

# Revue d'Histoire des Mathématiques



*La valeur de la connaissance approchée*

Anouk Barberousse

Tome 14 Fascicule 1

**2 0 0 8**

**SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

Publiée avec le concours du Ministère de la culture et de la communication (DGLFLF) et du Centre national de la recherche scientifique

# REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

---

## RÉDACTION

**Rédactrice en chef :**

Jeanne Peiffer

**Rédacteur en chef adjoint :**

Philippe Nabonnand

**Membres du Comité de****rédaction :**

Michel Armatte

Liliane Beaulieu

Bruno Belhoste

Alain Bernard

Jean Celeyrette

Olivier Darrigol

Anne-Marie Décaillot

Marie-José Durand-Richard

Étienne Ghys

Christian Gilain

Jens Hoyrup

Agathe Keller

Karen Parshall

Dominique Tournès

**Secrétariat :**

Nathalie Christiaën

Société Mathématique de France

Institut Henri Poincaré

11, rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris Cedex 05

Tél. : (33) 01 44 27 67 99

Fax : (33) 01 40 46 90 96

Mél : [revues@smf.ens.fr](mailto:revues@smf.ens.fr)

Url : <http://smf.emath.fr/>

**Directeur de la publication :**

Stéphane Jaffard

## COMITÉ DE LECTURE

P. Abgrall . . . . . France

J. Barrow-Greene . . . . Grande-Bretagne

U. Bottazzini . . . . . Italie

J.-P. Bourguignon . . . . . France

A. Brigaglia . . . . . Italie

B. Bru . . . . . France

P. Cartier . . . . . France

J.-L. Chabert . . . . . France

F. Charette . . . . . France

K. Chemla . . . . . France

P. Crépel . . . . . France

F. De Gandt . . . . . France

S. Demidov . . . . . Russie

M. Epple . . . . . Allemagne

N. Ermolaëva . . . . . Russie

H. Gispert . . . . . France

C. Goldstein . . . . . France

J. Gray . . . . . Grande-Bretagne

E. Knobloch . . . . . Allemagne

T. Lévy . . . . . France

J. Lützen . . . . . Danemark

A. Malet . . . . . Catalogne

I. Pantin . . . . . France

I. Passeron . . . . . France

D. Rowe . . . . . Allemagne

C. Sasaki . . . . . Japon

K. Saito . . . . . Japon

S.R. Sarma . . . . . Inde

E. Scholz . . . . . Allemagne

S. Stigler . . . . . États-Unis

B. Vitrac . . . . . France

---

**Périodicité :** La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

**Tarifs 2008 :** prix public Europe : 65 €; prix public hors Europe : 74 €;

prix au numéro : 36 €.

Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

**Diffusion :** SMF, Maison de la SMF, B.P. 67, 13274 Marseille Cedex 9

AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

## LA VALEUR DE LA CONNAISSANCE APPROCHÉE L'ÉPISTÉMOLOGIE DE L'APPROXIMATION D'ÉMILE BOREL

ANOUK BARBEROUSSE

---

**RÉSUMÉ.** — Au début du  $xx^e$  siècle, Borel, Duhem et Poincaré, dans leurs analyses de l'application des mathématiques à la physique, mettaient l'épistémologie de l'approximation au cœur de leur réflexion philosophique sur l'activité scientifique. Les thèmes qu'ils ont développés resurgissent actuellement en philosophie des sciences. C'est surtout Borel qui, dans son souci constant de rendre manifestes la valeur et la portée de la connaissance scientifique, présente des exemples frappants de connaissance approchée, et en tire d'importantes conclusions sur la nature de la physique et des mathématiques. L'article présente les thèses de Borel et leurs implications actuelles.

**ABSTRACT** (The value of approximate knowledge. Émile Borel's philosophy of approximation)

The philosophy of approximation is rapidly developing as an area within the philosophy of science and mathematics, owing to the reflections on the growing use of computers in physics. At the beginning of the 20<sup>th</sup> century, Borel, Duhem, and Poincaré had already explored most of issues under discussion today in their works on the applicability of mathematics to physics. Borel, above all, strove to display the value and range of scientific knowledge. He gave striking examples of approximate knowledge and drew important conclusions from them about the nature of physics and mathematics. This paper presents Borel's theses and their implications.

---

Texte reçu le 16 août 2005, révisé le 3 janvier 2008.

A. BARBEROUSSE, Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences et des Techniques, CNRS - Université Paris 1 - ENS, 13 rue du Four, 75006 Paris.

Courrier électronique : [barberou@heraclite.ens.fr](mailto:barberou@heraclite.ens.fr)

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A60, 00A30.

Mots clefs : Épistémologie, applicabilité des mathématiques, approximation, Émile Borel.

Key words and phrases. — Epistemology, applicability of mathematics, approximation, Émile Borel.

## 1. INTRODUCTION : D'UN SIÈCLE À L'AUTRE

Il y a un siècle, l'épistémologie de l'approximation tenait une place importante dans la réflexion des savants, en particulier des physiciens et des physiciens mathématiciens. Ceux-ci, préoccupés par l'établissement des conditions auxquelles les théories mathématiques peuvent être appliquées aux phénomènes physiques, plaçaient l'approximation au cœur de leurs recherches méthodologiques. En France, Pierre Duhem et Émile Borel ont proposé des analyses et des exemples frappants mettant en relief quelles difficultés soulève la pratique de l'approximation. De son côté, Hans Reichenbach a tenté de systématiser des considérations semblables dans une théorie probabiliste de la connaissance. Les thèses de ces trois auteurs, qui ne font état d'aucun dialogue explicite, sont suffisamment proches pour être présentées et discutées ensemble. En outre, cette approche commune, au-delà des différences géographiques et temporelles, éclaire vivement les questions qui resurgissent aujourd'hui à partir de points de départ fort différents.

Le but de cet article est de présenter les conceptions de l'approximation, ou des pratiques d'approximation, qui étaient proposées au début du siècle dernier, et de montrer quelles réponses elles apportent aux questions qui sont débattues aujourd'hui. Ces questions, qui ont été posées de façon claire, sont un bon guide pour présenter les discussions du siècle passé. C'est pourquoi je commence par les présenter rapidement dans cette section introductive, afin de montrer par la suite la fécondité des écrits de Borel, Duhem et Reichenbach relativement à ce domaine épistémologique. Cette démarche partiellement rétrospective a pour seul but de favoriser la clarté d'exposition dans le cadre de la discussion de problèmes passablement épineux.

Comme l'ont signalé de nombreux auteurs (voir par exemple [Weston 1992] ou [Ramsey 1992]), la plupart des travaux actuels qui cherchent à analyser la notion d'approximation partent du présupposé selon lequel il s'agit d'une notion *comparative*. Selon cette approche, une représentation  $X$  est dite « approcher une autre représentation  $Y$  » quand :

- $X$  et  $Y$  sont comparables d'un point de vue quantitatif ou qualitatif,
- des différences existent entre  $X$  et  $Y$ ,
- sur le fond d'une importante ressemblance.

Ici, «  $X$  » et «  $Y$  » peuvent être des équations, des théories, des modèles, des résultats de mesure. Dans la suite, on se limitera aux représentations

numériques, qu'elles soient issues de mesures ou de l'application de théories ou de modèles.

D'importants efforts ont été entrepris pour rendre rigoureuse cette notion comparative d'approximation à partir de l'analyse du concept de vérité approchée (voir par exemple [Balzer et al. 1987], [Kuipers 1996; 2000; 1987], [Niiniluoto 1984; 1987; 1998], [Laymon 1980; 1990], [Redhead 1980]). Ces travaux mettent au jour les caractéristiques sémantiques, et parfois métaphysiques, de la notion d'approximation, mais laissent de côté son versant épistémologique. Or les raisonnements mis en œuvre dans la recherche de théories ou de modèles approchés, ainsi que les stratégies utilisées pour pallier à l'imprécision des données, constituent des objets d'étude épistémologique de choix. Comme le fait remarquer J. L. Ramsey [1992], dans le cadre d'une analyse de l'activité scientifique en tant que productrice de connaissances, il est bien plus fécond de chercher à comprendre les usages des approximations et leurs motivations que de construire une théorie sémantique générale des résultats de ces usages. On trouve cependant dans la littérature contemporaine peu d'analyses concrètes du travail d'évaluation des techniques d'approximation couramment utilisées. L'épistémologie de l'approximation, pourtant rendue de plus en plus urgente par l'utilisation massive de calculs numériques et de simulations, n'en est encore qu'à ses débuts ; et J. L. Ramsey en est aujourd'hui l'un des pionniers, avec Paul Humphreys et Chuang Liu (voir [Humphreys 2004], [Liu 1999; 2004]).

Une représentation approchée est imprécise ou inexacte ; bien que les notions d'exactitude et de précision soient distinctes, elles sont souvent confondues dans les analyses de la notion d'approximation. En particulier, les notions d'exactitude et de précision numérique sont rarement distinguées : on suppose couramment que  $X$  est d'autant plus proche de  $Y$  que les valeurs numériques associées à  $X$  sont précises et proches de celles de  $Y$ . Pourtant, il peut être utile de distinguer par exemple entre l'erreur maximale que l'on tolère pour le résultat d'une mesure ou d'un calcul — sa précision ou sa justesse — de la dispersion, due à une erreur aléatoire, des valeurs d'une mesure — son exactitude au sens de fidélité. La qualité d'une approximation donnée sera évaluée différemment selon qu'on s'intéresse à sa précision ou à son exactitude.

En outre, comme le montre Ramsey, l'hypothèse selon laquelle une bonne approximation est une approximation précise en présuppose trois autres, qui ne sont pas toujours vérifiées ensemble lorsque l'on manipule des résultats de mesures expérimentales. Ainsi, pour que l'on puisse dans

ces circonstances identifier une bonne approximation à une approximation précise, il est nécessaire que :

- (1) nous ayons de bonnes raisons de croire que nos théories sont vraies,
- (2) les difficultés de calcul liées à l'application de la théorie puissent être ignorées,
- (3) les données soient stables, bien déterminées, exactes et précises.

Or dans de nombreux cas présentant une sensibilité aux conditions initiales, par exemple, ces hypothèses ne sont pas vraies ensemble et, si l'on augmente la précision des calculs, il peut arriver que l'on obtienne des approximations de moins en moins bonnes. Selon Ramsey, c'est donc en prêtant attention à la structure des calculs requis par les théories couramment utilisées que l'on atteindra une compréhension plus fine de l'approximation en tant qu'acte scientifique : selon les types de calcul à effectuer, la condition 2, en particulier, pourra ne pas être remplie.

Comme nous allons le voir, Borel, de même que Duhem, sont conscients que les trois conditions mises au jour par Ramsey ne sont pas toujours vérifiées. Cela conduit Borel à proposer une théorie originale de la connaissance, dans laquelle la notion de connaissance approchée est première, et celle de connaissance exacte seconde. Contrairement à une opinion très répandue (et dénoncée avec vigueur dans [Guilbaud 1985]), Borel, comme Reichenbach, ne considère pas l'approximation comme un mal inévitable qui exige avant tout qu'on en minimise les effets. Pour Borel, les trois conditions mises au jour par Ramsey sont des idéalizations tellement éloignées des pratiques réelles de connaissance qu'il vaut mieux les oublier, et tenter de saisir « le sens et la portée des opérations de connaissance » [Borel 1923, § 86] en prenant acte du caractère irréductiblement approché de toute connaissance, qu'elle soit empirique ou produite par l'application de théories mathématiques aux phénomènes.

Je présenterai dans la section suivante la critique borélienne de la condition exposée comme troisième par Ramsey. Je montrerai dans la section 3 que la deuxième condition, bien qu'elle semble issue de l'examen de pratiques scientifiques récentes comme les calculs numériques et les simulations, faisait l'objet de discussions rigoureuses et sophistiquées au début du xx<sup>e</sup> siècle en France. De ces discussions, on peut tirer des conclusions originales et dignes d'intérêt, même à l'heure actuelle, sur la nature de la physique (section 4), la philosophie des sciences (section 5) et la théorie de la connaissance (section 6).

## 2. CRITIQUE DE LA NOTION DE CONNAISSANCE IDÉALE PAR BOREL

Les analyses de Borel sur l'approximation forment une partie essentielle de sa réflexion d'ensemble sur l'activité scientifique, et en particulier sur le rôle que jouent — ou que devraient jouer — les mathématiques en physique. Dans ses écrits particulièrement nombreux sur ces sujets épistémologiques (qu'il écrit à partir de la création de la *Revue du mois* en 1906 et jusqu'à sa mort), Borel apparaît comme un digne successeur de Henri Poincaré et de Joseph Bertrand — deux personnages qui comme lui ont été savants et philosophes, et à qui il n'hésite pas à s'opposer, parfois implicitement. Comme eux, Borel tient l'utilisation des probabilités dans les sciences empiriques pour un fait majeur sur lequel faire porter l'analyse. Il y insiste même davantage encore et peut être qualifié de champion d'une épistémologie probabiliste qui n'a pas encore connu de développements contemporains qui soient à la mesure de celui qu'il lui a donné.

De même qu'il cite peu ses sources<sup>1</sup>, Borel a été peu cité en tant qu'épistémologue : trop philosophiques pour les mathématiciens et physiciens, ses articles et ouvrages ont par ailleurs été méconnus des philosophes des sciences, qui voient en lui principalement un mathématicien, par ailleurs fermement opposé à toute conception logiciste des mathématiques. Pourtant son épistémologie probabiliste entre en résonance avec les projets philosophiques de certains philosophes contemporains comme Paul Humphreys ou surtout Bas van Fraassen, comme nous allons le voir.

Au cœur de la réflexion de Borel sur la science, on trouve une critique en règle de la notion de connaissance exacte et de son pendant, la notion de connaissance complète. Or la notion de connaissance complète ou achevée est présupposée par les conceptions comparatives de l'approximation : en effet, dans ces conceptions, le résultat d'un acte d'approximation est comparé à une hypothétique connaissance exacte, et en outre infiniment précise, du fait étudié. On justifie couramment un tel recours à la notion de connaissance complète ou achevée en affirmant que cette notion est plus claire, plus simple et plus intelligible que celle de connaissance approchée. C'est la raison pour laquelle, par exemple, Laplace invoque un être idéal supérieurement intelligent, qui lui sert à donner par comparaison une image du type de connaissance imparfaite qui nous est dévolu. Puisque Borel considère que la notion de connaissance exacte dérive de celle de connaissance approchée, contrairement à la conception

---

<sup>1</sup> Même s'il a sans doute lu Duhem, il n'en dit rien sur ces questions, peut-être parce que celui-ci ne prend pas pour thème principal l'utilisation des probabilités dans les sciences empiriques.

aujourd'hui majoritaire, il formule une critique radicale contre le présupposé selon lequel on pourrait comparer la connaissance approchée à une connaissance idéale, à la fois exacte et complète.

La critique de la notion de connaissance idéale n'est pas le fait du seul Borel. Donnons-en un exemple contemporain : Paul Humphreys [Humphreys 2004] donne la caractérisation suivante de la connaissance idéale :

« Supposons que nous soyons tous pourvus de dispositifs sensibles capables de détecter tous les types d'objets et de propriétés qui existent dans le monde matériel, qu'ils soient petits, grands ou de taille moyenne. Supposons également que nous possédions des facultés mathématiques encore plus grandes que celles dont Laplace a doté son fameux agent surhumain, de telle sorte que non seulement nos calculs seraient faciles et dénués d'erreurs, mais encore que la construction de modèles mathématiques excessivement complexes nous serait tout aussi naturelle que le sont les représentations arithmétiques simples. Bref, nous serions des dieux, épistémologiquement parlant..., les constituants du monde nous seraient directement accessibles. Dans ces circonstances, aurions-nous un quelconque usage de la science ? Je pense qu'il serait extrêmement limité » [Humphreys 2004, p. 3, trad. A.B.].

Dans ce passage, Humphreys insiste sur la relation nécessaire qui existe entre l'obligation dans laquelle nous nous trouvons de développer des outils scientifiques sophistiqués pour comprendre le monde qui nous entoure et le fait qu'une connaissance exacte et complète des phénomènes nous soit absolument inaccessible. L'activité scientifique trouve sa source dans l'impossibilité de la connaissance exacte ; pourquoi donc une telle connaissance idéale devrait-elle servir de référence ultime à la connaissance scientifique ? Borel propose de renverser cette relation de référence.

C'est dans *Probabilités et erreurs* [Borel & Deltheil 1923, § 57] que l'on trouve la critique la plus claire de la notion de connaissance idéale. Dans ce passage, qui porte sur la physique statistique, Borel commence par présenter « le point de vue de la théorie statistique ». Selon ce point de vue, on considère en première approximation les molécules comme des petites sphères parfaitement élastiques obéissant aux lois de la dynamique. Borel insiste sur le fait que, en admettant que l'on connaisse parfaitement les conditions initiales auxquelles le système étudié est soumis, la connaissance de son mouvement ultérieur est bien un problème de mécanique, pour lequel on peut tout au moins concevoir la possibilité d'une solution. Mais que signifie ici « concevoir la possibilité d'une solution » à ce problème ? Borel dégage clairement le principal présupposé de cette expression :

« On a pu parler d'un "esprit universel" qui serait assez puissant pour contenir dans sa pensée toute l'étonnante complexité de ce problème et attribuer à cet esprit la connaissance parfaite de toute l'histoire des mouvements ultérieurs » [Borel & Deltheil 1923].

Or un tel « esprit universel » est une « pure fiction », comme il l'écrit plus loin : « En réalité, la vie humaine est trop brève, et cet « esprit universel » est une pure fiction [Borel & Deltheil 1923]. Ainsi la notion de connaissance idéale, exacte et achevée, n'a-t-elle selon Borel aucune efficacité conceptuelle pour saisir « le sens et la portée des opérations de connaissance » [Borel & Deltheil 1923]. Sa simplicité est trompeuse ; elle nous égare lorsque nous cherchons à faire œuvre épistémologique.

### 3. CONTRE L'ABSTRACTION MATHÉMATIQUE

Tentons de résister à la thèse borélienne du caractère premier de la notion de connaissance approchée par rapport à celle de connaissance exacte : comme le montre le succès exemplaire qu'a rencontré la fiction de Laplace, la notion de connaissance exacte semble être un guide heuristique fécond. Après tout, sa critique par Borel ne concerne que la troisième condition proposée plus tard par Ramsey. On pourrait envisager que cette troisième condition ne soit vérifiée ... qu'approximativement, et que les deux autres le soient exactement. Or comme y insistent Duhem et Borel, considérer que la deuxième condition, celle selon laquelle on pourrait négliger « les difficultés de calcul liées à l'application de la théorie », peut être tenue pour acquise relève d'un pari épistémologiquement irresponsable.

La discussion proposée par Duhem, puis par Borel, des « difficultés de calcul liées à l'application de la théorie » porte sur des problèmes plus précis que ceux qui sont évoqués par Ramsey ; cependant, la structure de leur argumentation peut aisément être transposée à des cas plus généraux. Duhem et Borel montrent que, lorsque l'on applique certaines théories mathématiques à des phénomènes physiques, certaines déductions cessent d'être approximativement valides, c'est-à-dire que, alors que leurs prémisses sont approximativement vraies, leurs conclusions ne le sont pas.

Notons tout d'abord qu'il existe des types de déduction qui sont valides sans être approximativement valides. Ainsi, le *modus ponens* est-il un type de déduction valide, mais des prémisses suivantes :

- approximativement  $p$ ,
- $p \rightarrow q$ ,

on ne peut pas toujours conclure de façon valide « Approximativement  $q$  » (voir [Weston 1992]).

### 3.1. *La distinction duhémienne entre « fait pratique » et « fait théorique »*

C'est à partir de l'analyse de la distinction entre « fait pratique » concret et « fait théorique » précis proposée par Duhem [1906, 2<sup>e</sup> partie, chap. 3, § 1] que lui-même et Borel (sans que ce dernier fasse explicitement référence à son aîné, dont les réflexions semblent cependant l'avoir influencé) examinent la nature et l'importance pour la physique des déductions qui ne sont pas approximativement valides. Commençons donc par rappeler la nature et la portée conceptuelle de cette distinction. Comme on le sait, selon Duhem, les circonstances concrètes de l'observation nous donnent accès à un « fait pratique », que l'on peut représenter linguistiquement dans « le langage de l'expérience » [Duhem 1906, p. 199] ou de l'observation concrète. La description de ce « fait pratique » est ensuite « traduite », grâce à l'opération de mesure, en la description d'un « fait théorique », dans le « langage des nombres » [Duhem 1906, p. 199]. Un « fait théorique » est ainsi un ensemble de données numériques traduisant, mais aussi trahissant, la description du « fait pratique ».

« Dans un tel fait théorique, il n'y a rien de vague, rien d'indécis ; tout est déterminé d'une manière précise ; le corps étudié est défini géométriquement... En face de ce fait théorique, plaçons le fait pratique dont il est la traduction. Ici, plus rien de la précision que nous constatons il y a un instant. Le corps n'est plus un solide géométrique ; c'est un bloc concret... Ainsi, tandis que les contours de l'image sont arrêtés par un trait d'une précise dureté, les contours de l'objet sont flous, enveloppés, estompés. Il est impossible de décrire le fait pratique sans atténuer par l'emploi des mots *à peu près*, ce que chaque proposition a de trop déterminé... De là cette conséquence : *Une infinité de faits théoriques différents peuvent être pris pour traduction d'un même fait pratique...* Un fait pratique ne se traduit donc pas par un fait théorique unique, mais par une sorte de faisceau qui comprend une infinité de faits théoriques différents... Plus les méthodes de mesure sont parfaites, plus l'approximation qu'elles comportent est grande, plus la limite [de la variation des éléments mathématiques] est étroite ; mais elle ne se resserre jamais au point de s'évanouir » [Duhem 1906, p. 201].

On voit ici que c'est la distinction entre « fait pratique » et « fait théorique » qui permet à Duhem de rendre raison de façon rigoureuse de l'irréductible invalidité de ce qui sera la troisième condition de Ramsey, selon laquelle les données doivent être considérées comme stables, bien déterminées, exactes et précises. En suivant Duhem, on comprend que cette

condition ne peut jamais valoir, en toute nécessité, qu'approximativement, et que la « traduction - trahison » du « fait pratique » en « fait théorique » rend hasardeux, dans certaines circonstances au moins, le pari fait couramment de négliger l'importance de la « trahison ». <sup>2</sup>

C'est dans *Hasard* [Borel 1923, § 86] que Borel insiste sur les conséquences de la « trahison » caractéristique du passage de la description concrète d'un fait à sa description mathématique :

« On ne peut faire un calcul que sur des chiffres précis ; il est tout au moins fort long de rechercher les diverses solutions d'un problème qui correspondent à des valeurs diverses de données imprécises, et l'on recule généralement devant cette tâche. On est alors conduit à adopter une valeur déterminée pour chacun des éléments du calcul, même si cet élément est mal connu... Sur ces données précises, on peut faire des calculs précis, qui conduisent à un résultat précis. Et, plus les calculs sont longs, plus le résultat risque d'être inexact et plus cependant on a le temps d'oublier que les données étaient imprécises et de se laisser aller à la confiance qu'inspire l'exactitude des opérations arithmétiques correctement faites » [Borel 1923, p. 224].

On a là une illustration frappante de l'importance de la différence entre exactitude et précision, ainsi que de la notion de déduction non approximativement valide. En outre, ces notions théoriques, dont nous avons vu plus haut l'importance, sont ancrées dans la description des actions épistémiques du physicien : Borel exerce ici, comme souvent, son acuité épistémologique dans un but pratique, celui de faire prendre conscience aux physiciens et mathématiciens des risques qu'ils prennent à négliger le caractère premier de la notion de connaissance approchée par rapport à celle de connaissance exacte.

Dans « La mécanique statistique et l'irréversibilité » [Borel 1913], qui est le deuxième article qu'il consacre à la mécanique statistique, Borel revient sur les conséquences qu'il tire de la distinction duhémienne entre « fait pratique » et « fait théorique », et écrit explicitement que son « point de départ est le suivant : la notion de la valeur numérique *exacte* d'une grandeur physique quelconque est une pure abstraction mathématique, à laquelle ne correspond aucune réalité ». Une telle affirmation pourrait donner lieu à une interprétation sceptique de l'épistémologie borélienne, selon laquelle la connaissance scientifique serait sans valeur en raison de

---

<sup>2</sup> Sur la distinction entre fait théorique et fait pratique, voir également [Korner 1980], qui discute ses implications pour une conception néo-kantienne de la science. Je remercie un des rapporteurs pour cette référence.

son caractère approchée. Cette interprétation est bien sûr à l'opposé de celle préconisée par Borel, comme il le précise ensuite :

« Je me place au point de vue du physicien et non à celui du philosophe pyrrhonien ; j'admets comme certain que nos mesures sont assez exactes pour que certains rapports numériques nous soient connus avec une certaine approximation ; le nombre des décimales que nous avons le droit de considérer comme exactes augmentera d'ailleurs avec le perfectionnement de nos techniques ; mais ce nombre de décimales exactes atteindrait-il cent, atteindrait-il mille, ce qui est bien peu vraisemblable, nous resterions toujours aussi éloignés de l'exactitude absolue avec laquelle le mathématicien définit le rapport de la diagonale au côté du carré. Non seulement pour mesurer, mais simplement pour définir une grandeur physique, il est nécessaire de donner des explications complémentaires d'autant plus longues que l'on veut atteindre une plus grande précision ; pour une précision infinie, il faudrait des explications d'une longueur infinie, c'est-à-dire des explications qui ne pourraient jamais être données ni comprises » [Borel 1913, p. 189].

### 3.2. De l'inutilité physique de certaines déductions mathématiques

De la distinction entre « fait pratique » et « fait théorique », que Borel, comme nous le voyons, reprend et développe, Duhem tire la thèse selon laquelle les déductions mathématiques que l'on peut faire à partir des « faits théoriques » peuvent être « physiquement utiles ou inutiles » [Duhem 1906, 2<sup>e</sup> partie, chap. 3, § 2, p. 204]. Les conclusions qu'il en tire sont négatives, alors que Borel s'appuie sur cette thèse pour approfondir sa théorie de la connaissance.

Selon Duhem, si une déduction mathématique n'est pas approximativement valide, elle est totalement inutile ou « oiseuse » [Duhem 1906, p. 205] pour le physicien :

« Une déduction mathématique, issue des hypothèses sur lesquelles repose une théorie, peut ... être utile ou oiseuse selon que, des conditions *pratiquement données* d'une expérience, elle permet ou non de tirer la prévision *pratiquement déterminée* du résultat » [Duhem 1906, p. 205].

Duhem ajoute une précision importante : une déduction mathématique n'est pas *en elle-même* physiquement oiseuse, mais relativement au contexte de connaissance d'un lieu ou d'une époque :

« Le jugement porté sur l'utilité d'un développement mathématique pourra varier d'une époque à l'autre, d'un laboratoire à l'autre, d'un physicien à l'autre, selon l'habileté des constructeurs, selon la perfection de l'outillage, selon l'usage auquel on destine les résultats de l'expérience » [Duhem 1906, p. 205].

Ainsi trouve-t-on chez Duhem, comme chez Borel, le souci d'une épistémologie incarnée dans les pratiques réelles des scientifiques, qui répond en l'anticipant à l'injonction de Ramsey d'analyser les raisonnements effectivement opérés à partir d'actes d'approximation.

Duhem illustre cependant son propos en donnant des exemples de « déduction mathématique à tout jamais inutilisables » [Duhem 1906, 2<sup>e</sup> partie, chap. 3, § 3, p. 206]. Le premier est celui du mouvement d'une particule libre sur une surface à courbures opposées — ces surfaces et leurs géodésiques ont été décrites par Hadamard en 1898 —, et le second celui de la stabilité du système solaire. Voici les conclusions pessimistes que Duhem tire de ce dernier exemple :

« Il se pourrait que le problème de la stabilité du système solaire fût, pour l'astronome, une question dénuée de tout sens ... On ne peut parcourir les nombreuses et difficiles déductions de la Mécanique céleste et de la Physique mathématique, sans redouter, pour beaucoup de ces déductions, une condamnation à l'éternelle stérilité » [Duhem 1906, p. 213–214].

Dans la conclusion du chapitre, Duhem récapitule les leçons qu'inspirent les analyses qu'il a menées sur « la déduction mathématique et la théorie physique » :

« Une déduction mathématique n'est pas utile au physicien tant qu'elle se borne à affirmer que telle proposition, *rigoureusement* vraie, a pour conséquence l'exactitude *rigoureuse* de telle autre proposition. Pour être utile au physicien, il lui faut encore prouver que la seconde proposition reste *à peu près* exacte lorsque la première est *à peu près* vraie. Et cela ne suffit pas encore ; il lui faut délimiter l'amplitude de ces deux à-peu-près ; il lui faut fixer les bornes de l'erreur qui peut être commise sur le résultat, lorsque l'on connaît le degré de précision des méthodes qui ont servi à mesurer les données ; il lui faut définir le degré d'incertitude qu'on pourra accorder aux données lorsqu'on voudra connaître le résultat avec une approximation déterminée.

Telles sont les conditions rigoureuses qu'on est tenu d'imposer à la déduction mathématique si l'on veut que cette langue, d'une précision absolue, puisse traduire, sans le trahir, le langage du physicien ; car les termes de ce dernier langage sont et seront toujours vagues et imprécis, comme les perceptions qu'ils doivent exprimer. À ces conditions, mais à ces conditions seulement, on aura une représentation mathématique de l'à-peu-près.

Mais qu'on ne s'y trompe pas ; ces Mathématiques de l'à-peu-près ne sont pas une forme plus simple et plus grossière des Mathématiques ; elles en sont, au contraire, une forme plus complète, plus raffinée ; elles exigent la solution de problèmes parfois fort difficiles, parfois même transcendants aux méthodes dont dispose l'Algèbre actuelle » [Duhem 1906, p. 215–216].

Deux aspects de la conclusion de Duhem méritent d'être soulignés. Tout d'abord, Duhem adopte ici une posture normative et conseille au physicien de s'armer d'un certain nombre de garde-fou s'il veut pouvoir utiliser de façon féconde, non « oiseuse », les modèles mathématiques. D'autre part, Duhem célèbre la noblesse des « mathématiques de l'à-peu-près », qui ne le cède en rien à celle des mathématiques habituelles, exactes. Il n'existe pas de méthode générale pour prouver qu'une déduction est approximativement valide ; de telles preuves doivent être construites au cas par cas, et justifiées par les particularités de chaque cas.

Duhem, dans *La théorie physique*, en reste à la mention de la grandeur des « mathématiques de l'à-peu-près ». Borel, quant à lui, analyse les facultés que le physicien doit mettre en œuvre pour résoudre les problèmes posés par les cas de déductions non approximativement valides. C'est dans l'article intitulé « Sur les principes de la théorie cinétique des gaz » [Borel 1906] qu'il propose pour la première fois une réflexion systématique sur ce thème, qu'il reprendra plusieurs fois par la suite. Cet article est le premier que Borel consacre à la mécanique statistique, à un moment où ses fondements font l'objet de recherches intenses. La perspective de mathématicien qu'il apporte en fait un article d'une grande originalité par rapport aux développements proposés à la même époque par les physiciens comme Boltzmann, Gibbs, Einstein ou, plus tard, Paul et Tatjana Ehrenfest. En effet, alors que les physiciens se concentrent sur la cohérence des fondements physiques de la théorie, Borel explore la cohérence de l'application de la mécanique sous sa forme la plus mathématisée aux mouvements des atomes.<sup>3</sup> Dans cet article, Borel commence par couper court à toute discussion purement mathématique des déductions physiquement oiseuses, à partir du cadre de problème suivant :

On considère, dans l'espace ordinaire, un domaine limité d'un seul tenant  $D$ . Dans ce domaine se déplace un point matériel  $P$ , qui n'est soumis à aucune force extérieure et se réfléchit sur les parois suivant la loi classique. La vitesse du point  $P$  est donc constante ; si on la représente par un vecteur

<sup>3</sup> Borel, dans l'introduction de l'article, présente ainsi son but : « le plus pressé [dans l'élaboration de la théorie cinétique des gaz] était d'arriver à des résultats susceptibles de vérification expérimentale. [...] Mais cette vérification en quelque sorte *a posteriori* ne satisfait pas tous les esprits et il ne me paraît pas inutile de reprendre les principes de cette théorie cinétique pour chercher à lui donner une base rigoureuse au point de vue mathématique » [Borel 1906, p. 9], une entreprise que Joseph Bertrand jugeait sans espoir de réussite. Le point de départ adopté par Borel est de « préciser la notion même de probabilité ». C'est dans ce but qu'il énonce une série d'une quinzaine de problèmes visant à définir rigoureusement la notion de probabilité dans des cas qui se rapprochent de plus en plus de ceux qui sont pertinents en théorie cinétique des gaz.

d'origine  $O$ , l'extrémité  $V$  de ce vecteur sera sur une certaine sphère  $S$  de centre  $O$ . À un instant  $t$ , le point  $P$  occupe une certaine position dans  $D$  et le point  $V$  une certaine position sur  $S$ .

Le sixième problème que Borel pose dans ce cadre est :

« Problème F. — *Étant donnée la forme exacte du domaine  $D$ , la position et la vitesse exactes du point  $P$  dans le domaine  $D$ , quelle est la probabilité pour que le point  $V$  appartienne à un certain élément  $d\omega$  de  $S$ , à une époque  $t$ , à choisir arbitrairement dans un certain intervalle* » [Borel 1906, p. 25].

Et la réponse qu'il lui donne est la suivante :

« Ce problème F me paraît dénué d'intérêt, parce qu'il ne correspond à rien de réel. Je ne m'arrêterai pas à une première difficulté, qui cependant ne me paraît pas négligeable : les données que l'on suppose exactement connues dans l'énoncé F peuvent-elles être, je ne dis pas calculées, mais même définies avec une précision absolue ? J'accorde pour l'instant que l'on peut concevoir ces données comme connues à une époque  $t$ . Mais, sans parler des forces extérieures qu'il n'est pas possible de supprimer complètement, la rigidité absolue de la paroi est une hypothèse absolument irréalisable. Supprimerait-on toutes les actions des corps rapprochés, ou arriverait-on à en tenir compte, un phénomène tel que les variations de l'attraction des étoiles, sur lequel on n'a aucun renseignement, exerce une influence, extrêmement faible il est vrai, mais qui suffit pour que tout raisonnement basé sur le fait que deux nombres sont commensurables, par exemple, soit complètement inadmissible » [Borel 1906, p. 25].

On peut lire dans ce passage une critique dévastatrice de la physique mathématique — par opposition à la physique théorique — lorsqu'elle n'est pas guidée par la capacité du physicien à deviner et à justifier les approximations et idéalizations que nécessite l'examen du problème physique qui l'occupe.<sup>4</sup> La physique mathématique, lorsqu'elle se détache de la physique, est « oiseuse », selon le mot de Duhem. Le souci, manifesté par Borel en toutes circonstances, de prendre en considération des situations épistémiques concrètes trouve ici une expression particulièrement claire.

<sup>4</sup> L'un des rapporteurs d'une version précédente de cet article indique que cet aspect de la pratique du physicien, souligné par Duhem et Borel, est également thématiqué par N. Cartwright ([1980 ; 1989]). Cartwright en tire des conclusions sur l'activité de modélisation et sur la nature des modèles utilisés dans les sciences empiriques. Il me semble que même si Cartwright partage l'insistance de Duhem et de Borel sur les particularités des pratiques d'idéalisation et d'approximation en physique, les conclusions qu'elle tire se situent dans un cadre conceptuel qui était étranger à Duhem et Borel, qui sont loin de mettre comme elle les *modèles*, au sens que nous donnons aujourd'hui à cette notion, au centre de leur réflexion sur la science.

Dans « La mécanique statistique et l'irréversibilité », Borel [1913] tire une conclusion inattendue de l'examen d'un cas proche de celui décrit dans le « problème F ». Il considère le mouvement d'un point matériel libre dans un plan qui contient des obstacles fixes, et montre que le théorème de Liouville a pour conséquence que le volume initial se feuillette très rapidement : la conclusion mathématique de l'examen de ce problème est qu'au bout de 1000 réflexions (c'est-à-dire  $10^{-6}$  seconde), sont apparus  $10^{1000}$  feuillets, d'épaisseur  $10^{-1000}$ . Mais Borel n'en reste pas à cette conclusion mathématique :

« Reprenons maintenant le même problème, mouvement d'un point matériel dans un plan, mais en supposant que les conditions abstraites irréalisables sont remplacées par des conditions plus concrètes. Le point matériel considéré est, par exemple, le centre de gravité d'une molécule ; mais l'absence absolue de force extérieure, la conservation absolue de la force vive, la fixité absolue des obstacles, la détermination absolue de leur forme géométrique ne seront plus supposées, mais remplacées par des hypothèses relatives. Ces hypothèses devront laisser place à un certain flottement dans les limites du domaine [initial] et des domaines qui s'en déduisent ; on constatera facilement qu'un déplacement de 1 cm imprimé à une masse de 1 g, située dans une étoile, se traduit par une variation du champ de gravitation qui dépasse de beaucoup la fraction  $10^{-100}$  des champs usuels. Il nous est donc impossible, à moins d'introduire l'univers entier dans nos équations..., de ne pas admettre un flottement de l'ordre de  $10^{100}$  par rapport aux unités usuelles. Mais alors la structure infiniment feuilletée acquise par [le] domaine au bout d'un millionième de seconde est beaucoup trop fine pour être conservée... C'est ici que disparaît la conservation de la densité en phase » [Borel 1913, p. 193].

Le passage d'un examen purement mathématique à un traitement physique du problème étudié conduit ainsi à une conclusion surprenante : le théorème de Liouville, ce résultat de la mécanique hamiltonienne qui joue un rôle central en mécanique statistique, a, selon Borel, une valeur et une utilité physiques bien moindres que celles qu'on lui assigne habituellement. On voit que Borel n'hésite pas à tirer explicitement les conclusions scientifiques radicales qu'imposent ses thèses épistémologiques, en représentant rigoureux et cohérent de la « philosophie scientifique » avant la lettre.

#### 4. CONSÉQUENCES POUR LA PHYSIQUE : UNE PHYSIQUE DE L'APPROXIMATION RADICALE

Comme le laisse deviner la dernière citation, certaines conséquences de la thèse borélienne selon laquelle la notion de connaissance approchée

est première par rapport à celle de connaissance exacte ont d'importantes répercussions sur la façon dont l'on doit concevoir la nature et la pratique de la physique. Je propose de nommer « physique de l'approximation radicale » cette conception. Elle me semble constituer une implication importante, tant d'un point de vue historique que vis-à-vis des discussions actuelles, de l'épistémologie borélienne. En effet, l'étude de la conception défendue par Borel permet, entre autres, d'éclairer les discussions d'alors sur la distinction entre physique théorique et physique mathématique. Cette distinction a joué un rôle important dans de nombreux débats des années 1920 et 1930 sur le rôle de la science dans la société et la place à assigner à l'enseignement scientifique. En outre, les thèses défendues par Borel permettent d'élargir les recherches épistémologiques actuelles sur la nature et les limites des calculs et simulations numériques en physique.

La « physique de l'approximation radicale » est celle qui, selon Borel, ne tombe pas dans le piège de la fascination pour les chiffres. C'est donc la seule physique qui soit véritablement douée de sens, c'est-à-dire qui possède une valeur épistémique et pratique. Au § 67 du *Hasard*, Borel reprend le vocabulaire duhémien du faisceau de modèles pour la caractériser *a contrario* de la façon suivante :

« La représentation d'une masse gazeuse par un modèle unique, formé de molécules dont les positions et les vitesses sont rigoureusement déterminées, est ... une *pure fiction abstraite* ; on ne peut se rapprocher de la réalité qu'en imaginant un faisceau de modèles, c'est-à-dire en attribuant aux données initiales une certaine indétermination » [Borel 1923, § 67, p. 180].

On voit ici la grande proximité entre les intérêts épistémologiques de Borel et ceux de Duhem ; Borel, cependant, ne se contente pas de constater le fossé qui existe entre « fait pratique » et « fait théorique ». Dans « La mécanique statistique et l'irréversibilité » [Borel 1913], il donne une description positive et imagée de la « physique de l'approximation radicale ». C'est la physique à laquelle on est conduit quand on refuse de prendre au sérieux tout modèle qui ne conduit pas à des conclusions approximativement vraies :

« Si l'on suppose que l'état d'un système dépende de trois paramètres représentés par un point dans l'espace à trois dimensions, on ne doit jamais se figurer l'ensemble des systèmes pour lesquels ces paramètres satisfont à certaines conditions comme représentés par un certain volume aux contours nettement délimités (extension en phase de Gibbs, dans le cas de l'espace à  $2n$  dimensions) ; il y a nécessairement une zone de transition entre la portion de l'espace qui appartient sûrement au volume et la portion qui ne lui appartient sûrement pas. Cette zone, que l'on peut se figurer en imaginant une sorte de flottement, un tremblement extrêmement léger de la

surface qui limite le volume, pourra être dans certains cas négligeable ; mais c'est seulement après une discussion approfondie que l'on aura le droit, dans chaque question particulière, de la regarder comme rigoureusement nulle d'un point de vue pratique. Ce que nous venons de dire pour l'état du système s'applique évidemment aussi aux équations différentielles qui régissent son mouvement, c'est-à-dire aux actions intérieures et extérieures ; là aussi il y a toujours un certain flottement inévitable » [Borel 1913, p. 190].

Ainsi, Borel rend-il ici plus précise l'image de Duhem selon laquelle une description physique fidèle est nécessairement à gros trait et telle que l'on ne puisse réduire l'épaisseur du trait, sauf dans un but pratique.

## 5. CONSÉQUENCES POUR LA PHILOSOPHIE DES SCIENCES : LES THÈSES DE REICHENBACH

Adopter une conception absolutiste de l'approximation a des conséquences non seulement en physique, mais encore en philosophie des sciences et pour l'ensemble de la théorie de la connaissance, comme nous le verrons dans la section suivante. Dans l'article de Hans Reichenbach intitulé « Le concept de vérité en physique » [Reichenbach 1931], on trouve un exposé des conséquences pour la philosophie des sciences de la notion éminemment empirique d'approximation qui est développée par Borel, sans qu'il soit possible de savoir si Reichenbach avait lu les articles de Borel. Il me semble utile de reproduire ici les passages pertinents de l'article de Reichenbach afin de montrer à quel point ses conceptions sont en accord avec celles de Borel, et d'en tirer quelques conclusions relatives à l'usage de la notion d'approximation dans la philosophie des sciences actuelle. Un tel rapprochement a également pour but de rendre sensible la proximité entre les préoccupations et les conclusions de deux personnages qui, pour différents l'un de l'autre qu'ils aient été, partagent cependant une conception de l'activité et de la connaissance scientifiques qui mérite aujourd'hui encore d'être discutée.

La première conséquence que Reichenbach tire du constat du caractère absolument approché de toute représentation physico-mathématique est une critique radicale de la notion de causalité. Reichenbach commence par rappeler les moyens par lesquels on cherche communément à se débarrasser de l'à peu près et de sa quantification probabiliste :<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> La traduction de l'article de Reichenbach par Alexis Bienvenu que nous citons n'ayant pas encore paru, les pages indiquées sont celles de l'édition allemande.

« Il s'avère que l'apparition d'énoncés de probabilité est toujours une gêne pour le physicien, et qu'il a inventé un expédient afin d'échapper aux énoncés universels de probabilité. Cet expédient consiste à transformer, au moyen de certains artifices, la probabilité d'un énoncé donné en un degré de probabilité d'un autre énoncé, que l'on pose comme étant proche de 1 ; et le physicien peut alors traiter l'énoncé spécifique de probabilité ainsi engendré, dont le degré de probabilité est élevé, comme un énoncé de certitude. Or deux méthodes se présentent pour effectuer cette transformation ; on fait tendre le degré de probabilité vers 1 :

(1) soit par l'analyse précise d'un processus singulier, c'est-à-dire par l'augmentation des facteurs déterminants et par l'affinement de la forme de la fonction (méthode causale) ;

(2) soit par le passage aux grands nombres (méthode statistique) »  
[Reichenbach 1931, p. 167-168].

Cela lui permet d'affirmer que :

« [L']idée d'événement strictement causal n'a en effet de sens qu'en tant qu'énoncé sur un processus-limite ; mais si ce processus-limite n'est désormais plus recevable, l'énoncé causal strict a alors perdu tout sens possible »  
[Reichenbach 1931, p. 169].

Mais renoncer ainsi à faire appel à des causes ne signifie pas abandonner tout espoir de construire des théories physiques :

« Beaucoup ont voulu voir dans cette limitation de la méthode causale une crise de la connaissance physique ; mais il devrait devenir suffisamment clair, d'après les réflexions qui viennent d'être présentées, qu'il n'y a là de crise que pour qui n'a pas été en mesure d'examiner la physique classique en profondeur du point de vue de la théorie de la connaissance. Il s'agit bien plutôt d'une généralisation parfaitement continue du processus mis en œuvre jusqu'ici dans la connaissance. On ne renonce nullement à l'idée de loi physique en général ; ce qui est accompli est seulement le passage à une idée de loi d'un type plus général » [*ibid.*].

De façon plus générale encore, Reichenbach tire les conséquences ultimes du caractère irréductible de l'à peu près dans lequel nous sommes plongés pour ce qui concerne la notion de vérité :

« Cette connaissance ne signifie rien moins que le passage du concept de vérité qui est celui d'une physique du modèle, au concept de probabilité qui est celui d'une physique solidaire d'une critique de la connaissance. Pour cette physique, les énoncés portant sur des limites ne possèdent que le sens de processus de convergence, et précisément pour cette raison ne peuvent être formulés qu'à l'aide du concept de probabilité. Il n'y a en effet aucune vérité pour les énoncés de la physique ; on ne peut jamais atteindre autre chose qu'une *probabilité* » [Reichenbach 1931, p. 170-171].

La dernière phrase est typiquement borélienne. Reichenbach développe sa thèse selon laquelle le concept de vérité est second par rapport à ceux d'approximation et de probabilité de la façon suivante :

« Aussi longtemps que le concept de vérité n'est pas saisi à partir du concept d'approximation, il reste nécessairement vide. Car seul le processus d'approximation est à notre portée, jamais l'idéal même ; on ne peut donc saisir le concept de vérité que si le processus d'approximation possède en lui-même un sens autonome, s'il définit le concept de vérité. L'idéal a seulement la valeur d'une limite ; et de même que la limite n'est rien qui existe en soi mais reçoit uniquement le sens que le processus d'approximation porte en lui, de même le concept de vérité propre à la connaissance de la nature ne peut acquérir lui aussi son sens que de la formulation du processus d'approximation effectivement à l'œuvre dans la connaissance de la nature.

Mais cela ne signifie rien d'autre que ceci : dans la théorie de la connaissance, nous devons assigner au concept de probabilité une position première par rapport au concept de vérité. Car dans la connaissance scientifique, le processus d'approximation emploie le concept de probabilité ; le physicien caractérise toujours ses propositions comme étant plus ou moins probables, et des expériences supplémentaires rendent une proposition prédictive plus probable, mais jamais vraie. La vérité ne devra donc être définie que comme un cas limite de la probabilité » [Reichenbach 1931, p.161-162].

Tirons les conséquences de cette discussion pour la philosophie des sciences contemporaine. Aujourd'hui, on fait largement appel à la notion d'approximation dans le cadre d'arguments pour ou contre certaines formes de réalisme scientifique. Ainsi Boyd [1973 ; 1980 ; 1985], Putnam [1975] et Smart [1968], entre autres, affirment-ils que si l'on ne pense pas que les théories scientifiques se rapprochent de plus en plus de la vérité, on ne peut pas rendre compte de leur pouvoir explicatif grandissant ; or cette augmentation de pouvoir explicatif est un fait, ce qui doit nous conduire au réalisme scientifique. Kuhn [1970], Laudan [1977 ; 1981], de leur côté, critiquent cet argument en disant que la notion de vérité approchée que nous possédons n'est pas suffisamment claire pour qu'il soit convaincant. Dans le cadre borélo-reichenbachien, l'argument en faveur du réalisme scientifique est d'emblée défait, et ce pour les raisons-mêmes qui conduisent Boyd, par exemple, à le défendre, à savoir des raisons fondées sur l'examen des pratiques des scientifiques. Si l'on accepte que le sens du mot « approximation » est donné par ces pratiques, alors l'argument réaliste tombe. Si en effet, comme l'affirment Borel et Reichenbach, la notion d'approximation qu'utilisent les physiciens est une notion non comparative, qui prend sens non par rapport à une représentation exacte qu'elle viserait, mais dans les procédures utilisées concrètement pour la

définir dans chaque cas, alors la thèse selon laquelle les théories scientifiques successives se rapprochent toujours plus de la vérité est dénuée de sens.

## 6. CONSÉQUENCES POUR LA PHILOSOPHIE DE LA CONNAISSANCE : LE PROBABILISME BORÉLIEN

Le probabilisme de Borel en philosophie de la connaissance peut être considéré comme le développement de la prise en compte systématique du caractère approché de toutes les représentations scientifiques. Il constitue une étape importante de la tradition « souterraine » de théorie de la connaissance que van Fraassen, dans *Lois et symétrie* [van Fraassen 1994, p. 255] fait commencer avec les écrits de Pascal. Borel développe en effet une théorie de la connaissance résolument empiriste et non fondationnaliste, dans laquelle la connaissance humaine n'est pas définie relativement à une norme idéale de certitude absolue. La seule norme acceptée par Borel est celle de l'utilité pratique des représentations construites dans le cadre de l'activité scientifique.

La vision borélienne de la connaissance, ainsi teintée de pragmatisme, s'éloigne partiellement de celle de Reichenbach. La valeur de la connaissance est en effet mesurée chez Borel à l'aune des capacités cognitives humaines, ce qui lui donne des armes contre « l'hypostase des modèles » également critiquée par Reichenbach (dans la foulée de Hertz), mais fait de lui un défenseur de l'idée selon laquelle le sens physique (objectif) d'un modèle est avant tout déterminé par le « sens physique » (subjectif) du physicien, plutôt que par ce dont il est le modèle.

Confrontons pour conclure le probabilisme de Borel aux conceptions de son illustre prédécesseur et inspirateur dans ce domaine comme dans tant d'autres, Henri Poincaré. Ce dernier insiste, dans « La science et la réalité » [Poincaré 1905, p. 251], sur le fait qu'« aucune loi particulière ne sera jamais qu'approchée et probable ». En effet, toute loi est nécessairement approximative, car elle est toujours déduite de vérifications expérimentales qui ne peuvent être qu'approchées. En outre, toute loi est incomplète, et donc seulement probable, puisqu'on ne connaît jamais toutes les « conditions antérieures » qui la rendent vraie. Ainsi Poincaré, comme Borel et Duhem, prend acte du caractère irrémédiablement approché de toute représentation physico-mathématique, et ce à plusieurs reprises dans ses articles philosophiques (voir par exemple « Les hypothèses en physique », dans *La science et l'hypothèse* [Poincaré 1902, p. 157–172], ou encore « L'analyse et la physique » [Poincaré 1905,

p. 136–165]. Cependant, il en tire des conclusions fort différentes, qui en font un représentant de la philosophie « orthodoxe » ou « cartésienne » de la connaissance, selon les termes de van Fraassen : pour Poincaré, les notions d'exactitude et de certitude sont fondamentales et premières en matière de connaissance. Voici en effet la suite du passage sur le caractère nécessairement approché et seulement probable de toute loi :

« Les savants n'ont jamais méconnu cette réalité ; cependant ils croient, à tort ou à raison, que toute loi pourra être remplacée par une autre plus approchée et plus probable, que cette nouvelle loi ne sera elle-même que provisoire, mais que le même mouvement pourra continuer indéfiniment, de sorte que la science, en progressant, possédera des lois de plus en plus probables, que l'approximation finira par différer aussi peu que l'on veut de l'exactitude et la probabilité de la certitude » [Poincaré 1905, chap. 11, § 5, p. 251].

Poincaré, contrairement à Borel, semble donc faire le pari que le probabilisme n'est raisonnable que lorsqu'il est provisoire.

### *Remerciements*

Je tiens à remercier chaleureusement Olivier Darrigol et Nadine de Courtenay pour l'impulsion qu'ils ont donnée à cet article ainsi que pour leurs précieuses remarques. Je remercie également Martha Cecilia Bustamante pour sa lecture attentive et ses encouragements. La fin de cet article doit tout ou presque à Alexis Bienvenu, qui m'a obligeamment communiqué la référence à l'article de Reichenbach, ainsi que la traduction qu'il en a faite. Enfin, je suis très reconnaissante aux rapporteurs d'une version précédente de cet article de m'avoir aidée à mettre en perspective les différents éléments mentionnés et de m'avoir fourni des références fort utiles.

## BIBLIOGRAPHIE

BALZER (Wolfgang), SNEED (Joseph) & MOULINES (Ulises C.)

- [1987] *An Architectonic for Science : the Structuralist Program*, Dordrecht : Reidel, 1987.

BOREL (Émile)

- [1906] Sur les principes de la théorie cinétique des gaz, *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 23 (1906), p. 9–32.
- [1913] La mécanique statistique et l'irréversibilité, *Journal de physique*, 1913.
- [1923] *Le hasard*, Paris : Alcan, 1923, 1<sup>e</sup> éd. 1914.

BOREL (Émile) & DELTHEIL (Robert)

- [1923] *Probabilités et erreurs*, Paris : Armand Colin, 1923.

BOYD (Robert)

- [1973] Realism, underdetermination, and a causal theory of evidence, *Nous*, 7 (1973), p. 1–12.
- [1980] Scientific realism and naturalistic epistemology, dans Asquith (P. D.) & Giere (R. N.), éd., *Philosophy of Science*, vol. 2, 1980, p. 613–662.
- [1985] Lex orandi est lex credendi, dans Churchland (Paul M.) & Hooker (Clifford A.), éd., *Images of science*, Chicago : University of Chicago Press, 1985, p. 3–34.

CARTWRIGHT (Nancy)

- [1980] *How the Laws of Physics Lie*, Oxford : Clarendon Press, 1980.
- [1989] *Nature's Capacities and Their Measurement*, Oxford : Oxford University Press, 1989.

DUHEM (Pierre)

- [1906] *La théorie physique, son objet, sa structure*, Paris : Vrin, 1906.

GUILBAUD (Georges Théodule)

- [1985] *Leçons d'à-peu-près*, Paris : Christian Bourgois, 1985.

HUMPHREYS (Paul)

- [2004] *Extending Ourselves. Computational Science, Empiricism, and Scientific Method*, Oxford : Oxford University Press, 2004.

KÖRNER (S.)

- [1980] Science, belief, and behavior : Essays in honour of R. B. Braithwaite, Mellor (D. H.), éd., Cambridge : Cambridge University Press, 1980, chap. Science and the organization of belief.

KUHN (Thomas S.)

- [1970] *The Structure of Scientific Revolutions*, 2<sup>e</sup> éd., Chicago : University of Chicago Press, 1970.

KUIPERS (Tobias)

- [1996] Truth approximation by the hypothetico-deductive method, dans Moulines (Ulises C.), éd., *Structuralist Theory of Science : Focal Issues, New Results*, New York : De Gruyter, 1996.
- [2000] *From Instrumentalism to Constructive Realism : On Some Relations Between Confirmation, Empirical Progress, and Truth Approximation*, Dordrecht, Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000.

KUIPERS (Tobias), éd.

- [1987] What is Closer-to-the-Truth? A Parade of Approaches to Truthlikeness, *Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities*, 10 (1987).

LAUDAN (Larry)

- [1977] *Progress and its Problems : Towards a Theory of Scientific Growth*, Berkeley, Los Angeles : University of California, 1977.
- [1981] A confutation of convergent realism, *Philosophy of Science*, 48 (1981), p. 19–49.

LAYMON (R.)

- [1980] Idealization, explanation, and confirmation, *PSA*, 1 (1980), p. 336–350.
- [1990] Computer simulation, idealizations and approximations, *PSA*, 2 (1990), p. 519–534.

LIU (C.)

- [1999] Approximation, idealization, and the laws of nature, *Synthese*, 118 (1999), p. 229–256.
- [2004] Laws and models in a theory of idealization, *Synthese*, 138 (2004), p. 363–385.

NIINILUOTO (Ilkka)

- [1984] *Is Science Progressive ?*, Dordrecht : Reidel, 1984.
- [1987] *Truthlikeness*, Dordrecht : Reidel, 1987.
- [1998] Verisimilitude : the third period, *British J. Philos. Sci.*, 49(1) (1998), p. 1–29.

POINCARÉ (Henri)

- [1902] *La science et l'hypothèse*, Paris : Flammarion, 1902.
- [1905] *La valeur de la science*, Paris : Flammarion, 1905.

PUTNAM (Hillary)

- [1975] How not to talk about meaning, dans *Philosophical papers*, 2, Cambridge : Cambridge University Press, 1975, p. 117–131.

RAMSEY (J. L.)

- [1990] Beyond numerical and causal accuracy : expanding the set of justificational criteria, *PSA*, 1 (1990), p. 485–499.  
[1992] Towards an expanded epistemology for approximations, *PSA*, 1 (1992), p. 154–164.

REDHEAD (Michael)

- [1980] Models in physics, *British J. Philos. Sci.*, 31(2) (1980), p. 145–163.

REICHENBACH (Hans)

- [1931] Der physikalische Wahrheitsbegriff, *Erkenntnis*, 2(3) (1931), p. 145–163 ; traduit par A. Bienvenu, « Le concept de vérité en physique », à paraître.

SMART (John C.)

- [1968] *Between Science and Philosophy*, New York : Random House, 1968.

VAN FRAASSEN (Bas C.)

- [1994] *Lois et symétrie*, trad. par C. Chevalley, coll. Mathesis, Paris : Librairie Philosophique J. Vrin, 1994.

WESTON (Thomas)

- [1992] Approximate truth and scientific realism, *Philos. Sci.*, 59(1) (1992), p. 53–74.