Revue d'Histoire des Mathématiques

Savoir manier les instruments : la géométrie dans les écrits italiens d'architecture (1545-1570)

Samuel Gessner

Tome 16 Fascicule 1

2010

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Ministère de la culture et de la communication (DGLFLF) et du Centre national de la recherche scientifique

Secrétariat :

Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : revues@smf.ens.fr / URL : http//smf.emath.fr/

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs 2010 : prix public Europe : 66 €; prix public hors Europe : 75 €;
prix au numéro : 38 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

 Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
16 (2010), p. 1–62

SAVOIR MANIER LES INSTRUMENTS : LA GÉOMÉTRIE DANS LES ÉCRITS ITALIENS D'ARCHITECTURE (1545-1570)

Samuel Gessner

Résumé. — Cet article est consacré à la géométrie véhiculée par les écrits d'architecture, en particulier les écrits italiens de la seconde moité du xvi^{e} siècle. Il explore le rôle central attribué aux instruments dans cette géométrie. De quelle façon s'insère-t-elle dans les multiples traditions mathématiques de la même époque ? Elle se nourrit de fait à la fois d'apports de la tradition savante, de celle des abacistes et de la géométrie pratique. On s'attachera à mettre en évidence, dans les propositions concernant les constructions géométriques, l'alliage entre la structure d'exposition empruntée au mode « euclidien » et les instructions concernant la manipulation d'instruments. Les écrits considérés tendent aussi à élargir, au-delà de la règle et du compas, l'arsenal des instruments utilisés pour les opérations géométriques. Cette tendance apparaît comme un trait commun aux œuvres de Pietro Cataneo, Sebastiano Serlio, Giuseppe Salviati et Daniele Barbaro, alors qu'elles sont de formes et statuts très divers. Elles partagent avec les géométries pratiques de l'époque une conception sous-jacente : celle d'une géométrie entendue comme science qui concerne le maniement d'instruments mathématiques. Néanmoins, les techniques d'écriture adoptées par les auteurs sont empruntées tantôt à la tradition érudite, tantôt aux mathématiques pratiques.

Texte reçu le 22 décembre 2006, révisé le 24 avril 2009, accepté le 11 août 2009.

S. Gessner, Université de Lisbonne, CIUHCT Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia.
Courrier électronique : `samuel.gessner@gmail.com`

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A40, 51-03, 00A06, 51M04, 51M15, 65S05.
Mots clefs : Géométrie pratique, instruments mathématiques, architecture.
Key words and phrases. — Practical geometry, mathematical instruments, architecture.

ABSTRACT (Knowing how to handle instruments: geometry in Italian writings on architecture (1545–1570))

This article explores a feature of the geometry conveyed by architectural writings, in particular by Italian writings of the second half of the 16^{th} century: namely the fact that mathematical instruments play a central role in it. How is this geometry to be placed as compared to the multiple mathematical traditions of the same period? It draws in fact simultaneously from the scholarly and the abaco tradition as well as from literature on practical geometry. In this respect, in order to present geometrical constructions, these writings create an alloy from the "Euclidean" enunciation structure and the instruction sequence about how to manipulate instruments. In addition, the writings under scrutiny tend to expand, beyond the ruler and the compass, the arsenal of instruments used in geometrical operations. While being quite different in regard of format and status, the works by Pietro Cataneo, Sebastiano Serlio, Giuseppe Salviati, and Daniele Barbaro seem to share this tendency as a common trait. These features taken together, as will be argued, express the underlying understanding of geometry as a science dealing with the use of mathematical instruments, an understanding that can also be found in practical geometries of the period. Nevertheless, the writing technique used by these authors adopts approaches from the scholarly tradition as well as from the literature on practical mathematics.

1. LA QUESTION DE LA GÉOMÉTRIE DANS LES ÉCRITS D'ARCHITECTURE

Les écrits d'architecture, et surtout les traités systématiques, se sont révélés très informatifs pour l'étude du développement de la perspective. La bibliographie à ce sujet, est abondante [Andersen 2007 ; Camerota 2006 ; Decio 1985 ; Edgerton 1975 ; Federici Vescovini 1969 ; Kitao 1962 ; Salvemini 1990 ; Vagnetti 1980]. La perspective, par exemple chez Serlio, a été analysée par [Decio 1989], celle chez Cataneo par [Vagnetti 1979]. Il y a dix ans, le livre de J. V. Field *The invention of infinity* a eu un impact important [Field 1997]. En revanche, le contenu purement géométrique de ces écrits a été analysé plus rarement [1]. On ne le présuppose en général guère différent des livres d'abaque ou des géométries pratiques décrits par [Simi 1996b]. Cependant, il existe des travaux qui pointent les spécificités d'une « géométrie » associée au contexte des « arts ». Ainsi Peiffer a relevé

1 [Lorber 1989] publie une première approche de la géométrie de [Serlio 1545], mais s'y intéresse, comme les auteurs pré-cités, du point de vue du développement de la perspective.

le cas emblématique de Dürer chez qui la géométrie est « constructive », jamais démonstrative et tient le rôle d'une propédeutique à l'art [Peiffer 1997]. Elle a abordé la question de la spécificité non seulement des contenus, mais aussi du mode de présentation des notions, procédés et figures d'une géométrie au sein d'un écrit s'adressant explicitement aux peintres, sculpteurs, architectes et probablement aux nobles « dilettanti ».

Cette question de la spécificité s'avère également fructueuse lorsqu'elle est posée à propos de la géométrie dans les écrits dédiés explicitement à l'architecture. D'une part, une telle recherche nous informe sur le paysage différencié des savoirs mathématiques diffusés dans plusieurs milieux au XVI^e siècle. D'autre part, on y rencontre l'expression directe d'une approche et d'une conception de la géométrie qui caractérisent au-delà de la géométrie pratique toute la géométrie du XVI^e siècle.

Dans les écrits d'architecture, on note la présence d'une conception sous-jacente de la géométrie entendue comme un savoir qui concerne la manipulation d'instruments. Le présent article vise, à travers une série d'exemples, à mettre en évidence trois aspects de cette conception. Le premier aspect concerne la structure fine d'un énoncé géométrique dans le traité de Cataneo [2] et rend compte de l'adaptation du « mode euclidien » au contexte des arts mécaniques. Le deuxième aspect concerne la question des instruments utilisés pour les opérations géométriques et témoigne de l'élargissement de l'arsenal d'instruments introduits par Cataneo, mais aussi par Serlio [3],

2 Pietro Cataneo (ca. 1500–1571), ou encore Cattaneo, naît à Sienne entre 1500 et 1510. Dans sa jeunesse, il est en rapport direct avec Baldassarre Peruzzi (1481–1536) tout comme les architectes siennois Anton Maria di Paolo Lari (ca. 1520–1549) (surnommé Il Tozzo) et Bartolomeo Neroni (surnommé Il Riccio). Il a probablement appris le dessin avec Domenico Beccafumi (1486–1551) (surnommé Mecarino). Plus tard, la république de Sienne l'engage comme architecte militaire. Il est chargé d'examiner les fortifications de Porto Ercole et la muraille d'Orbetello. Il travaille dans la Maremma siennoise au moins jusque 1552. [DBI 1961, Bruschi, Arnaldo, vol. 22, p. 299-302]. Trois ouvrages de Cataneo ont une diffusion appréciable, l'un sur les mathématiques pratiques (voir par exemple [Franci & Toti Rigatelli 1981]) et deux versions d'un traité sur l'architecture (voir [Nudi 1968]).

3 Sebastiano Serlio (Bologne 1475 – Fontainebleau 1552) apprend le métier de peintre auprès de son père Bartolomeo. Il entame sa carrière en tant que peintre perspectiviste à Pesaro de 1511 à 1514. À partir de cette année il devient assistant de l'architecte Baldassarre Peruzzi. Après le sac de Rome en 1527, il se rend à Venise

Salviati [4] et Barbaro [5]. Un dernier aspect concerne l'appropriation des techniques d'arpentage par Cataneo et révèle les spécificités de l'exposé de ce dernier par rapport aux présentations contemporaines.

où il fait paraître des gravures représentant les ordres des colonnes. En se basant sur ces travaux préliminaires, il publie un livre sur les cinq ordres architecturaux en 1537. Ce livre lui vaut l'attention du roi de France, François I, qui l'appelle pour devenir architecte à Fontainebleau et surintendant des bâtiments de la couronne. En 1540, Serlio publie un tome sur les monuments de l'antiquité, intitulé *Il terzo libro di Sabastiano Serlio Bolognese, nel qual si figurano, e descrivono le antiquità di Roma [...]* dont la préface énonce le projet d'un traité d'architecture en sept livres. C'est en 1545 enfin que Serlio fait paraître à Paris, en version bilingue franco-italienne, le tome contenant les livres premier et second, sur la géométrie et la perspective. L'historiographie sur Serlio est abondante, les données biographiques précédentes sont tirées de [Biermann et al. 2003 ; Kruft 1985].

4 Giuseppe Porta, dit Salviati (1520 — ca. 1575), peintre de formation. Dans la dédicace à Daniele Barbaro de son fascicule sur la construction de la volute ionique, il rapporte qu'en 1541, il se serait trouvé à Padoue à exécuter quelques peintures. Il aurait alors occupé son temps libre à considérer « varie cose di proportioni & di misure » s'appuyant sur le peu qu'il avait appris de géométrie. À son retour à Venise, il aurait montré sa construction de la volute ionique à Serlio dont il aurait été un familier. Cf. [McTavish 1981].

5 Daniele Matteo Alvise Barbaro (Venise 1514–1570) appartient à une famille seigneuriale de Venise. Il a suivi probablement quelques années d'école à Vérone avant de s'inscrire à l'Université de Padoue 1535 où il suit l'enseignement de Benedetto Lampridio. Ses intérêts semblent être surtout littéraires, néanmoins il suit les cours de mathématiques de Federico Delfino dont il utilise plus tard les tables astronomiques dans son commentaire à Vitruve, et il assiste au cours de Giovanni Zamberto sur l'optique. Pour la physique et la médecine, ses professeurs sont Giambattista Montano, Federico Bonafede et Piero da Noale. En 1545, la ville de Venise le charge de superviser la construction du jardin botanique de Padoue. Il part à Londres jusqu'en 1550 en tant qu'ambassadeur de Venise. À son retour il est élu patriarche d'Aquilée, charge dont il n'exerce jamais vraiment la fonction si ce n'est en participant au concile de Trente à partir de 1562 où il contribue à la discussion sur la mise à l'index de livres hétérodoxes. Il est chargé avec trois autres évêques d'étudier la réforme du calendrier julien. Plusieurs efforts pour devenir cardinal seront vains. Durant sa vie assez mondaine, Barbaro a fréquenté des cercles culturels : le « cenacolo » de Beatrice degli Obizi, il est co-fondateur de la « Accademia degli Infiammati » en 1540, et peut-être fait-il partie de la « Accademia dei Costanti » de Padoue. Parmi ses connaissances et correspondants il compte de nombreuses personnalités ecclésiastiques et littéraires. Barbaro écrit et publie beaucoup. [DBI 1961, G. Alberigo, 1960, vol. 2, p. 89–95].

2. LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME GÉOMÉTRIQUE : LA SYNTHÈSE DE DEUX DISCOURS

Depuis le Moyen Âge, c'est sur le chantier que l'architecte apprenti est initié à quelques constructions géométriques [Shelby 1972 ; Shelby & Mark 1979]. D'habitude celui-ci ne lit pas les *Éléments* d'Euclide dont le texte est diffusé majoritairement en latin [6] avant que Tartaglia n'en publie sa traduction italienne en 1543 [Tartaglia 1543]. Or, au XVIᵉ siècle, même si cet apprentissage pratique ne change pas en profondeur [7], apparaît un nombre considérable d'écrits d'architecture en italien [8]. Se pose alors le problème pour les « architetti scrittori » [9], de donner une forme écrite à cet enseignement en géométrie [10].

Le problème est abordé de façons diverses selon l'auteur en question. Pour commencer, je vais analyser une proposition géométrique exposée dans l'architecture de Pietro Cataneo [Cataneo 1567] :

> L'architettura di Pietro Cataneo, senese, alla quale, oltre al essere stati dall'istesso autore rivisti, meglio ordinati et di diversi desegni e discorsi arricchiti i primi quattro libri per l'adietro stampati, sono aggiunti di più il Quinto, Sesto, Settimo, e Ottavo libro.
>
> [*L'architecture de Pietro Cataneo, siennois, dont les quatre premiers livres ont été revus, mieux arrangés et enrichis de plusieurs dessins et discours par l'auteur lui-même et à laquelle ont été ajoutés en outre les cinquième, sixième, septième et huitième livres.*]

6 À l'exception de quelques traductions partielles et manuscrites.

7 Voir en particulier Ettlinger, Leopold D., « The emergence of the Italian architect during the fifteenth century » et Wilkinson, Catherine, « The new professionalism in the Renaissance », les deux dans [Kostof 1977]

8 Ces écrits sont de genres très divers : à côté d'une tradition de commentaristique des *Decem libri* de Vitruve, il y a des traités globaux couvrant « tous » les aspects de l'architecture. Il existe encore des publications traitant de questions isolées (des antiquités romaines, des ordres à l'antique, de la volute ionique etc.). Plusieurs publications ne sont autre chose qu'un recueil de gravures avec quelques annotations, par exemple [Labacco 1552 ; Rusconi 1590].

9 Expression employée par [Bertano 1558] dans *Gli oscuri e difficili passi dell'opera Ionica di Vitruvio di latino in volgare et alla chiara inteligentia tradotti, et con sue figure a luochi suoi*, Mantoue, Venturino Ruffinello, 1558.

10 Soit pour l'enregistrer, soit pour le transmettre ou pour le diffuser — car, n'oublions pas que le statut exact et la destination de ces écrits sont tout sauf évidents.

Il s'agit de la deuxième édition d'un traité qui a paru d'abord en 1554 et qui est augmenté en 1567, notamment d'un VII^e et d'un VIII^e Livres consacrés à la géométrie et à la perspective respectivement. Ces deux nouveaux livres ressemblent fortement aux deux premiers livres du traité de Sebastiano Serlio sur l'architecture parus à Paris en 1545 [Serlio 1545]. Cette ressemblance n'est pas seulement due au fait que les deux architectes ont probablement eu en commun le même maître à Sienne, Baldassarre Perruzzi [11]. mais Cataneo, en citant une proposition avec sa page dans Serlio, montre qu'il a le livre de 1545 sous les yeux [12]. Il existe par ailleurs une littérature de géométries pratiques, en particulier à Sienne, dont il peut éventuellement s'inspirer [Simi 1996b].

Dans le Livre VII, Cataneo se réfère nommément aux *Éléments* d'Euclide. De plus, il imite le style d'exposition d'Euclide en subdivisant ce livre en 43 *propositions*. Toutes ces propositions sont des problèmes [13] ou des procédés particuliers. Il s'agira de montrer que l'approche de Cataneo se démarque néanmoins des *Éléments* en ce que les instruments qui interviennent forment le repère central de l'exposé.

La *Proposition XVIII*, concernant la construction du carré équivalent à un rectangle donné, présente un intérêt particulier pour une comparaison avec Euclide. Strictement parlant, la proposition équivalente des *Éléments* serait II.14, cependant Cataneo cite VI.13 comme référence. [14] Dans le contexte du Livre VI des *Éléments*, la proposition apparaît sous la forme de la construction d'une moyenne proportionnelle [15] :

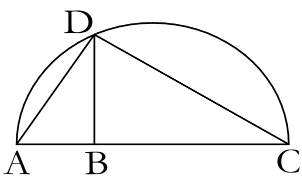
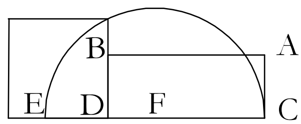
11 [DBI 1961, 1979, vol. 22]

12 [Gessner 2004] discute une proposition de Serlio corrigée par Cataneo.

13 Quelques-unes sont pourtant formulées de façon similaire à des théorèmes, par exemple la proposition VII.26.

14 Cette numérotation correspond à celle de la recension théonienne. [Tartaglia 1546] retient par contre celle de Campanus, chez cet auteur le problème correspond à la proposition VI.9, mais il indique que, selon la « seconde tradition », c'est la VI.13. Quelle était l'imprimé (latin) ou le manuscrit auquel Cataneo se réfère ? Étant donné ce doute, la comparaison se fait ici avec le texte établi par Heiberg et traduit par Vitrac [Euclide d'Alexandrie 1990–2001].

15 *Éléments* VI.13 joint deux résultats prouvés auparavant : le triangle inscrit dans le cercle et établi sur un diamètre est rectangle (III.31), et la hauteur du triangle rectangle divise l'hypoténuse de façon proportionnelle (Porisme de VI.8).

Euclide, *Éléments* VI.13	Cataneo, *Architettura* VII.18 [Cataneo 1567, p. 415]	Segmentation
De deux droites données, trouver [la] moyenne proportionnelle.	*Come si riduca qual si voglia tetragono overo quadrangulo rettangulo al suo quadrato perfetto* (Comment réduire un quelconque tetragone ou quadrangle rectangle au carré parfait équivalent)	propositio
		
Soient *AB*, *BC* deux droites données. Il faut alors trouver [la] moyenne proportionnelle de *AB*, *BC*.	Dato che fusse il tetragono o quadrangulo *ABCD* e volessemo sapere quanto sia il lato del suo quadrato,	expositio
Qu'elles soient placées en alignement, Et que sur *AC* soit décrit le demi-cercle *ADC*, Et qu'à partir du point *B* soit menée *BD* à angles droits avec la droite *AC* (I.11) et que *AD*, *DC* soient jointes.	Aggiungasi alla longhezza *CD* del quadrangulo la sua larghezza *BD*, come per *DE* si dimostra. Dividasi dipoi *CE* per mezzo in ponto *F*, et ivi si pianti una gamba del compasso, allargandolo tanto che con l'altra si trovi *CE* e causisi il mezzo circulo, come si vede. Dipoi continuisi la linea *DB* sino alla estremità del mezzo cerchio,	constructio
Puisque l'angle sous *ADC* est dans un demi-cercle, il est droit (III.31). Et puisque dans le triangle rectangle *ADC*, à partir de l'angle droit⟨,⟩ *DB* a été menée perpendiculaire⟨ment⟩ à la base, *DB* est donc moyenne proportionnelle des segments de la base *AB*, *BC* (VI.8 Por).	E tal linea serà il lato del quadrato perfetto di tal quadrangulo, come per la 13 del sesto d'Euclide si dimostrò.	demonstratio

Donc de deux droites *AB*, *BC* données, [la] moyenne proportionnelle *DB* a été trouvée. Ce qu'il fallait faire.[16]

E questo servi per regola generale del ridurre qualunque tetragono al suo perfetto quadrato.

conclusio

Dans les deux cas, même si le problème et la figure ne sont pas les mêmes, la construction géométrique employée est identique (alignement des segments, demi-cercle puis perpendiculaire passant par le point commun), si bien qu'on peut directement comparer les deux propositions. Rien que par leur mise en parallèle, il est évident que leurs structures sont semblables. J'entends par là que l'on y découpe facilement, comme d'ailleurs dans les énoncés chez [Serlio 1545], les parties identifiées par Proclus[17]. L'énoncé général (*propositio*), qui sert de titre à Cataneo, est suivi de la donnée d'une figure nommée par des lettres (*expositio*). Comme Euclide, Cataneo emploie des lettres pour connecter réciproquement texte et figure.

Dans la partie, que l'on peut appeler avec Proclus *constructio*, les premières divergences apparaissent. Euclide demande qu'on dessine le demi-cercle sur le segment résultant de la composition des segments initiaux. Cataneo, en revanche, développe cette partie plus que l'exposé euclidien ne le fait. D'emblée, il explique en détail les étapes d'une opération qui aboutit à ce demi-cercle :

Dividasi dipoi *CE* per mezzo in ponto *F*, et ivi si pianti una gamba del compasso, allargandolo tanto che con l'altra si trovi *CE* e causisi il mezzo circulo, come si vede.

On divise ensuite *CE* en deux, au point *F*, et là, on plante une jambe du compas, en l'ouvrant tant qu'avec l'autre [jambe] on touche *C* [et] *E*, et on effectue le demi-cercle, comme on le voit.[18]

16 [Euclide d'Alexandrie 1990–2001, vol. 2, p. 184-185]. Afin d'éviter toute ambiguïté, j'ai dû modifier la traduction française de Vitrac (marqué entre ⟨...⟩).

17 Le traducteur et commentateur de Proclus, Francesco Barozzi, rend les termes grecs par *propositio, expositio, determinatio, constructio, demonstratio* et *conclusio* (voir le commentaire de Proclus à *Éléments* I.1, [Barozzi 1560, p. 116], dédié à Daniele Barbaro).

18 L'auteur du présent article a traduit les passages, où ce n'est pas indiqué autrement, de la manière la plus littérale possible en respectant la syntaxe de l'original autant que possible.

Remarquons que tout au long de la proposition, l'architecte ne cesse de renvoyer le lecteur à la figure pour se faire comprendre (*come si vede, come si dimostra*). Il insiste, à la différence du texte euclidien, sur la figure. Aussi, pour introduire les éléments géométriques, suit-il l'ordre selon lequel ils apparaissent par leur construction explicite, contrairement à ce qu'on voit généralement dans les *Éléments*[19]. On remarque encore, qu'il emploie un vocabulaire moins spécialisé, moins précis (au lieu de demander de placer deux segments en alignement, il emploie le terme *aggiungere*).

Il est significatif que Cataneo fait référence à l'instrument utilisé, et même plus précisément, à la jambe immobile et à la jambe mobile du compas. Ces parties ne sont pas seulement évoquées, mais le texte précise l'opération à effectuer : planter une jambe (*si pianti una gamba*), élargir l'ouverture du compas (*allargandolo*), effectuer le demi-cercle (*causisi il mezzo circulo*). C'est là un trait typique d'un praticien comme Cataneo, alors que l'exposé euclidien reste elliptique par rapport à la mise en œuvre proprement dite du compas[20]. Dans la *constructio* chez Euclide, les opérations sont indiquées, à l'origine, par des verbes à l'impératif parfait[21], ce qui peut suggérer que la figure soit déjà achevée au moment où l'on se réfère à elle. À la différence du texte de l'architecte, l'exposé euclidien n'évoque ni les instruments ni les gestes qui y sont liés. Dans le texte de l'architecte, en revanche, les éléments de la figure sont indiqués au fur et à mesure qu'elle est construite, on nomme les instruments (*compasso*) et les gestes (piantar la gamba, causar il semi circulo), ce qui met en avant l'aspect

19 Euclide nomme l'arc ADC en plaçant d'entrée le point D alors que, du point de vue de la construction progressive, on ne trouve D qu'après avoir dessiné la perpendiculaire qui passe par B. Cela constitue un des indices qui, avec certaines formes verbales dans la *constructio,* font comme si la figure était déjà dessinée au moment où l'on commence à énoncer le texte de la proposition. Voir à ce sujet les observations de [Netz 1999].

20 On se souvient que dans les *Éléments,* les opérations possibles avec règle et compas sont résumées par les trois premiers postulats du premier livre : joindre deux points par une droite, prolonger indéfiniment tout segment de droite, dessiner un cercle de rayon et centre quelconques.

21 Temps verbal que Vitrac traduit dans [Euclide d'Alexandrie 1990–2001] par des expressions comme « qu'elles soient placées », « que soit décrit », « que soient jointes » etc.

matériel de la construction géométrique et la figure en train de se faire [22]. Pour la présente recherche, il est hautement significatif que Cataneo le reconnaisse et qu'il le revendique même. Par contraste avec la *constructio* qui se trouve développée, la *demonstratio*, sans être complètement absente, est réduite à l'extrême chez Cataneo. Alors que les arguments de la démonstration constituent la partie centrale d'une proposition euclidienne, pour l'architecte, comme pour les autres praticiens de l'époque, il semble suffisant de renvoyer... à une proposition euclidienne.

Constatons donc que « traiter *pratiquement* d'éléments de géométrie » [23] ne veut pas dire pour autant que l'exposé de Cataneo s'oppose radicalement à la géométrie *spéculative* présentée sur le mode euclidien. Au contraire, on perçoit sous plusieurs aspects une forte ressemblance avec le style d'exposition des *Éléments*. Cependant, un autre discours géométrique apparaît de façon entrelacée. On peut penser qu'il s'agit de la manière susmentionnée d'enseigner les constructions géométriques au cours d'un apprentissage traditionnel. Dans ce type d'énoncé, tout en respectant le schéma proclien, la structure fine du discours se trouve modifiée pour privilégier l'aspect de la *manipulation*. Simultanément la partie démonstrative se réduit. Le mode de présentation adopté par Cataneo, allie l'exposé de style euclidien avec un exposé des procédés opératoires. Il serait exagéré d'y voir la réalisation d'une union, en toute généralité, entre théorie et pratique, contemplation et application. Il s'agit plutôt d'une réponse des praticiens confrontés au problème de trouver une forme écrite correspondant à l'enseignement oral de la géométrie, tout en se soumettant à l'autorité et en tenant compte de la structure rhétorique des *Éléments*. La partie démonstrative se réduit, alors que l'accent est mis sur la *constructio*.

22 Il faut noter que cette façon de s'exprimer ne se limite pas aux architectes, que par exemple dans la *Margarita philosophica*, on trouve ce genre de références au « pied du compas » : « sint puncta *.abc*. posito pede circini immobili a puncto *a*. & altro ultra medietatem extenso versus *b*. describe semicirculum. » [Reisch 1504, f. ⟨126r^{o}⟩, ⟨cahier⟩ qiij]. D'autre part, elle ne se trouve pas dans tous les livres de géométrie pratique.

23 Expression employée par Cataneo dans la proposition VII.1 (voir page 13).

3. UTILISATION DE « MACHINES » POUR LE TRACÉ

Est-ce que, selon la conception de Cataneo, et celle d'autres praticiens de l'époque, la « géométrie pratique », la géométrie appliquée à l'architecture, serait entendue comme une science qui explique l'usage d'instruments mathématiques, comme jadis pour Vitruve (*tradit usum circini*) [24] ? L'exemple précédent, où un simple compas est mis en œuvre, semble suggérer cette hypothèse. Elle gagnera en force, si l'on se rend compte que les architectes, comme dans la littérature de géométrie pratique, ne limitent guère leur arsenal d'instruments à la règle (*regolo*) et au compas (*sesto*, *compasso*). Ainsi, sans l'annoncer, étendent-ils leur géométrie au-delà des confins contrôlés par les *Éléments* d'Euclide où règle et compas sont les seuls admis. Au long de son livre, Cataneo par exemple, fait appel aux instruments suivants :

– le fil à plomb (il piombo) ;
– la règle ;
– l'équerre (la squadra) ;
– le compas ;
– la ficelle ;
– une grille (una grattella) utilisée par les peintres [25] ;
– la règle avec boussole (bossoletta, bossola).

Les instruments de mesure mentionnés sont :

– due virgole [26] ;
– le miroir (*lo specchio*) [27] ;

24 [Vitruve 1990, *Decem libri* I.1.4] « Geometria autem plura praesidia praestat architectura ; et primum ex euthygrammis circini tradit usum, e quo maxime facilius aedificiorum in areis expediuntur descriptiones normarumque et librationum et linearum directiones. »

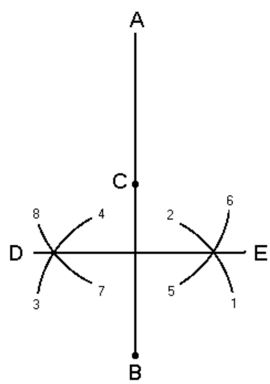
25 Déjà Alberti dans *De pictura* décrit un voile quadrillé à l'usage des peintres. [Alberti 1568]

26 Cataneo n'en dit pas plus. L'altimétrie au moyen de deux bâtons est enseignée par exemple dans le *De usu astrolabi ompendium* de Población [Población ca. 1520]. Mais on peut aussi penser au bâton de Jacob, parfois aussi nommé *verghe astronomiche*, utilisé avant tout pour mesurer l'*altura* d'un astre dans la navigation, perfectionné par Gemma Frisius dans son *De radio astronomico*, [Gemma Frisius 1545].

27 Le miroir est utilisé selon un procédé très ancien par lequel on obtient l'altitude d'une tour distante au moyen d'une glace posée horizontalement par terre. On

– le niveau (*regolo piano*) ;
– *archipendolo*[28] ;
– le quadrant ;
– échelle altimètre (*scala altimetra*) [29] ;
– le gnomon.

Il reste donc à voir ce qu'il en est de ces autres instruments, et je m'occuperai, dans cette section, de la première famille d'instruments, ceux permettant de *tracer et de reporter*. Le début du livre de Cataneo est emblématique de l'approche choisie. Après une brève préface, calquée largement sur le discours vitruvien et rappelant que l'arithmétique et la géométrie sont la base et le fondement de l'architecture, Cataneo expose d'abord une proposition bien connue de la tradition de géométrie pratique [Cataneo 1567, VII.1] :



trouve ce procédé dans l'optique attribuée à Euclide, voir par exemple le *Theorema XIX* dans la traduction de Zamberti [Euclide 1510], traduction de plusieurs œuvres euclidiennes et contenant la recension théonienne de la *Perspectiva*. Leon Battista Alberti le décrit dans les *Ludi mathematici*, dont une traduction est publiée par [Bartoli 1564]. Población décrit le procédé dans son *Compendium* dans le « Tractatus secundus » à la proposition 4 [Población ca. 1520].

28 Un type de niveau comprenant un triangle isocèle et un fil à plomb (voir fig. 9).

29 Il s'agit du carré d'ombre typique du *dorsum* (de « l'envers ») de l'astrolabe, et aussi du quadrant.

Modo fuor di quel dell'archipendolo da metter in piano qual si voglia cosa, con il quale si vengono a causare i giusti anguli retti, e la squadra. Proposition I

Entrando ora per la Dio grazia a l'operar praticamente sopra gli elementi di geometria, e cominciando alle cose più facili, mostraremo prima il vero modo di mettere in piano qual si voglia edifizio, cornici, basamenti, linee o altra cosa, et ancor che in ciò si usi comunemente l'archipendolo, alcuni però, per via d'un regolo piano, operano con l'acqua, et altri, tirando la catetta, si vagliano della squadra, ma noi per il più retto, et infallibile, mostraremo questo ordine :

che si tiri prima la catetta *AB*, et allarghisi il sesto o compasso a beneplacito, e sia che in questa l'apertura del compasso sia *BC*. Piantisi una delle sue gambe in ponto B, et arcuando si causino le due linee curve 1-2 e 3-4. Dipoi con la medesima apertura piantisi una gamba del compasso in ponto *C*, e con l'altra arcuando si causino l'altre due linee curve 5-6 e 7-8. E dove le dette due linee curve s'intersegano, che serà in ponto *D*, *E*, ivi seranno i termini della linea da tirarsi giustamente in piano, la quale dipoi con il regolo si venga a formare, e si potrà con il medesimo regolo continuarla in quella longhezza che si vorrà.

Il medesimo ordine si debbe tenere volendo causare l'angulo retto e la squadra [...] E questo modo si debbe ancora osservare nel disegnare in carte qual si voglia edifizio, volendo che non caschi o penda da nessuna parte, ma venga drittamente disegnato.

Une manière autre que celle de l'archipendolo de mettre à l'horizontale un quelconque objet, et selon laquelle on produit les angles droits justes et l'équerre. Proposition I

En procédant, par la grâce de Dieu, à traiter *pratiquement* des éléments de géométrie, et pour commencer par les choses les plus faciles, nous montrerons d'abord la véritable manière de mettre à niveau un quelconque édifice ou des frontons, des socles, des lignes ou autre chose, et bien qu'on le fasse communément en se servant de l'*archipendolo*, certains, usant d'une règle plane, opèrent avec de l'eau, et d'autres, ayant tiré la perpendiculaire, se servent de l'équerre, mais nous, nous utiliserons la façon suivante comme étant la plus directe et la plus infaillible :

qu'on tire d'abord la perpendiculaire *AB*, et qu'on ouvre le « sextant » ou le compas autant qu'on voudra, et que cette ouverture du compas soit *BC*. On plante une jambe du compas au point *B*, et en tirant l'arc, on effectue les deux lignes courbes 1-2 et 3-4. Ensuite, gardant la même ouverture, on plante une jambe du compas au point *C*, et avec l'autre, en tirant les arcs, on effectue les deux lignes courbes 5-6 et 7-8. Et l'intersection des dites deux lignes, c'est-à-dire les points *D* et *E*, seront les extrémités de la ligne à tracer parfaitement à plat, ligne qu'on forme ensuite avec la règle, et qu'on pourra, en la continuant par la même règle, rendre aussi longue qu'on voudra.

De la même façon il faut procéder si l'on veut effectuer l'angle droit et l'équerre [...] Et on doit suivre cette manière aussi pour dessiner sur papier un quelconque édifice, si l'on veut qu'il ne tombe ou ne penche d'aucun côté, mais qu'il soit dessiné droit.

Ainsi, le premier problème traité, la Proposition I, concerne la mise à l'horizontale de « edifizi, cornici, basamenti, linee » quelconques. Pour ajuster l'horizontale, il existe des méthodes variées. En effet, Cataneo en évoque trois : l'*archipendolo* (voir fig. 9), le *regolo piano* (avec l'eau), le fil à plomb (*catetta*) avec l'équerre (*squadra*). Le précepte qu'il donne cependant et qui lui semble le plus juste, le plus infaillible, c'est la construction au moyen du compas. Il commence par la perpendiculaire, *catetta*, sur laquelle on marque par l'ouverture du compas les deux points B et C. La droite, reliant les intersections des arcs et coupant la *catetta* alors à angle parfaitement droit, est ainsi horizontale.

Notons bien le recours au fil à plomb, au départ, pour dessiner la *catetta*. On pourrait arguer que ce cas particulier d'une horizontale coupant une verticale représente simplement la construction de l'*angle droit* en général. Il est vrai que cet exercice simple, et qui est généralement présent dans le corpus des géométries pratiques, se généralise facilement. Cataneo le fait explicitement en ajoutant la remarque que, par la même construction, on obtient l'angle droit et l'équerre. Or précisément, cet ajout explicite témoigne d'une conception de l'angle droit qui se fonde d'abord sur la notion de perpendiculaire. C'est également en ces termes que Serlio définit l'angle droit :

> Un angle sera droit quand une ligne perpendiculaire, c'est-à-dire à plomb, appelée aussi *catetto*, tombera sur une ligne plane.[30]

Serlio fonde sa définition de l'angle droit sur les notions (non explicitement définies) de perpendiculaire et d'horizontale. Cataneo quant à lui a recours à la ligne perpendiculaire sans l'avoir définie préalablement. Étant donné que dans leurs géométries, Cataneo comme Serlio font appel à de multiples instruments, on peut penser que le premier de ces instruments est le fil à plomb. Il est premier en raison de sa position dans le texte. Il l'est aussi dans l'ordre logique : le donné premier de ces « géométries pratiques » est la *catetta*, la ligne obtenue par le fil à plomb, le *perpendiculum*. La liste des instruments géométriques traditionnels, comprenant la règle et le compas (que supposent, de façon implicite, les trois premiers postulats

---

30 Angolo retto sarà, quando una linea perpendicolare, cioè à piombo anco detta catetto cascherà sopra una linea piana [Serlio 1545, p. 3r°].

d'Euclide [31]), devra donc être complétée ici, comme dans les géométries pratiques en général, par le fil à plomb [32].

3.1. *Maniement de la ficelle*

Chez Cataneo, comme chez Serlio, la construction d'une série de figures ovales (composées de plusieurs arcs de cercle agencés de façon à éviter les angles) fait généralement appel à la règle et au compas [33]. Chez Serlio ceci vaut également pour l'ellipse dont il décrit une construction point par point [34]. En revanche, chez Cataneo, l'ellipse est dessinée en recourant au fil dont il faut construire la longueur en fonction des demi-axes : C'est la méthode dite « du jardinier ». Il s'agit de la « Figura ovale con il filo. Proposition XIV » (la figure ovale avec la ficelle) [35].

---

31 Cataneo évoque le principe du deuxième postulat en spécifiant que par la règle, on pourra prolonger indéfiniment l'horizontale.

32 La force de cette conception pratique de la géométrie peut encore se mesurer lorsqu'on constate que le mathématicien Luca Valerio énonce le postulat suivant dans son *Subtilium indagationum liber* : « IIII. Recta linea mobilis in uno puncto suspensa ad perpendiculum & posita ita⟨ ⟩tot congruat perpendiculo, à pondere ad eam suspenso, & perpendiculare impetu faciente, non movetur. » [Valerio 1582, p. 12]. Et Napolitani remarque à ce propos : « Viene qui introdotto, ma senza definizione il *perpendiculum*. Valerio lo definirà nella Q[uadratura] P[arabolae] come una retta che incontra l'orizzonte perpendicolarmente. [QP 1661 p. 234] ». Cette observation entre autres conduit Napolitani à la conclusion suivante : « Vedremo subito che Valerio è convinto che il filo a piombo, il perpendiculum, possa essere utilizzato in geometria come uno strumento mentale, al pari della riga e del compasso e che grazie ad esso sia possible trovare la quadratura di moltissime curve. » [Napolitani 1982, p. 10]. Je remercie M. Christian Houzel de m'avoir signalé l'existence de ce texte de Valerio.

33 Certaines de ces figures sont présentes chez [Dürer 1525]. Dans la partie V de son *General trattato,* Tartaglia discute ces figures ovales, mais insiste qu'il ne faut pas les confondre avec l'*ellipse* (dellaqual parla, et tratta Apollonio Pergeo geometro peritissimo). [Tartaglia 1560c, p. 11r^{o}]

34 Sans en donner la démonstration.

35 Cataneo ne dit pas que cet « ovale » est une ellipse.

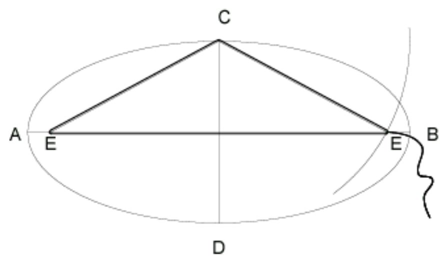


Figure 1. Construction de l'ellipse au moyen d'un fil. La longueur EQE est constante pour tout point Q de l'ellipse. Si l'on utilise le fil en lacet fermé, il aura la longueur du périmètre du triangle EEC. Si les extrémités du fil sont attachées aux pieux E, sa longueur est $2EC$, où C est une extrémité du petit axe.

Et in ciascuno di questi due ponti *E* si ficchi un chiodo, o polo ; dipoi si doverà sempre per regola generale addoppiare la corda, o filo, quanto gli è la linea *AE*. E questa corda addoppiata serà guida di tale ovato, però che arcuando dentro a quella con un chiodo o altro stiletto, si verrà facilmente a causar la figura ovale non diminuita. [36]

Et à chacun de ces deux points E, on fixe un clou ou poteau ; à la suite, on devra toujours, comme règle générale, doubler la corde ou le fil, autant que mesure la ligne AE. Et cette corde doublée sera le guide d'un tel ovale, parce qu'en traçant à l'intérieur d'elle avec un clou ou autre pointe, la figure ovale, non-diminuée sera effectuée facilement.

Cataneo connaît la construction point par point de l'ellipse, en effet on sait qu'il a le livre de Serlio sous les yeux [37], mais il opte pour inclure la méthode du jardinier. En proposant ce procédé à côté de ceux qui font appel à la règle et au compas, l'architecte adopte, comme dans certaines géométries pratiques, le tracé au moyen de la *ficelle*, comme auparavant la perpendiculaire au moyen du fil à plomb.

Tracer une ellipse par la méthode du jardinier est une technique classique. D'autres usages de la ficelle, moins classiques, existent auprès des peintres et architectes comme on peut le constater dans un court texte du peintre Salviati traitant de la volute ionique. Le feuillet de [Salviati 1552], dédié à Daniele Barbaro, est consacré entièrement au problème de construire une partie du chapiteau de la colonne ionique à savoir la

36 [Cataneo 1567, p. 412]

37 Voir page 6.

volute. Ce tracé ressemble à une spirale. Salviati propose d'abord des procédés à la règle et au compas. Ensuite, il dit avoir expérimenté deux dispositifs différents pour produire des spirales : dans le premier cas, il déroule une ficelle d'un cône « rectangle » (*piramide tonda rettangula*) [38], dans le deuxième d'un cylindre [39].

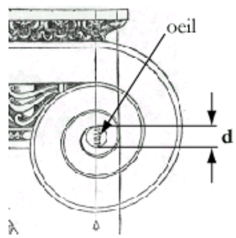


FIGURE 2. Volute du chapiteau ionique selon Serlio 1584 [40]

À partir du texte, on peut reconstruire la première expérience de Salviati. Comme selon lui la volute doit comporter trois tours (voir fig. 2), il commence par enrouler la ficelle de la façon suivante : le premier tour à $\frac{2}{3}$ du diamètre d de l'œil et le dernier enroulement, plus proche du sommet du cône, à $\frac{1}{5}d$ (voir fig. 3). Il la déroule en traçant à l'aide d'un crayon attaché au bout de la ficelle le contour de la volute à partir de l'œil jusqu'en-dessous de l'abaque.

D'une façon significative, Salviati prétend que le dessin à l'aide de cet instrument produit une volute de même forme que le dessin au moyen du compas :

38 Je l'interprète comme un cône dont l'ouverture au sommet est de 90°.

39 Cette deuxième volute s'approche d'un fragment de spirale archimédienne. Salviati donne une valeur approchée de π, à savoir $3\frac{1}{7}$, afin de jauger le diamètre du cylindre en fonction du nombre souhaité de révolutions. « Ne feci anchora vn'altra col filo auuolto sopra vn cilindro, o vogliamo dir bastone vguale, & gli spatij tra l'vn giro, & l'altro vennero equali, & erano tali spatij *tre uolte, & vn settimo* quanto il diametro di tal bastone, [...] » [Salviati 1552] « J'en ai fait encore une autre [volute] avec le fil enroulé sur un cylindre, ou nous voulons dire un bâton régulier, et les intervalles entre un tour et le suivant en devenaient égaux, et ces intervalles mesuraient trois fois et un septième le diamètre du bâton. »

40 La figure est reproduite selon l'édition italienne du livre IV de l'*Architettura* de [Serlio 1584, p. 160], à partir du fac-similé publié à Bologne en 1987.

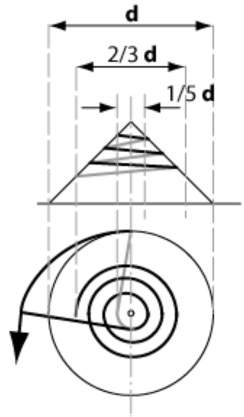


Figure 3. Élévation et plan du cône pour dessiner une volute, reconstruits d'après [Salviati 1552]

Et per dir quello ch'io feci, mentre inuestigaua la regola di detta voluta ; posi vna piramide tonda rettangula con la basa equalmente sopra l'occhio & accomodatoui attorno vn filo tirai una voluta della medesima proportione, non vi essenda alcuna varietà da quella che di sopra ho detto farsi col compasso.

Et pour dire ce que j'ai fait lorsque j'ai examiné la règle de ladite volute, j'ai posé une pyramide circulaire « rectangle » avec la base sur l'œil, j'y ai disposé un fil autour et j'ai tracé une volute de la même proportion, et il n'y a pas la moindre différence par rapport à celle qu'on fait par le compas décrite ci-dessus.

Comme le rayon de cette courbe augmente constamment, avec un centre de courbure qui se déplace, le tracé au moyen de la ficelle ne produit pas comme le compas des arcs de cercle. Lorsque Salviati affirme que ses proportions sont les mêmes et que la volute « ne varie pas » (*non vi essenda alcuna varietà*) par rapport à celle dessinée au compas, il se réfère éventuellement à l'effet visuel. Dans tous les cas, il est à noter que le peintre met les deux façons de produire le tracé sur le même plan, et que le compas et la ficelle sont présentés comme également légitimes pour servir d'instruments dans le cas de la volute ionique.

La curiosité pour des instruments autres que la règle et le compas ne s'exprime pas seulement chez les praticiens. En 1566, l'humaniste Francesco Barozzi (Barocius) aurait « inventé » [41] un compas permettant de tracer des sections coniques. Cependant, la description de cet instrument sera publiée seulement en 1586 avec un autre instrument équivalent, attribué à Giacomo Contarini [42]. Aussi le contexte du livre de Barozzi est-il clairement théorique. Comme de plus il est écrit en latin, il ne s'adresse évidemment pas aux praticiens [43]. Toutefois, on peut constater, comme pour l'exemple du *perpendiculum*, que la tendance à introduire de nouveaux instruments concerne aussi bien la géométrie pratique que théorique. On ne s'étonne donc pas que Daniele Barbaro, dont la formation est théorique, consacre plusieurs pages aux instruments.

3.2. *La duplication du cube chez Barbaro*

En effet, le commentaire de Barbaro au Livre IX de Vitruve inclut une présentation de plusieurs *mésolabes* [Barbaro 1556, p. 204-209]. Il s'agit d'instruments permettant, deux segments droits a, b inégaux étant donnés, de déterminer *per linea* [44] deux (ou plusieurs) segments intermédiaires x, y en proportion géométrique continue, les moyennes proportionnelles, telles qu'on a $(a : x) :: (x : y) :: (y : b)$. Par là on résout, lorsqu'un segment de départ (a) est égal au côté du cube et l'autre au double $(b{=}2a)$, le problème de la duplication du cube [45], problème brièvement mentionné par Vitruve. Cette évocation au début du Livre IX des *Decem libri* exemplifie simplement, dit le texte de Vitruve, une chose « très-utile pour la vie et

41 Il ne s'agit pas bien sûr d'une nouveauté historique. Voir [Raynaud 2007].

42 [Barozzi 1586]. Voir p. 29 la rubrique en marge « Instrumentu[m] inuen[itur] á Fra[n]cisco Barocio anno 1566 » et p. 30 la gravure représentant l'instrument. Je remercie M. Rashed de m'avoir signalé l'existence de ce volume.

43 C'est également le cas, sans doute, de l'étude sur un compas de sections coniques publiée par [Benedetti 1574].

44 Pour l'histoire de la distinction *per numero* et *per linea* à la Renaissance voir [Gessner 2004].

45 Si x, y sont tels que $(a : x) :: (x : y) :: (y : 2a)$, on a $2a^3 = x^3$.

pour la société des hommes » que les « savants de l'antiquité » auraient transmise par écrit [Vitruve 1673, p. 254] [46].

Comme Vitruve le laisse entendre, l'antiquité a légué plusieurs traitements du problème des moyennes proportionnelles [47]. Pour sa part, il mentionne le *mésolabe* d'Ératosthène de Cyrène (284 – env. 204) (*con la ragione del Mesolabio*) et les hémicylindres d'Archytas de Tarente (IVe siècle avant notre ère) (*con le descrittioni di Semicilindri*). Barbaro, en tant que commentateur, se doit donc d'expliciter ce à quoi l'antique auteur ne fait qu'allusion dans une phrase isolée. D'autant plus que Vitruve rapporte la légende selon laquelle le problème s'est posé : un oracle d'Apollon a demandé aux habitants de Délos que son autel soit doublé tout en conservant les mêmes proportions. Ce *travestissement architectural* du problème justifie, dans un premier temps, la longue digression et l'assurance répétée que toutes ces choses seraient fort utiles à l'architecte [48].

En effet, Barbaro insère les traitements du problème attribués à Ératosthène et à Archytas. Il expose en complément les solutions traditionnellement attribuées à Platon et à Nicomède. Il en présente les figures, les démonstrations et fournit la description des instruments correspondants [49] :

46 Les autres exemples sont : la duplication du carré par Platon (*Ménon*), les triplets de nombres donnant les proportions de triangles rectangles de Pythagore, le problème de la couronne du roi Hiéron II résolu par Archimède. Vitruve développe ainsi le thème de l'utilité des philosophes par opposition aux exploits des grands athlètes dont l'excellence disparaît après leur mort.

47 Les diverses solutions sont présentes dans le commentaire d'Eutocius à *La sphère et le cylindre* d'Archimède, dans les *Collectiones mathematicae* de Pappus, dans les *Mécaniques* de Héron. On les attache traditionnellement aux noms suivants : Archytas, Eudoxe, Ménechme, Platon, Ératosthène, Nicomède, Apollonius, Héron, Philon de Byzance, Dioclès, Sporus et Pappus. Cf. [Heath 1921]. En particulier le chapitre « VII. Special problems. The duplication of the cube, or the problem of the two mean proportionals », p. 244-270.

48 [Dürer 1525] considère la duplication du cube comme utile aux artisans et inclut des procédés (sans les démonstrations) dans son *Underweysung*. Mathew Baker dans les *Fragments* manuscrits, après 1570, emploie la solution de Pappus telle que montrée chez Dürer pour déterminer le changement d'échelle des plans de coque de navires. Voir [Johnston 1994, p. 153-156].

49 Dans le cas des hémicylindres d'Archytas, la construction spatiale rend difficile la transposition de la construction en instrument. Dans l'édition latine du commentaire en 1567, Barbaro explique qu'on a toujours cru qu'il était impossible de trouver un instrument, mais que Antonio Maria Pazzi lui vient d'envoyer la description et

la « tablette » selon Ératosthène, « l'équerre » selon Platon, ainsi que le « traceur de conchoïdes » de Nicomède. Les solutions de la duplication présentées par Barbaro suivent le fil des arguments de celles décrites dans le commentaire d'Eutocius à *La sphère et le cylindre d'Archimède*. Barbaro renvoie explicitement ses lecteurs vers les « commentari di Archimede » [Barbaro 1556, p. 208, l. 44]. Or, comme chaque fois qu'il s'agit de chercher les sources éventuelles d'un auteur du XVI^e siècle, nous avons à nous tourner vers les versions existantes et disponibles à l'époque. Sans vouloir résumer même brièvement l'histoire des sources hypothétiques, notons simplement que le commentaire d'Eutocius a été diffusé par des canaux variés. Car le problème « délien », à savoir la *duplication du cube* ou la détermination des *deux moyennes proportionnelles*, appartient à la catégorie des problèmes célèbres, avec, entre autres, « la quadrature du cercle » et « la trisection de l'angle », problèmes qui ne cessent d'intriguer également mathématiciens et un public plus large. Dans *Archimedes in the Middle Ages*, [Clagett 1978] fournit un tableau assez détaillé des versions textuelles d'Eutocius présentes durant la période [50].

Zoubov [1960] a cependant remarqué que la source principale de Barbaro est un livre de Johannes Werner, auteur que Barbaro cite à la fin de son insertion sur la duplication. Cet ouvrage, paru à Nuremberg en 1522, se subdivise en plusieurs parties dont une est intitulée *Commentarius seu paraphrastica enarratio in undecim modos conficiendi eius problematis quod cubi duplicatio dicitur* [Werner 1522]. Werner précise qu'il s'agit d'une paraphrase du texte d'Eutocius tel qu'il se trouve traduit chez Giorgio Valla dans l'ouvrage encyclopédique de *De expetendis et fugiendis rebus* [Valla 1501].

En effet, on vérifie aisément que le texte de Barbaro n'est autre qu'une traduction italienne *littérale* de plusieurs extraits de la *Paraphrastica enarratio* de Werner (basé sur Valla), à l'exception près de phrases isolées aux jonctions des passages. Le commentaire de Barbaro reprend d'ailleurs les figures du traité de Werner.

---

l'usage d'un instrument correspondant à cette solution. Parmi les trois versions imprimées, ce n'est que la version latine qui contient l'instrument de Pazzi. [Barbaro 1567b, p. 274, l. 17]

50 [Clagett 1978]. En particulier le chapitre « III. The problem of proportional means », p. 1163-1179

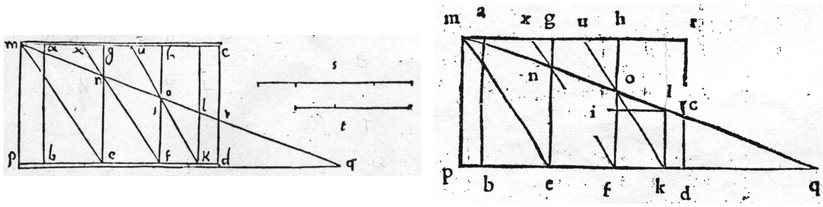


Figure 4. « Tablette » d'Ératosthène. Barbaro 1556 (gauche) et Werner 1922 (droite)

Si MP et LK sont donnés, la solution d'Ératosthène consiste en principe à ajuster deux tablettes ($PBAM$ et $KDCL$), en les faisant glisser latéralement sur une plaque de base ($PDRM$), de sorte à obtenir — par tâtonnement — trois triangles semblables (PEM, EFN et FKO) dont les sommets (M, N et O) soient sur une droite qui passe par L. Il démontre qu'on aura, en vertu de *Éléments* I.29 et VI.4, la proportion continue $MP : NE : OF : LK$, c'est-à-dire $MP : NE :: NE : OF :: OF : LK$, donc NE et OF sont les moyennes proportionnelles entre MP et LK. Pour ce faire, l'instrument dispose de plusieurs règles pivotantes (EM, FX et KU, avec pivots en E, F et K) qui doivent rester parallèles, et d'une autre règle MQ qui sert à aligner M, N, O et L. Le tâtonnement se fait par un procédé itératif.

Les seuls changements introduits par Barbaro concernent l'ordre de l'exposé et surtout le choix des passages et des figures puisqu'on ne retrouve chez cet auteur que quatre des onze solutions présentes chez Werner. La figure que Barbaro juxtapose à la description de la « tablette » d'Ératosthène est calquée sur une figure de Werner accompagnant chez ce dernier une démonstration alternative (voir fig. 4). Elle ne comporte donc pas plus de détails concernant la réalisation matérielle de l'instrument que son modèle, mis à part le doublement de deux traits horizontaux (MC et PD) qui semblent indiquer les deux « rainures » dans lesquelles glissent les tablettes mobiles et dont la description de l'instrument fait état. Or, d'autre part, elle présente une ambiguïté relative à la position du point R [51], ambiguïté qui dérive d'un manque de clarté de la figure chez Werner, de sorte que la description de l'instrument en devient imprécise.

D'une manière semblable, la représentation du « traceur de conchoïdes » de Nicomède ne précise pas plus les détails d'une éventuelle réalisation matérielle que ce qu'en dit — d'une façon assez obscure — le texte. Visiblement, Barbaro n'entreprend pas une reconstitution alternative de la configuration de l'instrument et reprend celle de Werner qui fait glisser la règle KF à travers un le cylindre perforé H, au lieu de, ce qui est plus probable, faire s'encastrer le cylindre H dans une fente de la règle KF, comme on le voit par exemple chez [Tartaglia 1560c, dans la *Quinta parte del general trattato*] (voir fig. 5).

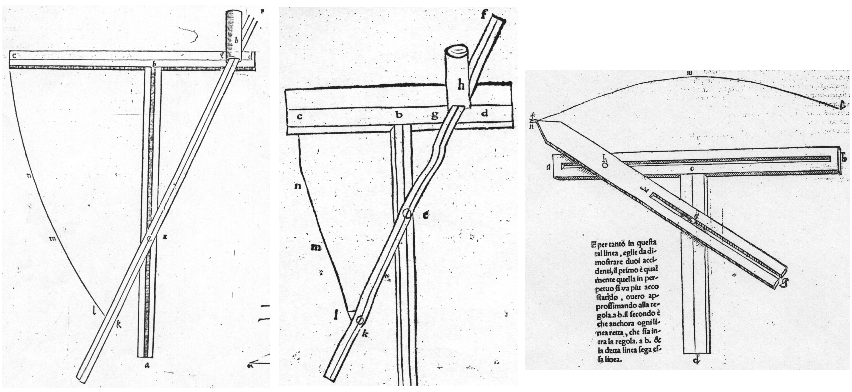


FIGURE 5. Traceur de conchoïdes dans [Barbaro 1556], [Werner 1522] et [Tartaglia 1560c]

L'intervention sans doute la plus importante opérée par Barbaro sur la source utilisée dans son commentaire, est visiblement la *sélection* des solutions. De plus, on peut trouver plusieurs arguments qui semblent indiquer que cette sélection, parmi les onze solutions présentes chez Werner, obéit à des critères précis et significatifs pour caractériser cet écrit d'architecture. Comment le choix s'est-il fait pour les solutions retenues dans le commentaire ? Pour Ératosthène et Archytas la réponse naturelle semble

51 Il s'agit du point r de la figure de Barbaro (le point c chez Werner) dont la position est ambiguë.

être la suivante : Vitruve mentionne les deux mathématiciens dans le texte, par conséquent, Barbaro en tant que commentateur ne fait qu'expliciter l'allusion en fournissant des informations plus amples les concernant. En suivant l'ordre d'apparition des noms dans le texte primaire, le commentateur bouscule l'ordre des solutions tel qu'il se présente dans la *Paraphrastica enarratio.* Ici, la logique inhérente au genre du commentaire détermine le choix.

Or, la particularité de l'écrit d'architecture s'exprime par le choix des deux solutions de Platon et de Nicomède. On observe que ce sont les deux seules solutions parmi les onze présentes chez Werner, avec celle d'Ératosthène, qui décrivent et mettent en œuvre un instrument. Barbaro les extrait de l'ensemble des solutions à sa disposition, les considérant apparemment dignes d'être insérées dans un écrit d'architecture. Cela semble indiquer que, dans ces cas, c'est bien la présence d'un instrument qui constitue le critère de sélection du commentateur.

Rappelons que durant le XVI^e siècle, il y a eu des tentatives de trouver deux moyennes proportionnelles au moyen de la règle et du compas seulement. Ces tentatives aboutissent bien sûr à des échecs. Comme Clagett le rapporte, Pedro Nunes (1546), Jean Borrel (1554) ou Tartaglia (1560) [52], par exemple, montrent que les solutions proposées soit par Oronce Finé (1544), soit par Michael Stifel n'étaient pas bonnes. C'est cette absence de solution par la règle et le compas qui incite Tartaglia à ranger le problème dans la Partie V de son *General trattato.* À cet endroit Tartaglia aborde dès l'introduction la question très intéressante de la différence entre « *essequir un problema mathematicalmente* » et « *essequir un problema naturalmente* » (exécuter un problème mathématiquement ou « naturellement », synonyme de « mécaniquement »). Une telle distinction se trouve renouvelée à propos de la méthode de Platon pour la duplication du cube.

52 Dans le *General trattato* Partie IV et V.

Si vede adunque, che la rissolutione di tal problema è naturale, per quel procedere a tastoni, ma la probatione, ouer dimostratione è Mathematica, perche la si dimostra rationalmente, & non sensibilmente, é anchora la inuentione di tal operare fu ritrouato per ragion geometrica, & non natural e anchor che geometricamente non si possa totalmente essequire. [Tartaglia 1560b, p. 44]

On voit donc que la résolution de tel problème est naturelle, par ce procédé à tâtonnements, mais la preuve ou démonstration en est mathématique, parce qu'elle se démontre rationnellement et non pas sensiblement. Aussi l'invention d'opérer ainsi s'est-elle trouvée par la raison géométrique et non pas naturelle, bien qu'on ne puisse l'exécuter de manière toute géométrique.

Le problème est résolu naturellement, « *sensibilmente* » ou mécaniquement, par tâtonnement (*procedere a tastoni*) [53]. Cependant, la démonstration est parfaitement mathématique ou géométrique, encore que la construction ne soit pas complètement exécutable géométriquement (*anchor che geometricamente non si possa totalmente essequire*), c'est-à-dire au moyen de la règle et du compas. Le tâtonnement est nécessaire ou bien alors on a besoin d'un instrument qui par sa configuration permet, en l'ajustant, de trouver les deux moyennes proportionnelles. Les preuves cependant ne laissent rien à désirer, elles sont parfaitement « rationnelles ». En revanche, trouver les moyennes effectivement, *per linea*, c'est-à-dire en traçant des figures, tombe dans le domaine du *naturel, du sensible* comme dit Tartaglia ou de l'opération mécanique.

Barbaro commente un ouvrage sur l'architecture, et ce qui compte dans ce contexte, plus que les démonstrations, est de pouvoir effectivement trouver et tracer deux moyennes proportionnelles. Il n'est donc plus étonnant que la configuration et l'opération des instruments se trouvent au centre de son attention. Barbaro n'évoque même pas la controverse qui oppose ses contemporains Finé, Stifel, Nunes, Tartaglia, Borrel etc. Il ne parle pas non plus du fait que le problème a résisté aux tentatives de résolutions « purement géométriques » [54]. C'est que, si l'on peut dire,

53 Comme c'est le cas de la *noësis* par exemple dans le traité des spirales d'Archimède.

54 On pourrait même arguer que Barbaro considère une telle controverse vaine. De fait, il explique en introduction au passage sur la duplication que l'on a tort d'opposer différentes solutions et différents instruments appliqués au même problème. Il illustre son propos par l'exemple de la mesure d'une tour : « Dice Vitr[uvio] che le

la géométrie des architectes et pour les architectes se concentre sur la mise en œuvre d'instruments géométriques. L'arsenal des instruments qui peuvent intervenir comprend dès le départ, au-delà de la règle et du compas, le fil à plomb, souvent la ficelle, et donc aussi — les mésolabes.

Au regard de ces considérations, on peut penser que Barbaro n'établit son texte pas uniquement dans la perspective de satisfaire les philologues. Si c'était le cas, il aurait pu se borner à expliquer Ératosthène et Archytas. Pourquoi opte-t-il pour inclure la méthode de Platon et de Nicomède ? Certainement parce que ces solutions mettent en œuvre un instrument. Qu'il s'agisse de résolutions mécaniques ou par « tâtonnements », pour reprendre l'expression de Tartaglia, ce n'est pas une raison de les rejeter : au contraire, ce sont ces parties du livre de Werner que Barbaro retient et qu'il juge adapté au démarches en architecture.

D'ailleurs, Barbaro s'empresse d'insérer dans la version latine de son commentaire un supplément à la solution d'Archytas dont Antonio Maria Pazzi, le collaborateur de Bombelli, lui fait parvenir « *instrumentum eius rei et usum* », l'instrument et son usage [Barbaro 1567b, p. 274, l. 17. Édition latine].

---

i⟨n⟩uentioni de Archita, & di Eratosthene sono state gioconde, & grate a gli huomini, ma trattando ammendue una questione, & forsandosi ciascuno per diuerse uie risoluerla, dato hanno sospetto, non perche la cosa non si possa diuersamente trouare, ma perche le genti, che non sanno uedendo, che Archita usaua una uia, & Eratosthene un'altra sospettauano per la loro concorrenza, pensando che gareggiassero à proua. Come se uno pigliasse l'altezza d'una torre col *quadrante*, l'altro con uno *specchio*, il terzo con *due dardi*, & un'altro in somma con *l'astrolabio*, ò con un *raggio Mathematico*, non sapendo il uulgo esser una istessa ragione di tutti questi strumenti, presa dalla natura de gli anguli, sospicherebbe, che la concorrenza di quei misuratori non intricasse il uero con la diuersita de gli strumenti » [Barbaro 1556, p. 204] « Vitruve dit que les inventions d'Archytas et d'Ératosthène avaient été agréables et bien-venues à l'humanité, mais comme tous deux ont traité la même question, chacun ayant tenté de la résoudre par différentes voies, ils ont suscité le doute, non pas parce que la solution ne pourrait pas se trouver de diverses façons, mais parce que les gens, qui ne savent pas, voyant qu'Archytas empruntait un chemin, et Ératosthène un autre ils devenaient suspicieux de leur concurrence, en pensant qu'ils rivalisèrent par leur preuve. Comme si l'un déterminait la hauteur d'une tour par le quadrant, le deuxième par un miroir, le troisième par deux bâtons, et un autre finalement par l'astrolabe ou le bâton de Jacob, le vulgaire, sans savoir que tous ces instruments reposent sur un même principe tiré des propriétés des angles, suspecterait que la concurrence de ces mesureurs brouille le vrai à cause de la variété des instruments. »

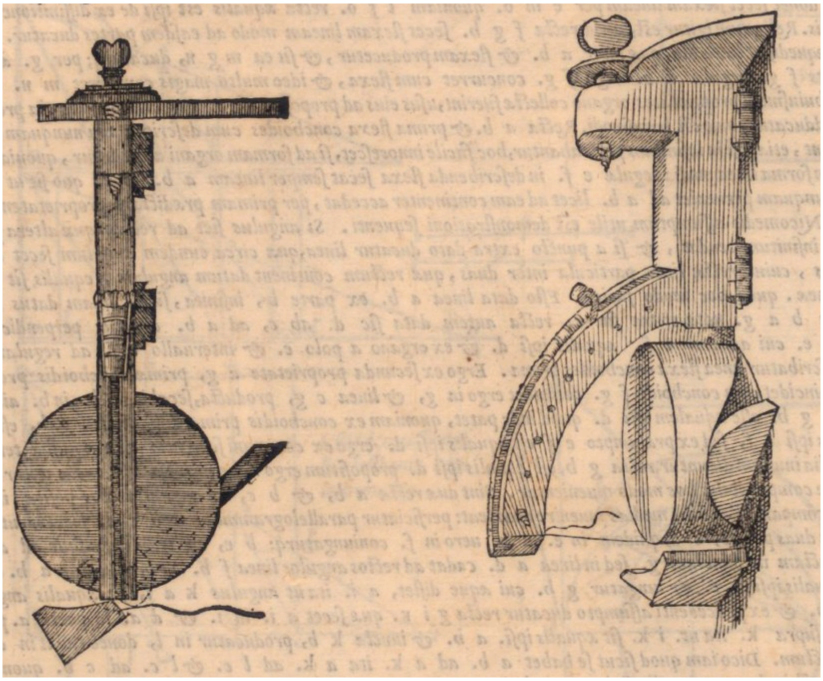


FIGURE 6. L'instrument que Barbaro reçoit d'Antonio Maria Pazzi tel que représenté dans l'édition latine du commentaire [Barbaro 1567b, p. 277]

Barbaro contribue ainsi à la diffusion du problème de la duplication du cube et de la production des moyennes proportionnelles dans le cercle de ceux intéressés par l'architecture. Sa traduction italienne favorise la vulgarisation de ces connaissances au-delà du lectorat universitaire [55]. Il convient cependant de nuancer ce constat par deux remarques : d'une part, la corruption du texte et le flou qui persiste autour des instruments de Nicomède et d'Ératosthène posent problème et laissent parfois douter de la compréhension du traducteur, même si un lecteur un peu curieux

55 Barbaro n'est toutefois pas le premier à donner une traduction en langue vernaculaire de certaines solutions, ni le premier à en parler dans le contexte d'un art mécanique. Les artistes ont déjà accès à la construction des moyennes proportionnelles, par exemple grâce à Dürer qui inclut dans son *Underweysung* [Dürer 1525 ; 1532 ; 1538] les méthodes de Sporus, de Platon et de Héron. Voir [Peiffer 1997].

peut facilement corriger les erreurs. D'autre part, le livre de Barbaro est, dans l'édition de 1556, un volume in-folio dont l'acquisition était coûteuse pour l'architecte moyen de l'époque, défaut auquel il sera remédié quelque peu seulement avec la publication in-4° en 1567.

3.3. *Duplication « mécanique » d'une figure au compas*

Si Barbaro ne mentionne nulle part la distinction dont Tartaglia fait état entre résoudre un problème « *geometricamente* » et « *naturalmente* », on rencontre au sein du Livre VII de Cataneo le qualificatif « *meccanicamente* ». Or dans le contexte donné, son emploi paraît paradoxal à première vue. À la proposition 32, il présente un procédé *per linea*, au moyen du compas. Néanmoins, Cataneo lui donne l'intitulé suivant « Modo di dupplare per linea meccanicamente qualunque figura per strana e fantastica che sia. Proposition XXXII », c'est-à-dire « une façon de doubler mécaniquement et *per linea* une quelconque figure aussi étrange soit-elle ». Qu'est-ce qui fait que Cataneo parle d'un procédé « mécanique » bien qu'on n'utilise que le compas ?

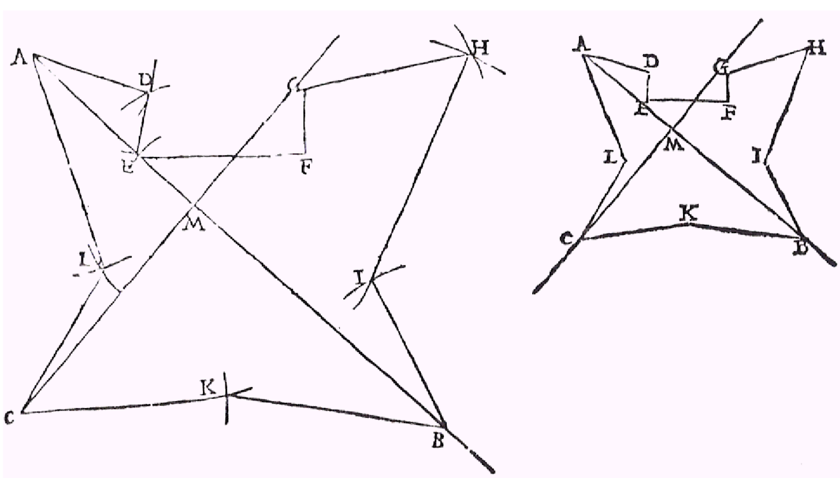


Figure 7. « Duplication mécanique » d'un polygone [Cataneo 1567] : Chaque point est repéré par rapport à sa distance de M et du point précédant sa construction. (Les axes perpendiculaires avec intersection en M n'interviennent pas dans la construction.)

Dans l'exemple de Cataneo la figure donnée est un polygone. La procédure décrite veut qu'on construise deux axes auxiliaires, perpendiculaires qui se coupent en un point M. Or, cette construction ne jouera plus de rôle dans la suite, car la position d'un point est simplement obtenue par l'intersection de deux arcs de cercle. L'un des arcs prend pour centre toujours M et l'autre le point précédemment construit. À chaque nouveau point, l'ouverture du compas est ajustée au double de ce qu'on relève sur la figure de départ[56]. Cataneo lui-même utilise le terme de « *dupplare* » dans les propositions précédentes concernant le carré et le cercle dans le sens d'une duplication d'aire. Or ici la construction montre qu'il s'agit de la duplication des dimensions linéaires de la figure donnée, et donc d'une homothétie qui résulte en une figure semblable. Le terme « *dupplare* » revêt un sens ambigu[57].

Si dans la section précédente, on a observé que Tartaglia nomme les procédés par tâtonnement « rissolutione naturale », on est ici en présence d'un procédé effectué au compas sans que le moindre tâtonnement soit nécessaire. Cela n'empêche pas Cataneo de proposer de « dupliquer mécaniquement » (*meccanicamente*) une quelconque figure. Employé dans ce

56 Opération qui serait particulièrement facile moyennant un compas de réduction, ou encore un compas proportionnel du type que Commandino aurait développé autour de l'an 1555 sous l'impulsion de Bartolomeo Eustachio [Rose 1968]. On ne trouve pas de référence en ce sens chez Cataneo. Ce dernier recommande d'utiliser deux compas [!] pour travailler plus vite.

57 La construction superflue de la « *croce che faccia quattro anguli retti* » (« la croix qui fait quatre angles droits » qui semble préfigurer le repère cartésien) n'est d'ailleurs pas sans antécédent dans les écrits d'architecture. Le *De re aedificatoria* d'Alberti donne un précepte identique lorsqu'il expose comment on doit délimiter le plan sur le terrain. Cependant Alberti exige que chaque point soit ensuite repéré par sa distance à chacune des lignes de base. Cataneo aurait-il confondu deux procédés différents, l'un utilisant l'abscisse et l'ordonnée au moyen de l'équerre, l'autre utilisant le compas ? En somme, la construction présentée ne fait appel qu'au compas. [Alberti, *De re aedificatoria* III.2] « Nos quidem fundamenta diffinientes assuevimus lineas dirigere, quas radices nuncupamus, tunc in modum. A media enim fronte operis ad posticum protendo lineam, ad cuius dimidiam longitudinem figo telluri clavum, per quem transversam duco ex geometrarum monitis perpendicularem. » (« Nous avons l'habitude de tracer des lignes définissant les fondements, lesquelles nous acceptons en tant que racines, de cette façon : Du milieu du devant de l'ouvrage jusqu'à l'arrière je trace un [segment de] droite, à la moitié duquel je fixe un pieu dans la terre, au travers duquel je mène une transversale perpendiculaire selon les préceptes des géomètres. »)

contexte, ce terme doit être rapporté à ce qu'est la *mécanique* à l'époque. Au XVIe siècle, *Mechanica* peut évoquer — par opposition aux *artes liberales* — toute activité liée à la matière, au monde sensible, et en ceci il hérite d'une classification élaborée au Moyen Âge [58]. Ce rappel nous aide à comprendre l'emploi synonyme de « *naturale* », « *sensibile* » chez Tartaglia. Sternagel remarque que l'humanisme réintroduit parallèlement le sens antique de *mechanica* comme étant la science des machines, l'ingénierie [Sternagel 1966, p. 122], de sorte que plusieurs acceptions du terme coexistent au XVIe siècle [59]. Quel sens donner à ce terme dans le titre de Cataneo ? Le présent procédé « mécanique » implique simplement la règle et le compas, il n'y a pas de nécessité de faire appel aux sens, on peut agrandir « *mathematicalmente* » la figure, et toutefois Cataneo emploie l'adverbe « *meccanicamente* ». Ceci permet de penser que, dans le contexte de la géométrie des architectes, la règle et le compas ne forment pas de catégorie d'instruments à part.

Ce détail est d'autant plus frappant que Cataneo évoque un autre instrument permettant d'agrandir une figure. Il s'agit de la « grille des peintres ». On superpose un quadrillage à la figure originale et on reproduit la figure à l'intérieur d'une surface quadrillée plus grande. Or, le travail avec la grille demande à celui qui l'effectue une dextérité considérable, étant donné qu'à l'intérieur de chaque carré on dessine à main levée. N'est-ce donc pas lors de l'application de cette technique que l'architecte procède meccanicamente ? En revanche, remplacer le dessin à main levée par une construction « point par point » à l'aide du compas peut paraître un procédé plus « mathématique ». Or, ce n'est pas ainsi que Cataneo entend ces catégories. En fournissant un procédé de construction au compas sans trace d'une démonstration, il focalise — et il le sait — sur le côté instrumental du problème qu'il s'agisse de règle et de compas, de la ficelle ou de la grille.

58 Selon [Sternagel 1966] cette conception a été répandue en occident par le *Didascalion* de Hugues de Saint-Victor (1096–1141)

59 En accord avec cette dernière acception, on observe qu'un exposé traitant d'instruments peut s'intituler *Mechanica.* Ainsi Brahe, Tycho, *Astronomiae instauratae mechanica,* Uraniborg, 1598. Voir l'article sur l'historiographie de la mécanique moderne de [Gabbey 1993].

4. FABRICATION ET USAGE DES INSTRUMENTS DE RELEVÉ

Jusqu'ici tant l'analyse du mode d'exposition, que l'élargissement de l'arsenal d'instruments géométriques suggèrent que les « *architetti scrittori* » entendent la géométrie — et se servent de ses propositions — comme d'une science concernant « l'opération avec des instruments ». Un argument très direct en faveur de cette thèse semble être fourni par la dernière partie du Livre VII de Cataneo. Cette partie comporte une description détaillée de la fabrication et de l'usage de deux instruments d'arpentage, ce sont deux instruments qui servent à *relever ou mesurer*. L'architecte dédie donc une bonne partie de sa géométrie aux instruments, ce qui est à la mesure du rôle central qu'ils jouent dans sa conception de la géométrie pratique. Les *Géométries pratiques* de l'époque incluent typiquement une partie dédiée à l'arpentage [60]. Traditionnellement, les traités sur l'usage de l'astrolabe comportent quelques règles concernant le *carré d'ombre*. Cette inclusion de l'arpentage n'est donc pas une particularité de la géométrie des architectes uniquement. Dans cette section, j'analyserai la présentation par Cataneo de la *scala altimetra* et de la règle à boussole. On verra qu'il procède d'une façon semblable à celle des *géométries pratiques*, sans fournir les détails que traitent les écrits plus spécialisés.

Cette dernière littérature décrit souvent les instruments de relevé suivants : le carré géométrique, le quadrant, mais aussi, un peu moins souvent, le goniomètre horizontal et le bâton de Jacob. Il s'agit d'abord d'ouvrages issus de l'enseignement dans les écoles d'abaque [61] où la géométrie est souvent définie comme *art de la mesure*, définition qui s'appuie autant sur des réflexions épistémologiques [62] que sur l'étymologie du mot. Comme le

---

60 Il s'agit de la dite *celerimensura*, [Simi 1996a] ; voir la classification des problèmes des *géométries pratiques* de [Simi 1996b].

61 [Feliciano da Lazesio 1563] et [Peverone di Cuneo 1558] en sont des exemples typiques.

62 Ainsi par exemple Di Giorgio Martini (1439–1502) indique dans son *Architettura, Ingegneria e Arte Militare* que la géométrie a trois parties : la longimétrie, la planimétrie et la stéréométrie. Voir le chapitre « Geometria e modi di misurare distanze, altezze e profondità » : « [...] la pratica di geometria e del misurare si divide in parti tre, cioè altrimetria, planimetria, steriometria. ». La traduction latine de [Dürer 1532] rend

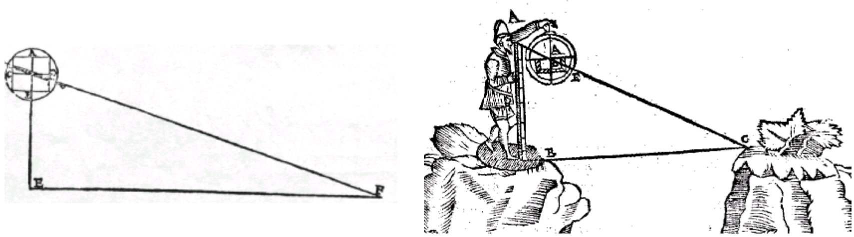


FIGURE 8. À gauche la figure de la *Scala altimetra* de [Cataneo 1567, VII.39]. À droite l'illustration tirée du chapitre 20 du premier livre du traité de [Bartoli 1564] [63]. On y distingue un instrument configuré à la manière du *dorsum* des astrolabes. À la différence de Bartoli [64], les figures chez Cataneo sont abstraites à l'exception de la représentation schématique de l'instrument.

remarque Simi [65] en se référant à deux manuscrits contenant des géométries pratiques :

> En outre, aux géomètres mêmes de l'époque revenait le véritable rôle de *mesureur* ou bien ils expliquaient la signification et la finalité de la discipline qu'ils exerçaient en les termes suivants : « selon l'auteur la dite géométrie dérive de *geos*, c'est-à-dire terre, et *metron*, mesure, pour ainsi dire mesure des terres » [66].

Underweysung der Messung (enseignement de la mesure) par *Institutiones Geometricae*. [Danti 1577] dans *Le scienze matematiche ridotte in tavole* subdivise la géométrie en pratica, speculativa et mista. La première, dit-il, « va misurando le cose secondo ciascuna delle tre misure », p. 8 ([...] mesure les choses selon chacune des trois mesures).

63 Reproduction à partir du *Giardino di Archimede*, projet de numérisation de la littérature mathématique du *Museo di storia della scienza* de Florence.

64 [Vicente Maroto & Esteban Piñeiro 1991, p. 276] a fait remarquer que les estampes dans le livre de Bartoli reprennent de nombreuses gravures du traité de Juan de Rojas, *Commentariorum in Astrolabium quod planisphaerium vocant, libri sex nunc primum in lucem editi.* [...], écrit environ 1546, publié pour la première fois à Paris en 1550 [de Rojas 1550]. Elles y apparaissent comme vues dans un miroir, ce qui se produit lorsqu'on décalque une gravure.

65 « Inoltre, erano gli stessi geometri dell'epoca ad individuare il proprio ruolo quello di *misuratore* oppure spiegare il significato e lo scopo della disciplina in cui operano nei seguenti termini : "Secondo lo auctore la decta geometria deriva a geos, id est terra et metron, mensura, quasi terrarum mensura". », [Simi 1996b, p. 157]

66 [Simi 1996b] donne comme référence les manuscrits suivants MS Siena, Bibl. Comunale, ms. L.IV.18, c 16v., MS Firenze, Bib. Naz., cod. Palat. 575, c. 134v.

À côté de ces *géométries pratiques*, on trouve des ouvrages qui annoncent dans leurs titres soit un instrument, soit la mensuration. De sorte que, durant la décennie qui a vu l'édition augmentée de l'architecture de Cataneo (1567), paraissent d'autres ouvrages traitant de façon plus ou moins originale de la mensuration. Ces publications se font de plus en plus nombreuses durant la période qui nous occupe. Souvent leurs titres ne les présentent pas comme des « géométries », cependant dans la préface du *Del modo di misurare le distanze* de [Bartoli 1564, p. 1v°] par exemple on lit :

Nel quarto, seguendo Gemma Frisio, et altri mi parve di trattare del modo da descrivere le Provincie in piano. E se ben quanto alla pratica della Geometria mi pareva che questi quatro libri fußino a bastanza, conciosia che non poteva occorrere cosa alcuna, a qual si voglia persona, che con queste regole non si potesse, o misurare, o ritrovare.

Dans le quatrième [livre], en suivant Gemma Frisius et d'autres, je traite de la manière de relever le plan des provinces. Et en ce qui concerne la *pratique de la Géométrie*, il me semble que ces quatre livres sont suffisants, dans la mesure où personne ne peut rencontrer des choses qu'on ne puisse mesurer ou retrouver par ces règles.

Dans ce passage, les procédés d'arpentage sont assimilés naturellement à « la pratique de la Géométrie » par Bartoli.

En ce qui concerne les écrits d'architecture, on observe qu'il n'est pas systématiquement question d'arpentage lorsqu'on traite de géométrie. Serlio qui ajoute un livre de géométrie à son traité d'architecture ne l'inclut pas [67]. Nombre d'instruments décrits dans l'ensemble des traités sont fort similaires. Les procédés de mesure se basent la plupart du temps sur les mêmes principes géométriques, à savoir les propriétés de triangles semblables. Ces deux raisons ont parfois conduit des historiographes (par exemple [Kemp 1990]) à attribuer trop facilement des techniques de mesure à certains auteurs. Or, en complément à la description de l'instrument et l'histoire de ses configurations successives, l'historien doit se reporter aussi à une description de son usage : la fonction d'un instrument ne peut pas être assumée comme pendant anhistorique de sa configuration. Ainsi, le goniomètre d'Alberti [Alberti 1890 ; 2000], et

67 L'ouvrage d'Alberti *De re aedificatoria* inclut dans son dixième livre (chapitre 6) des procédés de mesure de dénivellement, nécessaire à l'hydraulicien. Pourtant il ne les regroupe pas avec les autres procédés géométriques (assez rares dans ce traité par ailleurs).

plus tard celui de Léonard de Vinci [68], permettraient de procéder à la triangulation [69] d'un terrain. Or, Alberti et Léonard n'utilisent leur instrument qu'à partir d'un seul point central. Ce n'est qu'en 1533 que Gemma Frisius décrit complètement une technique de triangulation [Docci & Maestri 1984, p. 91]. Il me semble donc important de ne pas seulement évoquer des instruments décrits par Cataneo, mais d'aller plus loin pour essayer de préciser la façon dont ceux-ci sont présentés et à quelles fins ils sont employés. Il apparaîtra ainsi que le travail de Cataneo se distingue non pas au regard du type d'instruments ou de procédés, mais plutôt par rapport à sa manière particulière de les présenter.

Dans les deux traités d'arpentage de Cosimo Bartoli [1564] et de Silvio Belli [1565] précédant de quelques années seulement le texte de Cataneo, mais aussi dans le petit traité sur le carré géométrique, beaucoup plus ancien, de Georg Aunpekh de Peurbach [70], les auteurs commencent par les instructions de fabrication et une description d'un ou de plusieurs instruments. Ensuite, ils présentent successivement les préceptes pour mesurer — dans cet ordre — les distances, les largeurs, les hauteurs et les profondeurs. On voit paraître au XVI^e^ siècle un nombre important de traités selon le mode *De fabrica et usu*. Dans ce cadre, il est d'usage de fournir, pour chaque précepte, une démonstration moyennant des renvois aux *Éléments* [71]. Cataneo, dans la deuxième partie du Livre VII, suit la présentation de ces écrits en ce qu'interviennent chez lui ces trois ingrédients : fabrication, utilisation, justification.

La première des propositions (Proposition XXXVII.) — consacrées à la mesure de distances, de hauteurs et de profondeurs — décrit la fabrication de l'instrument appelé *scala altimetra*. Cataneo choisit cet instrument parmi d'autres également possibles et communément utilisés pour ce type de mesures [Cataneo 1567, p. 168] :

68 Pour dessiner une carte d'Imola, ca. 1504, aujourd'hui Royal Library, Windsor 12284. Voir [Kemp 1990, p. 169-170]

69 J'entends ici par triangulation la détermination des positions relatives au moyen d'intersections de visées successives.

70 Éditions posthumes [Peurbach 1516 ; 1544]

71 Il s'agit avant tout des propositions I.29, I.31, I.32 et VI.4, mais aussi plusieurs autres.

FIGURE 9. Extrait du frontispice des traités de Cosimo Bartoli. On le retrouve sur les éditions suivantes : [Alberti 1550 ; 1568 ; Bartoli 1564]. Derrière le personnage on aperçoit une règle, un *archipendolo,* et deux compas.

Ancor che con lo Gnomone, con il Quadrante, con l'Astrolabio, con due uirgule, e talvolta con lo specchio o con altro strume[n]to si possino inuestigar le distantie, l'altezze, e le profondità, io non trouo nondimeno cosa che sia più giusta, e ne renda più il uero, che lo strumento detto scala Althimetra, la quale noi formaremo in questo modo.

Même si au moyen d'un gnomon, d'un quadrant, d'un astrolabe, de deux bâtons[72] et parfois d'un miroir ou d'un autre instrument on peut mesurer des distances, des hauteurs et des profondeurs, je ne trouve néanmoins rien qui ne soit plus juste et qui ne restitue mieux la vérité que l'instrument dit *scala altimetra,* que nous formerons de la façon suivante.

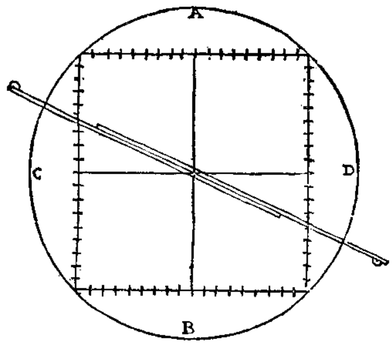


FIGURE 10. Cataneo, *Architecture* VII.36 [73]

Il s'agit en réalité d'un *quadratus umbrae* qu'on trouve communément au dos des astrolabes, et que le traité de Bartoli fait intervenir souvent (fig. 8). Cataneo ne veut donc pas recourir à l'astrolabe, mais donne quelques indications pour la fabrication d'un instrument séparé. Cette *scala altimetra* se compose pour l'essentiel d'un disque de laiton circulaire (en quoi il ressemble à l'astrolabe) ou, pour ceux qui « veulent dépenser moins », d'un disque de bois de cyprès ou d'une autre essence rigide. Dans ce cercle on inscrit un carré dont le périmètre est gradué en quatre fois 90 « degrés » égaux (à la différence du carré d'ombre où un côté se divise traditionnellement en 24 parties égales). La dimension recommandée est d'un *braccio* de côté. Autour de son centre pivote un dioptre (dioptra, appelé aussi « la linda » — une corruption de « l'alidada » ?) au milieu duquel passe une ligne. Chaque extrémité du dioptre comporte une pointe d'aiguille (pontina d'aco [74]) afin de lever les visées (per pigliare i traguardi). Enfin, un fil à plomb (filo con il suo piombino per perpendiculo) est fixé sur le carré afin d'ajuster la position horizontale. Ce dernier élément distingue la *scala altimetra* de Cataneo de l'astrolabe qui adopte une position verticale grâce à la suspension au sommet. La

72 Barbaro par exemple évoque la mesure au moyen de deux *dardi.* (Voir note 59). Dans le *De usu astrolabi compendium* de [Población ca. 1520], est également décrite une procédure sans le *dorsum* de l'astrolabe mais au moyen de deux bâtons, ce qui atteste une large diffusion de l'idée — même si la mise en pratique peut paraître problématique.

74 Il faut lire « puntina d'ago ».

scala altimetra comme le *carré géométrique* dépendent cependant du fil à plomb pour l'ajustement vertical. L'instrument de Cataneo, comme on le comprendra ensuite, est monté sur un pied (*un asta*) de sorte que le centre du carré se trouve à 2 *braccia* (coudées) du sol. Et c'est en pivotant ce pied que l'on cherche à faire passer le fil à plomb, fixé en A, par le point B (voir fig. 10).

4.1. *Justification géométrique des procédés*

Le titre de la proposition 38 indique qu'il faut une connaissance préalable de deux diffinizioni d'Euclide afin de connaître les *effetti* de l'instrument :

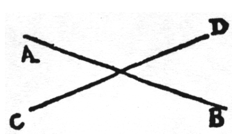
Che gli è necessario, uolendo conosciere gl'effetti del nostro strumento, intendere le due seguenti diffinitioni d'Euclide. Proposition XXXVIII.

Qu'à celui qui veut connaître les effets de notre instrument, il est nécessaire de comprendre les deux « définitions » suivantes d'Euclide.

Avant d'aller de l'avant, dit Cataneo, il faut considérer deux propositions d'Euclide [75]. Cataneo évoque Euclide : I.17 et VI.6. Il énonce chaque proposition en ses propres mots accompagnés de figures. Ainsi pour I.17, Cataneo [1567, p. 170] donne :

[...] l'una è la 17 del primo, doue dice che se una linea retta attrauerserà un'altra linea retta, gl'anguli coalterni sera[n]no sempre uguali, [...]

L'une est la 17 du premier, où il dit que si une ligne droite croise une autre ligne droite, les angles co-alternes seront toujours égaux, [...]



75 « Innanzi che più oltre si proceda è da considerare due propositioni d'Euclide. », Cataneo 1567a, p. 170, Un usage indifférent des termes *diffinizione* et de *proposizione* pourrait faire penser que Cataneo était peu familiarisé avec le texte euclidien. Cependant, pour avoir lui-même composé un livre de mathématiques pratiques, il ne pouvait guère confondre les deux termes.

Pour VI.6, il donne [Cataneo 1567, p. 170] :

L'altra che è la vj. del vi., fondata nella xxvij. del primo, dice che ogni triangulo ortogonio, ouero rettangulo, diuiso per una linea che sia paralella alla sua basa, che il piccolo triangulo è sempre di ugual natura al suo grande ; [...]

L'autre, qui est la 6^e du VI, fondée sur la 27^e du premier, dit que tout triangle orthogonal ou rectangle, étant coupé par une ligne qui soit parallèle à sa base, le petit triangle est toujours de même nature que le grand ; [...]

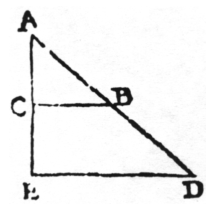


FIGURE 11. *Éléments* VI.4

Est-ce que ce sont bien là les propositions d'Euclide ? Y a-t-il des propositions correspondant à ce contenu ? Le problème que présentent ces renvois est double parce que d'une part les énoncés de Cataneo semblent corrompus et d'autre part, les numéros de référence évoqués sont peut-être erronés. Selon la numérotation de Heiberg, l'égalité des angles « coalternes », ou mieux angles opposés, est donnée par la proposition I.15 des *Éléments*[76]. La proposition s'approchant le plus du deuxième énoncé est, la VI.4 [77]. Il ne serait pas correct de se servir de VI.6. La donnée comprendrait d'emblée la proportionnalité des côtés des deux triangles. Cependant l'instrument et le procédé de visée (lignes droites) impliquent l'égalité des angles justement par *Éléments* I.15. Ou bien Cataneo dispose donc d'une version des *Éléments* dont la numérotation est différente, ou il n'a

76 « Tutti li angoli contrapositi de ogni due linee rette che si seghino, fra loro sono equali [...] » [Tartaglia 1565, p. 25v^o] « Tous les angles opposés de toute paire de lignes droites qui se coupent sont égaux entre-eux. »

77 Pour faire ce rapprochement, je fais correspondre l'expression di ugual natura avec la proportionnalité des côtés. Voir par exemple, l'énoncé de [Tartaglia 1565, p. 108v^o] « D'ogni triangoli di quali li angoli dell'un a li angoli di l'altro son equali, li lati che risgua[r]dono li angoli equali sono proportionali » « De tous les triangles dont les angles sont égaux, ceux de l'un à ceux de l'autre, les côtés opposés aux angles égaux sont proportionnels. »

pas bien distingué la proposition de son inverse, ou bien l'imprimeur a confondu « vi » avec « iv ». Cette derrnière conjecture se trouve confortée par le fait que, généralement, les traités d'arpentage que Cataneo a pu connaître renvoient sans cesse vers la VI.4, par exemple [Bartoli 1564]. Or, le fait en soi de justifier les procédés de mesure par des renvois aux *Éléments* ne représente pas d'originalité. Les traités d'arpentage susmentionnés font suivre chaque règle de mesure d'une justification géométrique où, généralement, ils font appel aux propositions des *Éléments* par leurs références [78]. Ce qui distingue la présentation de Cataneo est qu'il cite, avant l'énoncé des procédés, les propositions sur lesquelles ces derniers seraient basés. Tout se réduit à deux propositions. Il omet, par contre, les démonstrations après chaque procédé et ne fait plus référence aux *Éléments.* La partie justificative est réduite par l'architecte à un minimum assez précaire — il subsiste presque le seul geste d'une référence à Euclide, et il reste douteux qu'il y ait un réel souci d'appui démonstratif.

En revanche, l'ordre d'exposition observé par Cataneo correspond parfaitement à celui qu'on trouve déjà dans la *Margarita philosophica,* où la partie pertinente, à la fin du « Tractatus » sur la géométrie pratique, commence par le rappel des principes euclidiens qui le fondent [Reisch 1504, sig. rii v°] :

[...] id instrumentum aliud multo certius ex ea Euclidis propositione fabricabimus. Omnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt aequales : latera aequales angulos respicientia sunt proportionabilia. Fiat igitur quadratum rectangulum [...]

[...] nous allons fabriquer cet autre instrument, qui est beaucoup plus juste, en vertu de la proposition suivante d'Euclide : Quels que soient deux triangles dont les angles de l'un sont égaux à ceux de l'autre, leurs côtés correspondants aux angles égaux sont proportionnels. Qu'on construise donc un carré rectangle [...]

78 Relevons aussi le cas particulier de Bartoli qui ajoute au *Modo di misurare,* à la fin, un cinquième livre contenant la traduction italienne partielle des *Éléments* d'Euclide. Il n'aurait inclus dans cette partie, dit l'auteur, que les propositions nécessaires, pour justifier les procédés de mesure.

Reisch décrit un carré géométrique avec une graduation en 90 degrés [79]. L'exposé de la *scala altimetra* de Cataneo se situe, du point de vue de la précision des indications, à mi-chemin entre ce qu'on trouve dans l'encyclopédie de Reisch et les présentations plus élaborées de [Bartoli 1564] ou [Belli 1565].

4.2. *Procédés de mesure*

Indépendamment des références aux *Éléments*, les propriétés géométriques énoncées par Cataneo peuvent effectivement justifier les procédés de mesure qu'il expose dans les propositions 39 jusqu'à 41. En particulier la figure accompagnant la proposition 39, (mesurer la distance d'un point à partir de la position de l'arpenteur, voir fig. 8) indique clairement le lien avec la figure de *Éléments* VI.4 présentée à la proposition 38. À savoir, cette figure représente un triangle rectangle intersecté par une ligne parallèle à la base (voir fig. 11).

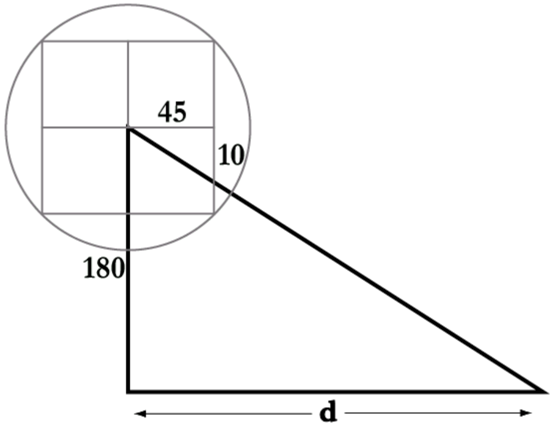
À ce stade de son exposé, Cataneo introduit des unités de mesure dont il n'a pas été question jusque-là. Car pour obtenir une distance mesurée en *braccia* (coudées), Cataneo a besoin d'opérations arithmétiques, opérations qu'il n'introduit qu'en marge de son exposé sur la géométrie. Il admet ainsi tacitement que si, géométriquement, deux segments sont en rapport, le rapport de leurs *mesures numériques* (en *gradi* ou en *braccia*) est le même, et il passe à un procédé *per numero.*

Voilà le procédé de cette proposition 39 « *Come si trouino le distantie in qual si uoglia campagna. Propositione XXXVIIII.* » (Comment trouver les distances sur un terrain quelconque) : On ajuste la *scala altimetra* verticalement, on vise un point éloigné (Cataneo ne dit pas qu'il devrait être au même niveau que le pied du support de l'instrument). On relève les gradi sur l'échelle verticale et on exploite la proportionnalité des triangles. Cataneo donne un exemple numérique (comme il est d'usage dans les traités que j'ai cités) et il applique la règle de trois [80]. La figure ci-dessous résume ce raisonnement permettant de déterminer la distance d :

---

79 La gravure correspondante donne une représentation erronée de cette graduation !

80 [Bartoli 1564] prend soin de présenter cette *Regole delle tre cose* dans son sixième livre, p. 138.



Sur l'instrument	$x = 10$ *gradi*	45 *gradi*
Sur le terrain	180 *gradi*	*d gradi*
Calcul	$d = 45 \times \frac{180}{x} = 810$	

Cataneo expose ensuite le même problème en changeant d'unités. Des *gradi* il passe aux *braccia*. 90 *gradi* = 1 *braccio*, donc 810 *gradi* = 9 *braccia*.

Sur l'instrument	$x = \frac{1}{9}$ *braccio*	$\frac{1}{2}$ *braccio*[81]
Sur le terrain	2 *braccia*	$d = ?$

L'auteur fait enfin une remarque d'importance pratique : pour les grandes distances, il faut placer l'instrument à la fenêtre d'un palais ou un autre lieu éminent. En effet, pour une distance d et un segment x mesuré sur l'instrument, nous dirions aujourd'hui que l'erreur de la distance Δd varie pour des petits x proportionnellement à $\Delta x/x^2$, il est essentiel que x ne s'approche pas trop de zéro. D'où on obtient de meilleurs résultats à partir d'une tour. Cette remarque semble indiquer que Cataneo avait à l'esprit le problème de la précision qui naît au moment où les entités géométriques sont remplacées par les mesures d'observables sur le terrain.

81 Signalons une petite erreur dans le texte qui dit « [...] ; onde moltiplichisi 1 e mezzo per 2, e quel che fa partisi per un nono », mais il faut multiplier par $\frac{1}{2}$ et non pas par $1\frac{1}{2}$.

4.3. *Relevé et tracé par un seul et même instrument — « con la bossola »*

À la différence de l'instrument précédent, pour celui qui suit, le souci de précision des résultats semble secondaire par rapport à celui de la facilité opératoire. En effet, à partir de la proposition 42, Cataneo présente un autre instrument, moins habituel cette fois. Ce procédé, présenté dans le dernier passage du livre géométrique [Cataneo 1567, VII.42], est assez original.

Nuouo modo di proceder con la bossola nel pigliare qualunque recinto, sito, luogo, o campagna in propria forma. Proposition XLII
Uoglio mostrare un nuouo modo di procedere, molto più breue e più sicuro di qual si uogl' altro che si sia mostro sino adesso, di pigliar con la bossola in propria forma qualunque fabbrica, sito, luogo o paese, il qual modo è questo : [...]

Nouvelle façon de procéder avec la boussole afin de relever un quelconque rempart, site, lieu ou terrain selon sa forme. Proposition 42
Je veux indiquer une nouvelle façon de procéder, beaucoup plus expéditive et plus certaine que toute autre qu'on ait pu présenter à ce jour, de lever avec la boussole la véritable forme de quelqu'édifice, emplacement, site ou contrée ; la façon est la suivante [...]

Cataneo commence l'exposé en laissant transparaître une certaine fierté de recommander une « nouvelle façon » qui serait « plus expéditive et plus certaine ». Ensuite, comme de coutume, avant d'expliquer son usage, il fournit la description de la fabrication de l'instrument, et tout d'abord d'une petite boussole qui en fait partie intégrante (fig. 12). Sa circonférence doit être subdivisée en *gradi* (*dividendo lo spazio che viene intra le due di dentro in quanti più gradi si può* — en divisant l'interstice des deux [cercles] intérieurs en autant de degrés que possible), dans l'exemple il s'agit de 80° sur toute la circonférence[82]. La boussole doit ensuite être encastrée dans une grande règle de deux à trois *braccia* de longueur.

Avec cet instrument, Cataneo procède comme suit : pour lever (pigliare) la véritable forme d'une ville ou d'une muraille, il appuie la règle sur chaque pan de mur et note les *gradi* indiqués par l'aiguille. Il mesure

---

82 Inutile de mentionner que cette division en degrés diffère de celle de la *scala altimetra* non seulement par le nombre, mais aussi en ce qu'il s'agit ici de degrés angulaires, tandis que la *scala* subdivise les côtés du carré de façon uniforme.

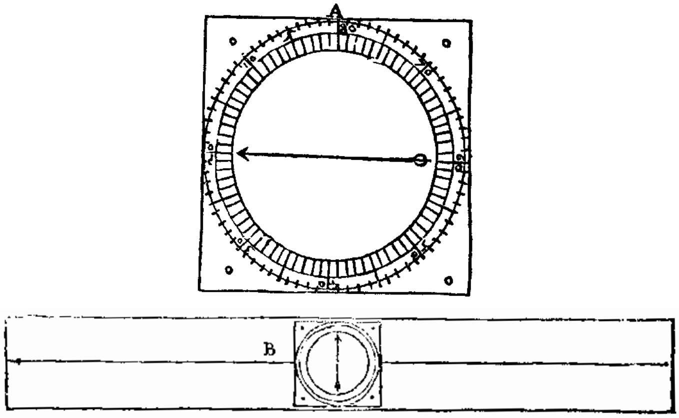


FIGURE 12. [Cataneo 1567, VII.42]

le mur en *canne* (mesure habituelle de Sienne) ou *braccia* d'une extrémité à l'autre. Cataneo [1567, VII.42] poursuit :

> [...] si disegnerà dipoi con molta facilità nel cartone la forma di tal muraglia col medesimo regolone, & ne renderà molto meglio la uera sua forma che qual si uoglia altro ordine che si fusse tenuto, per non esser questo uariabile come sono gli altri.

> [...] on dessinera après avec beaucoup de facilité sur le papier la forme de cette muraille par la même règle, sa vraie forme en résultera beaucoup mieux que par n'importe quel autre procédé, parce qu'il n'est pas variable comme le sont les autres.

Cataneo insiste, avec l'expression « *la vera sua forma* », sur le fait qu'il s'agit de représenter le vrai, la véritable forme. Visiblement la « variabilité »[83] d'un procédé est un problème reconnu par le praticien et ceci paraît être le critère de choix du procédé. À ce propos, est-ce que Cataneo ne pense pas au danger que représentent les déviations locales des parties de mur auxquelles ce procédé est très sensible ? Cette source d'erreur semble tout aussi importante que celle des visées imprécises. Pourtant, Cataneo préconise ce procédé comme s'il avait une préférence pour la mesure par contact matériel, comparée à celle fondée sur les « rayons visuels ».

83 Devons-nous entendre par là la reproductibilité des mesures ? Le texte de Cataneo ne permet pas de le savoir.

Des instruments intégrant une boussole ont existé longtemps avant l'époque de Cataneo. Les premiers doivent être les *viatoria* qui sont des cadrans solaires portables qui se diffusent à la fin du xv^e siècle. Parmi les instruments d'arpentage il y a notamment l'instrument [84] décrit dans la *Lettre au Pape Léon* X, attribué pendant longtemps au célèbre peintre Raphaël Sanzio, et dont une version se trouve dans le manuscrit de la traduction vernaculaire de Vitruve par Fabio Calvo. L'auteur propose à Léon X un programme de relevé systématique des antiquités de Rome [Docci & Maestri 1984, p. 91]. Von Schlosser [Von Schlosser 1984, p. 230] doute fortement que Raphaël en soit l'auteur et cite l'hypothèse émise par Christian Huelsen [85] que l'auteur pourrait être Baldassare Peruzzi. Ce dernier aurait employé cet instrument pour le relevé de plusieurs plans. En suivant cette hypothèse et sachant que Cataneo est l'élève de Peruzzi, on peut supposer qu'il ait appris l'usage de la boussole durant sa formation à Sienne. Cataneo monte la boussole sur une règle dont la fonction substitue celle du « traguardo » décrit dans la *Lettre*[86].

Plus proche de l'instrument de Cataneo, on trouve la description du relevé au moyen de la boussole dans le traité de Lanteri [Lanteri 1557] au deuxième dialogue sur les fortifications. La boussole de Lanteri est divisée en 360°, et celui-ci précise qu'il faudra indiquer en marge l'*échelle* du plan. Cataneo ne mentionne pas qu'il faudra choisir une échelle, tandis que la *Lettre* indique pour le moins qu'il faut reporter les distances mesurées en « petits pieds » sur le plan [87]. L'ouvrage de Lanteri étant entièrement consacré à la production de plans et modèles de fortifications et de villes semble plus sophistiqué à cet égard.

---

84 La description est celle d'un goniomètre horizontal équipé d'une boussole, et d'un « traguardo ». [Camesasca & Piazza 1994]

85 Il pense donner un poids supplémentaire à son hypothèse par l'existence de la description de l'instrument à boussole.

86 Il semble évident que les visées donnent généralement des résultats plus précis qu'une apposition de la règle sur le mur.

87 « Dappoi riguardasi quanti piedi si traguardò per dritto di quel grado, e tanti se ne segneranno con la misura delli nostri *piccioli piedi* su la linea di quel grado. » [Camesasca & Piazza 1994, « Testo 51. 1517 ca. — 1519/20 — La "Lettera" a Leone X », p. 257-332] « Puis on regarde combien de pieds on vise tout droit dans cette direction, et on en reportera autant avec la mesure de *nos petits pieds* sur la ligne de la même direction. »

Enfin, par ses fonctionnalités, l'instrument de Cataneo ressemble aussi aux goniomètres horizontaux déjà présentés par Alberti (ca. 1465) dans la *Descriptio Urbis Romae* [Alberti 1890; 2000] et *La Statua*. Ce dernier écrit est traduit en italien et publié par Bartoli dans *Opuscoli morali di Leon Battista Alberti* (1568) [88]. On trouve la description de tels goniomètres employés pour l'arpentage aussi dans Tartaglia [1554] au Livre VI des *Quesiti* (1554), et également dans *Del modo di misurare*, traité susmentionné de Bartoli [1564, livre I, chapitre 21, p. 44vº].

On constate que, si la constitution de l'instrument de Cataneo est quelque peu différente des autres cités ci-dessus, les procédés de mesure décrits en révèlent la proximité avec les instruments connus et décrits à l'époque. Le premier procédé suppose que l'arpenteur se déplace avec l'instrument, en faisant le tour d'un bâtiment. Ainsi, il suit le contour d'un site (Proposition XLII). Dans le deuxième des procédés décrits par Cataneo (Modo di pigliare i siti in campagna. Proposition XLIII), il s'agit du problème de lever les points qui délimitent un terrain (voir fig. 13).

Ici on procède par la visée et on se place au centre où l'on plante un poteau. Au-dessus, on fixe la règle de sorte qu'elle pivote selon l'azimut. On vise les jalons qui délimitent le terrain, on note les degrés et les distances du poteau jusqu'aux jalons visés. Le plan se dessine comme suit :

> [...] nel disegnarla dipoi nella tela o cartone, si fermi sopra quella il regolone con il medesimo chiodo, & dal detto chiodo si ponghino le misure a ciascuno angulo della tela o cartone come nella campagna si fece ; & questo per mio auuiso è il uero modo di procedere. [89]

> Pour la dessiner ensuite sur toile ou sur papier, on fixe la règle avec le même clou, et à partir dudit clou on reporte les mesures à chaque angle de la toile ou du papier, comme on l'a fait sur le terrain ; et ceci est à mon avis la véritable façon de procéder.

Cataneo apprécie visiblement le fait que le procédé de dessin sur papier soit parfaitement conforme à celui effectué en grand sur le terrain. On voit que la variante d'utilisation de l'instrument supposant un arpenteur placé

88 Alberti, Leon Battista, « Della Statua », Bartoli, Francesco trad., *Opvscoli morali Di Leon Battista Alberti Gentil'hvomo Fiorentino : Ne' quali si contengono molti ammaestramenti, necessarij al viuer de l'Huomo, così posto in dignità, come priuato*, Venise, Francesco Franceschi sanese, 1568, p. 290-305.

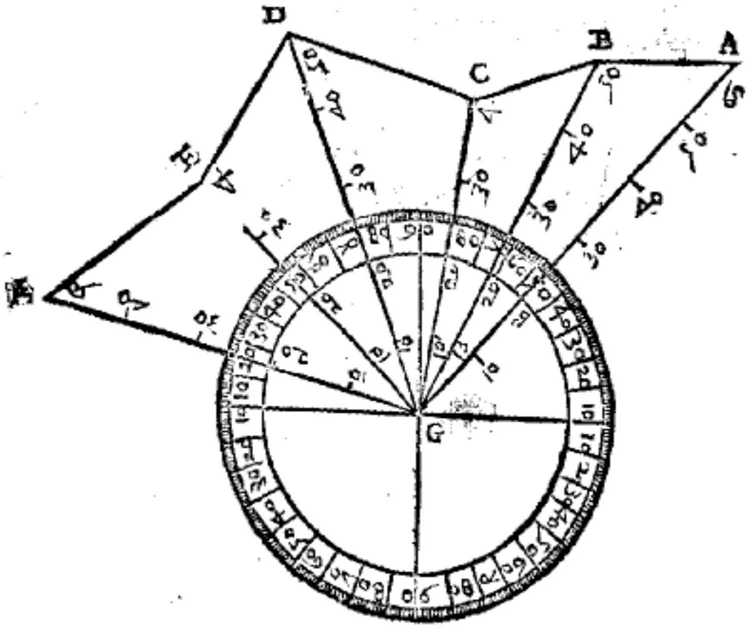


Figure 13. [Bartoli 1564, p. 45vº]. Catano décrit un procédé équivalent au moyen de sa règle équipée d'une boussole

au centre du terrain et qui fait pivoter l'instrument est similaire aux procédés de Leon Battista Alberti, de la *Lettre*, de Niccolò Tartaglia, de Giacomo Lanteri et de Cosimo Bartoli. Le relevé résulte dans un premier temps en un tableau de coordonnées polaires[90] avant de retrouver une forme géométrique.

5. CONCLUSION

Que la manipulation d'instruments est centrale à la géométrie des architectes du xvi^e siècle, qui ne l'aurait pas deviné ? Du moins l'iconographie nous a habitués à associer la profession d'architecte de cette époque

90 Dans Alberti [1890 ; 2000] on trouve un tel tableau.

aux emblèmes du compas, de l'équerre et du niveau [91]. À cet égard, ce passage en revue de quelques textes d'architecture ne nous a rien appris de nouveau. Il nous a cependant permis de voir comment ce rôle central des instruments se reflète dans les écrits d'architecture, en particulier dans les parties dédiées à la géométrie. Nous avons pu caractériser l'approche des architectes concernant la géométrie et l'opération avec des instruments.

Dans la géométrie divisée en propositions de Cataneo, comme dans celle de Serlio, on voit mis en œuvre un discours qui parvient à allier les parties canoniques de l'énoncé euclidien avec des indications précises concernant la manipulation du compas et de la règle. Bruschi a noté le « ton » particulier de ce livre, d'un côté « académique » et de l'autre « pratique », mais a jugé qu'en fin de compte, l'auteur ne parvient pas à en faire la synthèse [92]. Bruschi a peut-être raison de considérer insatisfaisant le mélange opéré par Cataneo. Je pense cependant avoir montré qu'au niveau des propositions, le discours produit par Cataneo consiste en une sorte de synthèse. Cataneo ne suit pas à la lettre le modèle euclidien dont il

---

91 Ce thème de l'iconographie serait un sujet d'étude à part entière, je me limiterai ici aux observations suivantes : lorsque le dessinateur du XVI^e^ siècle représente l'architecture comme figure allégorique, souvent elle apparaît tenant dans ses mains une équerre, un compas, une tablette de dessin ou une règle. Le frontispice de l'édition 1584 du premier livre de Serlio, par exemple, présente de telles figures [Serlio 1584]. Les portraits d'architectes par les peintres de l'époque, par exemple *Bildnis eines Architekten* de Lorenzo Lotto (Staatliche Museen zu Berlin — Preussischer Kulturbesitz, Nr. 153, Zugang 1829, 108, 5 × 86 cm), caractérisent le personnage par l'ajout d'instruments de géométrie ou de dessin.

92 [DBI 1961, vol. 22, p. 301] « [...] il settimo e l'ottavo svolgono rispettivamente un breve corso di geometria ed uno di prospettiva rivolti, senza troppe disquisizioni teoriche, alla pratica degli architetti. Il tono da una parte accentuatamente libresco e accademico, dall'altra essenzialmente pratico, senza possibilità di sintesi tra i due, allegiamente indica in questa seconda edizione il diverso clima culturale stabilitosi nella seconda metà del secolo ed è il frutto di studi nel campo della letteratura architettonica, della geometria e della matematica che probabilmente empegnarono il Cataneo. » (« [...] le septième et le huitième [livre] contiennent respectivement un bref cours de géométrie et un cours de perspective, orientés vers la pratique des architectes sans trop d'explications théoriques. Le ton, d'un côté clairement livresque et académique, de l'autre essentiellement pratique, sans parvenir à une synthèse, indique dans cette deuxième édition le climat culturel différent qui s'est établi dans la deuxième moitié du siècle et c'est aussi le fruit des études dans le domaine de la littérature architecturale, de la géométrie et des mathématiques auxquelles Cataneo s'était adonnées probablement. »)

a visiblement quelques connaissances puisqu'il cite des références précises aux *Éléments*. Il n'en reprend que certaines caractéristiques (l'ordonnance rhétorique selon les parties relevées par Proclus, l'usage des lettres). Son discours allie de façon assez habile une telle structure avec une suite d'instructions opératoires : les renvois du lecteur à la figure, les références aux instruments et les manipulations à effectuer se font systématiques. Ce type de synthèse dans la littérature de géométrie pratique constitue une réponse spécifique au problème de trouver une notation adéquate à l'enseignement géométrique [93].

La deuxième observation concerne l'élargissement de l'arsenal d'instruments. Outre la règle et le compas, seuls instruments admis dans la géométrie des *Éléments*, le praticien du XVIe siècle inclut dans sa géométrie l'usage d'autres instruments aussi bien pour tracer et reporter que pour relever et mesurer. Ainsi pour Serlio comme pour Cataneo, on a montré que la ligne perpendiculaire, définie par le fil à plomb, figure comme un donné premier de la géométrie. Ni elle ni par exemple la possibilité de tracer une droite à travers toute paire de points sont explicitement postulées. La ligne droite et le cercle sont du moins introduits par des définitions, la perpendiculaire est invoquée de façon immédiate, sans définition préalable, chez l'un et l'autre de ces auteurs. De plus, Cataneo et Salviati indiquent des procédés de tracé moyennant la ficelle.

Le traité de Barbaro, bien qu'il s'agisse d'un écrit d'un genre différent, et comportant peu de géométrie, privilégie également les parties instrumentales. C'est ce que révèle le passage concernant le problème des moyennes proportionnelles dérivé de celui de la duplication du cube. Le commentateur de Vitruve retient et traduit celles des solutions de son modèle qui présentent la mise en œuvre d'instruments. En conséquence, alors que la *Paraphrastica enarratio* de Werner transmet onze des solutions de la tradition d'Eutocius, Barbaro n'en extrait que celles d'Ératosthène,

93 Les traits de cette notation ne se rapportent pas encore à un genre fixé de type « manuel de dessin technique » qui n'a pas cours à l'époque où écrit Cataneo. Comme il ne peut avoir comme modèle que quelques traités de géométrie pratique, il s'efforce sans doute à intégrer des caractéristiques de l'enseignement dispensé par oral où le geste accompagnant le discours est important.

d'Archytas, de Platon et de Nicomède. Il inclut, dès qu'il en a connaissance, une description de l'instrument d'Antonio Maria Pazzi pour la mise en œuvre de la solution d'Archytas. Les solutions purement démonstratives ne retiennent pas son attention. D'un autre côté, il ne renonce pas à reproduire intégralement les démonstrations permettant de justifier la configuration et l'usage des instruments. Or — et là il s'accorde avec la position des praticiens Serlio, Cataneo et Salviati — il ne questionne pas la légitimité des procédés mécaniques, *a tastoni*. Le philologue qu'est Barbaro partage non seulement l'intérêt des architectes pour les instruments, mais encore leur conviction que la géométrie en architecture concerne au premier chef la mise en œuvre de ces derniers.

Cela pourrait surprendre si l'on pense à la position théorique assez répandue qui consiste justement à revendiquer comme fondement de l'art les savoirs mathématiques les plus canoniques, que sont en géométrie les *Éléments* d'Euclide qui se limitent à la règle et au compas. Dans le *General trattato*, Tartaglia fait la distinction entre l'exécution naturelle (ou mécanique) d'un problème et son exécution géométrique selon la possibilité d'obtenir la figure requise par la règle et le compas ou par tâtonnement. Il justifie ainsi son traitement à part, dans un chapitre séparé, de la duplication du cube. Cette démarcation entre mécanique et géométrie, même si elle avait été connue par les « *architetti scrittori* », n'est pas pertinente dans le cadre de la géométrie des architectes qui rangent tous ces procédés indistinctement sous le titre de « Géométrie ». L'exemple, dans la géométrie de Cataneo, de l'agrandissement proportionnel d'une figure n'impliquant aucun tâtonnement en est l'expression. Comme on n'utilise que le compas, la construction est géométrique, or Cataneo qualifie ce procédé de « *dupplare meccanicamente* ». Le compas ne serait alors qu'une « machine » parmi d'autres ? Cet indice s'accorde avec l'idée que l'architecte envisage, retient et expose l'aspect instrumental des constructions, leur aspect « mécanique » [94]. Par conséquent, dans une géométrie propédeutique

94 Tandis que la partie opératoire est détaillée, les parties démonstratives des énoncés s'amenuisent.

pour l'architecture, la ficelle, le fil à plomb, l'équerre, mais aussi les plaquettes d'Ératosthène, le mésolabe de Pazzi, l'équerre de Platon et le traceur de conchoïdes de Nicomède figurent en tant qu'instruments géométriques de plein droit. Il s'agit même de montrer que l'architecte a la capacité d'inventer de nouveaux instruments, au même titre qu'il peut inventer par exemple des machines pour soulever des grands poids.

Assez naturellement, il résulte de cette extension de l'arsenal instrumental la prise en compte de toutes sortes d'instruments d'arpentage. À cet égard, cette géométrie s'alimente aux sources de *géométries pratiques* et des livres d'arpentages contemporains. C'est du moins ce que suggèrent les propositions consacrées à l'arpentage et au relevé architectural dans le Livre VII de l'architecture de Cataneo. On y trouve de fait les parties typiques de tels exposés (la fabrication des instruments, leur usage et sa justification) aussi bien que l'orgueil de présenter un instrument « d'invention nouvelle » : en l'occurrence une règle équipée d'une aiguille aimantée. Néanmoins, la justification théorique de l'opération ainsi que les remarques concernant la précision des procédés se réduisent à un seul paragraphe contrairement à ce qui est le cas dans des ouvrages spécialisés. Certes, les propriétés universelles des triangles semblables sont invoquées pour justifier les opérations manuelles et arithmétiques concernant l'instrument de mesure (*scala altimetra*) et leur confèrent la *certitude* tout de même revendiquée. Ainsi, Cataneo renvoie le lecteur vers quelques propositions euclidiennes, alors qu'il présente la résolution du problème géométrique par une suite de manipulations d'instruments. Ces instruments de mesure et de relevé complètent, avec les instruments de tracé cités ci-dessus, l'arsenal élargi des instruments géométriques de l'architecte. Ils rappellent que le rôle de l'architecte inclut les relevés de villes, de forteresses ou de monuments. Conformément à ce rôle principalement exécutif, les textes étudiés ne poussent pas très loin l'étude des détails techniques des instruments dont un fabricant aurait besoin. Ils ne produisent pas non plus de théorie des instruments qui aspirerait à la rigueur comme le font certains traités contemporains d'arpentage. Ce qui est au centre des préoccupations est un savoir pratique concernant la manipulation. À cet égard, la géométrie des architectes ne se distingue aucunement des géométries pratiques — du moins de celles qui, comme chez [Dürer 1525], mettent l'accent sur les procédés *per linea* au détriment des procédés *per numero*, aspect plus développé en général. Chez les architectes, ce lien intime de la géométrie avec les instruments et leur manipulation se caractérise à la fois par l'insertion de références opératoires dans les énoncés de type euclidien, ainsi que par l'ouverture à l'emploi d'instruments autres que règle et compas.

En intégrant le fil à plomb à ce que j'ai nommé l'*arsenal des instruments*, les architectes adhèrent à la conception d'une géométrie pratique où la ligne perpendiculaire, qui est définie par lui, est une donnée primaire. La méthode du jardinier pour tracer l'ellipse ou la ficelle pour la spirale de la volute ionique y ont leur place. Est-ce que cet usage a préparé des conditions propices au recours au *perpendiculum* (le fil à plomb) par Valerio [1582] ou encore au compas conique par Benedetti [1574] et Barozzi [1586] ou aux recherches en géométrie d'un Descartes [1637] ? Peut-être, mais très certainement beaucoup d'autres facteurs interviennent. En tout cas, la géométrie pratique ouvre vers des méthodes qui dépassent les leçons euclidiennes. On voit ainsi apparaître une tension dans ce type de géométries pratiques en ce qu'elles font appel aux mathématiques, en général, en tant que doctrine figée et en se référant aux notions, problèmes et figures les plus classiques, alors que simultanément la géométrie y est présentée comme science qui concerne l'usage d'instruments, une science ouverte à l'élargissement de l'arsenal de ses instruments, invitant ainsi à de nouvelles pratiques et à de nouvelles recherches théoriques.

BIBLIOGRAPHIE

ALBERTI (Leon Battista)

[1550] *L'architettura di Leonbatista Alberti tradotta in lingua Fiorentina da Cosimo Bartoli Gentil'huomo & Accademico Fiorentino. Con la aggiunta de Disegni*, Florence : Lorenzo Torrentino, 1550 ; 2e édition Venise, Francesco Franceschi, 1565.

[1568] *« Della Statua »*, dans *Opuscoli morali Di Leon Battista Alberti Gentil'huomo Fiorentino : Ne' quali si contengono molti ammaestramenti, necessarij al uiuer de l'Huomo, così posto in dignità, come priuato*, Bartli, Francesco, trad., Venise : Francesco Franceschi Sanese, 1568 ; p. 290–305.

[1890] *« Descriptio Urbis Romae »*, dans *Leonis Baptistae Alberti Opera inedita et pauca separatim impressa*, Florence : J. C. Sansoni, 1890.

[2000] *Descriptio urbis Romae (édition critique ; traduction et commentaire Martine Furno et Mario Carpo)*, Génève : Droz, 2000.

ANDERSEN (Kristi)

[2007] *The geometry of an art : the history of the mathematical theory of perspective from Alberti to Monge*, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, Springer, 2007.

BARBARO (Daniele)

[1556] *I dieci libri dell'architettura di M Vitruvio tradutti & commentati da Monsignor Barbaro eletto patriarca d'Aquileggia*, Venise : Francesco Marcolini, 1556.

[1567a] *I dieci libri dell'architettura di M Vitruvio tradotti & commentati da Mons. Daniel Barbaro eletto Patriarca d'Aquileia, da lui reveduti & ampliati ; & hora in piu commoda forma ridotti*, Venise : Francesco de' Franceschi Senese, Giovanni Chrieger Alemano Compagni, 1567 ; Fac-similé, avec un essai de Manfredo Tafuri, et une étude de Manuela Morresi, Milan : Il Polifilo, 1987.

[1567b] *M. Vitruvii Pollionis de Architectura libri decem, cum commentariis Danielis Barbari, electi Patriarchae Aquileiensis multis aedificiorum, horologiorum et machinarum descriptionibus et figuris, una cum indicibus copiosis, auctis et illustratis*, Venise : Francesco de' Franceschi Senese, Giovanni Chrieger Alemano Compagni, 1567.

BAROZZI (Francesco)

[1560] *Procli Diadochi lycii philosophi platonici a mathematici probatissimi in primum euclidis Elementorum librum commentariorum ad universam mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium Libri IIII a Francisco Barocio patritio Veneto summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati : scholiis, & figuris, quae in graeco codice omnes desiderabant⟨u⟩r* *aucti : primùm iam Romanae linguae venustate donati, & nunc recèns editi,* Padoue : Gratiosus Perchacinus, 1560.

[1586] *Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum, quod docet duas lineas in eodem plano designare, quae nunquam inuicem coincidant, etiam si in infinitum protrahantur : & quantò longiùs producentur, tantò sibi inuicem propiores euadant,* Venise : Gratiosus Perchacinus, sumptibus Io. Baptistae Fantini Patauini, 1586.

BARTOLI (Cosimo)

[1564] *Del modo di misurare le distanze, le superficie, i corpi, le piante, le provincie, le prospettive, & tutte le altre cose terrene [...] secondo le vere regole di Euclide,* Venise : Franceschi, 1564.

BELLI (Silvio)

[1565] *Libro del misurar con la vista [...] nel quale s'insegna, senza travagliar con numeri, a misurar facilißimamente le distantie, l'altezze, e le profondità con il Quadrato Geometrico, e con altri stromenti, de' quali in ogni luogo quasi in un subito si puo provedere,* Venise : Domenico de' Nicolini, 1565 ; éditions suivantes également à Venise, mais chez Giordano Ziletti en 1566 et 1569.

BENEDETTI (Giovanni Battista)

[1574] « *Noui instrumenti conoidali, ad praxim sciothericam maximè necessarij descriptio et usus* », dans *De gnomonum umbrarumque solarium usu (De re gnomonica),* Turin : Nicolaus Beuilaqua, 1574 ; p. 115v° – 123r°.

BERTANO (Giovanni Battista)

[1558] *Gli oscuri e difficili passi dell'opera Ionica di Vitruvio di latino in volgare et alla chiara inteligentia tradotti, et con sue figure a luochi suoi,* Mantoue : Venturino Ruffinello, 1558.

BIERMANN (Veronica), GRÖNERT (Alexander), JOBST (Christoph) & STEWERING (Roswitha)

[2003] *Théorie de l'architecture de la Renaissance à nos jours, 117 traités présentés dans 89 études,* Cologne : Taschen, 2003.

BORREL (Jean)

[1554] « *Ad problema cubi duplicandi inuentum prius et posterius* », dans *Io[annis] Buteonis Delphinatici Opera geometrica,* Lugdunum (Lyon) : Thomas Bertellus, 1554 ; p. 59–67.

BRAHE (Tycho)

[1598] *Astronomiae instauratae mechanica,* Wandsbek : Philipp van Ohr, 1598.

Camerota (Filippo)

[2006] *La prospettiva del Rinascimento : arte, architettura, scienza*, Milan : Electa, 2006.

Camesasca (Ettore) & Piazza (Giovanni M.)

[1994] *Raffaello : gli scritti. Lettere, firme, sonetti, saggi tecnici e teorici*, Milan : Biblioteca universale Rizzoli, 1994.

Cataneo (Pietro)

[1567] *L'architettura di Pietro Cataneo, senese, Alla quale, oltre al essere stati dall'istesso autore rivisti, meglio ordinati et di diversi desegni e discorsi arricchiti i primi quattro libri per l'adietro stampati, Sono aggiunti di più il Quinto, Sesto, Settimo, e Ottavo libro*, Venise : Aldo, 1567.

[1985] *Pietro Cataneo, Giacomo Barozzi da Vignola, Trattati, con l'aggiunta degli scritti di architettura di Alvise Cornaro, Francesco Giorgi, Claudo Tolomei, Giangiorgio Trissino, Giorgio Vasari*, Milan : Il Polifilo, 1985.

Clagett (Marshall)

[1978] Part III, The medieval Archimedes in the Renaissance, 1450–1565, dans *Archimedes in the Middle Ages. Vol. 3, The Fate of the medieval Archimedes 1300 to 1565*, Philadelphia : The American Philosophical Society, 1978, p. 297–1246.

Danti (Egnatio)

[1577] *Le scienze matematiche ridotte in tavole*, Bologne : Compagnia della Stampa, 1577.

DBI

[1961] *Dizionario Biografico degli Italiani (1960–)*, Rome : Istituto della Enciclopedia Italiana, 1961.

Decio (Gioseffi)

[1985] Edizioni a stampa veneziane di trattati di prospettiva nel corso del '500, dans *Trattati di prospettiva architettura militare, idraulica ed altre discipline*, Vicenza, 1985.

[1989] Introduzione alla prospettiva di Sebastiano Serlio, dans Thoenes (Christof), éd., *Sebastiano Serlio,* Sesto seminario internazionale di storia dell'architettura, Vicenza 31 agosto – 4 settembre 1987, Milan : Electa, 1989, p. 126–131.

de Rojas (Ioannes)

[1550] *Commentariorum in Astrolabium quod planisphaerium vocant, libri sex nunc primum in lucem editi*, Paris, 1550 ; écrits env. 1546.

DESCARTES (René)

[1637] *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, plus la dioptrique, les météores et la géométrie [...]*, Leyde : Jan Maire, 1637.

DI GIORGIO DI MARTINO (Francesco Maurizio)

[1967] *Trattati di architettura ingegneria e arte militare*, Milan : Il Polifilo, 1967 ; écrit entre 1482 et 1486.

DOCCI (Mario) & MAESTRI (Diego)

[1984] *Il rilevamento architettonico, storia metodi e disegno*, Bari : Laterza, 1984.

DÜRER (Albrecht)

[1525] *Underweysung der Messung mit dem Zyrkel und Richtscheyt, in Linien, Ebenen, und ganzen Corporen*, Nüremberg : H. Formschneyder, 1525.

[1532] *Albertus Durerus nurembergensis pictor huius aetatis celeberrimus, versus è Germanica lingua in Latinam, Pictoribus, Fabris aerariis ac lignariis, Lapicidis, Statuariis, et universis demùm qui circino, gnomone, libella, aut alioqui certam mensuram opera sua examinant prope necessarius, adeo exacte, Quatuor his suarum Institutionum Geometricarum libris, lineas, superficies et solida corpora tractavit, ad hibitis designationibus ad eam rem accommodissimis*, Paris : Christianum Wechelum, 1532.

[1538] Ré-édition de [Dürer 1525], 1538.

EDGERTON (Samuel Y.)

[1975] *The Renaissance rediscovery of linear perspective*, New York : Basic Books Inc., 1975.

EUCLIDE D'ALEXANDRIE

[1510] *Contenta. Euclidis Megarensis Geometricorum eleme[n]torum libri XV. Campani galli tra[n]salpini in eosdem co[m]mentariorum libri XV. Theonis Alexandrini Bartholomeo Zamberto Veneto interprete, in tredecim priores, commentariorum libri XIII. Hypsiclis Alexa[n]drini in duos posteriores, eode[m] Bartholamaeo Zamberto Veneto interprete, comme[n]tariorum libri II. [...]*, Paris : Henri Estienne, 1510.

[1990–2001] *Les Éléments ; traduction et commentaire par B. Vitrac*, Paris : PUF, 1990–2001 ; 4 vols.

FEDERICI VESCOVINI (Graziella)

[1969] L'inserimento della « perspectiva » tra le arti del quadrivio, dans dans *Arts libéraux et philosophie au Moyen Âge* : actes du IV^{e} congrès international de philosophie médiévale, Université de Montréal, Montréal, Canada, 27 août – 2 septembre 1967, Institut d'études médiévales Montréal ed., Paris : J. Vrin, 1969, p. 969–974.

Feliciano da Lazesio (Francesco)

[1563] *Libro di Arithmetica & Geometria speculatiua & praticale : composto per maestro Francesco Feliciano da Lazesio Veronese, Intitulato Scala Grimaldelli : novamente stampato*, Venise : Francesco di Leno, 1563 ; première édition en 1527.

Field (Judith Veronica)

[1997] *The invention of infinity : Mathematics and Art in the Renaissance*, Oxford : Oxford Univ. Press, 1997.

Finé (Oronce)

[1544] *Orontii Finaei Delphinatis [...] Quadratura circuli [...] demonstrata [...]*, Paris : apud S. Colinaeum, 1544.

Franci (Raffaella) & Toti Rigatelli (Laura)

[1981] La trattatistica matematica del Rinascimento senese, *Atti Accademia dei Fisiocritici di Siena*, 13 (1981), p. 1–71.

Gabbey (Alan)

[1993] Between *ars* and *philosophia naturalis* : reflections on the historiography of early modern mechanics, dans Field (Judith Veronica) & James (F. A. J. L.), éd., *Renaissance and Revolution. Humanists, scholars, craftsmen and natural philosophers in early modern Europe*, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1993, p. 133–145.

Gemma Frisius

[1551] Libellus de locorum describendorum ratione, et de eorum distantiis inueniendis, nunquam antehac visus, dans *Cosmographia Petri Apiani, per Gemmam Frisium apud Louanienses Medicum & Mathematicum insignem, iam demum ab omnibus vindicata mendis, ac nonnullis quoque locis aucta, figurisque novis illustrata : additis eiusdem argumenti libellis ipsius Gemmae Frisii*, Paris : Viuantius Gualtherot, 1551 ; « Libellus » daté de 1533.

[1545] *De radio astronomico et geometrico liber in quo multa quae ad geographia[m], opticam, geometriam & astronomiam utiliss. sunt, demonstrantur [...]*, Anvers : Greg. Bontius, 1545.

Gessner (Samuel)

[2004] Le *per numero* et le *per linea* dans les écrits d'architecture du cinquecento, *Scholion*, 3 (2004), p. 61–81.

[à paraître] Proportions et géométrie : Les mathématiques dans les écrits d'architecture de Serlio Barbaro et Cataneo ; à paraître dans *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*.

Heath (Thomas)
[1921] *A history of Greek mathematics. I. From Thales to Euclid*, Oxford : Clarendon Press, 1921 ; ré-impression par Dover, New York en 1981.

Johnston (Stephen Andrew)
[1994] *Making mathematical practice. Gentlemen, practitioners and artisans in Elizabethan England*, Thèse, St. John's College, Cambridge, 1994.

Kemp (Martin)
[1990] *The Science of Art : Optical Themes in Western Art from Brunelleschi to Seurat*, New Haven : Yale Univ. Press, 1990.

Kitao (T. Kaori)
[1962] Prejudice in perspective : a study of Vignola's perspective treatise, *The Art Bulletin*, 44 (1962), p. 173–194.

Kostof (Spiro K.), éd.
[1977] *The Architect : chapters in the history of the profession*, Oxford : Oxford Univ. Press, 1977.

Kruft (Hanno-Walter)
[1985] *Geschichte der Architekturtheorie, von der Antike bis zur Gegenwart*, Munique : C. H. Beck, 1985.

Labacco (Antonio)
[1552] *Libro d'Antonio Labacco appartenente all'Architettura nel qual si figurano alcune notabili antiquita di Roma*, Rome : [Antonio Blado], 1552 ; Rome, « in casa nostra », 1559.

Lanteri (Giacomo)
[1557] *Due dialoghi [...] ne quali s'introduce messer Girolamo Catanio Novares, et messer Francesco Trevisi ingegnero Veronese, con un giovene Bresciano, a ragionare del modo di disegnare le piante delle fortezze secondo Euclide ; et del modo di comporre i modelli et di torre in disegno le piante delle città*, Venise : Vincenzo Valgrisi, Baldessar Costantini, 1557.

Lorber (Maurizio)
[1989] I primi due libri di Sebastiano Serlio. Dalla struttura ipotetico-deduttiva alla struttura pragmatica, dans Thoenes (Christof), éd., *Sebastiano Serlio*, Sesto seminario internazionale di storia dell'architettura, Vicenza 31 agosto – 4 settembre 1987, Milan : Electa, 1989, p. 113–125.

McTavish (David)
[1981] *Giuseppe Porta called Salviati*, New York, Londres : Garland Pub, Taylor & Francis, Inc., 1981.

NAPOLITANI (Pier Daniele)

[1982] Metodo e statica in Valerio, con edizione di due opere giovanili, *Bulletino di storia delle scienze matematiche*, 2 (1982), p. 3–173.

NETZ (Reviel)

[1999] *The shaping of deduction in Greek mathematics, A study in cognitive history*, Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1999.

NUDI (Giacinto)

[1968] *Pietro Cataneo trattatista d'architettura del Cinquecento*, Florence : Marchi & Bertolli, 1968.

NUNES (Pedro)

[1546] *De erratis Orontii Finaei*, Coimbra : João Barreira, João Álvares, 1546.

PEIFFER (Jeanne)

[1997] Dürers Geometrie als Propädeutik zur Kunst, dans Knobloch (Eberhard), éd., *Wissenschaft, Technik, Kunst, Interpretationen, Strukturen, Wechselwirkungen*, Wiesbaden : Harassowitz, 1997, p. 89–103.

PEURBACH (Georg Aunpekh de)

[1516] *Quadratum geometricum praeclarissimi mathematici Georgii Burbachii*, Nuremberg : Joannes Stuchs, 1516.

[1544] Libellus [...] de quadrato geometrico, dans Müller (Johann (dit Regiomontanus)), éd., *Scripta*, Nuremberg : Ulrich Neuber & haeredes Johannes vom Berg, 1544.

PEVERONE DI CUNEO (Giovanni Francesco)

[1558] *Due breui e facili trattati, il primo d'Arithmetica, l'altro di Geometria, ne iquali si contengono alcune cose nuoue piaceuoli è utili, si à gentilhuomini come artegiani*, Lyon : Jean de Tournes, 1558.

POBLACIÓN (Juan Martín)

[ca. 1520] *Ioannis Martini Poblacion de usu astrolabi compendium*, Paris : Henri Estienne, ca. 1520.

RAYNAUD (Dominique)

[2007] Le traceé continu des sections coniques à la Renaissance : applications optico-perspectives, héritage de la tradition mathématique arabe, *Arabic Sciences and Philosophy*, 17(2) (2007), p. 299–345.

REISCH (Gregor)

[1504] Margarita philosophica totius philosophiae Rationalis, Naturalis & Moralis principia dialogice duodecim libris complectens, 1504.

ROSE (Paul Lawrence)

[1968] The origins of the proportional compass from Mordente to Galileo, *Physis*, 10 (1968), p. 53–69.

RUSCONI (Giovanni Antonio)

[1590] *Della Architettura di Giovanni Antonio Rusconi, con centosessanta figure dissegnate dal medesimo, secondo i precetti di Vitruvio, e con chiarezza e brevità dichiarate libri dieci*, Venise : i Giolti, 1590 ; écrit env. en 1550.

SALVEMINI (Francesca)

[1990] *La visione e il suo doppio. La prospettiva tra arte e scienza*, Bari : Laterza, 1990.

SALVIATI (Giuseppe Porta, dit Salviati)

[1552] *Regola di far perfettamente col compasso la voluta et del capitello Jonico et d'ogni altra sorta [...] ritrovata*, Venise : Francesco Marcolini, 1552.

SERLIO (Sebastiano)

[1545] *Il primo libro d'Architettura, di Sabastiano Serlio, Bolognese. Le premier livre d'Architecture de Sebastian Serlio, Bolognois, mis en langue Francoyse, par Iehan Martin, Secretaire de monseigneur le Reverendissime cardinal de Lenoncourt. A Paris. Avec privilege du roy, pour dix ans audict Sebastian, son Architecte de Fontainebleau*, Paris : [Jean Barbé], 1545.

[1584] *Tutte le opere d'architettura*, Francesco de' Franceschi senese, 1584 ; facsimilé : *I sette libri dell'architettura*, Biblioteca di architettura urbanistica teoria e storia, vol. 3, Bologne, A. Forni, 1987.

SHELBY (Lon R.)

[1972] The geometrical knowledge of medieval master masons, *Speculum*, 47 (1972), p. 359–421 ; ré-impression Lynn T. Courtenay ed., *The Engineering of Medieval Cathedrals*, Studies in the History of Civil Engineering, vol. 1, Aldershot, Ashgate, 1997.

SHELBY (Lon R.) & MARK (Robert)

[1979] Late Gothic Structural Design in the « Instructions » of Lorenz Lechler, *Architecture*, 9 (1979), p. 113–132.

SIMI (Annalisa)

[1996a] Celerimensura e strumenti nei secoli XIII-XV, dans Franci (Raffaella), Pagli (Paolo) & Toti Rigatelli (Laura), éd., *Itinera mathematica. Studi in onore di Gino Arrighi per il suo 90 compleanno*, Sienne : Università di Siena (Centro studi sulla matematica medioevale), 1996, p. 71–122.

[1996b] Problemi caratteristici della geometria pratica nei secoli XIV-XVI, dans Freguglia (Paolo), Pellegrini (Luigi) & Paciocco (Roberto), éd., *Scienze matematiche e insegnamento in epoca medioevale*, Atti del convegno

internazionale di studio, Chieti, 2-4 mai 1996, Naples : Edizioni Scientifiche Italiane, 1996, p. 153–199.

STERNAGEL (Peter)

[1966] Die *artes mechanicae* im Mittelalter, Begriffs- und Bedeutungsgeschichte bis zum Ende des 13. Jahrhunderts, dans Spörl (Johannes), éd., *Münchner historische Studien, Abteilung mittelalterliche Geschichte*, vol. 2, Kallmünz : Michael Lassleben, 1966.

STIFEL (Michael)

[1544] *Arithmetica integra Authore Michaele Stifelio*, Nuremberg : imp. Johann Petreium, 1544.

TARTAGLIA (Niccolò (dit Fontana))

[1543] *Euclide Megarense philosopho, solo introduttore delle scientie mathematice, diligentemente reassettato, et alla integrità ridotto per il degno professore de tal scientie Nicolo Tartalea, Brisciano, secondo le due tradottioni ; e per commune commodo & utilita de latino in volgar tadotto ; con una ampla espositione dello istesso tradottore di nouo aggionta ; talmente chiara, che ogni mediocre ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun' altra scientia con facilita, sera capice à poterlo intendere*, per Venturino Roffinelli ad instantia e requisitione de Guilielmo de Monferra, & de Pietro di Facolo da Vinegia libraro, & de Nicolo Tartalea Brisciano tradottore, 1543.

[1546] *Quesiti et inuentioni diverse de Nicolo Tartalea Brisciano*, Venise : Venturino Ruffinelli, 1546.

[1554] *Quesiti et inuentioni diverse de Nicolo Tartalea Brisciano. Di novo restampati con una gionta al sesto libro nella quale si mostra duoi modi di ridur una citta inespugnabile*, Venise : Nicolo di Bascarini, appresso l'autore, 1554.

[1560a] *La terza parte del general trattato, de nvmeri et misvre, [...] nel qvale si dechiarano i primi principii, et la prima parte della geometria, con bellissimo, et facilissimo modo ; cose vtilissime, et dilettevoli, per tvtte qvelle persone, che si dilettanno di sapere. Dimostrasi oltra di cio, la prattica del Misurare ciascuna cosa, con brieue, & facile via*, Venise : Curtio Troiano dei Nauò, 1560.

[1560b] *La quarta parte del general trattato de' numeri et misure, di Nicolo Tartaglia, nella quale si riducono in numeri quasi la maggior parte delle figure, cosi superficiali, come corporee della geometria ; & oltre à ciò s'applicano alla materia, o si metteno in atto prattico. cose molto utile à tutte le qualità delle persone, et infinitamente desiderate de' studiosi delle diuine mathematice*, Venise : Curtio Troiano dei Nauò, 1560.

[1560c] *La quinta parte del general trattato de numeri et misure, di Nicolo Tartaglia ; nella qvale si mostra il modo de essequire con il compasso, & con la regha tutti li problemi geometrici di euclide et da altri philosophi, et con modi piu ispedienti, e brevi di quelli dati da esso Euclide, materia non men'utile che necessaria à Geometrici, Designatori, Perspettivi, Architettori, Ingegneri, & Machinatori, si Naturali, come Mathematici*, Venise : Curtio Troiano dei Nauò, 1560.

[1565] *Euclide Megarense philosopho, solo introduttore delle scientie mathematiche : diligentemente reassettato, et alla integrità ridotto per [...] Nicolo Tartalea [...] e per commune commodo & utilità di latino in volgar tradotto. Con una ampla espositione dello istesso tradottore di novo agionta [...]*, Venise : Curtio Troiano dei Nauò, 1565.

VAGNETTI (Luigi)

[1980] Il processo di maturazione di una scienza dell'arte : la teoria prospettica del Cinquecento, dans Dalai Emiliani (Marisa), éd., *La prospettiva rinascimentale : codificazioni e trasgressioni*, atti del convegno internazionale di studi tenutosi al Castello Sforzesco, civiche raccolte d'arte di Milano, dall'11 al 15 ottobre del 1977 Firenze, Florence : Centro Di, 1980.

[1979] *De naturali et artificiali perspectiva — bibliografia ragionata delle fonti teoriche e delle ricerche di storia della prospettiva ; contributo alla formazione della conoscenza di un'idea razionale, nei suoi sviluppi da Euclide a Gaspard Monge*, Studi e Documenti di Architettura, vol. 9–10, Florence : Libreria Editrice Fiorentina, 1979.

VALERIO (Luca)

[1582] *Subtilium indagationum liber primus seu quadratura circuli & aliorum curuilineorum*, Rome : Francesco Zannetti, 1582.

VALLA (Giorgio)

[1501] *De expetendis et fugiendis rebus opus*, Venise : in aedibus Aldi romani, impensa ac studio Joannis Petri Vallae filii, 1501.

VICENTE MAROTO (M. Isabel) & ESTEBAN PIÑEIRO (M.)

[1991] *Aspectos de la ciencia aplicada en la España del siglo de oro*, Salamanca : Europa artes gráficas, 1991.

VITRUVE (Marcus Pollio)

[1673] *Les dix livres d'architecture de Vitruve corrigez et traduits nouvellement en François, avec des Notes et des Figures*, Claude Perrault trad., Paris : Jean Baptiste Coignard, 1673.

[1990] *De l'architecture*, texte établi, trad. et commenté par Philippe Fleury *et al.*, Paris : Les Belles Lettres, 1990.

VON SCHLOSSER (Julius)

[1984] *La littérature artistique, manuel des sources de l'histoire de l'art moderne*, Chavy, Jacques *et al.* trad., Paris : Flammarion, 1984 ; première édition *Die Kunstliteratur*, Vienne, Anton Schroll, 1924.

Werner (Johannes)

[1522] *Libellus Joannis Verneri Norimbergensis super vigintiduobus elementis conicis. Eiusdem commentarius seu paraphrastica enarratio in undecim modos conficiendi eius problematis, quod cubi duplicatio dicitur. Eiusdem commentatio in Dionysodori problema, quo data sphaera sub data secat[ur] ratione, alius modus idem problema conficiendi ab eodem Joanne Vernero novissime compertus demonstratusque, eiusdem Ioannis, de motu octavae Sphaerae, tractatus duo. eiusdem summaria enarratio theoricae motus octavae sphaerae*, Nuremberg : Friederich Peypus, 1522.

Zoubov (Vassili Pavlovitch)

[1960] Vitruve et ses commentateurs du xvi^e siècle, dans *La sience au seizième siècle*, colloque international de Royaumont, 1–4 juillet 1957, Paris : Hermann, 1960, p. 67–90.