REVUE FRANÇAISE D'INFORMATIQUE ET DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE [SÉRIE VERTE]

J. L. GUIGNARD

Avancement du personnel dans un corps hiérarchique en extinction

Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle [Série verte], tome 2, nº V1 (1968), p. 91-106

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1968__2_1_91_0>

R.I.R.O.
(2e année, N° 8, 1968, p. 91-106)

AVANCEMENT DU PERSONNEL DANS UN CORPS HIERARCHIQUE EN EXTINCTION (1)

par J. L. GUIGNARD (2)

Résumé. — *Cet article décrit un modèle de simulation destiné à étudier l'évolution dans le temps d'un corps hiérarchisé dont le recrutement a été arrêté. Ce modèle ne représente que les paramètres permettant de traiter un problème particulier, celui de la recherche d'une loi d'avancement donnant le nombre de postes à pourvoir chaque année de façon à régulariser la durée moyenne de séjour dans chaque grade. On propose une formule simple donnant des résultats satisfaisants.*

1. — INTRODUCTION

Nous considérerons dans cette étude un corps de personnel hiérarchisé, c'est-à-dire comprenant un certain nombre de « grades » (nous adoptons ici la terminologie utilisée dans les corps militaires) auxquels les personnels accèdent successivement.

Nous dirons qu'un corps est en extinction lorsque son recrutement est arrêté à partir d'une certaine date, les personnels en fonction ayant cependant la faculté d'y terminer leur carrière.

Les règles habituelles d'avancement, basées sur la notion d'effectif budgétaire par grade, ne peuvent être appliquées dans le cas d'un corps en extinction. Le décret de mise en extinction prévoit alors des règles particulières. La formule habituellement employée par la direction de la Fonction Publique (nous l'appellerons par la suite la « formule de la Fonction Publique ») consiste à fixer chaque année le nombre de postes à pourvoir dans un grade donné en divisant l'effectif actuel du grade précédent par la durée moyenne de séjour prévue dans ce dernier.

(1) Étude effectuée au Centre Interarmées de Recherche Opérationnelle avec le concours de MM. M. Gosse et M. Launay, au profit de la Délégation Ministérielle pour l'Armement (Direction des Personnels et des Affaires Générales) du Ministère des Armées.

(2) Actuellement ingénieur de recherche à la C.S.F.

Cette formule présente cependant les inconvénients suivants :

1° Elle ne tient pas compte de la répartition des personnels d'un même grade en fonction de leur ancienneté dans ce grade.

Le calcul donne le même nombre de postes à pourvoir dans le grade immédiatement supérieur, que les personnels soient en majorité relativement anciens dans ce grade, ou relativement jeunes ; ce phénomène n'est qu'en faible partie compensé par le critère de « personnel proposable ».

Pour cette raison, elle conduit à une augmentation abusive, pour un grade donné, de la moyenne annuelle de l'ancienneté de passage, à mesure que l'effectif du grade diminue.

2° Elle conduit à des fluctuations importantes de la moyenne d'ancienneté de passage au grade supérieur, d'une année à l'autre.

Le but de l'étude est de comparer cette règle à d'autres que l'on peut imaginer en vue de proposer, si possible, une règle assurant une meilleure constance de l'ancienneté moyenne de passage dans le grade supérieur. Aucun critère précis de comparaison n'a été fixé.

2. — DISCUSSION DU PROBLEME ET HYPOTHESES

2.1. — Pyramide initiale

Lors de la mise en extinction d'un corps, accompagnée de la création d'un nouveau corps, les personnels du corps ancien ont le choix entre trois options :

a) démissionner ou prendre leur retraite anticipée (éventuellement),

b) faire partie d'un nouveau corps où entreront tous les personnels en début de carrière,

c) rester dans leur corps d'origine pour lequel il n'y aura plus de recrutement.

Les personnels qui choisissent de rester dans le corps mis en extinction sont répartis suivant une certaine « pyramide » définie par l'effectif de chaque grade, et la répartition des anciennetés dans ce grade. Cette pyramide peut avoir des formes très variées, suivant les conditions qui sont offertes au personnel.

Au moment de la préparation du décret de mise en extinction, cette pyramide n'est évidemment pas connue. Il faut donc que la règle de fixation des postes à pourvoir chaque année dans chaque grade puisse convenir pour une pyramide initiale de forme à peu près quelconque.

2.2. — Avancement au choix et évolution de l'ancienneté moyenne de passage

Comme nous l'indiquerons au paragraphe suivant, le nombre de postes à pourvoir ne constitue qu'un maximum. L'administration dispose d'une certaine marge de choix, qui se traduit par le fait que les personnels ne sont pas nécessairement promus dans l'ordre de leur ancienneté dans le grade, et que tous les postes ne sont pas nécessairement pourvus. Dans ces conditions, il est normal que l'ancienneté moyenne de passage dans un grade donné augmente lorsque l'effectif du grade précédent devient très faible : les derniers individus à rester dans un grade donné sont, en effet, ceux qui, dans les dernières promotions recrutées avant la mise en extinction du corps, ont eu leur avancement retardé.

Cette remarque a deux conséquences :

a) Elle montre l'importance de l'avancement au choix sur l'évolution de l'ancienneté moyenne de passage dans un grade donné, contrairement à ce qui se passe dans un corps en régime permanent.

b) Elle implique qu'une « bonne » règle d'avancement ne doit pas maintenir absolument constante l'ancienneté moyenne de passage (ce serait incompatible avec la liberté du choix de l'avancement individuel). Par contre elle doit conduire à un avancement analogue à celui qui existe dans un corps avec recrutement.

2.3. — Hypothèses

Unité de temps

L'unité de temps choisie dans la suite est l'intervalle de temps séparant deux tableaux d'avancement successifs. Nous prendrons dans cette étude l'année.

Le temps va donc varier par unité :

$$t = 0, 1, 2, \ldots, 40$$

en limitant le processus à quarante ans.

Ancienneté minimum

Pour passer au grade supérieur, un membre du personnel doit avoir une ancienneté minimum dans son grade.

Nombre de postes à pourvoir

Ce nombre ne devra dépendre que de l'état actuel du corps, c'est-à-dire de l'effectif dans chaque grade et des anciennetés dans le grade.

Cette hypothèse est fondamentale, elle est vérifiée par la formule actuelle de la Fonction Publique, et se justifie par des considérations d'ordre pratique (le calcul du nombre de postes à pourvoir doit être relativement simple).

Ce nombre devra d'autre part satisfaire à certains autres critères qui seront précisés dans la suite de l'exposé.

Nomination au choix

Pour passer au grade supérieur, un membre du personnel proposable doit être proposé : c'est un premier critère de choix. Le commandement désignera parmi les personnels proposés ceux qui seront effectivement promus, jusqu'à concurrence du nombre de postes à pourvoir. Le commandement peut cependant ne promouvoir qu'un nombre de personnels inférieur à celui calculé.

Avant d'exposer le modèle mathématique représentant le phénomène étudié nous allons faire un certain nombre de remarques importantes.

2.4. — Evolution de la pyramide des anciennetés par grade dans le temps

Dans les corps avec recrutement relativement constant on constate rapidement une certaine constance de la pyramide. Mais dans le cas des corps en extinction un phénomène très caractéristique est la variation de la forme de la pyramide dans le temps. Des modifications profondes vont apparaître ; ce phénomène est produit pas trois causes.

a) La population initiale, ainsi que nous l'avons déjà remarqué peut avoir des formes très différentes.

b) Le processus des départs est imprévisible : l'expérience acquise pour les corps avec recrutement et les corps d'État mis en extinction dans un passé assez proche ne peut pas s'adapter à tous les cas pouvant se présenter ; de plus dans de nombreux cas, cette expérience n'a pas été exploitée statistiquement.

Il serait dangereux, et nuisible à la généralité de l'étude, de considérer le taux de départ équivalent, dans le cas qui nous intéresse, à celui du même corps avant sa mise en extinction.

c) *Il n'y a pas de recrutement.*

Cette cause est bien évidemment la principale. Lorsque le temps croît le corps étudié va se dépeupler dans les grades subalternes. Lorsque, dans un grade donné l'effectif sera trop faible, il ne sera plus possible de parler de répartition statistique.

Nous allons maintenant exposer succinctement la méthode de résolution que nous avons adoptée.

3. — LE MODELE DE SIMULATION

3.1. Principe de la simulation

Une étude analytique du problème exposé au paragraphe 2 a été envisagée, mais il est apparu rapidement que son application imposait soit des simplifications peu réalistes, soit un système d'équations inextricables. Aussi avons-nous été conduits à utiliser la méthode de simulation sur ordinateur (méthode de Monte-Carlo).

Pour le cas qui nous intéresse ici, la simulation consiste à représenter le phénomène de l'avancement dans un corps hiérarchisé en extinction, pour une formule d'avancement donnée.

Nous appellerons population initiale la répartition du personnel par grade et par ancienneté de grade à l'instant initial $t = 0$ (nous verrons au paragraphe 3.2 comment cette population initiale est choisie). Nous observons l'évolution de cette population lorsque le temps t croît de 0 à 40 ; chaque année, et pour chaque grade, nous calculons l'ancienneté moyenne de passage par grade jusqu'à épuisement du corps (ou bien jusqu'à l'instant $t = 40$).

Le résultat d'une telle expérience, c'est-à-dire l'évolution de l'ancienneté de passage observée pour chaque grade, dépend :

— de la formule d'avancement que l'on a utilisé,

— de la population initiale,

— des départs en cours de carrière et des résultats de l'avancement au choix, qui sont représentés dans la simulation par des tirages au sort effectués suivant certaines règles qui seront précisées plus loin.

Chaque expérience représente un déroulement possible du phénomène réel. En recommançant un certain nombre de fois l'expérience, avec la même formule d'avancement et la même population initiale, on peut juger sur un certain nombre de cas si la formule d'avancement utilisée assure une stabilité satisfaisante de l'ancienneté moyenne de passage. Cependant, il faut remarquer qu'aucune formule d'avancement ne peut donner avec certitude une évolution satisfaisante du corps, en raison du caractère aléatoire des phénomènes. On considérera qu'une formule d'avancement est satisfaisante si elle conduit à de bons résultats dans presque toutes les expériences.

Un deuxième niveau auquel on peut juger une formule d'avancement est celui d'une statistique sur un grand nombre d'expériences, faites avec la même population initiale. En faisant la moyenne, pour chaque grade et pour chaque année, de l'ancienneté de passage observée au cours de toutes ces expériences, on élimine le troisième des facteurs mentionnés ci-dessus.

Enfin, il faut que la formule d'avancement donne de bons résultats pour une population initiale quelconque. Ceci nous amène à refaire d'autres séries d'expériences, avec différentes populations initiales. Le troisième niveau auquel on peut juger la formule est celui d'une statistique globale, portant sur des populations initiales tirées « au hasard ».

3.2. — La population initiale

Pour un corps donné, mis en extinction dans un proche avenir nous pouvons à partir de la population actuelle « tirer au hasard » les membres du personnel quittant le corps. Une telle procédure présente le grave inconvénient de restreindre la portée de l'étude à un cas particulier. Il est donc préférable d'employer la méthode suivante :

Considérons une population théorique parfaite, effectivement en forme de pyramide, d'un corps avec recrutement constant à un instant donné (1) ; pour chaque ancienneté de grade dans chaque grade, nous

(1) Nous supposerons l'existence de ce corps suffisamment ancienne pour qu'il ait atteint un équilibre statistique.

tisons au hasard le nombre de personnels quittant le corps. Précisons la méthode de tirage :

Pour chaque ancienneté de grade A dans chaque grade G choisissons une probabilité $P(A, G)$ de départ au moment de la mise en extinction. Les $P(A, G)$ n'ont aucune raison d'être identiques ; aussi nous commençons par tirer $P(A, G)$ au hasard (suivant une loi uniforme). Cette procédure présente de nombreux avantages.

Sur un grand nombre d'expériences $P(A, G)$ a pour valeur moyenne 0,5, probabilité assurant la plus grande dispersion des différentes populations initiales ; en effet :

— Si nous choisissons une probabilité de départ trop grande, nous obtiendrons une population « moins dispersée » que celle obtenue avec 0,5 et il faudrait répéter la simulation un plus grand nombre de fois pour avoir une statistique significative.

— Si nous choisissons une probabilité de départ trop faible, nous avantagerons, dans la statistique, les populations proches de la population théorique.

En résumé, on tire au sort, pour chaque grade et ancienneté de grade, la probabilité $P(A, G)$, puis on tire au sort, avec la probabilité obtenue, le départ éventuel des personnels considérés.

3.4. — Les départs après la mise en extinction

La population initiale étant maintenant bien caractérisée, nous allons dans ce paragraphe nous intéresser au personnel quittant le corps en extinction chaque année.

Nous supposerons que, chaque année, chaque membre du personnel a une probabilité Π de quitter le corps (ou, ce qui revient au même, que les départs suivent une loi exponentielle). Cette hypothèse se justifie par les trois remarques suivantes :

a) Les statistiques sur les corps existants (en extinction ou avec recrutement) montrent que les départs ont toujours suivi approximativement cette loi : il est toujours possible d'encadrer la courbe réelle des effectifs en fonction du temps par deux courbes suivant la loi théorique ci-dessus avec des taux de départ Π voisins.

b) Une « bonne formule » doit donner de bons résultats quelle que soit la valeur de Π (les valeurs raisonnables de Π s'échelonnent entre 0, 01 et 0, 1). Les formules que nous proposons sont stables pour des valeurs de Π dans une assez large bande.

c) Le caractère d'indépendance de la formule d'une année aux suivantes et aux précédentes permet d'étendre le résultat *b*) au cas de valeurs de Π variant au cours du temps ; il n'est pas nécessaire de refaire la simulation pour le vérifier.

L'hypothèse d'un taux de départ constant n'est donc nullement restrictive si nous prenons la précaution de vérifier la formule pour des valeurs différentes de Π. Nous verrons d'ailleurs que ce facteur n'a pratiquement aucune influence, mais il importe de l'introduire pour conserver le réalisme de la simulation.

3.5. — Les bonis

3.5.1. — Principe

Ainsi que nous l'avons souligné au paragraphe 2.3, il est nécessaire de tenir compte de la possibilité de choix dans l'avancement du personnel. Nous avons remarqué que ce point était essentiel car ce facteur influe considérablement sur l'ancienneté moyenne de passage de grade lorsque le temps croît. Le choix étant libre par définition, il nous a fallu imaginer une procédure donnant, du point de vue qui nous intéresse, c'est-à-dire l'ancienneté de passage, des résultats *statistiquement analogues* à un choix des individus à promouvoir. Cette procédure est la suivante :

Nous affectons à chaque membre du personnel un « boni », nombre entier positif, nul, ou négatif, représentant des années fictives d'ancienneté en plus ou en moins (1) ; nous obtenons ainsi une pyramide *corrigée* des grades et anciennetés de grade ; c'est sur cette dernière que nous effectuons le choix par la règle :

— « La personne ayant l'ancienneté corrigée la plus élevée est promue avant les autres. »

Cette règle est appliquée jusqu'à concurrence du nombre de personnes donné par la formule que nous cherchons à tester, ou jusqu'à ce qu'on ait atteint des personnels dont l'ancienneté corrigée devient inférieure à l'ancienneté moyenne de passage fixée.

Remarque.

Si cette règle conduit, à un certain moment, à faire un choix entre des personnels de même ancienneté fictive dans le même grade, nous choisirons le premier qui se présente, car dans notre modèle nous ne savons pas reconnaître entre eux de tels personnels ; les individus de même ancienneté corrigée dans le même grade sont indiscernables.

3.5.2. — Attribution des bonis

Pour chaque membre du personnel nous tirons au hasard son boni parmi les valeurs possibles, auxquelles nous attribuons une distribution de probabilité.

Nous avons testé les formules avec différentes lois de probabilité ; nous avons constaté que la forme de la loi n'influait pratiquement pas sur les résultats et, en particulier, sur l'ancienneté moyenne de passage, mais il est important de remarquer que l'existence de ces bonis est indispensable pour simuler correctement la réalité.

Le boni attribué à un individu dans un grade donné servira seulement pour son passage au grade supérieur. Un nouveau boni lui sera alors attribué, indépendamment des précédents.

(1) L'ancienneté corrigée, somme algébrique de l'ancienneté réelle et du boni, caractérise le jugement porté sur un individu, compte tenu de son ancienneté réelle.

4. — LA FORMULE D'AVANCEMENT PROPOSEE

4.1. — Introduction

La formule que nous proposons ici est, parmi celles que nous avons expérimentées, celle donnant le meilleur compromis entre les qualités exigées d'elle et la simplicité de formulation et d'emploi. Avant de l'exposer nous allons donner quelques définitions et justifications.

4.2. — L'ancienneté moyenne de passage souhaitée

Nous supposons fixée pour chaque grade une ancienneté moyenne souhaitée a. La formule d'avancement que nous proposons ici permet dans la majorité des cas de pyramide initiale d'obtenir une ancienneté moyenne de passage au grade supérieur stable et voisine de a.

4.3. — La troncature

La formule de la Fonction Publique fixe le nombre de postes à pourvoir en fonction de l'effectif actuel du grade. Cette procédure a l'inconvénient de tenir compte de personnels jeunes dans le grade et qui ne doivent pas encore être promus dans l'année considérée.

Pour éviter cet inconvénient, nous ne tiendrons compte, dans la formule, que des personnels ayant une ancienneté supérieure ou égale à T. Cette quantité T, que nous appellerons la *troncature*, représente en quelque sorte l'ancienneté minimale nécessaire pour être « utilement proposable ».

Dans la formule que nous proposons, T est pris égal à $a/2$, arrondi à l'entier supérieur. Les valeurs de T en fonction de a sont donc données par le tableau 1 ci-dessous :

TABLEAU 1

a	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
T	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8

4.4. — L'ancienneté moyenne du grade tronqué et son effectif

Une idée assez naturelle pour assurer la stabilité de l'ancienneté moyenne de passage au grade supérieur, est de faire intervenir dans le calcul du nombre de postes à pourvoir l'ancienneté moyenne des personnels « proposables » au sens du § 4.3.

Soit :

E l'effectif des personnels du grade d'ancienneté au moins égale T;

S la somme des anciennetés des personnels du grade d'ancienneté au moins égale à T ;

$A = \dfrac{S}{E}$ est alors l'ancienneté moyenne des personnels du grade d'ancienneté au moins égale à T, et

$x = \dfrac{A}{a}$ est le rapport de cette ancienneté moyenne à l'ancienneté de passage souhaitée.

C'est cette quantité x que nous ferons intervenir, le nombre de postes à pourvoir étant d'autant plus élevé que x est plus grand.

Nos essais nous ont amené à proposer la formule suivante :

$$N = E \times (x - B)$$

où N est le nombre de postes à pourvoir. Toutefois, nous allons voir qu'il est nécessaire d'ajouter un terme correctif.

Les valeurs de la constante B seront indiquées au § 4.6.

4.5. — Le terme correctif

Ce terme a été introduit pour éviter certaines incohérences lorsqu'il n'y a plus que quelques personnes dans un grade. Prenons le cas extrême où il ne reste qu'une seule personne, d'ancienneté supérieure à T. La formule du § 4.4 se réduit alors, puisque $E = 1$, à :

$$N = \frac{s}{a}\left(\frac{s}{a} - B\right)$$

où s est l'ancienneté de l'unique représentant du grade. En général, s sera inférieur à a, et la formule donne un nombre N compris entre 0 et 1. Bien entendu, il faut arrondir le nombre trouvé, comme d'ailleurs dans tous les cas d'application, le nombre de postes à pourvoir devant être entier. Si on arrondit à l'entier supérieur, un poste sera ouvert dès que l'individu atteint l'ancienneté minimale T, ce qui n'est pas très normal. Si on arrondit à l'entier inférieur, le poste ne sera ouvert que lorsque l'ancienneté s de l'individu atteindra une certaine valeur, supérieure à a, ce qui est encore moins normal.

Par contre, si on ajoute à la formule le terme B, on obtient :

$$N = \frac{s}{a}\left(\frac{s}{a} - B\right) + B$$

et il est facile de voir que N (non arrondi) atteint la valeur 1 lorsque s atteint la valeur a.

En arrondissant le résultat donné par la formule à l'entier inférieur, on trouve donc $N = 0$ lorsque s est inférieur à a, et $N = 1$ pour s supérieur ou égal à a.

4.6. — La formule

En définitive, la formule que nous proposons est :

$$\boxed{N = E \times (x - B) + B} \qquad (1)$$

où N est le nombre de postes à pourvoir, E le nombre de personnes ayant une ancienneté dans le grade supérieure ou égale à la troncature T, x le rapport de l'ancienneté moyenne A de ces personnels à l'ancienneté souhaitée a, et B une constante.

Pour chaque valeur de l'ancienneté souhaitée a, nous avons déterminé expérimentalement, en utilisant le modèle de simulation décrit au chapitre 3, la valeur de B donnant le meilleur ajustement de l'ancienneté moyenne. Les valeurs trouvées sont indiquées dans le tableau 2, pour a allant de 4 à 16 ans.

TABLEAU 2.

a	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
B	0,35	0,43	0,45	0,51	0,50	0,54	0,55	0,56	0,57	0,61	0,60	0,61	0,62

On remarque que, dans l'ensemble, B augmente en même temps que a, mais que cette variation se fait en « dents de scie ». Ceci est nécessaire pour compenser les irrégularités qui proviennent de ce que la troncature T ne varie que de deux ans en deux ans (voir tableau 1).

La figure 1 représente la valeur approximative du rapport N/E, obtenue en négligeant le terme correctif, qui n'a d'influence sensible que pour un effectif E faible. Les deux courbes correspondant à $a = 4$ ans et $a = 16$ ans. Elles montrent que, dans des cas exceptionnels, la formule peut donner une valeur N/E négative, ou supérieure à 1.

Le premier phénomène ne peut se produire que pour $a \geqslant 10$. En effet, l'ancienneté moyenne A du grade tronqué est au moins égale à la troncature T. Pour $a < 10$, on a $B < T/a$, donc $x = A/a > B$ et $N/E > 0$.

Le second phénomène se produit si x atteint une valeur supérieure à 1,20. Dans ce cas, l'ancienneté moyenne des personnels est nettement supérieure à a ; ce cas est rare mais peut se présenter si seuls les personnels d'anciennetés très élevées dans un grade décidaient de rester dans le corps au moment de la mise en extinction. Ce phénomène est compréhensible si nous remarquons que dans ce cas il n'est pas possible, quelle que soit la formule, d'obtenir une ancienneté de passage voisine de a.

En pratique, on peut utiliser la procédure suivante :

1° On applique la formule indiquée au début de ce paragraphe.

2° Si on trouve un nombre négatif, aucun poste ne sera ouvert ; si on trouve un nombre supérieur à E, le nombre de postes sera pris égal à E ; enfin, si le nombre obtenu est compris entre 0 et E, on l'arrondit à l'entier inférieur.

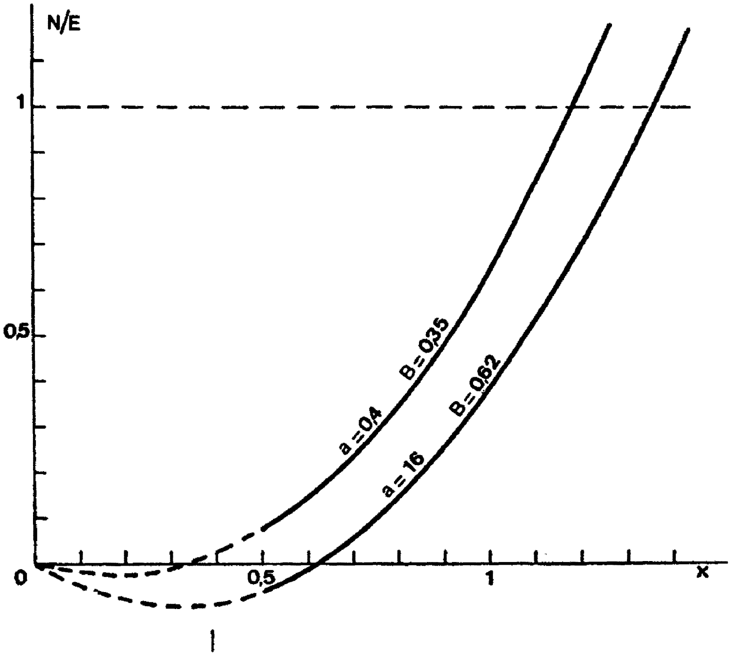

Figure 1

5. — EXEMPLES DE RESULTATS DE LA SIMULATION

EXEMPLE 1

Les graphiques de la figure 2 représentent l'évolution de l'ancienneté moyenne de passage observée, d'année en année, au cours d'une simulation. Ils correspondent donc à une « histoire particulière » unique.

Le corps simulé comprend cinq grades, numérotés de un à cinq, le grade 1 étant le plus bas.

Pour chaque grade nous donnons l'ancienneté moyenne espérée a, l'ancienneté moyenne de passage de tous les personnels à la fin de la simulation avec la formule proposée (a_p) et avec la formule de la Fonction Publique (a_p).

La courbe en traits pleins correspond à la formule proposée, celle en pointillé à la formule de la Fonction Publique.

On peut constater le bon ajustement obtenu avec la formule proposée, avec une légère montée à la fin. La formule de la Fonction Publique conduit à une croissance trop élevée de l'ancienneté moyenne de passage observée, et à des fluctuations en général plus grandes.

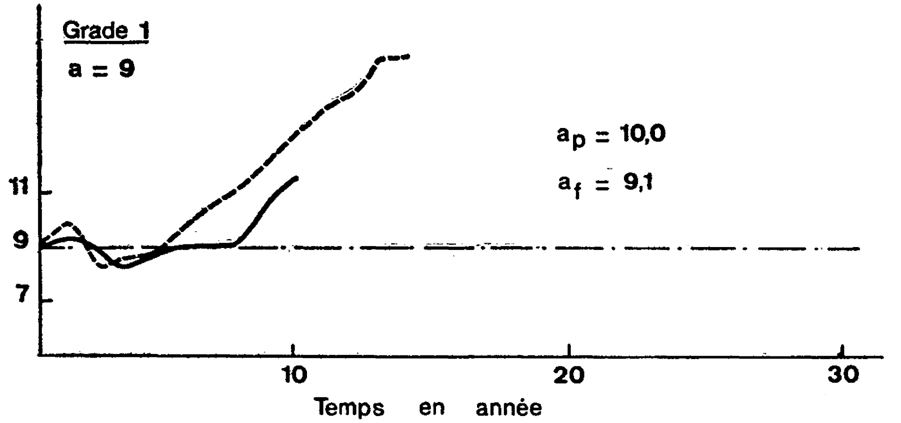

Figure 2 *a*

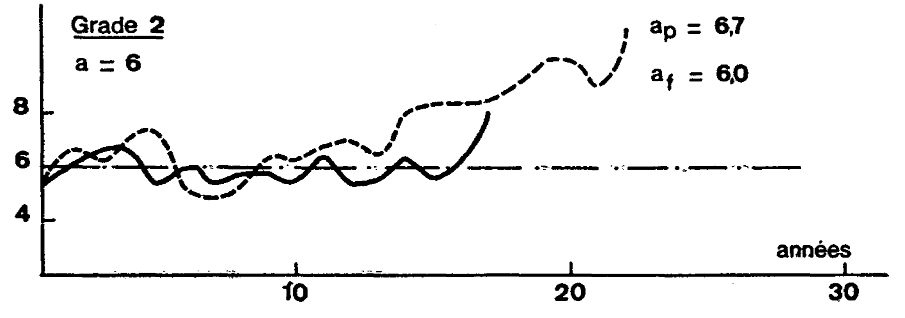

Figure 2 *b*

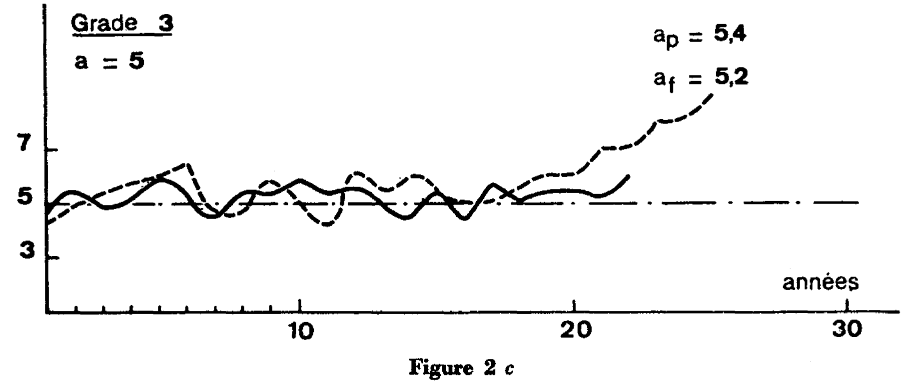

Figure 2 *c*

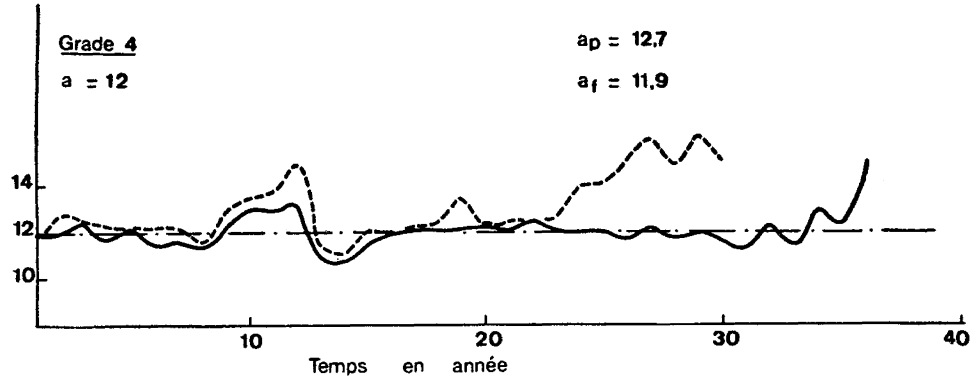

Figure 2 *d*

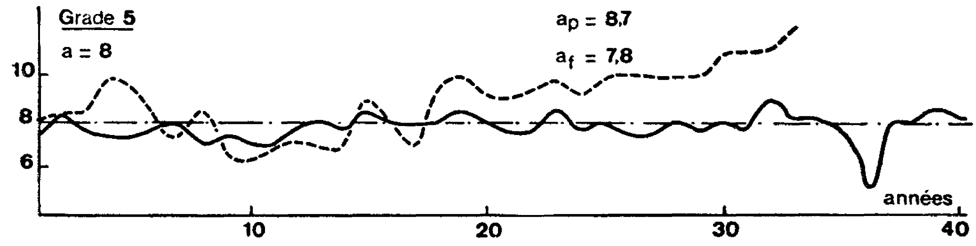

Figure 2 *e*

EXEMPLE 2

Dans ce nouvel exemple où nous avons choisi de nouvelles valeurs pour a, nous donnons pour les grades 1,3 et 5 la pyramide initiale, le même graphe que dans l'exemple 1, et le nombre de personnes passant au grade supérieur chaque année (fig. 3).

On peut constater, comme c'était prévisible, qu'une courbe « régulière » de l'ancienneté de passage en fonction du temps correspond à une courbe plus « tourmentée » pour le nombre de nominations ; cependant les variations obtenues avec la formule proposée restant toujours raisonnables.

EXEMPLE 3

Nous avons déjà dit qu'avec la formule proposée, il y avait indépendance des grades entre eux quant à l'ancienneté moyenne de passage. Nous montrons ici que, pour une valeur donnée de $a = a_0$ l'ancienneté moyenne de passage observée ne dépend pas de la place de cette ancienneté dans la succession des grades, les valeurs de l'ancienneté souhaitée étant par ailleurs arbitraire pour les autres grades. Dans le tableau suivant nous avons, pour différentes valeurs de a_0, pris cette valeur successivement le grade un, deux, ... jusqu'à cinq. Le tableau donne dans chaque cas l'ancienneté moyenne observée.

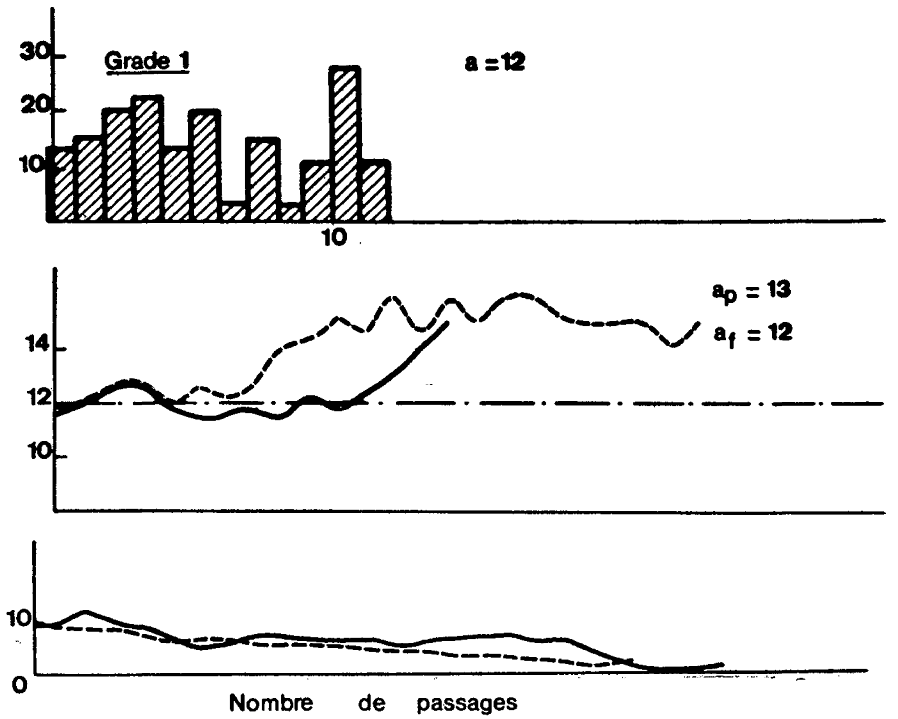

Figure 3 *a*

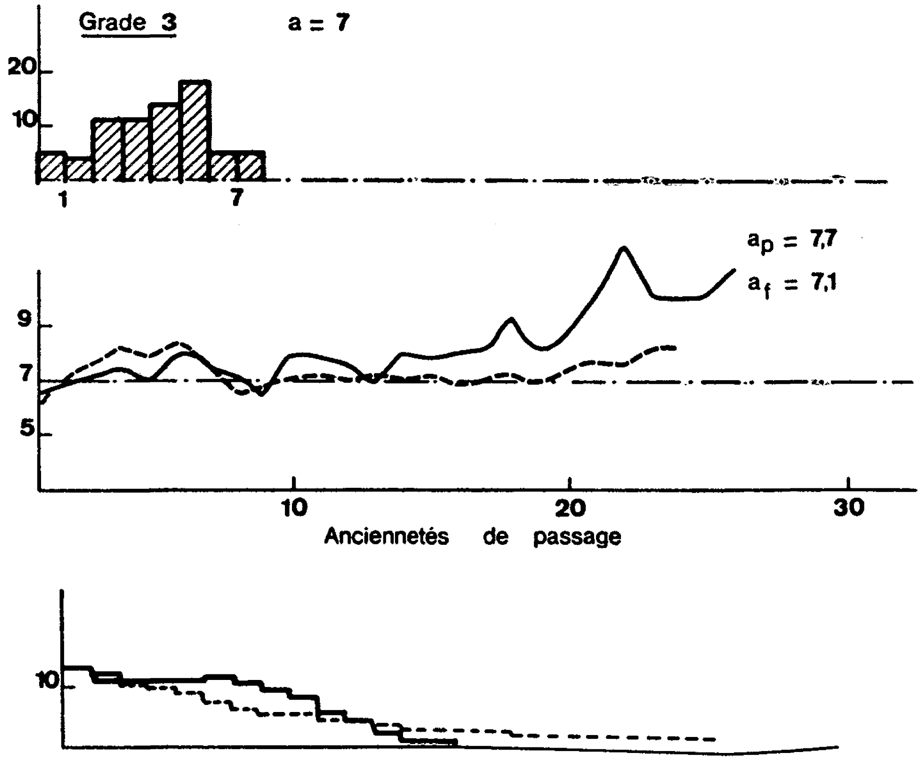

Figure 3 *b*

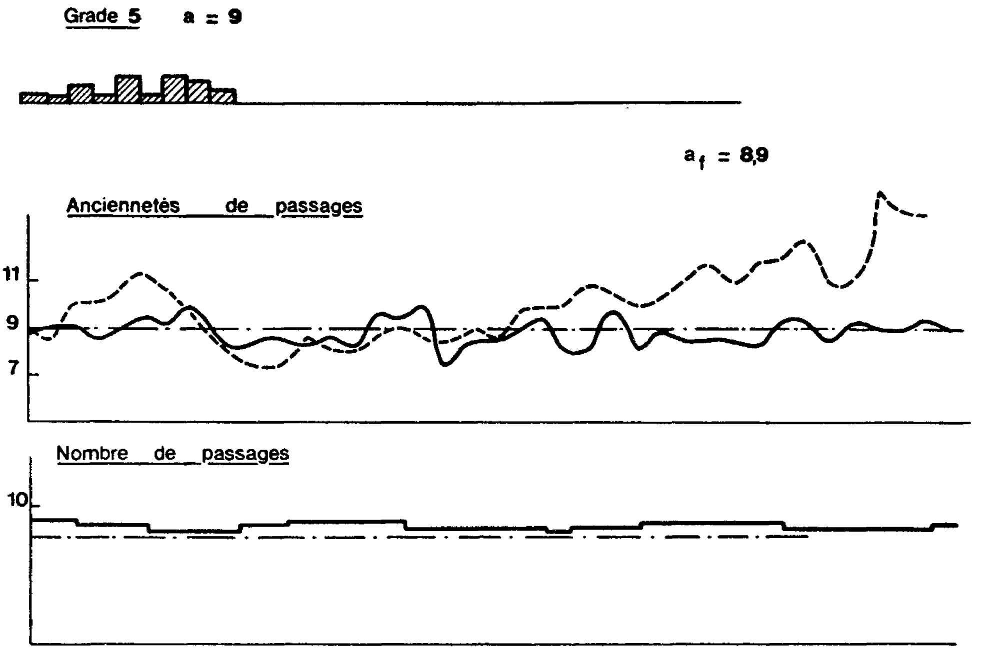

Figure 3 c

grade / o_0	1	2	3	4	5
5	5,1	5,0	5,0	5,0	5,0
6	6,1	6,0	6,0	6,0	6,0
7	7,1	7,1	7,1	7,0	7,0
8	8,0	8,0	8,0	8,0	7,9
9	9,1	9,1	9,0	9,0	9,0
10	10,1	10,0	10,0	10,0	10,0
11	11,1	11,1	11,0	11,0	10,9
12	12,1	12,1	12,0	12,0	12,0

6. — CONCLUSION

La formule proposée, si elle n'est pas nécessairement « la meilleure » allie la simplicité à une bonne efficacité. Elle peut, dans de rares cas limites, présenter certains inconvénients qui peuvent être simplement résolus ainsi que nous l'avons vu.

Il serait possible de trouver une formule présentant de meilleures qualités sur le plan de l'efficacité et ne tombant pas dans les défauts signalés ; mais elle imposerait l'emploi de fonctions mathématiques transcendantes ou implicites, d'emploi beaucoup trop compliquées.

Nous remarquerons aussi que cette formule pourrait être utilisée pour les corps avec recrutement, si la notion d'effectif budgétaire par grade était suffisamment assouplie. En effet, le deuxième grade (par exemple) d'un corps en extinction « recrute » dans le premier grade pendant un certain temps. Le modèle que nous avons établi peut facilement être modifié pour s'adapter aux corps avec recrutement.