière des matrices (la condition de *positivité* des coefficients introduisant un biais statistique très important).

Toujours dans ce contexte, l'interprétation des coefficients de M est évidemment très simple, l'élément m_{ij} représentant la proportion des acheteurs de la marque i qui achètent j la période suivante : le calcul empirique de cette proportionne présente, bien sûr, aucune difficulté dans le cas où chaque panéliste fait un achat, et un seul, à chaque période, mais n'a jamais été traité, sans simplifications outrancières – à notre connaissance, du moins – jusqu'à ce jour.

Certaines analyses markoviennes, plus « sophistiquées », se proposent de traiter, soit le cas où la relation de « récurrence » concerne 2 périodes ([4]), et non une seule, ce qui peut s'écrire :

$$(V_{n+1}, V_n) = (V_n, V_{n-1}) M_n \quad \text{avec} \quad M_n = M, \quad \text{constante } \forall_n$$

([4]) Le cas est celui d'une chaîne markovienne, homogène, du second ordre, qui peut évidemment être généralisé à un ordre quelconque.

(ce cas se ramenant « techniquement » au précédent : il suffit d'élever au carré le nombre des « états », c'est-à-dire le nombre de lignes et de colonnes des matrices considérées. Pratiquement, cependant, les problèmes d'estimation deviennent vite extrêmement compliqués, surtout si l'on utilise les méthodes « habituelles » de régression), soit le cas, légèrement différent ([5]), où l'on cherche à écrire

$$V_{n+1} = \alpha_1 V_n M_n + \alpha_2 V_{n-1} N_{n-1},$$

avec $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $M_n = M$, $\forall_n$, $N_n = N$, $\forall_n$ [ce cas pouvant être interprété de la façon suivante : dans la population étudiée, α_1 (%) de la population achète *toutes* les périodes, α_2 $(= 1-\alpha_1)$ achetant toutes les 2 périodes].

On pourrait ainsi avoir, dans le cas de 2 marques ([6]) :

$$V_{n+1} = (.7)\, V_n \begin{bmatrix} .8 & .2 \\ .1 & .9 \end{bmatrix} + (.3)\, V_{n-1} \begin{bmatrix} .7 & .3 \\ .4 & .6 \end{bmatrix},$$

si 70 % de la population achète toutes les périodes $\Bigg($conformément à la matrice $M_n = M = \begin{bmatrix} .8 & .2 \\ .1 & .9 \end{bmatrix}$, l'interprétation des coefficients de M étant la même que précédemment$\Bigg)$ et si les autres 30 % achètent toutes les 2 périodes $\Bigg($conformément à la matrice $N_{n-1} = N = \begin{bmatrix} .7 & .3 \\ .4 & .6 \end{bmatrix}\Bigg)$.

D'autres modèles markoviens, plus complexes, pourraient évidemment être considérés (*voir* [22] et [23]) mais leur application pratique se heurte, évidemment, toujours au même problème : celui de l'*estimation* des matrices de transition (à un ou plusieurs « pas »), lorsque les acheteurs *modifient* le nombre de leurs achats d'une période à l'autre.

Nous allons maintenant préciser davantage quels modèles et quelles données sont traités, à l'heure actuelle, sans trop de difficultés, avant d'examiner de plus près les questions encore en suspens.

Le modèle markovien utilisé est du type le plus simple :

$$V_{n+1} = V_n M_{n,n+1} \quad ({}^7).$$

([5]) Ce cas, autre généralisation possible du cas $V_{n+1} = V_n M$ (de même que la relation entre suites numériques $u_{n+1} = au_n + bu_{n-1}$ généralise $u_{n+1} = au_n$), est parfois appelé cas « convexe-homogène » (*voir* [23]).

([6]) Pour $V_1 = (.5, .5)$ et $V_0 = (.4, .6)$ on obtiendrait :

$$V_2 = (.471, .529) = (.7)(.5, .5) \begin{bmatrix} .8 & .2 \\ .1 & .9 \end{bmatrix} + (.3)(.4, .6) \begin{bmatrix} .7 & .3 \\ .4 & .6 \end{bmatrix}.$$

Seules les données $A/B/A/C/B$ sont traitées sans problèmes, les données du type A/A, $B/C/B$, B, C/B/rien/A étant transformées de diverses façons, par exemple :

1° A/A, $B \Rightarrow A/A$ ou A/B (au hasard) ou « non-traité ».

2° C/B, B, $C \Rightarrow C/B$ (car B l'« emporte ») ou « non-traité ».

3° B/rien $\Rightarrow$ B/marque fictive ou « non-traité ».

3 autres types de méthodes, moins « brutales », existent aussi :

4° On prend des périodes de temps *suffisamment grandes* pour qu'il n'y ait plus jamais de non-achats (et, à la limite, on ne prend plus *qu'une période*) : le problème des achats multiples reste ouvert (*a fortiori*).

5° On prend des périodes de temps *suffisamment petites* pour qu'il n'y ait plus d'achats multiples (et, en fait, cela ne résout pas nécessairement le problème de ces achats multiples), ou, « mieux » :

6° Ce sont les actes d'achat qui *créent* les périodes correspondantes (2 inconvénients majeurs : le nombre de périodes varie pour 2 individus différents et, pour le même individu, la longueur des périodes varie aussi), la séquence (8) A/A, $B/C/B$, B, C/B/rien/A devenant ainsi : $A/A/B/C/B/B/C/B/A$.

Deux autres « méthodes » peuvent aussi être considérées; la première considère que le processus est *constant dans le temps* et agglomère toutes les transitions (et donc toutes les matrices de transition « potentielles ») en une seule, supprimant ainsi toute possibilité d'obtenir de cette façon les parts de marché à chaque période réelle ainsi que toute possibilité d'interpréter sur le plan du comportement d'achat les réelles transitions : la seconde technique, elle, *n'est pas applicable* pratiquement, car elle remplace les « états » réels (marques A, B, C, ...) par des « états » fictifs du type A, $A+A$, $A+B$, $2A+B$, ... (par exemple, avec seulement 3 marques et 1 ou 2 achats possibles, on obtient déjà 10 états fictifs).

B. DESCRIPTION DES BUTS ET DE LA MÉTHODE CHOISIE

Les principaux buts que nous nous sommes fixés dans la mise au point de notre algorithme sont au nombre de 6 :

1° ne pas supposer, *a priori*, que les matrices de transition (donnant les parts de marché à l'instant $n+1$ en fonction des parts de marché à l'instant n,) sont constantes au cours du temps (9);

2° conserver la notion concrète de *période* (périodes identiques pour chaque consommateur, et de durée identique au cours du temps);

---

(7) Avec même, presque *toujours*, $M_{n,n+1}$ matrice *constante* au cours du temps.

(8) A/A, B pouvant d'ailleurs, indifféremment, donner A/B ou B/A, de même C/B, B, C peut donner 6 combinaisons (dont 3 seulement sont différentes).

(9) Processus non nécessairement « homogène » dans le temps. Ce que l'on peut écrire $V_{n+1} = M_n V_n$, le lien entre M_n et M_{n-1} pouvant être *quelconque*.

3° traiter, « au mieux », les achats *multiples* et *non-achats* (les périodes étant fixes);

4° avoir des parts de marché *estimées* par l'algorithme, proches des parts de marché *réelles*;

5° retrouver les résultats obtenus dans le cas « *simple* » (un achat et un seul à chaque période) ([10]);

6° pouvoir segmenter, éventuellement, la population d'après le nombre moyen d'achats de chaque individu.

Notons que les buts n^{os} 4 et 5 nous permettront aussi de tester la validité de notre modèle, qui repose, *grosso modo*, sur l'hypothèse suivante.

HYPOTHÈSE : Sur une période donnée les consommateurs, « gros » ou « petits », ont, potentiellement, un comportement d'achats analogue ([11]) [grâce au but 6°, on pourrait d'ailleurs segmenter la population par rapport au nombre moyen d'achats, en *admettant* que ce soit ce paramètre qui déterminerait une éventuelle *hétérogénéité* de la population].

MÉTHODOLOGIE ET VARIANTES : — Considérons la séquence A/A, B, C/A, B/rien/B/rien.

1° La contribution ([12]) de ce consommateur aux 5 ([13]) matrices de transition consécutives peut être pondérée ([14]) de 4 façons (nombre total d'achats sur chaque couple de périodes consécutives, ou nombre moyen d'achats, ou pondération identique pour chaque consommateur, ou nombre moyen d'achats multiplié par nombre total d'achats sur chaque couple de périodes consécutives).

2° La transition A/A, B, C, par exemple, donne 3 contributions à la première matrice de transition, ces contributions étant pondérées comme précédemment indiqué.

3° Le non-achat tient compte de l'achat avant le « non-achat » et de l'achat après ce « non-achat », les problèmes particuliers dus à un non-achat en première ou dernière période étant résolus de 3 façons possibles [soit on n'en tient pas compte, soit on considère qu'il y a fidélité, en divisant par 2 ([15]) soit on considère qu'il y a « uniformité », en répartissant la provenance,

---

([10]) C'est-à-dire les résultats que l'on obtiendrait en utilisant la méthode du « maximum de vraisemblance » de Anderson-Goodman [2].

([11]) Hypothèse d'*homogénéité* de la population (mais pas homogénéité dans le temps).

([12]) *Voir* B. LEMAIRE [23], pour la façon de construire les matrices de transitions dans le cas « simple », (et [2]).

([13]) Il y a 5 matrices puisqu'il y a 6 périodes, potentielles, d'achat.

([14]) Ce poids étant lui-même, éventuellement, affecté d'un cœfficient correcteur en vue de tenir compte de la catégorie socio-professionnelle.

([15]) Ce coefficient pourrait éventuellement être modifié suivant la fréquence du non-achat.

ou la destination, sur les N marques, donc en divisant chaque contribution par 2 fois le nombre de marques].

4° Le consommateur ayant comme séquence d'achat, sur 2 périodes, « A, C/B » fournit seulement 2 « demi-contributions » à la matrice de transition entre ces 2 périodes.

Remarques : Les hypothèses qui nous ont conduits à ce type de traitement sont très simples et, espérons-le, suffisamment réalistes.

(*a*) Comme nous l'avons déjà dit, le comportement de tout consommateur est supposé *constant* sur *une* période (semaine ou quinzaine ou, à la rigueur, mois), *mais* sur une période *seulement* : ainsi le consommateur i est supposé se conduire (stochastiquement) de la même façon sur toute la période. Cependant, s'il y a 15 périodes considérées, donc 14 matrices de transition, ce même consommateur peut avoir 14 types de comportement *différents* (ainsi la séquence A/A, A, B/C fournit 3 contributions à *une* matrice de transition, et trois « tiers de contribution » à la *suivante*, qui peut être différente de la première).

(*b*) Dans la version actuelle de notre algorithme, les consommateurs, *après* traitement individuel, sont tous *agrégés* (ce qui ne modifie pas bien évidemment les matrices de transition « globales », mais qui peut masquer, pour une analyse *ultérieure* utilisant ces matrices, une certaine hétérogénéité de la population).

Il est bien sûr très facile, du moins théoriquement, de segmenter la population, soit *a priori* (avant tout traitement des données de Panel, par exemple sur des critères socio-économiques, ou sur des attitudes, ...), soit *a posteriori*, d'après la fréquence moyenne d'achats (0 à 50 % de la moyenne, 50 à 100 %, 100 à 150 %, au-dessus de 150 %, ou par quartiles, ou déciles, ...) ou d'après tout autre critère plus « classique ». A cause, cependant, des erreurs aléatoires, la segmentation ne doit pas être trop « fine » (un critère « objectif » consisterait à vérifier, avec K sous-populations ou segments, que les vecteurs « globaux » de parts de marché

$$V_1' = \alpha(1)\, V_1'(1) + \ldots + \alpha(k)\, V_1'(k), \ldots,$$

$$V_{n+1}' = \sum_{j=1}^{k} \alpha(j)\, V_{n+1}'(j) \text{ avec } V_{n+1}'(j) = V_n'(j)\, T_n'(j),$$

sont « proches » des vecteurs *réels*).

(*c*) Le fait de rechercher des matrices de transition ne présuppose pas que l'on ait un modèle markovien *stationnaire*, et l'on peut se contenter d'utiliser ces matrices « réelles », pour l'étude d'indices de similarité entre les marques, ou même pour étudier le phénomène de « Brand Loyalty » s'il existe. Bien entendu, lorsque l'on veut *utiliser* ces matrices comme inputs d'un modèle, c'est vers des modèles markoviens que l'on se tourne le plus souvent : il se pose alors le problème du choix du modèle (premier ordre contre ordre plus élevé, stationnaire contre « causal », homogène contre hétérogène [24, 25]).

C. RÉSULTATS

Le programme ([16]) que nous avons mis au point sur système conversationnel ([17]) nous a permis de tester notre algorithme sur divers ensembles de données obtenues grâce à un sous-programme de création aléatoire de séquences d'achat. Les résultats obtenus ont tous répondu à nos 6 conditions (énoncées au paragraphe 6), du moins lorsque la taille du Panel était suffisamment grande ($\geqq 120$) pour que les fluctuations aléatoires, inhérentes à toute simulation, ne soient pas trop marquées. Chaque ensemble de données (*voir* ci-dessous, et en annexe) est traité de 3 ou 4 façons différentes, afin qu'un certain nombre de variantes du programme puisse être testé. Sur nos premières données, simulées, la précision de l'approximation est déjà, avec 100 « panélistes », de 95 % pour les parts de marché et de 80 % pour les matrices de transition (c'est déjà plus intéressant que la précision obtenue « classiquement » par régression sur les parts de marché, cette dernière technique ayant l'inconvénient évident de présupposer des matrices constantes sur une vingtaine de périodes, ce qui n'a aucune raison d'être (en dehors d'être nécessaire pour le statisticien), et d'assumer implicitement 1, et 1 seul achat chaque période !). De plus, beaucoup de cette imprécision est due au fait que nous avons simulé près de 80 % de non-achats (*voir*, par exemple notre annexe 0) avec seulement 100 à 120 panélistes. Avec seulement 50 % de « non-acheteurs » à chaque période, ou avec 300 panélistes, l'approximation serait bien meilleure.

Données n° 1

Nombre de marques :	3
Taille du Panel :	120
Nombre de périodes :	6

Nombre d'achats par période : compris entre 0 et 2.

On a supposé ici, de plus, que le mécanisme sous-jacent du comportement d'achat était régi ([18]) par la matrice de transition suivante :

$$M = \begin{bmatrix} .8 & .1 & .1 \\ .2 & .7 & .1 \\ .1 & .15 & .75 \end{bmatrix}.$$

([16]) Ce programme, mis sous forme « Batch », est en cours de traitement sur des données réelles : la taille exigée de mémoire centrale et certains problèmes de dépouillement de fichiers ne nous ont pas encore permis de sortir, dès maintenant, des résultats « hors laboratoire ».

([17]) Grâce aux moyens informatiques du C.E.S.A.

([18]) Pour les données figurant en annexe, une telle hypothèse n'a pas été retenue, puisque nous n'avons pas besoin d'informations *a priori* sur le comportement d'achat.

2 variantes vont maintenant être présentées.

Première variante

(On ne tient pas compte du non-achat en début ou fin de période.)
(Seules, les 2 premières matrices sont, ici, listées.)

MATRICES DE TRANSITION ESTIMEES

Transition 1 à 2

	1	2	3
1	.93023	.06976	.00000
2	.19047	.71428	.09523
3	.07999	.02666	.89333

Transition 2 à 3

	1	2	3
1	.76767	.12121	.11111
2	.32142	.51785	.16071
3	.08333	.15277	.76388

etc..........

Période 1

Vecteur d'état estimé

.3879 .2844 .3275

Vecteur d'état réel

.3879 .2844 .3275

Période 2

Vecteur d'état estimé

.4412 .239 .3197

Vecteur d'état réel

.4285 .241 .3303

Période 3

Vecteur d'état estimé

.4422 .2261 .3316

Vecteur d'état réel

.4608 .226 .313

Période 4

Vecteur d'état estimé

.3974 .2179 .3846

Vecteur d'état réel

.3898 .2203 .3898

Période 5

Vecteur d'état estimé

.3988 .2749 .3262

Vecteur d'état réel

.3893 .2831 .3274

Période 6

Vecteur d'état estimé

.4726 .2321 .2951

Vecteur d'état réel

.4778 .23 .292

Deuxième variante

(Le « non-achat » (en début ou fin de séquence) est considéré d'après sa « fidélité potentielle ».)

VOULEZ-VOUS CHANGER POUR LA PÉRIODICITÉ
? NON
VOULEZ-VOUS CHANGER LA PONDÉRATION
? NON
VOULEZ-VOUS CHANGER L'INTERPRÉTATION DU NON-ACHAT
? OUI
TAPER 0 POUR NE PAS TENIR COMPTE DU NON-ACHAT EN DÉBUT OU EN FIN, 1 SINON
? 1

Matrices de transition estimées

Transition 1à 2

	1	2	3
1	.93181	.06818	.00000
2	.18750	.71875	.09375
3	.07894	.02631	.89473

Transition 2à 3

	1	2	3
1	.76767	.12121	.11111
2	.32142	.51785	.16071
3	.08333	.15277	.76388

Transition 3à 4

	1	2	3
1	.78095	.07619	.14285
2	.11320	.71698	.16981
3	.07999	.06666	.85333

Transition 4à 5

	1	2	3
1	.77777	.11111	.11111
2	.17647	.78431	.03921
3	.13333	.15555	.71111

Transition 5à 6

	1	2	3
1	.90361	.04819	.04819
2	.30645	.53225	.16129
3	.08955	.20895	.70149

Période 1

Vecteur d'état estimé

.3879 .2844 .3275

Vecteur d'état réel

.3879 .2844 .3275

Période 2

Vecteur d'état estimé

.4406 .2395 .3197

Vecteur d'état réel

.4285 .241 .3303

Période 3

Vecteur d'état estimé

.4419 .2263 .3317

Vecteur d'état réel

.4608 .226 .313

Période 4

Vecteur d'état estimé

.3972 .218 .3846

Vecteur d'état réel

.3898 .2203 .3898

Période 5

Vecteur d'état estimé

.3987 .275 .3262

Vecteur d'état réel

.3893 .2831 .3274

Période 6

Vecteur d'état estimé

.4738 .2337 .2924

Vecteur d'état réel

.4778 .23 .292

Données n° 2 :

Les données sont les mêmes, en dehors du fait que la répartition des non-achats et des achats multiples est différente de la précédente (il y a aussi seulement 100 panélistes). De plus, une troisième variante est utilisée.

Première variante

Matrices de transition estimées

Transition 1à 2

	1	2	3
1	.68750	.07812	.23437
2	.23636	.76363	.00000
3	.01754	.14035	.84210

Transition 2à 3

	1	2	3
1	.75757	.16666	.07575
2	.22656	.51562	.25781
3	.04945	.06593	.88461

Transition 3à 2

	1	2	3
1	.69230	.18461	.12307
2	.29166	.60833	.10000
3	.16216	.12972	.70810

Transition 4à 5

	1	2	3
1	.83870	.11290	.04838
2	.04411	.77941	.17647
3	.08108	.21081	.70810

Transition 5à 6

	1	2	3
1	.71929	.22807	.05263
2	.18750	.71874	.09375
3	.09433	.35849	.54716

Période 1

Vecteur d'état estimé
.4235 .2352 .3411

Vecteur d'état réel
.4235 .2352 .3411

Période 2

Vecteur d'état estimé
.3527 .2606 .3865

Vecteur d'état réel
.3678 .2643 .3678

Période 3

Vecteur d'état estimé
.3454 .2186 .4358

Vecteur d'état réel
.3614 .2289 .4096

Période 4

Vecteur d'état estimé
.3736 .2533 .373

Vecteur d'état réel
.4047 .2738 .3214

Période 5

Vecteur d'état estimé
.3547 .3182 .3269

Vecteur d'état réel
.3452 .3214 .3333

Période 6

Vecteur d'état estimé
.3457 .4268 .2274

Vecteur d'état réel
.3444 .4222 .2333

Troisième variante

Le « non-achat » (en début ou fin de séquence) est éclaté uniformément.

Matrices de transition estimées

Transition 1à 2

	1	2	3
1	.67312	.09927	.02760
2	.26506	.71887	.01606
3	.05390	.15902	.78706

Transition 2à 3

	1	2	3
1	.75566	.16876	.07556
2	.22568	.51750	.25680
3	.04931	.06849	.88219

Transition 3à 4

	1	2	3
1	.69230	.18461	.12307
2	.29166	.60833	.10000
3	.16216	.12972	.70810

Transition 4à 5

	1	2	3
1	.83870	.11290	.04838
2	.04411	.77941	.17647
3	.08108	.21081	.70810

Transition 5à 6

	1	2	3
1	.74842	.22012	.03144
2	.17880	.74172	.07947
3	.08000	.36000	.56000

Période 1

Vecteur d'état estimé
.4235 .2352 .3411

Vecteur d'état réel
.4235 .2352 .3411

Période 4

Vecteur d'état estimé
.3791 .2565 .3642

Vecteur d'état réel
.4047 .2738 .3214

Période 2	Période 5
Vecteur d'état estimé .3658 .2654 .3687	Vecteur d'état estimé .3588 .3195 .3215
Vecteur d'état réel .3678 .2643 .3678	Vecteur d'état réel .3452 .3214 .3333
Période 3	Période 6
Vecteur d'état estimé .3545 .2243 .421	Vecteur d'état estimé .3514 .4317 .2167
Vecteur d'état réel .3614 .2289 .4096	Vecteur d'état réel .3444 .4222 .2333

On peut résumer ces différents résultats en remarquant, tout d'abord, que les 3 variantes retenues pour tenir compte du non-achat en début (ou fin) de séquence, donnent des résultats très voisins. De plus, la différence entre les parts de marché déduites du modèle (« estimées ») et les parts de marché réelles, est faible, puisque ne dépassant pas 2 %. Il faut d'ailleurs noter que divers essais ([19]) ont montré que l'algorithme était d'autant meilleur que, *ceteris paribus*, la taille du Panel était grande.

D. CRITIQUES ET PERSPECTIVES DU MODÈLE

L'algorithme, empirique, mis au point et dont certains résultats sont présentés ici, tout en *comblant* un certain nombre de lacunes mises en lumière dans la partie *A* (lacunes qui expliquaient la relativement faible utilisation des modèles markoviens, malgré leur intérêt théorique), repose sur 2 hypothèses qui sont d'ailleurs communes à tous les modèles de type markovien utilisés dans la pratique. On suppose tout d'abord que le comportement d'achat des consommateurs peut être décrit par un processus markovien ([20]), c'est-à-dire avec peu, ou pas, de « mémoire » (de façon grossière, on peut dire que les achats de la période sont « expliqués » par ceux de la période précédente ou, plus généralement, par ceux d'un nombre fini, et *fixe*, de périodes précédentes) et que la population est homogène, ou, du moins, que son hétérogénéité éventuelle (certains acheteurs sont plus fidèles, en probabilité, à une marque que d'autres, ou sont plus « changeants », . . .) est fixe au cours du temps (ce qui signifie, plus concrètement, que si l'on segmente la population à un moment donné pour rendre compte de cette hétérogénéité, cette segmen-

([19]) *Voir* d'autres données en annexe. Leurs résultats sont moins « bons » car la taille des Panels est beaucoup plus petite et le comportement d'achat n'obéit pas, de plus, nécessairement à une matrice markovienne. Les tests faits sur un échantillon, simulé, de 200 panélistes, ont donné une différence d'à peine 1 %.

([20]) Il serait plus exact de dire, en fait (comme B. LEMAIRE l'a montré dans [23] et [25]), que *l'utilisation* de ces matrices de transition s'avère intéressante *surtout* lorsque l'on considère des processus markoviens : *l'obtention* de ces matrices, elle, ne *présuppose* pas que les consommateurs sont « markoviens ».

tation reste valable les périodes suivantes). Cette hétérogénéité de la population (hétérogénéité « constante ») a d'ailleurs assez peu souvent été considérée par des analystes markoviens [en dehors de Massy, Morrison, Howard qui ont étudié, sur le plan *théorique*, certaines populations hétérogènes ([21]) mais qui, à notre connaissance, n'ont pas mis au point d'algorithme opérationnel pour traiter de cette manière les données de Panel].

Les perspectives ouvertes par cette méthodologie sont de 2 sortes. Tout d'abord les séquences non « simplistes » sont prises en compte (empiriquement, mais « raisonnablement »). De plus, le comportement des consommateurs *peut* évoluer, puisque les matrices de transition *ne sont pas supposées constantes* (contrairement à la plupart des utilisations actuelles de ce type d'analyse) : une modification des paramètres déterminant tel ou tel achat peut donc être mise en valeur, et par là, une explication peut être recherchée (alors qu'une agrégation trop forte aurait pu masquer totalement les circonstances du phénomène). Il est vrai que seul l'usage permettra de dire si les résultats obtenus sont à la hauteur de notre espoir; il apparaît toutefois clairement que, par rapport aux modèles existants, les hypothèses *a priori* sont beaucoup moins fortes et que, malgré cela, les résultats sont, au moins, aussi satisfaisants. (De plus, certaines études de « similarité » entre marques peuvent utiliser directement les matrices de transition obtenues, période par période.)

ANNEXE 0

EXÉCUTION DU PROGRAMME « CTF/1 » ET DU PROGRAMME « NEWCOMA »

1er jeu supplémentaire de données

Remarque : Ces données, concernant 40 panélistes, seront listées; de plus, 3 variantes seront présentées.

Nombre maximal d'achats
? 3
Nombre de marques
? 3
Nombre de périodes
? 5

Remarques : 1° La séquence d'achats du consommateur « 35 » pourrait ainsi s'écrire :

$$B/\text{Rien}/\text{rien}/C/2\,A$$

2° On peut noter que le nombre total d'achats, sur 5 périodes, varie entre 5 et 13.

([21]) *Voir* aussi : B. LEMAIRE [23]; MCFARLAND [12]; B. LEMAIRE, G. MAUFFREY [22].

I = 1

0	0	0
0	0	0
2	1	0
1	1	0
0	1	1

I = 2

0	1	0
0	2	1
0	1	1
0	2	0
0	1	0

I = 3

0	1	0
1	0	1
0	1	2
0	2	1
0	2	0

I = 4

0	1	0
2	0	0
1	0	0
1	0	0
1	2	0

I = 5

1	1	0
0	1	0
0	0	0
0	0	1
1	2	0

I = 6

1	1	1
1	0	1
0	0	1
0	1	1
0	0	1

I = 7

0	0	0
0	0	0
2	1	0
1	1	0
0	0	1

I = 8

0	0	0
0	0	0
1	0	1
0	1	1
2	1	0

I = 9

1	0	0
1	0	0
0	0	0
0	1	0
0	0	1

I = 10

0	1	0
0	0	1
0	0	1
0	0	0
0	0	1

I = 11

0	0	1
0	0	2
0	0	1
1	0	0
1	0	1

I = 12

1	1	1
1	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	1

I = 13

1	1	0
0	1	0
0	0	0
0	0	1
0	0	0

I = 14

1	0	0
2	0	0
1	0	1
1	1	0
0	1	0

I = 15

0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	0	0
0	0	3

I = 16

0	0	2
0	0	2
1	0	1
0	0	1
1	2	0

I = 17

2	1	0
1	1	0
0	0	1
1	1	1
0	1	1

I = 18

0	2	0
0	1	0
1	0	2
0	0	2
0	1	0

I = 19

1	0	0
1	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0

I = 20

1	0	1
0	0	2
0	0	2
0	0	1
0	1	0

I = 21

0	0	0
0	2	0
0	0	0
0	1	0
0	2	0

I= 22

1	0	0
0	0	2
1	0	2
2	0	1
1	0	1

I= 23.

0	1	1
0	1	1
0	1	1
0	1	0
1	0	0

I= 24

0	1	0
0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0

I= 25

0	1	0
0	1	0
0	0	1
0	0	1
1	0	0

I= 26

0	2	1
1	2	0
1	1	0
1	0	1
0	0	2

I= 27

0	1	1
0	1	1
1	1	0
0	1	0
0	1	0

I= 28

0	0	1
0	0	1
0	0	1
0	0	0
0	1	1

I= 29

0	1	0
0	0	1
0	0	1
1	1	0
0	0	1

I= 30

1	0	0
0	0	0
1	1	0
0	0	1
0	0	1

I= 31

1	1	0
1	1	0
0	1	1
0	1	0
2	0	0

I= 32

1	0	2
2	0	1
2	0	1
1	0	0
2	0	1

I= 33

2	1	0
1	0	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

I= 34

0	0	0
0	1	1
2	1	0
1	1	0
1	1	0

I= 35

0	1	0
0	0	0
0	0	0
0	0	1
2	0	0

I= 36

1	0	0
0	1	0
0	0	0
1	0	0
1	0	0

I= 37

0	0	0
0	0	0
0	1	0
1	1	1
0	1	1

I= 38

0	1	0
0	2	1
0	1	1
1	2	0
1	1	0

I= 39

2	0	1
1	0	1
0	0	2
0	0	2
0	1	1

I= 40

0	1	1
0	1	0
2	0	0
1	0	0
0	1	0

Remarque : Les vecteurs d'états, issus directement des données sont les suivants :

.33928571	.41071429	.00000025
.27586207	.34482759	.37931034
.33333333	.23333333	.43333333
.28813559	.37288136	.33898305
.28571429	.03968254	.31746032

PREMIÈRE VARIANTE :
TAPER 1 POUR TENIR COMPTE DE LA C.S.P.O. SINON
? 0
TAPER 0 POUR LA PÉRIODICITÉ, 1 SINON
? 0
TAPER 0 POUR NE PAS TENIR COMPTE DU NON-ACHAT EN DÉBUT OU EN FIN, 1 SINON
? 0
VOULEZ-VOUS LES PARTS DE MARCHE ESTIMÉES
? OUI

MATRICES DE TRANSITION ESTIMEES
****

TRANSITION 1à 2

	1	2	3
1	.49530	.25586	.24882
2	.22909	.47999	.29090
3	.20359	.19760	.59880

TRANSITION 2à 3

	1	2	3
1	.40178	.20535	.39285
2	.26484	.31963	.41552
3	.17760	.20077	.62162

TRANSITION 3à 4

	1	2	3
1	.45933	.33014	.21052
2	.26530	.45408	.28061
3	.20447	.34345	.45207

TRANSITION 4à 5

	1	2	3
1	.29074	.28193	.42731
2	.23931	.52564	.23504
3	.23828	.43945	.32226

```
PERIODE 1
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      3392    4107   2500
VECTEUR D'ETAT REEL
      3392    4107   2500
PERIODE 2
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      3130    3333   3536
VECTEUR D'ETAT REEL
      2758    3448   3793
PERIODE 3
VECTEUR D'ETAT ESTIME
    . 2768    2418   4813
VECTEUR D'ETAT REEL
      3333    2333   4333
PERIODE 4
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      2897    3665   3437
VECTEUR D'ETAT REEL
      2881    3728   3389
PERIODE 5
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      2538    4254   3207
VECTEUR D'ETAT REEL
      2857    3968   3174
```

DEUXIÈME VARIANTE :
VOULEZ-VOUS CHANGER LA PÉRIODICITÉ
? NON
VOULEZ-VOUS CHANGER LA PONDÉRATION
? NON
VOULEZ-VOUS CHANGER L'INTERPRÉTATION DU NON-ACHAT
? OUI
TAPER 0 POUR NE PAS TENIR COMPTE DU NON-ACHAT EN DÉBUT OU EN FIN, 1 SINON
? 1

TRANSITION 1à 2

	1	2	3
1	.52850	.23903	.23245
2	.20860	.52649	.26490
3	.18681	.18131	.63186

TRANSITION 2à 3

	1	2	3
1	.44475	.19060	.36464
2	.25438	.34649	.39912
3	.17557	.19847	.62595

TRANSITION 3à 4

	1	2	3
1	.45410	.33333	.21256
2	.26530	.45408	.28061
3	.20447	.34345	.45207

TRANSITION 4à 5

	1	2	3
1	.28444	.28444	.43111
2	.24561	.51315	.24122
3	.24400	.45000	.30600

```
PERIODE 1
VECTEUR D'ETAT ESTIME
    3392   4107   2500
VECTEUR D'ETAT REEL
    3392   4107   2500
PERIODE 2
VECTEUR D'ETAT ESTIME
    3116   3426   3456
VECTEUR D'ETAT REEL
    2758   3448   3793
PERIODE 3
VECTEUR D'ETAT ESTIME
    2864   2467   4667
VECTEUR D'ETAT REEL
    3333   2333   4333
PERIODE 4
VECTEUR D'ETAT ESTIME
    2909   3678   3411
VECTEUR D'ETAT REEL
    2881   3728   3389
PERIODE 5
VECTEUR D'ETAT ESTIME
    2563   4250   3185
VECTEUR D'ETAT REEL
    2857   3968   3174
```

TROISIÈME VARIANTE :
VOULEZ-VOUS CHANGER POUR LA PÉRIODICITÉ
? NON
VOULEZ-VOUS CHANGER LA PONDÉRATION
? NON
VOULEZ-VOUS CHANGER L'INTERPRÉTATION DU NON ACHAT
? OUI
TAPER 0 POUR NE PAS TENIR COMPTE DU NON-ACHAT EN DÉBUT OU EN FIN, 1 ou 2 ...
? 2

TRANSITION 1à 2

	1	2	3
1	.47629	.27370	.25000
2	.23129	.47959	.28911
3	.20967	.22580	.56451

TRANSITION 2à 3

	1	2	3
1	.41047	.21047	.37904
2	.27631	.32017	.40350
3	.19029	.20522	.60447

TRANSITION 3à 4

	1	2	3
1	.46054	.33011	.20933
2	.26530	.45408	.28061
3	.20447	.34345	.45207

TRANSITION 4à 5

	1	2	3
1	.29037	.28148	.42814
2	.23684	.53070	.23245
3	.23599	.44199	.32200

```
PERIODE 1
VECTEUR D'ETAT ESTIME
     3392  4107  2500
VECTEUR D'ETAT REEL
     3392  4107  2500
PERIODE 2
VECTEUR D'ETAT ESTIME
     3090  3462  3446
VECTEUR D'ETAT REEL
     2758  3448  3793
PERIODE 3
VECTEUR D'ETAT ESTIME
     2881  2466  4652
VECTEUR D'ETAT REEL
     3333  2333  4333
PERIODE 4
VECTEUR D'ETAT ESTIME
     2932  3668  3398
VECTEUR D'ETAT REEL
     2881  3728  3389
PERIODE 5
VECTEUR D'ETAT ESTIME
     2522  4274  3202
VECTEUR D'ETAT REEL
     2857  3968  3174
```

ANNEXE 1

Données supplémentaires n° 2

Taille du Panel : 15
Nombre de marques : 4
Nombre de périodes : 10

Remarque préliminaire : Les séquences d'achat de 8 panélistes seront listées d'abord, ainsi que les 10 vecteurs réels de parts de marché. Seule, la variante « non-achat fidèle » est ici listée.

I= 1

2	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	0	2	0
1	0	1	0
0	0	1	0
1	1	0	0
0	0	0	1
2	0	0	0
1	0	0	0

I= 3

0	1	0	0
0	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1
0	0	0	0
1	2	0	1
0	2	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0

I= 5

1	1	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	0	1
0	1	1	2
0	2	1	1
0	2	0	1
0	2	0	2

I= 7

0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

I= 9

2	2	0	0
2	1	0	0
2	0	0	0
0	2	1	0
0	2	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	0	2	0
1	0	2	0
1	1	1	1

I= 11

1	1	1	0
1	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	0	2
1	2	0	1
0	1	0	1
0	2	0	0
0	0	0	0
1	0	0	2

I= 13

1	0	0	0
0	2	0	0
0	0	0	1
2	0	1	0
0	0	1	0
0	0	1	0
1	0	0	2
1	0	1	1
1	1	1	0
1	0	0	0

I= 15

2	0	0	0
1	0	0	0
0	0	1	0
2	0	0	1
1	0	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
0	0	1	3
0	0	0	3
1	0	0	2

Le nombre total d'achats sur 10 périodes, varie entre 11 et 26.

.48275862	.27586207	.10344828	.13793103
.34285714	.17142857	.31428571	.17142857
.38709677	.16129032	.32258065	.12903226
.37142857	.22857143	.28571429	.11428571
.26086957	.30434783	.13043478	.30434783
.11538462	.46153846	.11538462	.30769231

6 premiers vecteurs d'état

MATRICES DE TRANSITION ESTIMEES
****

TRANSITION 1à 2

	1	2	3	4
1	.56069	.20809	.11560	.11560
2	.26818	.21818	.29090	.22272
3	.35714	.09999	.09999	.44285
4	.20454	.00000	.67424	.12121

TRANSITION 2à 3

	1	2	3	4
1	.53816	.20992	.22900	.02290
2	.32061	.19083	.16793	.32061
3	.37333	.08888	.51111	.02666
4	.33908	.03448	.38505	.24137

TRANSITION 3à 4

	1	2	3	4
1	.27457	.43372	.24406	.05762
2	.23076	.24475	.34965	.17482
3	.50200	.10843	.22088	.16867
4	.53535	.07070	.23232	.16161

TRANSITION 4à 5

	1	2	3	4
1	.42148	.11570	.30578	.15702
2	.04819	.69879	.00000	.25301
3	.23744	.26484	.23744	.26027
4	.27586	.11494	.00000	.60919

TRANSITION 5à 6

	1	2	3	4
1	.46923	.33846	.13846	.05384
2	.00000	.58468	.04504	.27027
3	.00000	.00000	.77777	.22222
4	.11435	.44148	.05319	.39095

TRANSITION 6à 7

	1	2	3	4
1	.00000	.87500	.00000	.12500
2	.14400	.56800	.04000	.24800
3	.29310	.24137	.08620	.37931
4	.07738	.52777	.09920	.29563

TRANSITION 7à 8

	1	2	3	4
1	.19047	.21428	.31746	.27777
2	.08556	.54010	.05614	.31818
3	.00000	.71428	.14285	.14285
4	.07476	.43457	.24299	.24766

TRANSITION 8à 9

	1	2	3	4
1	.40909	.31818	.27272	.00000
2	.29758	.22627	.15540	.32073
3	.17391	.33333	.28985	.20289
4	.38333	.15416	.13333	.32916

TRANSITION 9à 10

	1	2	3	4
1	.53488	.25193	.18604	.02713
2	.31853	.26018	.17467	.24660
3	.38461	.26035	.27218	.08284
4	.32748	.17543	.13450	.36257

```
PERIODE 1
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      4827  2758  1034    1379
VECTEUR D'ETAT REEL
      4827  2758  1034    1379
PERIODE 2
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      4098  1709  2394    1797
VECTEUR D'ETAT REEL
      3428  1714  3142    1714
PERIODE 3
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      4257  1461  3141    1139
VECTEUR D'ETAT REEL
      3870  1612  3225    1290
PERIODE 4
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      3693  2582  2508    1214
VECTEUR D'ETAT REEL
      3714  2285  2857    1142
PERIODE 5
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      2612  3036  1725    2626
VECTEUR D'ETAT REEL
      2608  3043  1304    3043
PERIODE 6
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      1526  4122  1979    2371
VECTEUR D'ETAT REEL
      1153  4615  1153    3076
PERIODE 7
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      1357  5406  0570    2665
VECTEUR D'ETAT REEL
      1515  4848  0606    3030
PERIODE 8
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      0920  4776  1463    2838
VECTEUR D'ETAT REEL
      1333  3999  1999    2666
PERIODE 9
VECTEUR D'ETAT ESTIME
      3140  2299  1796    2763
VECTEUR D'ETAT REEL
      3428  2285  1999    2285
```

Remarque : Les écarts les plus importants entre vecteur estimé et vecteur réel ne dépassent pas 5 %, et une bonne partie de cet écart est due, sans nul doute, à la faible taille du Panel simulé (avec 200 panélistes, l'écart est inférieur à 1 %).

BIBLIOGRAPHIE

1. D. A. AAKER, *A New Method for Evaluating Stochastic Models of Brand Choice*, J. Marketing Research, 7, 1970, p. 300-306.
2. T. W. ANDERSON et L. W. GOODMAN, *Statistical Inference About Markov Chains*, Ann. Math. Stat., 28, 1957.
3. T. W. ANDERSON et D. A. DARLING, *Asymptotic Theory of Certain Goodness of Fit Criteria Based on Stochastic Processes*, Ann. Math. Stat., 23, 1952, p. 193-212.
4. W. BALINSKY et A. REISMAN, *Some Manpower Planning Models Based on Levels of Educationnal Attainment*, Man. Sc., 18, 1972, B 691-705.
5. BARTHOLOMEW, *Stochastic Models for Social Processes*, London, Wiley, 1973.
6. A. T. BHARUCHA-REID, *Elements of the Theory of Markov Processes and their applications*, New York, Mc Graw-Hill, 1960.
7. D. R. COX et H. D. MILLER, *The Theory of Stochastic Processes*, London, Methnen, 1965.
8. W. DENT, *A Note on Lipstein's Model of Consumer Behavior*, Op. Research, 21, 1973, p. 650-652.
9. M. M. DRYDEN, *Share Price Movements: a Markovian Approach*, J. Finance, 24, 1969.
10. A. S. C. EHRENBERG, *An Appraisal of Markov Brand-Switching Models*, J. Marketing Research, 2 (1965), 437-462.
11. A. S. C. EHRENBERG, *Repeat Buying*, Amsterdam-London, North Holland Pub. Co., 1972.
12. D. MCFARLAND, *Inter-Generational Social Mobility as a Markov Process: Including a Time-Stationnary Markovian Model that Explains Observed Declines in Mobility Rates Over Time*, Amer. Soc. Rev., 35, 1970, p. 463-476.
13. R. E. FRANK, *Brand Choice as a Probability Process*, J. Business, 35, 1962, p. 43-56.
14. G. V. FUGUITT, *The Growth and Decline of Small Towns as a Probability Process*, Amer. Soc. Rev., 30, 1965, p. 403-411.
15. R. MCGINNIS, *A Stochastic Model of Social Mobility*, Amer. Soc. Rev., 33, 1968, p. 712-722.
16. R. B. GINSBERG, *Semi-Markov Processes and Mobility*, J. Math. Sociology, 1, 1971, p. 233-262.
17. F. HARARY et B. LIPSTEIN, *The Dynamics of Brand Loyalty: a Markovian Approach*, Op. Research, 10, 1962, p. 19-40.
18. F. HARARY, B. LIPSTEIN et G. P. H. STYAN, *A Matrix Approach to Non-Stationnary Chains*, Op. Research, 18, 1970, p. 1168-1181.
19. S. KARLIN, *Initiation aux processus aléatoires*, Dunod, Paris, 1969.
20. J. G. KEMENY et L. SNELL, *Finite Markov Chains*, New York, Van Nostrand, 1960.
21. T. C. LEE, G. C. JUDGE et R. L. CAIN, *A Sampling Study of the Properties of Estimators of Transition Probabilities*, Man. Sc., 15, 1969, p. 374-398.
22. B. LEMAIRE et G. MAUFFREY, *Nouvelle approche markovienne des phénomènes de "Brand-Loyalty and Brand-Switching"*, Les Cahiers de Recherche du C.E.S.A., 14, 1974 (nouvelle version dans Rev. Stat. Appliquée, 23, 4, 1975).

23. B. LEMAIRE, *État actuel de l'utilisation des modèles markoviens pour l'étude du comportement des consommateurs*, Les cahiers de Recherche du C.E.S.A., 23, 1975. (Nouvelle version dans Revue Math. Sci. hum., 13, 50, 1975, p. 51-80.
24. B. LEMAIRE, *Modèles en Marketing: fidélité et comportement d'achat* (à paraître dans Encyclopédie du Management).
25. B. LEMAIRE, *Marketing Mix, and Brand Loyalty: Learning Process, with "Rewards", and Variable Markovian Models* (à paraître dans Les cahiers de Recherche du C.E.S.A., 1977).
26. B. LIPSTEIN, *A Mathematical Model of Consumer Behaviour*, J. Marketing Research, 2, 1965, p. 259-265.
27. P. A. LONGTON et B. T. WARNER, *A Mathematical Model for Marketing*, Metra, 1, 1962, p. 297-310.
28. W. F. MASSY, *Order and Homogeneity of Family Specific Brand-Switching Processes*, J. Marketing Research, 3, 1966.
29. W. F. MASSY, D. B. MONTGOMERY et D. G. MORRISON, *Stochastic Models of Buying Behaviour*, Cambridge (Mass.), The M.I.T. Press, 1970.
30. W. F. MASSY et D. G. MORRISON, *Comments on Ehrenberg's Appraisal of Brand-Switching Models*, J. Marketing Research, V, 1968, p. 225-229.
31. D. B. MONTGOMERY, *A Stochastic Reponse Model with Application to Brand Choice*, Man. Sc., 15, 1969, p. 323-337.
32. D. G. MORRISON, *Testing Brand Switching Models*, J. Marketing Research, 3, 1966, p. 401-409.
33. E. PARZEN, *Stochastic Processes*, San Francisco, Holden-Day, 1962.
34. F. ROSENFELD et M. SALOMON, *Utilisation de modèles markoviens et pseudo-markoviens dans les études de marché*, Metra, 1, 1962, p. 297-310.
35. G. P. H. STYAN et H. SMITH, *Markov Chains Applied to Marketing*, J. Marketing Research, 1, 1964, p. 50-55.
36. L. G. TELSER, *The Demand for Branded Goods as Estimated from Consumer Panel Data*, Rev. Eco. Stat., 1962, p. 300-322.
37. E. VROOHEN, *Un exemple de chaîne de Markov dans l'industrie textile*, Rev. Stat. Appliquée, XIV, 1966, p. 55-84.