

MÉCANIQUE ET GÉOMÉTRIE DANS LES ÉCRITS DE MÉCANIQUE DE JOHN WALLIS. LE CALCUL DU CENTRE DE GRAVITÉ

Luigi MAIERÙ (*)

RÉSUMÉ. — John Wallis publie entre 1669 et 1671 les trois parties de son traité de *Mécanique*, qu'il caractérise lui-même comme un traité de géométrie. La mécanique est située à l'intérieur de la géométrie, dont elle partage les méthodes, puisque les propriétés du mouvement sont démontrées *more geometrico*. Wallis veut fonder la mécanique sur de nouvelles bases. Pour cela, il y applique une méthode qu'il a élaborée dans l'*Arithmetica infinitorum*, en partant de la méthode des indivisibles de Cavalieri, et qu'il a déjà expérimentée en géométrie. La même démarche peut être mise en évidence dans la seconde partie du traité de *Mécanique*, où Wallis obtient d'abord les propriétés du centre de gravité dans le cadre de la méthode des indivisibles avant de calculer la position du centre lui-même.

ABSTRACT. — MECHANICS AND GEOMETRY IN JOHN WALLIS MECHANICAL WRITINGS. CALCULATING THE CENTER OF GRAVITY. — Between 1669 and 1671 John Wallis publishes the three parts of a treatise on mechanics, that he characterizes as a *geometrical treatise*. Mechanics is to be considered inside geometry, to share its methods, since the properties of motion are demonstrated *more geometrico*. With this treatise, Wallis wants to put mechanics on new foundations. In order to obtain what he is aiming at, Wallis applies a method elaborated in his *Arithmetica Infinitorum*, where he started with the method of indivisibles by Cavalieri, and already tried out in geometry. He applies the same approach in the second part of his *Mechanics*, where the properties of the centre of gravity are first obtained in the context of the method of indivisibles and, next the position of the centre itself is calculated.

(*) Texte reçu le 3 septembre 2002, révisé le 8 octobre 2003.

L. MAIERÙ, Università della Calabria, Dipartimento di Matematica, 87036 Arcavacata di Rende, Cosenza (Italie). Tél. 0039-0984-496440.

Courrier électronique : maieru@unical.it

Mots clés : Géométrie, mécanique, centre de gravité, moments, séries, Wallis.

Classification AMS : 01A51, 51-03, 70-03.

1. INTRODUCTION

La relation entre mécanique et géométrie traverse aussi bien l'histoire des mathématiques que l'histoire de la physique et, à certaines périodes, l'histoire de la philosophie. En concentrant notre attention sur la période qui va de la redécouverte des textes classiques et de leur traduction (celle de l'Humanisme) au développement de méthodes nouvelles (le XVII^e siècle), nous arrivons à mettre en évidence différentes lignes de développement constitutives d'une telle relation. Je fais ici allusion à certaines études où, à titre d'exemples, des éléments nouveaux apparaissent à travers de nouvelles lectures de problèmes anciens. Dans la période qui va de la moitié du XVI^e au début du XVIII^e siècle, on peut noter les étapes suivantes :

1) Suprématie de la traduction des classiques, en particulier des problèmes mécaniques que la tradition attribue à Aristote¹ et des traités mécaniques d'Archimède².

2) Délimitation des sujets que la tradition médiévale réservait déjà à la mécanique³, comme la détermination du centre de gravité, la balance et les autres machines simples ou composées⁴.

3) Reprise par Galilée et son école de questions fondamentales de la mécanique telles que le mouvement en général et le mouvement des corps en particulier. Aujourd'hui, si l'on veut saisir la nouveauté que constitue l'école galiléenne⁵, il est indispensable de la confronter aux classiques.

¹ Voir [Piccolomini 1547]. Quelques années auparavant, Nicola Leonino Tomeo [1525] avait déjà proposé une édition des questions de mécanique attribuées à Aristote. Pour une vision globale des problèmes mécaniques d'Aristote, voir [Bottecchia Dehò 2000].

² Les traductions des œuvres d'Archimède sont nombreuses. Pour une vision générale, voir [Clagett 1984] et [Rose 1975]. Comme exemples de traductions, voir [Commandino 1965a].

³ Voir en particulier [Commandino 1965b], [Del Monte 1577 et 1615], [Benedetti 1585]. À propos de Benedetti et la mécanique, voir [Helbing 1987] ; voir aussi [Fabri 1646].

⁴ À cet égard, voir [Micheli 1995]. Pour l'étude du mouvement et celui des poids (*De ponderibus*), au Moyen Âge, voir [Clagett 1968] et [Sylla 1991].

⁵ La littérature est très riche sur ce sujet. Je fais ici seulement référence à [Giusti 1981 et 1986], [Barbaro 1980], [Souffrin 1986], [Gapaillard 1992], [Di Girolamo 1999] et [Giacomelli 1949]. Pour l'école galiléenne, voir [Torricelli 1975]. Pour se rendre compte de la rupture que constitue Galilée, voir [Galluzzi 1979], [Giusti 1992], [Bellone 1983] et [Romeni 1989].

4) Relecture des anciens contenus de la mécanique⁶ dans un contexte nouveau, constitué par les connaissances nouvellement acquises en mathématique et en physique. Dans ce contexte, plus que dans d'autres, la relation entre mécanique et géométrie se développe et s'affermir.

La *Mechanica* de John Wallis (1616–1703), professeur Savilien de géométrie à l'Université d'Oxford, de 1649 jusqu'à sa mort, s'insère dans cette dernière étape. Ce traité [Wallis 1695, p. 570–1063] a été rédigé en trois parties distinctes intitulées respectivement :

Mechanica, sive de motu, tractatus geometricus : pars prima (1669) ;

Mechanicorum, sive tractatus de motu : pars secunda (1670) ;

Mechanicorum, sive tractatus de motu : pars tertia (1671).

Celles-ci présentent respectivement la cinématique, le mouvement des corps et la balance (première partie), les propriétés et le calcul du centre de gravité (deuxième partie), les machines simples, les mouvements composés, l'hydrostatique et d'autres questions de mécanique (troisième partie).

Dans la dédicace à William Brouncker, Baron de Newcastle, Chancelier de la Reine et Président de la *Royal Society*, l'auteur met lui-même l'accent sur la première partie, dans laquelle il présente les fondements de la mécanique, et sur la deuxième, dans laquelle il traite du centre de gravité et de son calcul. Ce dernier est dit très compliqué, dans le cas de quelques figures curvilignes et de solides qui peuvent s'obtenir à partir de surfaces courbes [Wallis 1695, p. 573] ; Wallis ne fait pas allusion à la troisième partie qui, même si l'on considère que des sujets très divers y sont présentés, peut trouver facilement sa place au sein de la tradition. En lisant aujourd'hui tout le traité et en considérant la relation entre les trois parties, on a l'impression que Wallis veut donner une vision globale de tout ce qui, à l'époque, a affaire à la mécanique ; dans un certain sens, il veut la reconstituer, en n'omettant rien de ce que la tradition a transmis et en développant, en même temps, la partie qui a reçu, au cours du XVII^e siècle, des supports théoriques et pratiques pour la détermination du centre de

⁶ Outre les traités de mécanique et plus spécifiquement de statique, on ne doit pas perdre de vue les présentations à forte connotation qualitative, ignorant totalement les aspects quantitatifs, des diverses thématiques appartenant à la philosophie naturelle ou physique. Traditionnellement, les présentations de type scolastique en font partie. Différents auteurs étudient cette démarche au XVI^e siècle. Voir [Dupleix 1690] à titre d'exemple ; la première édition date de 1603.

gravité des figures géométriques ⁷. Parmi ces supports nouveaux, Wallis présente surtout l'élaboration de la méthode des indivisibles de Cavalieri et la découverte de nouvelles courbes (en particulier de la cycloïde), qui permettent d'obtenir de nouveaux solides de rotation. Le traité de Wallis peut donc être situé dans la problématique des rapports entre *veteres* et *recentiores*, anciens et modernes, distinction qui revient fréquemment sous la plume de Wallis. Elle souligne la différence surtout méthodologique entre les uns et les autres. Wallis l'utilise comme la plupart des modernes, pour mettre en évidence l'apport des *recentiores*⁸ et la supériorité de leurs méthodes sur celles des anciens. Quand on lit la *Mechanica*, on ne peut pas faire abstraction des choix culturels et idéologiques de l'auteur, qui renverse la suprématie de la géométrie au profit de l'arithmétique et de l'algèbre.

2. LES FONDEMENTS DE LA MÉCANIQUE

Wallis précise en introduction le sens qu'il donne au terme de mécanique : il ne l'entend pas comme le recours à un instrument matériel, ni dans le sens que lui donne Archimède dans *La mesure du cercle*, où il cherche avec une méthode géométrique et des démonstrations adéquates les propriétés du cercle. Pour lui, la mécanique est cette partie de la géométrie qui s'occupe du mouvement et dont les propriétés sont démontrées de façon géométrique [Wallis 1695, p. 575]. Il précise que le mouvement doit être considéré comme local. Et pour ne pas créer de confusion avec les autres cas, il rappelle que le terme grec correspondant *forà* et le latin *latio* signifient transport [Wallis 1695, p. 575]. Il définit tous les termes liés au mouvement, tels que la force, le temps, la résistance, la longueur,

⁷ À cet égard, nous rappelons en particulier les méthodes développées par Blaise Pascal dans ses mémoires « Méthode générale pour les centres de gravité de toutes sortes de lignes, de surfaces et de solides » et « La roulette et traités connexes » [Pascal 1954, p. 230–246, 258–267].

⁸ Sur ce point, il est opportun de faire référence aux autres écrits de Wallis, en particulier à l'*Arithmetica infinitorum* (1656) [Wallis 1695, p. 354–478], dans laquelle l'auteur traduit la méthode des indivisibles de Cavalieri, connue à travers les œuvres de Torricelli, dans les termes de l'arithmétique (qui serviront aussi à construire sa méthode en mécanique). Wallis adapte l'usage qu'il fait des indivisibles aux buts qu'il vise. Voir aussi le traité sur la cycloïde et la cissoïde (1659) [Wallis 1695, p. 489–569]. Voir [Maierù 1994, p. 91–172] et [Maierù 1995 et 2000].

le moment, l'obstacle, la vitesse, la gravité, le poids, [...] [Wallis 1695, p. 575–579]. Il est donc évident que son point de référence n'est pas la mécanique des anciens (celle d'Aristote et de ses commentateurs latins, relus et commentés à l'Université de Padoue au cours du XVI^e siècle), mais bien celle qui commence avec les réflexions et les élaborations de Galilée et de son école. La mécanique est la science du mouvement, considérée dans ses expressions les plus diverses et, pour aller plus loin, la science de toutes les grandeurs qui sont liées au mouvement et à ses variations (vitesse, accélération, force, moment, [...]). Wallis présente d'abord les outils mathématiques indispensables à un développement géométriquement significatif du mouvement : le recours à la théorie des proportions, comme instrument d'un discours organique à l'intérieur de la géométrie, lui permet aussi bien d'exprimer sa méthode (qui consiste à traduire les proportions sous forme d'expressions arithmétiques) que de voir dans les mêmes proportions un instrument approprié pour exprimer les relations entre les grandeurs ou les quantités qui interviennent dans le mouvement⁹.

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de faire quelques réflexions sur le sens du mot géométrie selon Wallis. En effet, ce terme pouvait alors prendre des nuances différentes. Par exemple, dans le commentaire de Giovanni Alfonso Borelli sur les *Éléments* d'Euclide¹⁰, la géométrie est l'instrument logique indispensable pour lire la nature et le monde

⁹ Wallis affirme que les démonstrations exprimées en langage arithmétique sont plus universelles, puisqu'elles sont valides pour toutes sortes de quantité. De plus, il estime plus puissantes les démonstrations qui s'expriment directement en termes d'une algèbre dite *speciosa*. Les propriétés des figures géométriques ne sont qu'un cas particulier, auquel les propositions universelles s'appliquent. Voici ce qu'en dit Wallis lui-même : « *Quod demonstrationes, si tanquam Arithmeticae habeantur, Universaliores sunt, & de quocunque Quantitatum genere pariter concludunt : Si vero ad Lineas vel Parallelogramma speciatim respiciant ; de his solum directe concludunt [...]* Ego interim, utut Demonstrationes hujusmodi, prout Arithmeticae speciosae praxin directe respiciunt, (adeoque universaliores existunt), potiores existimem ; adeoque adscriptas figuras, non nisi unum aliquem ex multis casum, qui sub Universalis propositione continentur [...] exhibere : [...] » [Wallis 1695, p. 583].

J'ai choisi dans tout cet article de paraphraser, de résumer ou de traduire librement les citations de Wallis.

¹⁰ Voir [Borelli 1658]. J'attire l'attention du lecteur sur l'adjectif *restitutus* que l'auteur associe dans le titre à Euclide. Borelli vise à dépasser la tradition et à retrouver la vraie pensée d'Euclide. Celle-ci peut se résumer par ces mots : la géométrie est la clé de lecture de la nature, c'est pour cela qu'elle doit s'adapter à la nature. Voir à ce propos [Maierù 1982, 1989 et 1994a].

physique. Pour cette raison, Borelli refuse l'utilisation dans le cadre de la géométrie de termes auxquels on ne peut donner de sens par rapport au monde physique. Il affirme à ce propos qu'on ne peut accepter la tradition euclidienne par rapport à la définition et le postulat des parallèles, dans lesquels le terme d'infini intervient, alors que nous ne sommes pas en mesure de connaître ses propriétés (*passiones quoad eius possibilitatem*), mais nous pouvons nous approprier les propriétés des angles¹¹. Borelli pose comme base de la théorie des parallèles la définition suivante : deux droites coplanaires qui ont la même perpendiculaire sont parallèles entre elles¹².

Si l'on a sous les yeux la *Géométrie* de Descartes [1954, 1983 et 1990] et l'opération de traduction des problèmes géométriques en termes arithmético-algébriques, le sens du terme géométrie est celui qui a été transmis par la plus pure tradition (même si cela ne semble pas être le cas), car rien n'exclut le fait que le discours de la géométrie soit articulé sur la base de principes (définitions, axiomes, postulats) et de démonstrations (théorèmes et problèmes). Dans ce contexte, Descartes relève que l'instrument mathématique des proportions n'est pas le plus approprié à la solution des problèmes géométriques. Pour cette raison, il veut aller plus loin et traduire les expressions proportionnelles sous forme d'équations. À partir du moment où l'on cherche les solutions des équations, la construction géométrique peut être un moyen indispensable pour comprendre le sens des mêmes solutions à travers la visualisation des courbes (voir [Bos 1981, 1984 et 1993] et [Galuzzi 1980 et 1985]).

Le discours prend un tour différent chez Wallis. Le terme de géométrie conserve son sens le plus classique, mais non sa suprématie sur l'arithmétique et sur l'algèbre. Wallis renverse la situation : il affirme la suprématie

¹¹ Je rappelle quelques thèses de Borelli : « La science étant la connaissance sûre et évidente des choses, elle constitue le progrès intellectuel obtenu lors du passage des choses connues aux choses inconnues. Il est donc nécessaire que les principes, qui permettent de tirer des conclusions inédites soient bien fondés » [Borelli 1658, p. 4]. Après la définition traditionnelle des droites parallèles, il note que telle [...] propriété n'est pas connue, car nous ignorons si des droites infinies non concourantes existent dans la nature et parce que nous ne sommes pas capables de percevoir les propriétés de l'infini ; cette définition est inconnue parce qu'elle n'est pas évidente [Borelli 1658, p. 4].

¹² La définition borellienne est la suivante : « J'appelle parallèles deux droites, AB et CD , qui existent dans le même plan et qui sont perpendiculaires à une autre droite EH » [Borelli 1658, p. 5].

de l'arithmétique et de l'algèbre qui, constituant un ensemble unique, doivent avant tout garantir pour elles-mêmes le degré de certitude et de vérité reconnu jusqu'alors à la géométrie. L'*Arithmetica infinitorum* est un essai pour constituer un tel ensemble. On peut alors parler d'équations (Wallis le fait surtout dans l'*Algebra*), dont on cherche les solutions indépendamment des problèmes à résoudre. Une fois les équations résolues, on peut voir quelles solutions ont un sens géométrique. C'est précisément pour cette raison que Wallis dit accommoder (il parle d'*accomodatio*) l'algèbre à la géométrie. Par conséquent, la géométrie classique, dotée des instruments de l'*Arithmetica infinitorum* et de l'*Algebra*, est la géométrie selon Wallis. Il y range la mécanique en insistant surtout sur le fait que les propriétés du mouvement, qui en sont l'objet, sont démontrées de façon géométrique, selon sa vision de la géométrie.

En conclusion de son *explicatio terminorum*, il expose la ligne de conduite qu'il entend suivre : avant d'aborder les machines une à une, comme font les auteurs de mécanique, il faut considérer les éléments utiles à toutes les machines, qui constituent les principes généraux dont chaque machine prise individuellement dépend. Ceci devrait être considéré comme une priorité, et donc, avant de traiter un problème, il sera opportun de considérer les principes et de transmettre ceux qui sont les plus appropriés et ont les fondements les plus sains. Même s'ils semblent avoir besoin de démonstrations, il conviendra de les postuler comme vrais¹³.

Wallis veut que son exposé de la mécanique soit scientifiquement irréprochable. L'accent est mis sur les principes, ici constitués de tous les éléments communs qui sont appelés les fondements de la mécanique, en distinguant clairement ce qui peut être postulé de ce qui ne le peut pas, car certains éléments peuvent, chez Wallis, avoir besoin de démonstration ; il observe que ce qui devait être démontré est souvent postulé.

La première partie du traité reprend les grandes lignes de la théorie des proportions du cinquième livre des *Éléments*, dans le contexte des

¹³ «*Priusquam [...] ad Machinas illas separatim considerandas accedamus, quas Mechanicorum scriptores tractare solent : Præmittenda erunt communia quædam, quæ omnes ex æquo spectant. Quæ sit Principiorum loco, & a quibus reliqua dependent, quæ de singulis postea tradendo erunt. Idque eo magis faciendum incumbere videatur : Quia qui antehac tractandum hoc susceperere negotium, videntur citra Principia constitisse : nec ab imis eruta fundamentis, etiam ea quæ sana sunt, tradidisse : Sed postulasse potius, quæ, utut vera sint, Demonstratione tamen aliqua videntur indigere [...]*» [Wallis 1695, p. 579].

grandeurs liées au mouvement telles que le moment, la force, le poids, la vitesse, le mouvement des corps, le pendule.

Excepté quelques observations de caractère général et fondamental, Wallis n'explicite pas ses motivations de nature idéologique et épistémologique, qu'il faut déduire de son action concrète. Ainsi, le schéma géométrique est, à ses yeux, l'instrument le plus efficace pour mettre les propositions dans leur forme la plus générale; en effet, exprimées en termes proportionnels, elles peuvent être traduites sous la forme de relations arithmético-algébriques. Au terme d'une série de manipulations de ces relations (si ce sont des équations, on en trouve les solutions), on peut obtenir des résultats, qui sont d'abord interprétés géométriquement, puis, dans une dernière étape, on donne à chaque élément son sens mécanique.

L'accent est mis sur le modèle géométrique, d'un côté, et la traduction arithmético-algébrique, de l'autre. Ceux-ci constituent aux yeux de Wallis les éléments de base de tout discours sur le mouvement et sur les réalités mécaniques. Cette position ferme n'empêche pas Wallis de faire çà et là allusion à des questions vives de son époque comme celle de la nature de la gravité. Après avoir défini la gravité comme « force motrice dirigée en bas vers le centre de la terre » [Wallis 1695, p. 576], Wallis ne considère pas le principe de gravité au sens physique, comme une qualité ou une propriété d'un corps. Par le terme de gravité on désigne simplement, selon lui, la force qui déplace un corps ou les obstacles qui agissent sur lui; de plus, il affirme clairement que tout ce l'on peut dire de la force de gravité, c'est-à-dire une force d'attraction vers le centre de la terre, peut aussi être dit pour toute autre force motrice continue par rapport à la direction vers laquelle elle s'exerce. Donc si le terme gravité, dans son sens particulier, se rapporte au centre de la terre, dans un sens plus large, ce terme pourrait indiquer n'importe quelle force motrice continue, *recta ad suum terminum movente*; par conséquent, tout ce qui est dit de la gravité peut être étendu à n'importe quelle force motrice¹⁴ [Wallis 1695, p. 576–577].

¹⁴ Voici les termes mêmes de Wallis : « *Quodnam sit, in consideratione Physica, Gravitatis principium; non hic inquirimus: Neque etiam, An Qualitas dici debeat, aut, Corporis affectio, aut, quo alio nomine censerī par sit. Sive enim ab innata qualitate in ipso gravi corpore; sive a communi circumstantium vergentia ad centrum; sive ab electrica vel magnetica Terræ facultate, quæ gravia ad se alliciat; & effluviis suis, tanquam catenulis, attrahat; sive alias undecunque proveniat; (de quo non est ut hic caveamus litem)* : sufficit, ut Gravitatis nomine, eam intelligamus, quam sensu

Wallis connaît les différents sens que donnent les uns et les autres aux termes de gravité et de centre de gravité et répond aussi bien à ceux qui traitent la philosophie naturelle comme partie intégrante d'un cours de philosophie, qu'à ceux qui, suivant la tradition médiévale du traité *De ponderibus* et influencés par les traités d'Archimède nouvellement redécouverts, traitent de mécanique proprement dite. Il est très clair dans ses choix : la gravité doit être considérée par rapport au centre de la terre et n'est qu'un cas particulier des forces motrices continues qui tendent vers leur but. Wallis, même s'il considère des cas particuliers, est concerné par des situations générales, qui peuvent être lues avec le langage universel de la géométrie¹⁵. Ainsi, ce qui est dit sur la gravité n'est pas spécifique à celle-ci et peut être étendu à n'importe quelle force motrice continue ; c'est pourquoi la discussion en est universelle. Comme les hommes ont souvent l'occasion d'observer le mouvement des graves, le langage s'est adapté à cette expérience. Mais ce qui est dit de la gravité a valeur de généralité [Wallis 1695, p. 579].

deprehendimus, Vim deorsum movendi, tum ipsum Corpus grave, tum quæ obstant minus efficacia impedimenta. *Et quidam, quanquam de Naturali Gravitate (prout concipi solet) seu corporis affectione, qua, sua sponte (ut solet dici) deorsum tendit, directe intelligatur. Tamen, [...] etiamsi de externa vi continua deorsum premente recta ad Centrum Terræ velit quis eas interpretari; non eram sollicitus vel hanc ex Gravitatis definitione excludere. Quæ enim de Gravitate affirmantur, de quacunque Vi continua, recta ad Terræ Centrum movente, perioda vera sunt, sive sit ea vis innata, sive adventitia. Quæ autem de Gravitate dicta sunt, respectu Centri Terræ; perinde de quavis alia motrice Vi continua poterunt intelligi, respectu sui quo tendit termini. Adeoque, si vox ea, particulari significati hactenus accomodata, quatenus Terræ Centrum respicit, lateri sensu intelligatur, de quavis vi motrice continua, recta ad suum terminum movente : non minus vera erunt quæ traduntur; sed & forsân magis accurate dicta; dum generalia generaliter efferuntur. Sed quondam de Gravitate solent ea speciatim tradi, quæ continuæ Vi Motrici universaliter conveniant : Ego etiam communi errori eatenus me accomodavi, ut interim moneam, generaliter esse vera, quæ speciatim efferuntur»* [Wallis 1695, p. 576–577].

¹⁵ Voici précisément ce que Wallis dit : «*Porro; Cum ea quæ de Gravitate diserte dicta sunt in sequentibus, non ita Gravitati sunt peculiariora, quin ut plurimum alii cuivis continuæ vi motrici accomodanda veniant; adeoque & universaliter tradere debere videantur, [...] Cur illud nominatim de Gravitate protulerim, causa est, quod, cum Graviorum motus frequentius considerationi hominum exponi soleat, adeoque vocabula huic accomodata, mente familiaribus se offerant, citius animo percipienda duxerim quæ de hoc motu (qui ex multis unus est, sed præ cæteris magis notabilis), traderentur, atque ad hujus deinde normam intelligerentur reliqui. Ea vero fient generalia (nec minus interim demonstrata) interposita laxiori hac Gravitatis (cum connexis) definitione»* [Wallis 1695, p. 579].

3. LES PROPRIÉTÉS DU CENTRE DE GRAVITÉ

Le cœur de la *Mechanica* est constitué de la deuxième partie, qui traite du centre de gravité et de son calcul. Le chapitre IV [Wallis 1695, p. 645–665] présente le centre de gravité dans un contexte géométrique (constitué de la méthode des indivisibles de Cavalieri, interprétée par Torricelli). Au chapitre V [Wallis 1695, p. 665–938], Wallis applique la méthode donnée sous forme générale dans l'*Arithmetica infinitorum* (1956) [Wallis 1695, p. 355–478] au calcul du centre de gravité pour différentes figures. On remarque immédiatement le déséquilibre entre ces deux chapitres : 20 pages pour le premier, plus de 270 pages pour le deuxième. Il est évident que Wallis concentre son attention sur l'arithmétique et l'algèbre, dont la suprématie a déjà été affirmée dans l'*Arithmetica infinitorum* et dans le *Tractatus de sectionibus conicis* (1655) [Wallis 1695, p. 291–354]. La méthode du chapitre V a déjà été mise en œuvre dans son traité de la cycloïde, de la cissoïde et des corps engendrés par elles ainsi que dans sa présentation de la rectification et de la quadrature des courbes (1659) [Wallis 1695, p. 489–569] ; elle est ici utilisée à chaque pas, afin d'obtenir des résultats déjà anciens, mais aussi nouveaux. Dans la première partie, géométrique, l'attention est portée sur le *continuum*, au sens que Cavalieri donne à ce mot dans sa méthode des indivisibles :

« Tout *continuum* (d'après la géométrie des indivisibles de Cavalieri) est composé d'indivisibles en nombre infini »¹⁶.

Cette définition très générale est illustrée des deux manières suivantes : 1) le *continuum* (ligne, surface, solide, moment, temps, ...) est constitué de particules homogènes, infiniment exigües, en nombre infini, égales au moins selon une dimension¹⁷ ; 2) « En termes mathématiquement plus rigoureux (*secundum Mathematicum rigorem*), ce qui est composé de ces particules peut être inscrit, circonscrit ou autrement adapté à tout objet de manière à ce que la différence avec l'objet soit infiniment petite ou

¹⁶ « *Continuum quodvis (secundum Cavallerii Geometriam Indivisibilium) intelligitur, ex Indivisibilibus numero infinitis constare* » [Wallis 1695, p. 645].

¹⁷ Après avoir dit qu'une ligne est constituée d'une infinité de points (*lineolæ*), une surface de lignes infinies (*superficieculæ*), le solide de surfaces infinies (*solidulæ*), les moments de temps infinis, ..., Wallis ajoute : « comme nous l'avons expliqué dans l'*Arithmetica infinitorum* et dans notre traité sur les coniques, où nous avons considéré un nombre infini de particules homogènes, infiniment petites et égales au moins selon une dimension » [Wallis 1695, p. 645].

inférieure à toute quantité donnée »¹⁸ [Wallis 1695, p. 645] .

Wallis préfère introduire la méthode des indivisibles au moyen d'une définition et non pas au moyen d'une proposition à démontrer¹⁹. Si dans ses autres écrits, en particulier le traité sur les coniques et celui sur la cycloïde et la cissoïde, il traite assez librement du rôle de la définition et de la démonstration dans la construction des discours mathématiques articulés, ce n'est pas le cas en mécanique. Parfaitement conscient qu'il ouvre de nouvelles voies²⁰, il lui semble nécessaire, pour que son travail ne soit pas vain, de construire le discours selon les procédures les plus accréditées.

Les 27 propositions du chapitre IV, qui vont progressivement des situations les plus simples aux plus complexes, constituent une première base sur laquelle édifier ce chapitre de la mécanique aujourd'hui présenté sous le nom de mouvement d'un corps rigide (pour arriver aux développements actuels, d'autres pas historiquement significatifs sont, certes,

¹⁸ Wallis fait référence à la relation entre le cercle et le polygone régulier inscrit ou circonscrit. Même s'il ne cite pas Archimède, la référence à la méthode archimédienne est immédiate. Wallis explique la relation entre les deux méthodes comme suit : « La méthode des indivisibles, approuvée par des mathématiciens renommés après Cavalieri a remplacé la méthode des anciens, c'est-à-dire celle de l'inscription et de la circonscription des figures. C'est une méthode plus courte, mais non moins démonstrative si elle est pratiquée avec soins ». Voici le texte original : « *Atque hanc, de Indivisibilibus, doctrinam (nunc passim receptam, atque, post Cavallerium, a celeberrimis Mathematicis approbatam) pro Veterum continua figurarum Adscriptione, substituere visum est; ut brevior, nec tamen, minus demonstrativam, si debita cautione adhibeatur* » [Wallis 1695, p. 646]. La méthode des indivisibles est donc, aux yeux de Wallis, plus efficace que la méthode des anciens. Plus tard, dans *Algebra* (1683), il revient sur la problématique et explique la relation entre la méthode d'Archimède, celle de Cavalieri et la sienne. Voir à ce propos [Maierù 1995].

¹⁹ Pour Wallis, les définitions servent à fixer le sens de ce sur quoi il travaille. On n'a pas besoin de démonstrations pour cela. Voici précisément ce que Wallis dit : « *Hanc interim definitionem, utut Capiti V. maxime subservituram, hoc IV Capiti præfigo, quoniam & hic alicubi usui erit. Ut si quando Grave, per omnia sui puncta, designem, &c. nec velim tamen perperam intellectum iri. Sin Demonstrandum hoc, non Definiendum, putes quis; Ego quidem pro eatenus demonstrato habeo quatenus demonstratione opus sit, ex demonstrata ab aliis Methodo Indivisibilium. Hic utique id agitur, ut definiam quo sensu velim hujusmodi quæ occurrunt intelligenda; quod est Definitionis opus* » [Wallis 1695, p. 646]. Voilà que les questions de fondement apparaissent clairement et conditionnent les choix.

²⁰ Voir à ce propos [Maierù 1994, p. 91–172]. La discussion sur le rôle de la définition et de la démonstration est fréquente dans cette période. Isaac Barrow dans ses *Lectiones mathematicæ* (1664) présente un développement analogue [Maierù 1991 et 1994, p. 36–47].

à prendre en considération). À ce propos, après la présentation de la première proposition²¹, Wallis note :

« Dans la proposition, on comprendra par grave un corps dur et constamment égal à lui-même (*constante*) de telle sorte que, si on y applique une force, il ne puisse ni se casser ni se déformer, sinon sa forme et la position relative de certaines de ses parties entre elles, changeraient; il ne s'agit pas non plus d'un corps mou ou fluide, pour éviter qu'il ne s'incurve et que la position relative de ses éléments ne change »²².

Ceci étant clarifié, Wallis se tourne vers les propriétés du centre de gravité, dont les principales sont recueillies dans les propositions suivantes et démontrées selon le modèle géométrique :

« *Proposition XIII.* Si un corps est suspendu par le centre de gravité, dans une position quelconque, il ne bougera pas. Si un corps, suspendu à un point, dans une position quelconque, ne bouge pas, alors ce point sera le centre de gravité » [Wallis 1695, p. 655].

« *Proposition XV.* Le centre de gravité d'un corps quelconque est unique : et se trouve aussi bien à l'intersection de tous les axes d'équilibre qu'à l'intersection de tous les plans d'équilibre. Chaque plan qui passe par le centre de gravité est un plan d'équilibre; chaque droite qui passe par le centre de gravité est un axe d'équilibre » [Wallis 1695, p. 658].

Wallis ajoute qu'il est le premier à démontrer que dans tout corps, il n'y a qu'un seul centre de gravité; chez d'autres ceci n'est qu'un postulat [Wallis 1695, p. 658]. Il fait immédiatement suivre une proposition liant le mouvement d'un corps à celui de son centre de gravité :

« *Proposition XVI.* Si le centre de gravité est au centre de la terre, un corps ne peut ni monter ni descendre. On estime qu'un corps monte ou descend, quand le

²¹ « *Prop. I. Si Puncto unico, ut Centro Motus, sustineatur Grave (vel ex pluribus conjunctis gravibus aggregatum) : poterit nihilominus in quasvis partes, circa illud rotando moveri; non alias. Si duobus punctis, pluribusve in eadem recta, ut motus Axe sustineatur : poterit, circa illam rectam, in utramvis partem rotando moveri; non alias. Si tribus (pluribusve) non in eadem recta punctis sustineatur : in nullas partes movebitur* » [Wallis 1695, p. 646]. Proposition que l'on peut traduire de la manière suivante : « Si un corps est suspendu à un point unique, centre du mouvement, il peut seulement tourner autour de ce point; s'il est suspendu à deux points au moins d'une même droite, axe du mouvement, il peut avoir une rotation dans un sens ou dans l'autre autour de cette droite; par contre, s'il est suspendu à plus de deux points qui n'appartiennent pas à la même droite, il ne pourra pas bouger. »

²² « *Intelligitur Propositio, de Gravi (seu gravium Aggregato) duro & constante; eousque saltem constante, ut, ea, quæ adhibetur Vi, nec frangatur, nec luxetur aut incurvetur; quin eandem (saltem æquipollentem) retineat figuram, omniumque ipsius partium inter se positionem respectu totius, utcunque situm seu positionem respectu loci mutant : Non de Gravi fluido seu molli, quod promiscue incurvetur, vel figuram suam mutet partiumque inter se positionem. Quod & in aliis subinde propositionibus intelligendum erit* » [Wallis 1695, p. 647].

centre de gravité monte ou descend. On peut donc peser un corps quelque soit sa position. On peut le considérer concentré entièrement en un point qui est le centre de gravité» [Wallis 1695, p. 658].

Dans le *Scholium* qui suit, Wallis veut spécifier la relation entre un corps et son centre de gravité, affirmant que tout ce qui a été dit à propos des points d'application et de leur distance du centre, du lieu occupé par les corps et de leurs mouvements de descente, peut s'appliquer à leur centre de gravité, c'est-à-dire que chaque corps peut être pensé comme s'il était concentré en un seul point, qui est le centre de gravité²³. C'est pour cela qu'à ce moment du développement, toutes les propriétés d'un corps sont spécifiées par rapport au centre de gravité.

4. LE CALCUL DU CENTRE DE GRAVITÉ

Au début du chapitre V (*Caput V. De Calculo Centri Gravitatis*), Wallis met en garde : ce chapitre dépend entièrement des précédents et repose sur les règles des méthodes qui y sont employées. Il peut être facilement séparé des chapitres suivants, dans la mesure où l'on s'aventure au sein de la géométrie et où le calcul peut y paraître obscur. Ceux qui sont peu familiers de ce genre de calcul et s'en sentent rebutés, peuvent tranquillement passer aux chapitres suivants, qui pourront être compris et démontrés grâce aux chapitres précédents²⁴.

²³ Pour Wallis, ce qui vaut pour les points d'application, pour les distances des points d'application du centre, pour la position de corps pesants et pour leurs mouvements vaut aussi pour leurs centres de gravité. Ou mieux, chaque corps se trouve virtuellement concentré en un point unique, son centre de gravité. Donc ce qui a été dit des corps entiers, de leurs parties et de la somme de corps s'applique aussi à leur centre de gravité, qui est unique. Wallis s'est exprimé de la manière suivante : « *Quæ, igitur, in præcedentibus, ostensa sunt, de Punctis Applicationum, eorumve a Centro vel aliunde distantis; de Graviorum item loco, & motibus varie declivibus; cæteraque istiusmodi : Eorum Centrum Gravitatis accomodanda erunt. Quippe totum Grave, hujus ope, in unico illo puncto virtualiter situm intelligatur, in quo est ipsius Centrum Gravitatis. Quodque de integris gravibus jam dictum est; de illorum Particulis quibusvis, & harum centrâs gravitatis; perinde intelligendum est; Quippe & hæ Particulæ sunt totidem Gravia : Sicut & Graviorum Aggregatum, pro uno Gravi habendum; cujus est & unicum commune Centrum Gravitatis [...]* » [Wallis 1695, p. 659].

²⁴ « *Hoc Caput Integrum, tanquam a Præcedentibus dependeat, & (per Methodi leges) hunc sibi locum vindicare videatur : Non tamen ita in Sequentibus connexum est, quin ut possit ab illis separari. Cum itaque ubi ad interiora Geometriæ penetrandum erit, Calculus necessario sit perplexior, quam forte Tirones, vel minus exercitati, commode ferre possint : illud jam statim sub initio monendum duxi; ut sicubi perplexi Calculi*

Il semble conscient de la nouveauté de l'opération qu'il se propose d'introduire dans le calcul du centre de gravité : même s'il affirme que ce chapitre est étroitement lié au développement précédent, celui-ci doit en même temps être considéré à part, et ceci par la force des lois de sa méthode (*(per Methodi leges) hunc sibi locum vindicare videatur*). Au lecteur qui aurait des difficultés — celui qui a une solide formation géométrique, c'est-à-dire traditionnelle, comme lui-même — il conseille de mettre le chapitre de côté et de poursuivre la lecture. En pénétrant davantage au cœur de la géométrie (*ad interiora Geometriæ*), « le calcul sera nécessairement plus complexe » (*calculus necessario sit perplexior*)²⁵.

Pour cette raison, le chapitre V ne comporte pas de confrontations immédiates avec la littérature dont tout amateur de mécanique ou de géométrie disposait alors. Wallis nous signale qu'il est en train de s'aventurer dans un parcours dont peu d'autres, jusque-là, peuvent relever le tracé : on le connaîtra seulement dans la mesure où l'on décide de suivre l'auteur. En parcourant les premières pages, qui sont une traduction en termes mécaniques de tout ce qui a été élaboré dans l'*Arithmetica infinitorum*, on a l'impression que Wallis est certain d'être suivi : le ton calme du discours et le caractère exhaustif du développement ne donnent pas l'impression que cette partie est son testament spirituel, la dictée de ses dernières volontés devant un public sourd et insensible, mais plutôt la communication d'une bonne nouvelle, d'une réalité qui vaut la peine d'être connue.

Il met en place, à travers deux définitions [Wallis 1695, p. 665–667], une bonne synthèse de tout le développement de l'*Arithmetica infinitorum*, traduisant en même temps le langage arithmético-algébrique de cette œuvre dans un langage plus proche de celui qui est utilisé pour les problèmes de mécanique. Donnons un exemple de cette traduction. Dans l'*Arithmetica infinitorum*, Wallis considère des séries dont les termes sont tous des nombres, dans la *Mechanica*, il utilise un mot plus général : il

molestiam subire nolint, possint inoffenso pede ad Capita sequentia transire ; quæ ex præcedentibus, hoc omisso, tum satis intelligi, tum & legitime demonstrari possint» [Wallis 1695, p. 665].

²⁵ Je préfère traduire le mot *perplexior* par *plus complexe* et non pas par embrouillé, tortueux, confus, ambigu, douteux, parce qu'aucun de ces termes ne peut être retenu comme un jugement de valeur de l'auteur sur son œuvre, comme tout lecteur patient peut le constater.

parle simplement de *quanta*, c'est-à-dire d'objets les plus variés qui ont en commun seulement le fait d'être mesurables. L'instrument mathématique, qu'il met en œuvre, c'est les séries considérées comme sommes de termes à exposants entiers ou fractionnaires, positifs ou négatifs, que nous noterions $a_1^{n_1} + a_2^{n_2} + \dots$. En ce temps-là, il n'y avait pas, on le sait, de théorie des séries. De fait, Wallis part d'une série donnée (comme celle ci-dessus) et construit une autre dont le terme général est formé par le rapport entre la n^e somme partielle des termes de la série donnée et le plus grand terme de ce numérateur, pris n fois, c'est-à-dire autant de fois qu'il y a de termes au numérateur. Ce terme général peut être exprimé de la manière suivante :

$$\frac{a_1^{n_1} + a_2^{n_2} + a_3^{n_3} + \dots + a_n^{n_n}}{a_n^{n_n} + a_n^{n_n} + a_n^{n_n} + \dots + a_n^{n_n}}.$$

Wallis a affirmé plusieurs fois dans l'*Arithmetica* procéder *per modum inductionis*, indiquant ainsi le caractère concret de sa construction. Il détermine ensuite la limite de ce rapport (lorsque n croît) et la valeur des sommes partielles. Comme j'ai eu l'occasion de le mettre en évidence dans un précédent écrit [Maierù 2000], le calcul arithmético-algébrique, que Wallis met en place, permet de construire un édifice qui doit assurer tout ce qu'a garanti, dans la tradition, la géométrie en relation avec la vérité, la certitude, la clarté et le sens de la démonstration.

Rappelons l'existence de deux tableaux de l'*Arithmetica infinitorum*, dans lesquels l'auteur recueille les résultats concernant les séries à exposants (que Wallis appelle *indices*) entiers et fractionnaires, car ces séries sont très utiles pour le calcul du centre de gravité.

Les séries sont construites une à une. Wallis part de séries à exposant entier, comme $0^n + 1^n + 2^n + \dots$.

Si l'exposant est $n = 1$, il construit une série dont les premiers termes sont :

$$\begin{aligned} \frac{0+1}{1+1} &= \frac{1}{2}, & \frac{0+1+2}{2+2+2} &= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \\ \frac{0+1+2+3}{3+3+3+3} &= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, & \frac{0+1+2+3+4}{4+4+4+4+4} &= \frac{10}{20} = \frac{1}{2}, \dots \end{aligned}$$

Les autres termes sont construits de la même manière et seront toujours égaux à $\frac{1}{2}$ (le rapport de la série). Wallis appelle cette série, *série des primanes* ou de la première puissance.

Si l'exposant est $n = 2$, Wallis part donc de $0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots$ et les premiers termes de la série qu'il construit seront :

$$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}, \quad \frac{0+1+4}{4+4+4} = \frac{5}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12},$$

$$\frac{0+1+4+9}{9+9+9+9} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18} = \frac{1}{3} + \frac{1}{18}, \dots$$

Quand n augmente, les termes de la série décroissent et tendent vers la limite $\frac{1}{3}$. C'est la série des *secondanes* ou des carrés.

Si l'exposant est 3, les premiers termes seront :

$$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}, \quad \frac{0+1+8}{8+8+8} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8},$$

$$\frac{0+1+8+27}{27+27+27+27} = \frac{36}{108} = \frac{4}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}, \dots$$

Avec n croissant, les termes de la série décroissent et tendent vers $\frac{1}{4}$. C'est la série des *tertianes* ou des cubes.

Wallis construit les autres séries *per modum inductionis* sur les exposants (entiers ou fractionnaires). On notera que la limite de chaque rapport a 1 au numérateur et l'exposant de la série donnée augmenté de 1 au dénominateur, c'est-à-dire $\frac{1}{n+1}$.

Wallis étend ce résultat aux cas où l'exposant de la série est fractionnaire : il est le premier à considérer les racines de nombres comme des nombres à exposant fractionnaire. Maintenant les séries s'appellent *séries des subsecondanes* (celles qui sont obtenues grâce à la somme des racines carrées des nombres naturels), des *subtertianes* (pour les racines cubiques), des *subquartanes* (pour les racines quatrièmes), ...

La table 1 contient les tableaux tirés de l'*Arithmetica infinitorum* qui regroupent ces résultats. Celui de gauche est pour les exposants entiers, celui de droite pour les exposants fractionnaires.

Wallis construit de la même façon les séries formées de termes dont chacun est la réciproque d'un terme d'une des séries déjà mentionnées, qu'elles soient à exposant entier ou fractionnaire. La valeur du rapport de ces séries s'obtient de la même façon que ci-dessus. Dans les séries des réciproques, apparaissent — pour la première fois dans l'histoire des mathématiques, je crois — des exposants négatifs.

Dans la *Mechanica*, Wallis recueille dans une seule proposition ces résultats de l'*Arithmetica* [Wallis 1695, p. 667–668]. Ils vont lui permettre

Æqualium	$\frac{1}{1}$	Vel ut 1 ad	1	Subsecundanorum	$\frac{2}{3}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{2}$
Primanorum	$\frac{1}{2}$	Vel ut 1 ad	2	Subtertianorum	$\frac{3}{4}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{3}$
Secundanorum	$\frac{1}{3}$	Vel ut 1 ad	3	Subquartanorum	$\frac{4}{5}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{4}$
Tertianorum	$\frac{1}{4}$	Vel ut 1 ad	4	Subquintanorum	$\frac{5}{6}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{5}$
Quartanorum	$\frac{1}{5}$	Vel ut 1 ad	5	Subsextanorum	$\frac{6}{7}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{6}$
Quintanorum	$\frac{1}{6}$	Vel ut 1 ad	6	Subseptanorum	$\frac{7}{8}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{7}$
Sextanorum	$\frac{1}{7}$	Vel ut 1 ad	7	Suboctanorum	$\frac{8}{9}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{8}$
Septimanorum	$\frac{1}{8}$	Vel ut 1 ad	8	Subnonanorum	$\frac{9}{10}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{9}$
Octavanorum	$\frac{1}{9}$	Vel ut 1 ad	9	Subdecimanorum	$\frac{10}{11}$	Vel ut 1 ad	$1 + \frac{1}{10}$
Nonanorum	$\frac{1}{10}$	Vel ut 1 ad	10				
Decimanorum	$\frac{1}{11}$	Vel ut 1 ad	11				

Table 1. Deux tableaux tirés de l'Arithmetica infinitorum
[Wallis 1695, p. 384 et 390]

d'allier la géométrie à l'arithmétique et à l'algèbre, c'est-à-dire de traduire le fait géométrique, déterminer le centre de gravité de quelques figures géométriques, en des conditions arithmético-algébriques que le centre de gravité doit satisfaire.

Wallis considère d'abord les centres de gravité de figures régulières, planes et solides [Wallis 1695, prop. II., p. 669–671], pour s'intéresser dans les propositions suivantes aux courbes et aux surfaces, qui peuvent être considérées comme des polygones ou des polyèdres, inscrits ou circonscrits à des courbes ou surfaces. Il traite des problèmes toujours plus complexes en y appliquant les résultats obtenus sur les séries. Quelques exemples illustreront le travail de Wallis.

Considérons le segment AB , fixons une distance d et considérons N poids P situés en N points du segment, à la distance d l'un de l'autre, à commencer par le point A . Les poids se trouvent donc aux distances $0, d, 2d, 3d, \dots, D$ (la distance maximale) par rapport à A . Considérons les moments des poids : $0P, dP, 2dP, \dots, DP$. Si nous considérons le rapport

entre la somme de tous les moments et le dernier moment répété N fois, nous savons, d'après ce qui précède, en prenant en compte la suite des entiers $0, 1, 2, 3, \dots$, que le rapport est égal à $\frac{1}{2}$. Alors,

$$0P + dP + 2dP + \dots = \frac{1}{2}NDP = NP \times \frac{1}{2}D.$$

Donc, la somme de N poids P situés à la distance d les uns des autres est égale à la somme totale des poids appliquée à D (distance maximale). Cette dernière est la distance entre le centre de gravité et le plan perpendiculaire passant par A .

Wallis note que ce procédé permet de traiter les figures planes et solides (parallélogrammes, parallépipèdes, cylindres, ...). Avant d'aller plus loin, il attire de nouveau l'attention du « lecteur bienveillant » sur la méthode adoptée, parce que celle-ci peut être généralisée :

« Il me plaît d'appliquer cette méthode de démonstration, développée sur des problèmes faciles, à d'autres, afin de mieux la faire comprendre et de l'utiliser ensuite dans des problèmes plus difficiles. [...] »²⁶.

L'exposé se poursuit par la discussion des conditions nécessaires à la détermination, par la méthode ci-dessus, du centre de gravité des coniques et d'autres courbes. Qu'il me soit permis, dans la suite, d'attirer l'attention sur quelques propositions du chapitre V, simples exemples de la façon de procéder de Wallis. Je mettrai en lumière les aspects qui débouchent sur des généralisations ou alors les remarques concernant des questions de méthode. Ainsi, avant de déterminer le centre de gravité des solides, engendrés par les coniques, Wallis remarque : « Ce qui a été dit pour ces courbes et figures se retrouve dans beaucoup d'autres cas, pour lesquels les démonstrations procèdent de la même manière (ces cas sont inclus dans la proposition générale). Pour le moment nous avons considéré les cas les plus courants »²⁷. Le but visé est de considérer le plus de cas possibles.

²⁶ Voici la citation latine complète : « *Placuit hanc demonstrandi methodum, in re facili, cæteris subjungere, ut eo melius intelligatur, ubi illa post in difficilioribus adhibeatur. Intelligimus (quod semel monendum erit) ubi de figurarum centrīs gravitatis agitur, æquabiliter gravia esse, sive puncta, sive plana, sive solida; hoc est, æquali magnitudinī æquale pondus inesse; & proportionalibus, proportionalia. Item; Puncta, Lineas, aut Plana, ex quibus idem Grave, ut Linea, Planum, aut Solidum, constari intelligitur; æque crassa esse: ut nempe, pro interjectorum numero, distantiarum ratio censeatur* » [Wallis 1695, p. 671].

²⁷ « *Dum autem has Linearum aut Figurarum species enumeravimus: alias autem*

J'en donne quelques exemples présentés dans la proposition IV [Wallis 1695, p. 674–678] :

1) Dans un triangle, si nous appliquons les N poids suivants sur la perpendiculaire à la base à partir du sommet : $0p, 1p, 2p, 3p, \dots$ jusqu'à P , nous pouvons les associer à la *série des primanes* (à exposant 1). Le rapport entre la somme de tous les poids et le dernier répété N fois est alors égal à $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire que la somme de tous les poids est égale à $\frac{1}{2}NP$. Puis, si nous considérons que les poids sont appliqués, à partir du sommet, à des distances $0d, 1d, 2d, \dots D$, qui est la distance maximale, les moments correspondants seront $0dp, 1dp, 4dp, 9dp, \dots DP$, que l'on peut identifier à la *série des secundanes* ou des carrés. Le rapport est alors $\frac{1}{3}$. Donc $\frac{1}{3}NDP = \frac{1}{2}NP \times \frac{2}{3}D$. Par conséquent, le centre de gravité se trouve à $\frac{2}{3}$ de la distance maximale du sommet.

2) Dans une pyramide, ou un cône où les plans perpendiculaires à la hauteur sont des cercles, dont chacun a une certaine distance du sommet du cône, donnée par les termes de la *série des secundanes* (des carrés donc, car il s'agit ici d'aires), on applique sur la perpendiculaire à la base, qui coupe les cercles considérés, des poids p , qui en vertu de la *série des secundanes*, sont dans l'ordre $0p, 1p, 4p, 9p, \dots$ jusqu'à P . La somme de tous les poids est égale à $\frac{1}{3}NP$. Rappelons que la pyramide ou le cône sont respectivement au prisme ou au cylindre circonscrits comme 1 est à 3. Considérons maintenant les distances $0d, 1d, 2d, 3d, \dots$ jusqu'à D . Leurs moments seront $0dp, 1dp, 8dp, 27dp, \dots, DP$, que nous déterminons comme la *série des tertianes* ou des cubes. D'où, la somme est égale à $\frac{1}{4}NDP = \frac{1}{3}NP \times \frac{3}{4}D$. Par conséquent, la distance du centre de gravité est égale à $\frac{3}{4}$ de la hauteur à partir du sommet.

3) On procède de la même manière, en traitant du complément de la parabole, qui est la région du plan qui complète la parabole à l'intérieur du parallélogramme circonscrit, tangent à la parabole au sommet. Ce cas est traité comme celui de la pyramide. Les poids déterminent la *série des secundanes* ou des quarrés, tandis que les moments correspondants déterminent *celle des tertianes* ou des cubes; donc, la somme de tous les moments est égale à $\frac{1}{4}NDP = \frac{1}{3}NP \times \frac{3}{4}D$. Par conséquent, le centre

innumeras reperiri certum est : De quibus Demonstratio non minus procedit; suntque sub propositioni generali comprehensae. Nobis interim famosiores aliquot enumerare sufficit» [Wallis 1695, p. 672].

de gravité est à $\frac{3}{4}$ de la hauteur ou de la distance maximale à partir du sommet.

4) Le complément de la parabole cubique détermine la *série des tertianes*, dont les poids sont disposés ainsi $0p, 1p, 8p, 27p, \dots$ jusqu'à P , dont la somme est égale à $\frac{1}{4}NP$. En considérant les distances $0d, 1d, 2d, 3d, \dots D$, nous calculons les moments $0dp, 1dp, 16dp, 81dp, \dots, DP$. Leur somme est égale à $\frac{1}{5}NDP = \frac{1}{4}NP \times \frac{4}{5}D$. Par conséquent, la distance du centre de gravité est égale à $\frac{4}{5}D$ à partir du sommet.

5) La parabole détermine la *série des subsecondanes* ou des racines carrées. C'est pourquoi les poids sont disposés ainsi : $0^{\frac{1}{2}}p, 1^{\frac{1}{2}}p, 2^{\frac{1}{2}}p, 3^{\frac{1}{2}}p, \dots, P$; les distances sont $0d, 1d, 2d, 3d, \dots D$. Par conséquent, les moments sont $d0^{\frac{1}{2}}p, d1^{\frac{1}{2}}p, d2^{\frac{1}{2}}p, d3^{\frac{1}{2}}p, \dots, DP$ ou $d0^{\frac{1}{2}}p, d1^{\frac{1}{2}}p, d8^{\frac{1}{2}}p, d27^{\frac{1}{2}}p, \dots, DP$, qui est la *série des subsecondanes de cubes*, dont l'exposant est $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Donc, la somme des moments est égale à $\frac{2}{5}NDP = \frac{2}{3}NP \times \frac{3}{5}D$. La distance entre le centre de gravité et le sommet est alors $\frac{3}{5}D$.

6) La parabole cubique détermine la *série des subtertianes* ou des radices cubiques. C'est pourquoi en procédant comme dans les exemples précédents, on a $0^{\frac{1}{3}}p, 1^{\frac{1}{3}}p, 2^{\frac{1}{3}}p, 3^{\frac{1}{3}}p, \dots P$ pour les poids, dont la somme est égale à $\frac{3}{4}NP$; $0d, 1d, 2d, 3d, \dots D$ pour les distances. Les moments correspondants sont $0d0^{\frac{1}{3}}p, d1^{\frac{1}{3}}p, d2^{\frac{1}{3}}p, d3^{\frac{1}{3}}p, \dots DP$ ou $d0^{\frac{1}{3}}p, d1^{\frac{1}{3}}p, d16^{\frac{1}{3}}p, d81^{\frac{1}{3}}p, \dots DP$, qui détermine la *série des biquadratiques subtertianes*, dont l'exposant est $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. La somme des moments est égale à $\frac{3}{7}NDP = \frac{3}{4}NP \times \frac{4}{7}D$. Par conséquent, la distance entre le centre de gravité et le sommet est $\frac{4}{7}D$.

Wallis résume alors les résultats obtenus, comme il a l'habitude de le faire dans ses écrits mathématiques, et en tire une généralisation. Celle-ci doit servir de principe et de règle pour calculer le centre de gravité :

« Si l'exposant de la série des poids est S , alors la somme des poids est égale à $\frac{1}{S+1}NP$; l'exposant de la série des moments sera $S+1$, alors leur somme sera égale à $\frac{1}{S+2}NDP$. Cette dernière, divisée par la somme des poids, donnera $\frac{S+1}{S+2}D$, qui est la distance du centre de gravité à partir du sommet, c'est-à-dire la distance du centre de gravité est à la distance maximale comme $S+1$ est à $S+2$.

Par conséquent, la distance du centre de gravité de la base est égale à $\frac{1}{S+2}D$. Donc, la distance entre le centre de gravité et le sommet est à la distance du centre lui-même de la base, comme $S+1$ est à 1 »²⁸.

²⁸ Les mots de Wallis sont : « *Nempe, universaliter; Si Index seriei Ponderum sit S;*

Il observe que les résultats obtenus pour le centre de gravité concernent les figures planes et les solides terminés par des plans, ainsi que les figures planes et les solides curvilignes terminées par des surfaces courbes, toutes figures qui viennent des *veteres*. Sa démarche a consisté exclusivement à appliquer à toutes ces figures d'abord la méthode des indivisibles de Cavalieri — travail déjà en grande partie fait par Cavalieri [1635 et 1647] (voir [Giusti 1980]) et par Torricelli — puis, et c'est là que réside sa nouveauté, la méthode élaborée dans l'*Arithmetica infinitorum*. Il procède comme il l'avait déjà fait pour les coniques²⁹ : il met la méthode à l'épreuve en l'appliquant aux problèmes des anciens et retrouve leurs résultats. Pour Wallis, l'accord ainsi constaté est fondamental, car il prouve que la route ouverte n'est pas erronée. Cette certitude lui permet d'aller vers de nouveaux territoires, à la découverte de réalités jusqu'alors inconnues.

Comme on l'a dit, le chapitre est long et rempli de notes dans lesquelles la confrontation entre *veteres* et *recentiores* est constante. Ainsi :

« Pour le moment nous avons trouvé le centre de gravité dans toutes les figures planes rectilignes et solides, délimitées par des plans. Mais nous avons aussi déterminé le centre de gravité pour des aires curvilignes et des solides délimités par des surfaces courbes. Ceci dépasse de beaucoup ce que nos ancêtres nous ont transmis. Dans ce qui suit, j'avance au-delà de ce que les modernes ont atteint, pour autant que je sache, dans les quelques articles publiés avant la première édition de notre *Arithmetica infinitorum*. Beaucoup de choses concernant cet argument se trouve dans l'*Arithmetica infinitorum*, dans laquelle la méthode est expliquée abondamment, et dans la lettre 16 avec son appendice de notre *Commercium epistolicum* »³⁰.

adeoque (per 1 Hujus) summa totius, ut $\frac{1}{S+1}NP$: Index seriei Momentorum, erit $S + 1$; adeoque horum summa, ut $\frac{1}{S+2}NDP$. Quæ per summam ponderum $\frac{1}{S+1}NP$ divisa ; exhibet $\frac{S+1}{S+2}D$, distantiam Centri gravitatis a vertice ; nempe, ad distantiam maximam, ut $S + 1$ ad $S + 2$: Adeoque reliquum distantiae (quæ est distantia Centri gravitatis a Basi) ut $\frac{1}{S+2}D$. Et propterea, Axis portio ad Verticem, ad portionem ad Basem, ut $S + 1$ ad 1 » [Wallis 1695, p. 677].

²⁹ Voir [Wallis 1695, p. 290-354]. J'ai analysé la méthode adoptée par Wallis dans ce traité dans [Maierù 2000a].

³⁰ « hactenus [...] Centrum Gravitatis invenimus, in figuris omnibus Planis Rectilineis ; & Solidis, quæ planis terminantur : Sed & in Planis Curvilineis, & Solidis curvis superficiebus terminatis, non paucis ; tum Magnitudinem tum & Centrum Gravitatis determinavimus. Et quidem longe pluribus quam quo pertigerat doctrina Veterum. Atque, in sequentibus, ad plura adhuc procedendum, ultra quam (quantum scio) quisquam pertigit Recentiorum ; saltem ultra quam a quoquam editum est, ante editam nostram (unde hæc directa methodo deducuntur) *Arithmetica Infinitorum* [...] Plura vero quæ huc spectant, videat (cui id lubitum erit) in nostra *Arithmetica Infinitorum* ; (ubi hæc Methodus fusius traditur) : Et in nostro *Commercio Epistolico*,

Wallis est donc conscient que d'autres modernes se sont aventurés sur la même route. Précédemment, j'ai fait allusion aux écrits de B. Pascal concernant l'étude d'une courbe jugée nouvelle, la cycloïde. Wallis lui-même fait référence à la lettre 16 de son *Commercium epistolicum*³¹, qui, outre des questions de théorie des nombres, traite aussi des méthodes inventées pour déterminer le centre de gravité, d'Archimède à Cavalieri et, pour finir, de celle adoptée dans l'*Arithmetica infinitorum*. Les propositions VII à XXXII [Wallis 1695, p. 679–938], fin du chapitre, concernent toutes les problématiques nouvelles relatives aux courbes et aux solides obtenus par leur rotation. Les questions et les calculs deviennent de plus en plus compliqués. On a l'impression que cette seconde partie du chapitre a pour principal but de traiter les questions concernant la cycloïde (voir en particulier les propositions XX, XXI et XXII [Wallis 1695, p. 800–862]). Wallis y a un ton un rien polémique comparé à celui utilisé dans le traité sur la cycloïde, auquel j'ai déjà fait référence, et donne une réponse mathématiquement significative aux questions posées en son temps par Pascal. On perçoit ainsi l'énorme masse de travail abattue par Wallis. Le tout apparaît presque comme un long et fascinant exercice de nature géométrique et algébrique à la fois, dans lequel le but principal de l'auteur semble être de faire des expériences sur la puissance de sa méthode et de montrer ainsi comment le monde des mathématiques poursuit son développement [Maierù 2002].

Même si la troisième partie de la *Mécanique*, qui traite des machines simples, est méticuleusement présentée par Wallis, la conclusion du traité se trouve à la fin de la deuxième partie, au terme des calculs de centres de gravité. Les mots utilisés par Wallis demandent toute notre attention [Wallis 1695, p. 938]. Il sait parfaitement qu'il peut encourir plusieurs types de critiques. D'abord certains seront perplexes devant la difficulté des calculs enchevêtrés. D'autres demanderont des clarifications en beaucoup de points, d'autres encore penseront qu'il en a trop dit. Wallis répond d'avance à ces critiques, en affirmant que la perplexité découle du sujet lui-même qu'il a traité, qu'il serait capable d'écrire beaucoup plus sur ce

(cum D. Fermatio, aliisque) Epist. 16, ejusque Appendice» [Wallis 1695, p. 678].

³¹ Voir [Wallis 1658] ou [Wallis 1693, p. 757-860]; la lettre 16 se trouve pages 777–789.

sujet ou bien de couper certaines parties; mais il rappelle à tous le caractère universel de son traité, qui permet d'appliquer les résultats obtenus à tous les cas particuliers³².

Comme je l'ai déjà signalé, le ton de Wallis est généralement calme et élevé là où le développement l'exige, mais dans la conclusion il devient agressif, pas envers les *veteres*, pour qui l'auteur garde une certaine gratitude, mais envers quelques-uns des *recentiores*, qui, même s'ils se présentent comme des champions de la nouveauté, refusent de soumettre le fruit de leur réflexion au jugement des autres. Ils se contentent de présenter des affirmations générales, sans se donner la peine de justifier les éléments de la construction qu'ils présentent comme nouvelle. L'auteur tient à souligner qu'il serait simplement illusoire de vouloir renfermer dans un espace plus restreint son calcul du centre de gravité. Il est impossible, affirme-t-il encore, de présenter avec des caractères généraux (il fait référence à une méthode *universaliter tradita*), ce qui a avant tout besoin d'être adapté (*accomodentur*) aux situations particulières. Wallis semble dire : nous analysons d'abord les situations particulières, en utilisant les instruments nouveaux que nous avons créés; c'est seulement après que nous serons en mesure de procéder aux grandes synthèses.

³² Le passage écrit par Wallis est littéralement le suivant : « *Atque hic tandem pedem figo; neque hoc De Calculo Centri Gravitatis Caput ulterius produco. In quo si quispiam causetur me satis aliquando perplexum fuisse; utut id non negem, perplexo (si quod aliud) subjecto imputandum erit. Non dubito quin, qui intricatissimam rerum traditarum naturam intelligunt, me satis dilucide pro subjecta materia tradidisse, existimabunt; nec speraverint forsan clarius hoc olim ab aliis traditum iri. Si cui nimius fuisse videat; utut ego is sim qui de hoc omnium maxime conqueri debeam, qui incredibilem intricatissimi calculi laborem, ne dicam infinitum, sustinui solus) : qui tamen multiplicem rerum traditarum copiam perpendit, atque succinctam tradendi methodum; facile pro me sponsor erit, me, pro tanta materiæ varietate, etiam brevem fuisse : Dum ea, unico hoc capite, tradi videat, quæ, si, aliorum quorundam exemplum sequutus, in longum protraxisse vellem, ad spissa satis volumina, neque pauca, materiam affatim suppeditarent. Contra vero, si quis istiusmodi alia non pauca adjungi potuisse queratur, quæ tanquam ommissa desiderat : neque ego hoc negaverim, (neque id mihi in animo fuit, sic omnia undecunque corradere, ut nullum superesset sequenti spicilegium) : Addo tamen, etiam ea forsan ipsa, quæ tanquam desiderata causantur illi, si rite animum adverterint, ita universaliter tradi perspiciant, ut nihil ultra desit, quam ut, universaliter tradita, ad particulares casus applicentur : Saltem eas hic methodos tradi, quæ si ad quæsitâ particularia accomodentur, etiam illa innumera, quæ hactenus pro difficilibus fuerint abita, expedire poterunt » [Wallis 1695, p. 938].*

5. CONCLUSION

Pour conclure ce parcours à travers le traité de *Mécanique* de John Wallis, je me contenterai de résumer quelques-uns des aspects de ce travail, qui se sont imposés à moi avec évidence. Celui qui est familier des écrits de Wallis ne s'étonnera pas de le voir *manipuler* (permettez-moi l'utilisation de ce terme) sa méthode, pour en faire un instrument efficace d'interprétation originale des faits de la mécanique.

J'ai précédemment défini Wallis comme « témoin scrupuleux de ce qui se produit petit à petit sur la scène du monde mathématique de son époque » [Maierù 1994, p. 171]. Il évalue ainsi soigneusement ce que la tradition a élaboré et transmis pour le mettre à profit. Par ailleurs, son attitude face aux méthodes et résultats inédits est constamment critique. Ces deux attitudes l'amènent à se demander quel doit être son rôle d'homme de culture et de mathématique, de quelle manière il peut ou doit être présent dans un monde qui change.

Il ne formule pas de réponse théorique; on la perçoit seulement à travers le geste concret qui consiste à se confronter aux situations et aux problèmes mathématiques. Si l'enseignement des anciens a un sens, si les élaborations des contemporains sont significatives (elles le sont seulement dans la mesure où elles ouvrent de nouvelles routes, prospectent de nouveaux horizons, bref, où ils font avancer le savoir mathématique), il sera alors indispensable, se dit-il, que je cherche ma route et donne mon apport. Sa route est toute tracée par sa nouvelle façon de se confronter aux problèmes. Conscient de cela, il cherche alors à élaborer une méthode, qu'il veut nouvelle dans la double mesure où les vieux problèmes relus à sa lumière conduisent aux mêmes résultats, et où elle manifeste qualité en étudiant des situations inédites et puissance en résolvant des problèmes réputés difficiles. Le traité de *Mécanique* reflète amplement cette exigence.

BIBLIOGRAPHIE

BARCARO (Umberto)

[1980] Il concetto di inerzia nei 'Discorsi' di Galileo, *Physis*, XXII (1980), p. 325–342.

BELLONE (Enrico)

[1983] *Introduzione a G. Galilei, Sulla libertà della scienza e l'autorità delle Scritture*, Roma : Edizioni Teoria, 1983, p. 5–29.

BENEDETTI (Giovanni Battista)

- [1585] *Diversarum Speculationum Mathematicarum, & Physicarum liber [...]*, Taurini : Apud Hæredem Nicolai Bevilaquæ, 1585.

BORELLI (Giovanni Alfonso)

- [1658] *Euclides restitutus sive prisca geometriæ elementa brevius et facilius contexta, in quibus præcipue proportionum theoria nova, firmiorique methodo promuntur a Jo. Alphonso Borellio [...]*, Pisis : Ex Officina Francisci Onophri, 1658.

BOS (Henk J.M.)

- [1981] On the Representation of Curves in Descartes' Géométrie, *Archive for History of Exact Sciences*, 24 (1981), p. 295–338.
- [1984] Arguments on Motivation in the Rise and Decline of a Mathematical Theory; the 'Construction of Equations', *Arch. Hist. Exact Sci.*, 30 (1984), p. 331–380.
- [1993] The Concept of Construction and the Representation of Curves in Seventeenth-Century Mathematics, *Lectures in the History of Mathematics*, vol. 7, History of Mathematics, Providence : American Mathematical Society, 1993, p. 23–36.

BOTTECCHIA DEHÒ (Maria Elisabetta), a cura di

- [2000] *Aristotele, Problemi meccanici*, Soveria Mannelli : Rubbettino, 2000.

CAVALIERI (Bonaventura)

- [1635] *Geometria Indivisibilium Continuatorum nova quidam ratione promota [...]*, Bononiæ : Typis Clementis Ferronij, 1635.
- [1647] *Exercitationes Geometricæ sex [...]*, Bononiæ : Typis Iacobi Montij, 1647; réimpr. an. Roma : Edizioni Cremonese, 1980.

CLAGETT (Marshall)

- [1968] *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions. A Treatise on the uniformity and difformity of intensities known as Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum [...]*, Madison : The University of Wisconsin Press, 1968.
- [1984] *Archimedes in the Middle Ages*, vol. 5, Philadelphia : The American Philosophical Society, 1984.

COMMANDINO (Federico)

- [1565a] *Archimedis de iis quæ vehuntur in aqua libri duo. A Federico Commandino Urbinatè in pristinum nitorem restituiti, et commentariis illustrati*, Bononiæ : Ex Officina Alexandri Benacii, 1565.
- [1565b] *Liber de centro gravitatis solidorum*, Bononiæ : Ex Officina Alexandri Benacii, 1565.

DEL MONTE (Guidobaldo)

- [1577] *Mechanicorum liber*, Pisauri : Apud Hieronymum Concordiam, 1577.
- [1615] *Mechanicorum liber [...]*, Venetiis : Apud Evangelistam Deuchinum, 1615.

DESCARTES (René)

- [1954] *The Geometry of René Descartes*, translated from the French and Latin by D.E. Smith and M.L. Latham, New York : Dover Publications, 1954.
- [1983] *Opere scientifiche di René Descartes*, vol. 2, Discorso sul metodo, La Diottrica, Le Meteore, La Geometria a cura di E. Lojacono, Torino : Utet, 1983.
- [1990] *AA. VV. : Descartes : il metodo e i saggi. Atti del Convegno per il 350° anniversario della pubblicazione del Discours de la Méthode e degli Essais*.

- A cura di G. Belgiosio, Gu. Cimino, P. Costabel, G. Papuli, Tomo secondo, Roma : Istituto della Enciclopedia Treccani, 1990, p. 347–541.
- DI GIROLAMO (Giulia)
- [1999] L'influenza archimedea nei Theoremata di Galilei, *Physis*, série 2, XXXVI (1999), p. 21–54.
- DUPLEIX (Scipion du)
- [1690] *La Physique, ou science des choses naturelles [...]*, Rouen : chez Louys du Mesnil, 1990; réimpr. an. Paris : Librairie Fayard, 1990.
- FABRI (Honoré)
- [1646] *Tractatus physicus de motu locali*, Lugduni : Apud I. Champion, 1646.
- GALLUZZI (Paolo)
- [1979] *Momento. Studi galileiani*, Roma : Edizioni dell'Ateneo, 1979.
- GALUZZI (Massimo)
- [1980] Il problema delle tangenti nella 'Géométrie' di Descartes, *Arch. Hist. Exact Sci.*, 22 (1980), p. 37–51.
- [1985] Recenti interpretazioni della *Géométrie* di Descartes, *Scienza e filosofia, Saggi in onore di L. Geymonat* a cura di C. Mangione, Milano : Garzanti, 1985, p. 643–663.
- GAPAILLARD (Jacques)
- [1992] Galilée et l'accélération de la pesanteur, *Physis*, série 2, XXIX (1992), p. 319–374.
- GIACOMELLI (Raffaele)
- [1949] *Galileo Galilei giovane e il suo 'De Motu'*, Pisa : Domus Galilæiana, 1949.
- GIUSTI (Enrico)
- [1980] *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, Roma : Edizioni Cremonese, 1980.
- [1981] Aspetti matematici della cinematica galileiana, *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, I(1981), p. 3–42.
- [1986] Ricerche galileiane : Il trattato de Motu æquabili come modello della teoria delle proporzioni, *Boll. storia sci. mat.*, VI(1986), p. 89–108.
- [1995] Il ruolo della matematica nella meccanica di Galileo, *Galileo Galilei e la cultura veneziana. Atti del convegno di studio [...]* Venezia, 18–20 giugno 1992, Venezia : Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, 1995, p. 321–337.
- HELBING (Mario Otto)
- [1987] I problemi 'de motu' tra meccanica e filosofia nel Cinquecento : G.B. Benedetti e F. Buonamici, *Cultura, scienze e tecniche nella Venezia del Cinquecento. Atti del Convegno Internazionale di studi su G. B. Benedetti e il suo tempo*, Venezia : Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, 1987, p. 157–168.
- MAIERÙ (Luigi)
- [1982] Il Quinto Postulato euclideo da C. Clavio (1589) a G. Saccheri (1733), *Arch. Hist. Exact Sci.*, vol. 27, n. 4, 1982, p. 297–334.
- [1989] Le vicende relative al quinto postulato euclideo fra il Cinquecento e il Settecento, *Storia sociale e culturale dell'Italia, vol. V, La cultura filosofica e scientifica, tomo II, La storia delle Scienze* a cura di C. Maccagni e P. Freguglia, Busto Arsizio : Bramante Editore, 1989, p. 127–157.
- [1991] Il problema del metodo nelle *Lectiones Mathematicæ* di Isaac Barrow, 3° *Annuario del Liceo Scientifico 'B.G. Scorza'*, Cosenza, Soveria Mannelli : Calabria Letteraria Editrice, 1991, p. 74–97.
- [1994] *Fra Descartes et Newton : Isaac Barrow e John Wallis*, Soveria Mannelli : Rubbettino, 1994.

- [1994a] Attorno al Quinto Postulato Euclideo; dal '500 al '700 si riflette sul modo di 'fare geometria', 6° *Annuario del Liceo Scientifico B.G. Scorza, Cosenza*, Soveria Mannelli : Calabria Letteraria Editrice, 1994, p. 27–48.
- [1995] Metodi degli 'antichi' e dei 'moderni' nell'*Algebra* di John Wallis : considerazioni circa i nessi fra loro esistenti, *Geometria, Flussioni e Differenziali. Tradizione e innovazione nella matematica del Seicento* a cura di M. Panza e CL.S. Roero, Napoli : La Città del Sole, 1995, p. 85–130.
- [2000] Il 'continuo' nella *Aritmetica Infinitorum* di John Wallis, *Atomismo e continuo nel XVII secolo. Atti del Convegno Internazionale 'Atomisme et continuum au XVII^e siècle*, Napoli, 28–30 aprile 1997. A cura di E. Festa e R. Gatto, Napoli : Vivarium, 2000, p. 151–181.
- [2000a] Considerazioni attorno alla dimostrazione nella matematica del Cinque-Seicento : analisi e sintesi in Francesco Barozzi e in John Wallis lettori di Pappo, *Physis*, serie 2, XXXVII (2000), p. 283–310.
- MICHELI (Gianni)
- [1995] *Le origini del concetto di macchina*, Firenze : Leo S. Olschki Editore, 1995.
- PASCAL (Blaise)
- [1954] *Œuvres complètes*, texte établi, présenté et annoté par J. Chevalier, Paris : Gallimard, 1954.
- PICCOLOMINI (Alessandro)
- [1547] *In mechanicas quæstiones Aristotelis paraphrasis paulo quidam plenior [...]* *Eiusdem commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum, in quo de resolutione, diffinitione et demonstratione : necnon de materia et fine logicæ facultatis, quamplurima continentur ad rem ipsam tum mathematicam, tum logicam maxime pertinentia [...]*, Romæ : Apud Antonium Asolanum, 1547.
- ROMENI (Claudio)
- [1989] Aspetti della storia della fisica in Italia da Galileo a Volta, *Storia sociale e culturale d'Italia, vol V, La cultura filosofica e scientifica, tomo II, La storia della scienza* a cura di C. Maccagni e P. Freguglia, Busto Arsizio : Bramante Editore, 1989, p. 267–294.
- ROSE (Paul Lawrence)
- [1975] *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève : Librairie Droz, 1975.
- SOUFFRIN (Pierre)
- [1986] Du mouvement uniforme au mouvement uniformément accéléré, *Boll. storia sci. mat.*, VI, (1986), p. 135–144.
- SYLLA (Edith Dudley)
- [1991] *The Oxford Calculators and the Mathematics of Motion 1320–1350. Physics and Measurement by Latitudes*, London : Garland Publishing, 1991.
- TOMEIO (Nicola Leonino)
- [1525] *Conversio mechanicarum Quæstionum Aristotelis cum figuris, et annotationibus quibusdam, Opuscula nuper in lucem edita*, Venetiis, 1525.
- TORRICELLI (Evangelista)
- [1975] *Opere di Evangelista Torricelli* a cura di L. Belloni, Torino : Utet, 1975.
- WALLIS (John)
- [1658] *Commercium epistolicum de quæstionibus quibusdam mathematicis nuper habitum. Inter Nobilissimos Viros D. Gulielmum Vicecomitem Brouncker, Anglum, D. Kenelmum Digby, item Equitem Anglum, D. Fermatium, in*

- suprema Tolosana Curia Iudicem Primarium; D. Frenicium, Nobilem Parisinum una cum D. Joh. Wallis Geomet : Profess. Oxonii; D. Franc. A. Schooten : Math. Prof. Ludguni Batavorum; aliisque. Edidit Johannes Wallis, S.Th.D. in celeberrima Oxoniensi Academia geometriæ Professor Savilianus, Oxonii : Excudebat A. Lichfield, Acad. Typograph., 1658.*
- [1669] *Mechanica : sive de motu, tractatus geometricus. Pars prima [...]* London, 1669, qui est la première partie de [Wallis 1670b] et qui est dans [Wallis 1695, p. 571–642].
- [1670a] *Mechanicorum, sive tractatus de motu : pars secunda : [...]*, London 1670, qui est la deuxième partie de [Wallis 1670b] et qui est dans [Wallis 1695, p. 643–938].
- [1670b] *Mechanica, sive de motu, tractatus geometricus, [...]*, London, 1670.
- [1671] *Mechanicorum, sive tractatus de motu : pars tertia [...]*, London, 1671, qui est la troisième partie de [Wallis 1670] et qui est dans [Wallis 1695, p. 939–1063].
- [1685] *A Treatise of Algebra, both historical and practical; with somme additional Treatises : I. of the cono-cuneus; II. Of angular sectiones; III. Of the angle of contact; IV. Of combinations, alterations and aliquot parts [...]* by John Wallis, D.D. Professor of Geometry in the University of Oxford, and Member of the Royal Society, London : Printed by John Playford [...], 1685.
- [1693] *Johannis Wallis S.T.D. Geometriæ Professoris Saviliani, in Celeberrima Academia Oxoniensi, De Algebra Tractatus; Historicus & Practicus. Anno 1685 Anglice editus; nunc auctus Latine [...]* Operum mathematicorum Volumen alterum, Oxoniæ e Theatro Sheldoniano, 1993; réimpr. an. : J. Wallis, *Opera mathematica II*, Hildesheim : Georg Olms, 1972.
- [1695] *Johannis Wallis S.T.D. Geometriæ Professoris Saviliani in celeberrima Academia Oxoniensi, Opera Mathematica. Volumen Primum, Oxoniæ : e Teatro Sheldoniano, 1695; réimpr. an. J. Wallis, Opera Mathematica I. Mit einem Vorwort von Chr. J. Scriba, Hildesheim : Georg Olms, 1972.*