

R. CRUON

A. ROUGERIE

C. VAN DE CASTEELE

**Détermination du nombre de bancs de réparation et  
du nombre d'équipements de rechange nécessaires**

*Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. Série verte*, tome 3, n° V3 (1969), p. 87-102

[http://www.numdam.org/item?id=RO\\_1969\\_\\_3\\_3\\_87\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RO_1969__3_3_87_0)

© AFCET, 1969, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. Série verte » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

**ETUDE D'UN CIRCUIT  
DE MATERIELS REPARABLES.  
DETERMINATION  
DU NOMBRE DE BANCS DE REPARATION  
ET DU NOMBRE  
D'EQUIPEMENTS DE RECHANGE NECESSAIRES**

par R. CRUON, A. ROUGERIE, C. VAN DE CASTEELE <sup>(1)</sup>

---

*Résumé. — Cet article étudie un circuit de matériels réparables dans lequel un matériel tombant en panne est remplacé par un matériel en stock et envoyé en réparation : les matériels réparés reviennent dans le stock et les transports vers l'atelier ou en retour ont une durée non négligeable. Le but recherché est de disposer, avec une probabilité donnée, d'un certain nombre de matériels en fonctionnement ; les deux inconnues principales sont le nombre de bancs de réparation et le nombre total de matériels à mettre dans le circuit. Le modèle utilisé est basé sur la théorie des files d'attente et tient compte du délai de transport, qui peut être distribué selon une loi quelconque. Les temps de fonctionnement et les durées de réparation sont supposés obéir à des lois exponentielles.*

## **1. EXPOSE ET DISCUSSION DU PROBLEME**

### **1.1. Description du système étudié**

Dans un « atelier de production », fonctionne un nombre donné de matériels. Lorsque l'un d'eux tombe en panne, il est acheminé vers un atelier de réparation puis, après remise en état, regagne l'atelier de production. Afin de conserver autant que possible la capacité de l'atelier de production, on s'arrange pour conserver un stock de matériels en état

---

(1) Centre Interarmées de Recherche Opérationnelle.

de marche prêts à remplacer un matériel défaillant. De façon symétrique, on peut trouver à l'entrée de l'atelier de réparation un certain nombre de matériels en panne, attendant d'être réparés.

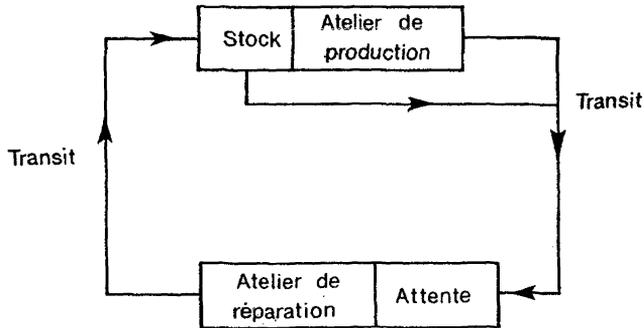


Figure 1

On se trouve donc en présence d'un problème de files d'attente (fig. 1). Une machine tombant en panne prend la file en amont de l'atelier de réparation. Une fois réparée, elle prend la file en amont de l'atelier de production, et accroît d'une unité le stock de réserve. Dans le cas de matériels fragiles, on peut en outre concevoir que, dans ce stock, une avarie se produise au cours de manipulations, auquel cas le matériel est dirigé directement vers l'atelier de réparation.

## 1.2. Discussion qualitative du problème

### 1.2.1. Stock de matériels en bon état

Le stock de matériels en bon état est destiné à permettre, en principe, l'échange immédiat d'un matériel dont la panne a été constatée. Si une avarie se produit alors que ce stock est vide (ou que tous les matériels en stock se révèlent défectueux), une unité de l'atelier de production restera indisponible jusqu'à l'arrivée d'un matériel réparé.

La probabilité de rupture du stock est d'autant plus faible que :

- le nombre total de matériels dans le circuit est plus élevé,
- la capacité de réparation est plus grande.

### 1.2.2. Capacité de réparation

Commençons par examiner la question de la capacité de réparation. La réparation est supposée effectuée sur des « bancs de réparation », et le nombre de matériels qu'on peut réparer simultanément est égal au nombre de bancs. Si, au cours d'une période donnée, de nombreux matériels tombent en panne et par suite arrivent à l'atelier de réparation, celui-ci sera saturé et certains matériels seront laissés en attente. Le délai moyen d'attente ne peut être nul que si le nombre de bancs de réparation est au moins égal au nombre total de matériels dans le circuit, ce qui ne sera jamais le cas en pratique.

L'augmentation du nombre de bancs de réparation diminue néanmoins le délai moyen d'attente de réparation, et par conséquent, le délai total d'indisponibilité des matériels (1).

Inversement, une diminution du nombre de bancs de réparation augmente le délai moyen d'attente. Cette augmentation devient très rapide lorsqu'on approche de la capacité minimale de réparation nécessaire. Celle-ci est déterminée essentiellement par le nombre de machines à maintenir en service dans l'atelier de production et par le taux d'avarie des matériels considérés.

### 1.2.3. Nombre de matériels dans le circuit

Il est clair qu'en augmentant le nombre total de matériels dans le circuit, on augmente le nombre moyen de matériels en stock, et on améliore le fonctionnement du système.

### 1.3. Définition précise du problème

Il résulte des considérations ci-dessus qu'on peut obtenir un « niveau de service » donné (caractérisé par exemple par une probabilité de rupture de stock ou par un nombre moyen de machines réellement disponibles) par diverses combinaisons des valeurs des deux paramètres :

- Nombre de machines dans le circuit,
- Nombre de bancs de réparation.

Le problème auquel nous nous attacherons sera donc le suivant : « Étant donné :

- le nombre de matériels qu'on désire avoir en fonctionnement,
- le taux d'avarie des matériels en fonctionnement,
- le taux d'avarie des matériels en stocks,
- les distributions statistiques des délais entre avaries, des délais de réparation et des délais de transit;

déterminer le nombre de matériels et le nombre de bancs de réparation à mettre en place pour assurer au moindre coût un niveau de disponibilité donné. »

Dans la suite, nous serons amenés à supposer que les *avaries obéissent à une loi de Poisson* et que *les durées de réparation suivent une loi exponentielle*.

## 2. DESCRIPTION DES MODELES PROPOSES

### 2.1. Modèle simplifié

Si nous reprenons le schéma de la figure 1 du premier chapitre, nous voyons apparaître deux systèmes d'attente (2).

L'un est l'atelier de réparation (fig. 2). L'entrée dans le système correspond à l'arrivée d'un matériel défectueux. Le service est constitué

(1) Une réduction des temps de transit ou des durées de réparation a évidemment le même effet.

(2) Nous utilisons ici la terminologie de A. Kaufmann et R. Cruon [1].

par la réparation ; comme il y a nécessairement un nombre limité de bancs de réparation (qui constituent les stations), une file peut se former en amont de l'atelier.

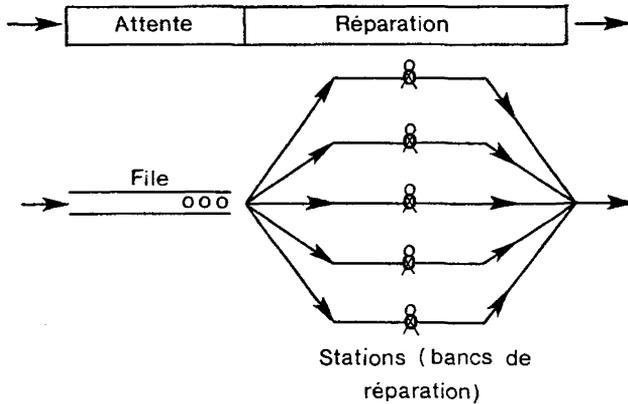


Figure 2

Le second système n'est autre que l'atelier où fonctionnent les machines (fig. 3). Y entrent les matériels revenant de réparation. Le service est constitué par le fonctionnement d'un matériel dans cet atelier ; sa durée est limitée par l'avarie. Comme on ne désire faire fonctionner qu'un nombre limité de matériels, une file d'attente se forme : c'est le stock.

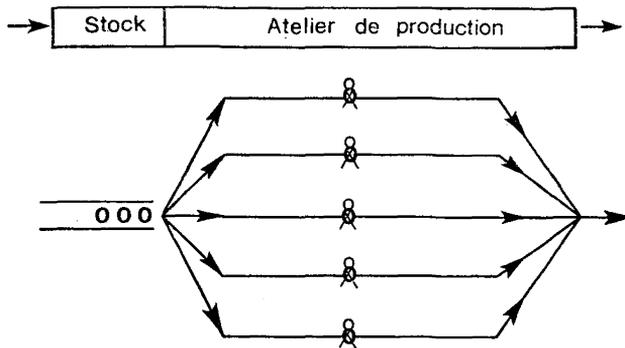


Figure 3

Ces deux systèmes forment un *réseau fermé* ; un tel réseau est caractérisé par le fait que le nombre total d'unités (il s'agit ici des matériels réparables) qu'il contient est constant.

Une version simplifiée du schéma de la figure 1 est représentée sur la figure 4, qui utilise le symbolisme de la théorie des files d'attente.

Ce schéma néglige les transits et la possibilité d'avarie en stockage, sur lesquels nous reviendrons plus loin.

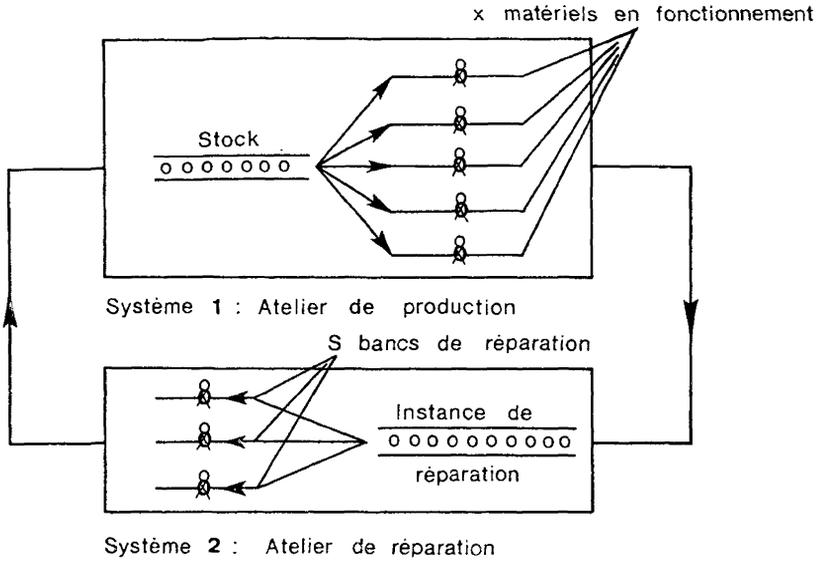


Figure 4

Lorsque les durées de service dans les stations du réseau suivent toutes des lois exponentielles, il est facile de calculer les diverses quantités qui peuvent être intéressantes en pratique : durées moyennes d'attente, nombre moyen d'unités dans chacun des systèmes du réseau, probabilité que le nombre d'unités dans un système donné soit supérieur à une certaine valeur, etc...

Par contre, lorsque des lois de service autres que la loi exponentielle interviennent, les calculs deviennent généralement inextricables, et il faut recourir à la simulation pour estimer les quantités ci-dessus.

## 2.2. Introduction des temps de transit

Dans les systèmes d'attente, la durée de séjour d'une unité dans un système est la somme de deux quantités :

- la durée de service, qui est aléatoire mais suit une loi de probabilité donnée *a priori* ;
- le délai d'attente, également aléatoire, et qui dépend des conditions de fonctionnement du système.

Cette durée de séjour dans le système dépend donc elle-même de la « charge » de celui-ci. Pour les transits qui sont mentionnés sur la figure 1, on peut, au contraire, admettre, au moins en première approximation, que la durée de transit est indépendante du nombre d'unités en transit, et suit une loi donnée *a priori* (par exemple, durée de transit constante).

On peut, néanmoins, représenter un transit par un système d'attente, dans lequel le nombre de stations est illimité (fig. 5). Il n'y a donc en fait jamais d'attente, toute unité qui arrive trouvant une station libre. La durée de service correspond à la durée de transit, ainsi que la durée de séjour dans le système, puisque le délai d'attente est toujours nul.

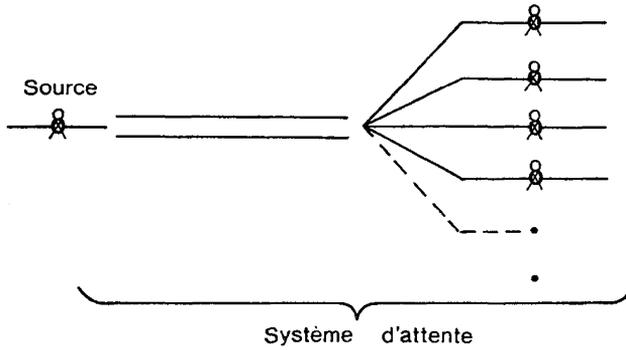


Figure 5

En tenant compte maintenant des temps de transit, on peut alors remplacer le schéma de la figure 4 par celui de la figure 6.

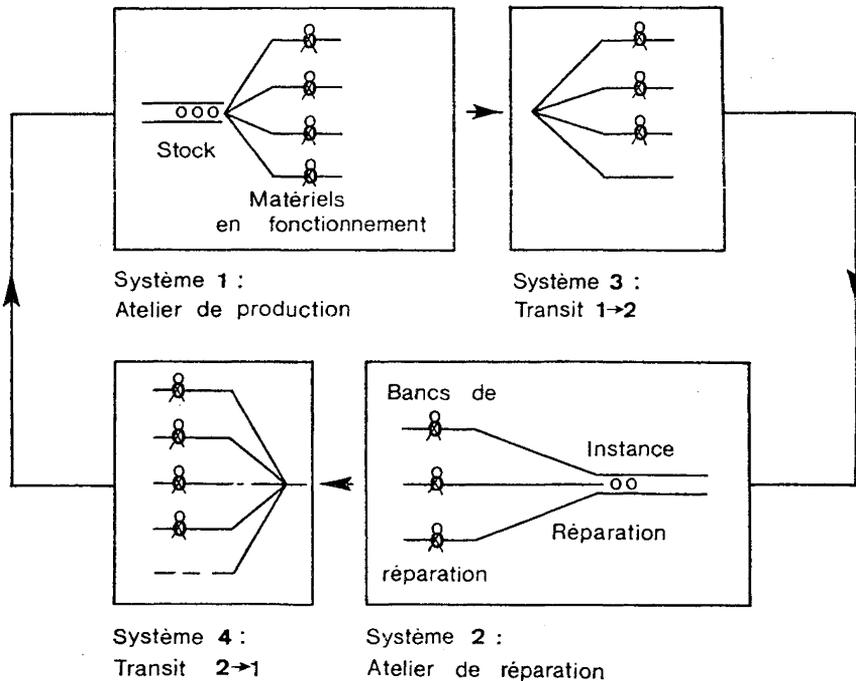


Figure 6

L'ensemble du réseau contient  $m$  unités identiques (« matériels ») situés :

— Soit dans les stations du système 1 (en fonctionnement) ou en attente devant ces stations (stock).

— Soit dans les stations du système 2 (en réparation) ou en attente devant ces stations (attente de réparation).

— Soit en route du système 1 vers le système 2.

— Soit en route du système 2 vers le système 1.

Dans le système 1, fonctionne en principe un nombre donné  $m_0$  de matériels, égal au nombre de stations. Lorsque l'un d'eux tombe en panne, il est acheminé vers le système 2, où sa réparation est entreprise s'il y a un banc de réparation libre ; sinon, il prend la file d'attente. Le nombre de bancs de réparation est  $S$ . Lorsqu'il est réparé, le matériel considéré est renvoyé dans le système 1, ou il prend la file (stock), sauf s'il y a moins de  $m_0$  matériels en fonctionnement, auquel cas il est utilisé aussitôt.

Comme nous l'avons rappelé au paragraphe 2.1., le circuit de réparation de la figure 4 constitue un cas classique de la théorie des files d'attente et a été fréquemment étudié. Il suppose qu'il n'y a pas de délai entre la sortie de l'atelier de fabrication et l'arrivée à l'atelier de réparation. Il existe pourtant de nombreux cas où ce délai est loin d'être négligeable, soit qu'il y ait effectivement un délai de transport assez long (matériel renvoyé chez le constructeur ou dans un atelier éloigné), soit qu'il y ait des opérations qui entraînent un délai sensible (dépose, démontage, remontage, etc...).

Le réseau de la figure 6 a été étudié, sous des hypothèses que nous indiquerons plus loin, par M. Posner et B. Bernholtz [2].

Les hypothèses admises par ces auteurs sont satisfaites en particulier lorsque :

*Hypothèse H1.* — L'intervalle entre la mise en service d'un matériel et sa prochaine panne suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda'$ .

*Hypothèse H2.* — La durée de réparation suit une loi exponentielle de paramètre  $\mu'$ .

*Hypothèse H3.* — La durée de transit suit une loi de probabilité arbitraire.

Nous appellerons  $1/\lambda'$  l'intervalle moyen entre pannes ou M.T.B.F., et  $1/\mu'$  la durée moyenne d'une réparation.

Avec les hypothèses ci-dessus, la probabilité qu'une unité sorte du système 1 (qu'un matériel tombe en panne) entre  $t$  et  $t + dt$ , lorsqu'il y a  $i$  unités dans ce système à l'instant  $t$ , ( $i$  matériels en service) est  $\lambda_i dt$ , avec :

$$\begin{aligned} \lambda_i &= i\lambda' && \text{pour } i \leq m_0 \\ &= m_0\lambda' && \text{pour } i \geq m_0 \end{aligned} \quad (1)$$

où  $m_0$  est le nombre de stations du système 1 (nombre maximal de machine en fonctionnement).

De même, la probabilité qu'une unité sorte du système 2 (qu'un matériel sorte de réparation) entre  $t$  et  $t + dt$ , lorsque  $j$  matériels sont en réparation ou en attente de réparation, est  $\mu_j dt$ , avec :

$$\begin{aligned}\mu_j &= j\mu' \text{ pour } j \leq S \\ &= S\mu' \text{ pour } j \geq S\end{aligned}\quad (2)$$

où  $S$  est le nombre de bancs de réparation.

En fait, les résultats de Posner et Bernholtz sont valables sous des hypothèses un peu plus générales : il suffit que les probabilités de sortie mentionnées ci-dessus ne dépendent que des nombres  $i$  ou  $j$ , et pas du temps depuis lequel les services en cours ont commencé. Autrement dit, les taux de sortie  $\lambda_i$  et  $\mu_j$  peuvent dépendre de  $i$  et  $j$  (respectivement) par des formules autres que (1) et (2) ; la condition essentielle est que chacun des systèmes du réseau soit assimilable à un processus de naissance et de mort.

Il est donc possible de faire dépendre (de façon quelconque) le délai entre deux sorties successives d'une station, du nombre de matériels en cours de service ou en attente dans le système. Nous en verrons des applications aux paragraphes 2.3 et 2.4.

Des calculs assez simples mais assez lourds, en raison du nombre important de variables qui interviennent, permettent d'obtenir la formule donnant la « probabilité d'état » du circuit, c'est-à-dire la probabilité d'avoir  $i$  matériels dans le système 1,  $j$  matériels dans le système 2,  $k$  matériels dans le système 3 et  $(l = m - i - j - k)$  matériels dans le système 4 ( $m$  représentant le nombre total de matériels dans le circuit). En effectuant des sommations sur le (ou les) indice(s) approprié(s), on peut obtenir par exemple : la probabilité d'avoir  $i$  et  $j$  matériels dans les systèmes 1 et 2 respectivement, quelle que soit la répartition des unités en transit ; la probabilité d'avoir  $(k + l)$  unités en transit quels que soient les nombres d'unités en fonctionnement ou en réparation ; la probabilité d'avoir  $i$  matériels en fonctionnement quelle que soit la répartition des  $(m - i)$  autres dans le circuit ; etc...

Généralement, c'est cette dernière quantité qui est la plus intéressante : c'est pourquoi nous l'avons choisie comme critère dans le problème exposé au paragraphe 1.3. On l'obtient en calculant d'abord la probabilité d'avoir  $i$  et  $j$  matériels dans les systèmes 1 et 2.

D'après les résultats de Posner et Bernholtz, cette probabilité ( $P_{ij}$ ) s'écrit :

$$P_{ij} = C_{00} B_1(i) B_2(j) (H_1 + H_2)^{m-i-j} / (m - i - j)! \quad (3)$$

où  $m$  est le nombre total de matériels dans le circuit ;

$H_1$  la moyenne du temps de trajet  $1 \rightarrow 2$  ;

$H_2$  la moyenne du temps de trajet  $2 \rightarrow 1$  ;

$C_{00}$  une constante qu'on détermine en égalant à 1 la somme des probabilités  $P_{ij}$  ( $i = 0, 1, \dots, m$  ;  $j = 0, 1, \dots, m - i$ ).

$B_1(i)$  et  $B_2(j)$  sont donnés par :

$$B_1(i) = \begin{cases} 1 & \text{pour } i = 0 \\ 1 / \prod_{r=1}^i \mu_r & \text{pour } i \geq 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$B_2(j) = \begin{cases} 1 & \text{pour } j = 0 \\ 1 / \prod_{r=1}^j \lambda_r & \text{pour } j \geq 1 \end{cases} \quad (5)$$

$\lambda_r$  et  $\mu_r$  ayant les significations précisées plus haut.

On obtient ensuite la probabilité d'avoir  $i$  matériels dans le système 1 (fonctionnement) en effectuant la sommation sur  $j$  :

$$P_i = \sum_{j=0}^{m-i} P_{ij} = C_{00} B_1(i) \sum_{j=0}^{m-i} B_2(j) \frac{(H_1 + H_2)^{m-i-j}}{(m-i-j)!} \quad (6)$$

On note que le délai de transport n'intervient que par  $H = H_1 + H_2$ , moyenne du temps de transport total. Les distributions statistiques de  $H_1$  et  $H_2$  peuvent donc être quelconques.

### 2.3. Le problème des avaries en stockage

Les avaries en stockage peuvent se produire suivant diverses modalités. Elles peuvent être dues en fait essentiellement aux manutentions, et sont alors indépendantes de la durée du stockage, ou se produire par « vieillissement », auquel cas une loi d'apparition poissonnienne peut convenir pour les représenter, comme dans le cas des matériels en service. D'autre part, on peut supposer soit que les matériels en stock sont testés fréquemment et les avaries éventuelles décelées rapidement, soit (hypothèse plus réaliste) que les avaries ne sont décelées qu'à la mise en service.

Dans la plupart de ces hypothèses, on aboutit à un modèle trop complexe pour être résolu analytiquement, dans l'état actuel de la théorie des files d'attente. Une prise en compte précise des avaries en stockage ne pourrait donc se faire que par simulation ; encore faudrait-il que les données nécessaires soient disponibles.

Il y a cependant un cas où le modèle du paragraphe 2.2 peut s'appliquer. C'est celui où les avaries en stockage apparaissent suivant une loi de Poisson (durée de vie exponentielle) de paramètre  $\lambda''$ , et sont immédiatement décelées. Dans ce cas, le taux de sortie  $\lambda_i$  du système 1 est donné par :

$$\begin{aligned} \lambda_i &= i\lambda' & \text{pour } 0 \leq i \leq m_0 \\ &= m_0 \lambda' + (i - m_0) \lambda'' & \text{pour } i \geq m_0 \end{aligned} \quad (7)$$

puisque le taux d'avarie est  $\lambda'$  pour les matériels en service, et  $\lambda''$  pour les matériels en stock.

Pour  $\lambda'' = 0$ , on retrouve la formule (1) (pas d'avarie en stockage). Le cas  $\lambda'' = \lambda'$  correspondrait à l'hypothèse où les matériels « en stockage » seraient, en fait, soumis aux mêmes conditions de fonctionnement et aux mêmes vérifications que les matériels en fonctionnement.

En pratique, les matériels en stock ne seront généralement testés qu'au déstockage. Le modèle du paragraphe 2.2., avec utilisation de la formule (7), conduit alors à sous-estimer le nombre total de matériels à mettre dans le circuit, puisqu'il suppose que les matériels ayant eu une défaillance en cours de stockage sont envoyés immédiatement en réparation. On pourrait envisager une correction approximative basée sur la durée moyenne de stockage et sur le taux d'avarie  $\lambda''$ , mais ce point n'a pas été étudié en détail.

#### 2.4. L'influence du nombre de matériels à réparer sur le taux de réparation

Il peut arriver qu'à partir d'un certain niveau de matériels en attente de réparation, on décide d'accélérer ces réparations (en ajoutant des ouvriers à l'équipe normale, en prolongeant la journée de travail par des heures supplémentaires, etc...). Supposons par exemple qu'il y ait  $S$  bancs de réparation et que le délai de réparation d'une unité suive une loi exponentielle de paramètre  $\mu'$ . Supposons encore que, lorsqu'il y a plus de  $R$  matériels *en attente*, on fasse passer le « taux » de réparation individuel à  $\mu'' > \mu'$ .

Alors, s'il y a au total  $j$  matériels en attente ou en cours de réparation :

$$\mu_j = \begin{cases} j\mu' & \text{si } 0 \leq j \leq S \\ S\mu' & \text{si } S \leq j \leq S + R \\ S\mu'' & \text{si } j > S + R \end{cases}$$

D'autres hypothèses sur l'influence éventuelle du nombre de matériels à réparer peuvent également être faites. Cependant, nous avons conservé l'hypothèse d'un taux de réparation constant dans les exemples donnés au paragraphe 3.

Notons d'autre part que l'hypothèse d'une durée de réparation exponentielle est en général peu réaliste. Néanmoins, deux raisons peuvent faire accepter cette hypothèse :

1) Si la durée de réparation, pour une panne donnée, est moins dispersée que ne l'indique une loi exponentielle, la variété des pannes possibles, auxquelles correspondent des durées de réparation différentes, augmente bien souvent la dispersion globale de la durée de réparation.

2) Les temps de réparation peuvent être connus avec une précision relativement bonne. Au contraire, la détermination des taux d'avarie est assez délicate. C'est là un des écueils rencontrés le plus souvent lorsqu'on s'occupe de fiabilité. Dans ces conditions, l'erreur commise par l'approximation exponentielle peut être faible par rapport à celle qui correspond à l'incertitude sur le taux d'avarie.

### 3. EXEMPLE D'APPLICATION — SENSIBILITE AUX VARIATIONS DES PARAMETRES

#### 3.1. Mode de calcul

Avant de préciser comment le calcul peut être conduit, rappelons que :

1) Les deux inconnues du problème sont essentiellement le nombre de matériels à mettre en circuit ( $m$ ) et le nombre de bancs de réparation ( $S$ ). Il est clair que la probabilité de fonctionnement souhaitée dans le système 1 (fig. 6) peut être atteinte pour plusieurs couples ( $m, S$ ), la solution optimale étant obtenue, par exemple, par la considération du coût minimal.

2) Le modèle utilisé calcule les probabilités d'état du système connaissant  $m$  et  $S$  (et les caractéristiques des stations).

D'autre part, nous avons choisi comme critère, pour l'exemple présenté ici, la probabilité que  $m_0$  matériels soient en fonctionnement, c'est-à-dire le complément à 1 de la probabilité de rupture de stock dans l'atelier de production. On peut alors opérer de la façon suivante :

On se donne  $S$  et on fait croître  $m$ , à partir de  $m_0$  matériels, jusqu'à ce que la probabilité d'avoir  $m_0$  matériels en fonctionnement dépasse la probabilité imposée  $\pi$ . Le calcul est fait pour les différentes valeurs de  $S$  qu'on peut raisonnablement envisager *a priori*.

La probabilité d'avoir au moins  $m_0$  matériels en fonctionnement est calculée par :

$$P(m_0) = \sum_{i=m_0}^m \sum_{j=0}^{m-i} P_{ij} = 1 - \sum_{i=0}^{m_0-1} \sum_{j=0}^{m-i} P_{ij}$$

où  $P_{ij}$  est donnée par les formules du paragraphe 2.2.

Il est donc possible à partir des paramètres :  $m_0$ , probabilité  $\pi$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  et  $H$ , de reporter sur un graphique le nombre de matériels nécessaires  $m$  en fonction du nombre de bancs  $S$ , le couple ( $m, S$ ) représentant une solution possible.

Un programme de calcul avec paramétrage des données et traçage des courbes correspondantes a été mis au point sur l'UNIVAC 1108 du Centre de Calcul Scientifique de l'Armement (C.C.S.A.).

L'étude de la sensibilité du modèle aux variations des paramètres peut être ainsi conduite aisément à partir de graphiques.

### 3.2. Données

Les données ci-dessous ont été choisies arbitrairement, dans le seul but d'illustrer la méthode par des résultats numériques :

*Valeurs nominales des paramètres :*

Nombre de matériels en fonctionnement :  $m_0 = 20$ .

Probabilité souhaitée :  $\pi = 0,95$ .

Taux d'avarie en fonctionnement :  $\lambda = 0,04$  (par matériel et par unité de temps).

Taux d'avarie en stockage :  $\lambda_1 = 0,004$  (par matériel et par unité de temps, soit  $\lambda/10$ ).

Taux de réparation :  $\mu = 0,2$  (par banc et par unité de temps).

Délai de transport total :  $H = 1,14$ .

Pour tester la sensibilité des résultats à une variation des paramètres, nous ne nous proposons nullement d'analyser en détail l'influence de chaque paramètre, ce qui demanderait de nombreux essais, mais de fournir un exemple de ce qu'on peut obtenir dans ce domaine. Nous nous sommes limités à trois essais par paramètre (valeur nominale, moitié et double de cette valeur nominale, sauf pour  $\pi$  auquel on a donné les valeurs 0,8, 0,95, 0,98).

En outre, dans tous les cas traités, une solution optimale correspondant à un couple  $(m, S)$  de matériels et de bancs de réparation est donnée à titre indicatif. Elle est obtenue en minimisant la fonction :

$$mC_1 + SC_2$$

où  $C_1$  est le coût d'un matériel,

et  $C_2$  celui d'un banc de réparation.

Nous avons pris :

$$C_1 = C_2.$$

### 3.3. Résultats

#### 3.3.1. Aspect des courbes. Solution optimale :

Les courbes obtenues ont l'allure générale indiquée sur la figure 7.

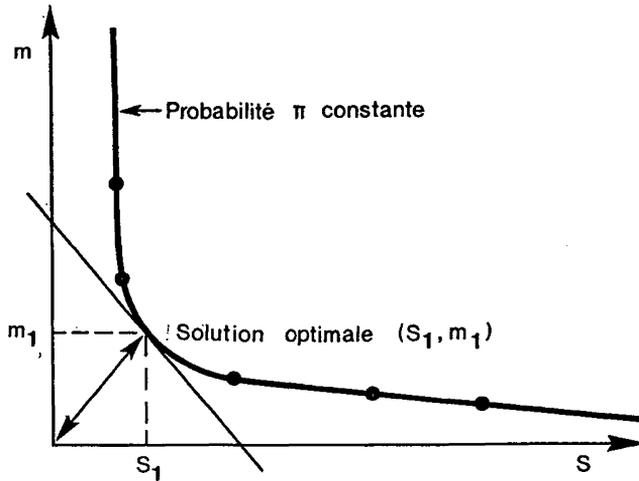


Figure 7

On peut noter le coude assez net qu'elles présentent : la solution optimale dépend peu du rapport des coûts  $C_1/C_2$ , et se situe au voisinage du coude de la courbe.

Pour les valeurs nominales, si l'on suppose que le coût d'un banc de réparation est égal à celui d'une machine, la solution optimale correspond à : cf. (fig. 8).

$$S = 7$$

$$m = 29$$

#### 3.3.2. Sensibilité aux variations des paramètres

##### a) Influence de la probabilité $\pi$

L'influence de la probabilité  $\pi$  (fig. 8) semble assez faible, comparée à celle des autres paramètres. Pour passer de  $\pi = 0,8$  à  $\pi = 0,95$ , il faut ajouter seulement un banc de réparation et deux matériels (coût + 3). Lorsque  $\pi$  tend vers 1, il faut probablement ajouter de plus en plus de matériels ou de bancs.

De 0,95 à 0,98, il faut ajouter deux matériels, ou un banc et un matériel (coût + 2).

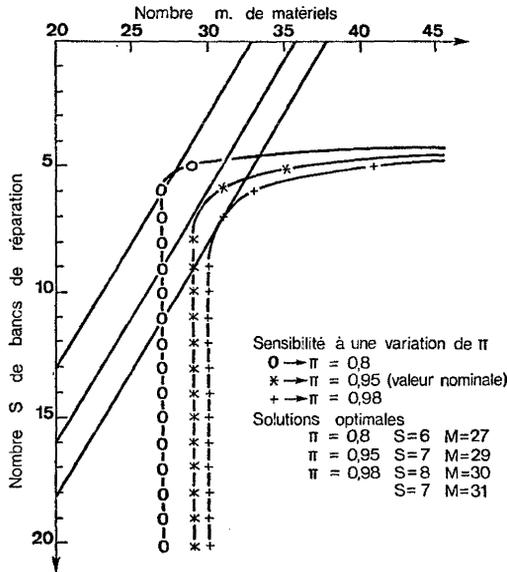


Figure 8

b) Influence de  $m_0$ 

L'influence est évidemment importante. Il faut cependant remarquer :

1<sup>o</sup> qu'une modification de  $m_0$  agit sur le nombre de bancs  $S$  dans des proportions semblables à ce que donne une variation de  $\lambda$  ou de  $\mu$ , comme on peut le voir sur la figure 10, où a été reporté le nombre optimal de bancs de réparation en fonction du rapport de la valeur testée du paramètre à sa valeur nominale;

2<sup>o</sup> que l'influence de  $m_0$  sur  $m$  est, comme on pouvait s'y attendre extrêmement forte. Le rapport  $m/m_0$  diminue quand  $m$  augmente.

c) Influence du temps de transport total  $H$ 

Une modification du délai de transport  $H$  ne change en rien, comme on pouvait le prévoir, le nombre de bancs de réparation. Il fait simplement varier le nombre de matériels. En effet, une augmentation du temps de transport augmente le nombre de matériels en cours de transport, mais ne modifie nullement le débit de l'atelier de réparation, ni celui de l'atelier de production.

d) Influence de  $\lambda$  et de  $\mu$ 

L'influence du taux d'avarie  $\lambda$  et du taux de réparation  $\mu$  est extrêmement importante. Ces deux paramètres jouent un rôle analogue.

Les considérations précédentes conduisent à une remarque importante : l'incertitude sur le taux d'avarie  $\lambda$ , qui est généralement grande, surtout si l'on ne dispose que de calculs de fiabilité prévisionnelle sur les matériels en cause, risque d'introduire une erreur assez appréciable dans les résultats.

Variation du nombre de matériels ( $m$ ) en fonction de :

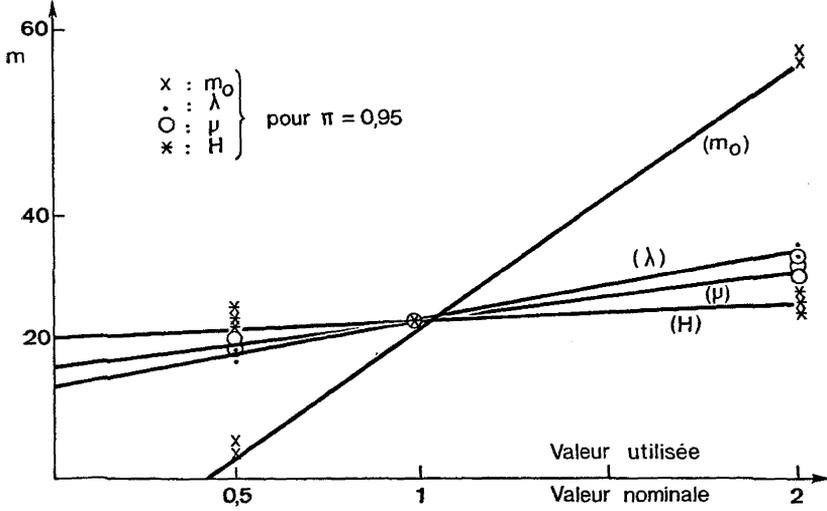


Figure 9

Variation du nombre de bancs de réparations ( $S$ ) en fonction de :

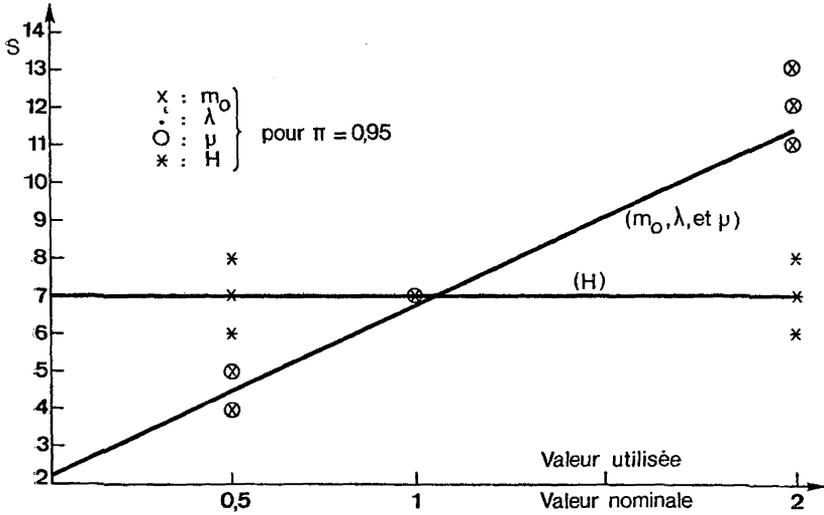


Figure 10

#### 4. CONCLUSION

La méthode exposée permet d'équilibrer le circuit de réparation d'un matériel, moyennant quelques approximations, notamment en ce qui concerne la loi de probabilité des durées de réparation. Son extension au cas de deux circuits de réparations distincts est possible sous certaines conditions, mais nécessiterait une étude complémentaire.

Il est important de noter que, plus que les approximations que comporte le modèle, c'est généralement l'incertitude sur les données qui limitera la validité des résultats. En particulier, le taux d'avarie des matériels devra faire l'objet d'une étude attentive.

Sous ces réserves, le programme de calcul mis au point permet d'obtenir rapidement les résultats sous la forme illustrée au paragraphe 3. Ce programme (en FORTRAN) peut être fourni sur demande, adressée au CIRO.

#### REFERENCES

1. A. KAUFMANN et R. CRUON, *Les phénomènes d'attente*, Dunod (1961).
2. M. POSNER, et B. BERNHOLTZ, *Two stages closed queueing systems with time-lags*, Canadian Operational Research Journal, vol. 5, n° 2 (1967). Traduction : Document CIRO, n° 71.