

BAHIA EL GASS

ITALO GIORGIUTTI

**Quelques phénomènes didactiques mis en évidence par
l'utilisation du logiciel D.E.F.I**

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1998, fascicule S4
« Produire et lire des textes de démonstration », , p. 157-188

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1998__S4_157_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1998, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUELQUES PHENOMENES DIDACTIQUES MIS EN EVIDENCE PAR L'UTILISATION DU LOGICIEL D.E.F.I

Bahia El Gass
Italo Giorgiutti

Tous les enseignants qui ont utilisé assez longuement DEFI considèrent que ce que leur a apporté ce logiciel, c'est surtout une toute nouvelle connaissance des élèves en activité de démonstration, et que c'est à partir de cette connaissance qu'ils ont pu améliorer leur enseignement.

Deux ateliers de ce colloque se proposaient de donner des exemples d'acquisition de telles connaissances. Compte tenu de la similitude entre ces deux ateliers, il nous a semblé préférable d'en faire une rédaction commune.

Nous nous bornerons d'abord à une présentation minimale de DEFI nécessaire à la compréhension de la suite.

Une première partie de ce travail permettra de mieux cerner la compréhension des messages DEFI par les élèves.

Ensuite, nous comparerons la solution papier-crayon à la solution à l'aide de l'ordinateur d'un problème de géométrie au début de l'utilisation de DEFI.

Enfin, nous essayerons de mettre en évidence divers types de solutions papier-crayon d'un problème de 4ème à la fin de l'année scolaire, pour des élèves ayant eu des enseignants différents et dont une partie a utilisé DEFI.

I. Description du logiciel DEFI

La version actuelle de DEFI présente à l'élève deux modules principaux :

- 1) Un module "*Exploration de la figure*"
- 2) Un module "*Démonstration*"

Ces deux modules peuvent se dérouler en parallèle, tout en échangeant leurs informations. Ils peuvent aussi être interrompus pour des demandes d'informations et en particulier pour la consultation de bilans.

Voici un énoncé typique de problème proposé par DEFI :

Soit ABCD un parallélogramme. Les points E, F, G et H sont les milieux des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

La droite (DE) coupe les droites (HC) et (AF) en N et P.

La droite (BG) coupe les droites (AF) et (HC) en Q et M.

Démontrer que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

Ce problème (comme tous ceux proposés actuellement dans DEFI) porte sur la géométrie du programme de 4ème ; il est de nature affine, il possède une conclusion unique et pas de questions intermédiaires.

1.1 Le module "Exploration de la figure"

Dans la version actuelle de DEFI, l'élève doit tracer sa figure sur papier, mais nous en reproduisons une ici pour la commodité du lecteur (figure1).

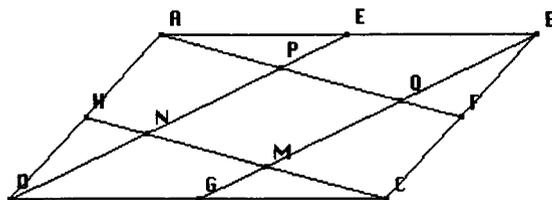


Figure 1

Le module se présente alors comme une suite de dialogues qui sont essentiellement de trois types.

Dialogues de type 1

En voici un exemple (figure2) :

Sais-tu démontrer que :		
Les droites (QM) et (NP) sont parallèles ?		
<input type="button" value="Oui"/>	<input type="button" value="Non"/>	<input type="button" value="Annuler"/>

Figure 2 : dialogue de type 1

Ce type de dialogue a pour but de faire réfléchir sur sa propre activité. Le contrat entre l'élève et le logiciel est précisé par l'item *Explication* du menu *Info*.

Voici le message proposé à l'élève (figure 3) :

<p>Tu réponds "OUI" si tu es persuadé que la propriété qu'on te demande de démontrer est vraie et si tu penses être en mesure de la démontrer, en utilisant uniquement les théorèmes utilisés dans DEFI (voir documentation).</p> <p>Tu réponds "NON" si tu penses que la propriété qu'on te demande de démontrer est vraie mais que tu n'es pas en mesure de la démontrer, en utilisant uniquement les théorèmes utilisés dans DEFI (voir documentation).</p> <p>Tu cliques sur "ANNULER" si tu penses que la propriété qu'on te demande de démontrer est fausse ou que tu penses à une solution dans laquelle cette propriété ne figure pas.</p>

Figure 3 : un exemple de messages

Remarques

- 1) Le but de l'explication précédente est de clarifier le contrat avec l'élève.
- 2) Mais tant que l'élève ne maîtrisera pas la "démonstration" de manière satisfaisante, il sera persuadé qu'il sait démontrer cette propriété, répondra "Oui" mais se montrera incapable de faire cette démonstration et va dire qu'il ne parvient pas à la communiquer au logiciel. S'il écrit une démonstration, il ne sera pas persuadé par le discours des enseignants essayant de le convaincre de ses "fautes".
- 3) DEFI pourra être paramétré seulement pour enregistrer ce "Oui" sans dispenser l'élève de "l'exploration de la figure" relative à cette propriété.

Dialogue de type 2

Un exemple d'un tel dialogue est donné dans la figure 4.

Existe-t-il un parallélogramme dont les sommets appartiennent à (QM) et à (NP) ?

Figure 4 : dialogue de type 2

On a choisi ce type de dialogue non pas pour guider l'élève vers une solution d'un problème particulier, mais pour le forcer tout au cours de son apprentissage à utiliser sa figure, en travaillant à la structuration de cette dernière, en termes de propriétés mathématiques et modifier ainsi la perception qu'il en a.

Voici les consignes données à l'élève, via l'item "Explication" du menu "Info" (figure 5).

S'il y a plusieurs réponses possibles à cette question, il faut rechercher celle qui semble pouvoir se justifier le plus facilement.

Si tu cliques sur "OUI" et que le choix que tu vas proposer permet d'avancer dans la résolution du problème, le dialogue disparaîtra.
Sinon, il réapparaîtra.

Le logiciel va veiller à ce que tu ne donnes pas plusieurs fois la même réponse.
Si tu ne trouves plus de réponses possibles, il te faut cliquer sur "NON" ou "Annuler".

Figure 5 : un exemple d'explications

On a pu observer que lorsque les élèves voient un parallélogramme, ou plus généralement un objet géométrique demandé, ils voient souvent le bon (dans notre exemple, EBGD a toujours été proposé et jamais EQGN). D'autre part, ils peuvent avoir vu le parallélogramme EBGD et ne pas voir le parallélogramme AFCH, pour une question analogue.

Dialogue de type 3

Un exemple d'un tel dialogue (figure 6) :

Quels sont les sommets de ce parallélogramme ?
<input type="button" value="Confirmer"/>

Figure 6 : dialogue de type 3

La réponse de l'élève sera analysée soit par le logiciel qui rendra son verdict, soit dans un bandeau. Le logiciel analysera la correction et l'exactitude (du point de vue de l'observation de la figure) des réponses données.

Voici des exemples (figure7) de messages de DEFI à l'occasion du dialogue de type 3 précédent.

Il faut rentrer des points.
Lettres répétées.
Mauvais nombre de lettres.
J n'est pas un point de la figure.
Regarde la figure : A n'est pas sur le segment [QM] ni sur le segment [NP].
Regarde la figure : EBGH n'est pas un parallélogramme.

Figure 7 : message de DEFI après un dialogue de type 3

Si l'élève est bloqué parce qu'il ne trouve pas de parallélogramme, l'item "*Explications*" du menu "*Info*" lui indique la route à suivre.

Voici le texte de cette explication (figure 8) :

Si aucun (autre) choix n'est possible, tu peux reprendre toute l' <i>Exploration de la figure</i> ou bien revenir à l'exploration relative à la dernière propriété ; pour cela tu utilises le menu <i>Outils</i> .
--

Figure 8 : un exemple de message de DEFI après un blocage de l'élève

Si l'élève donne une réponse qu'il a déjà donnée, une alerte lui donne le message de la figure 9 et un dialogue de *type 2* apparaît à nouveau.

Tu as déjà donné cette réponse, tu en donnes une autre ou tu réponds "NON".

Figure 9 : autre exemple de message

1.2 Le module "Démonstration"

1.2.1. Description du module

Pour DEFI, une démonstration est essentiellement une suite de pas et se déroule des données vers la conclusion (nous reviendrons plus loin sur ce point). Pour réaliser une démonstration à l'aide de DEFI, on choisit dans le sous-menu "Navigation" l'option "Démonstration".

Voyons un exemple de pas de démonstration .

Première phase : choix de la propriété à démontrer

La liste des propriétés possibles se présente automatiquement à l'élève (figure 10).

Quelle propriété vas-tu démontrer ?

Choisis dans la liste suivante :

- Les points ... sont alignés.
- Le point . est le milieu de [...].
- Les droites (...) et (...) sont parallèles.
- Le quadrilatère ... est un parallélogramme.
- La longueur de [...] est égale à celle de [...].
- La longueur de [...] est égale au double de celle de [...]
- Les droites (...) et (...) sont confondues.

Si tu n'es pas encore habitué au module "Démonstration", utilise l'item "Explication" dans le menu "Info".

Figure 10 : propriétés disponibles dans DEFI

Remarques

En début d'apprentissage, cet écran laisse certains élèves très perplexes (*je sais, disent-ils, faire ma démonstration mais je ne sais pas comment la communiquer au logiciel*). Le texte de la figure 11 devrait les aider à surmonter cet obstacle.

Les années précédentes, nous avons admis que l'on pouvait considérer comme synonymes des expressions qui désignent le même objet ; par exemple, si M est défini comme le milieu de AB (ou s'il a été démontré que M est le milieu de AB), le logiciel va identifier les droites (AM) et (BM). Cette propriété a troublé fortement bon nombre

d'enseignants et la majorité de leurs élèves. Nous avons alors introduit une nouvelle propriété : "*Les droites ... et ... sont confondues*". Il est vrai que cette propriété, qui est logiquement équivalente à une propriété d'*alignement*, ne l'est pas du tout cognitivement et on comprend que les enseignants souhaitent qu'on l'introduise explicitement dans les démonstrations.

Au niveau du logiciel, il faut non seulement définir par avance les pas que l'on peut sauter, mais aussi admettre qu'on puisse introduire des propriétés du type : "*Les droites ... et ... sont confondues*." au cours des démonstrations, ce qui les complique inutilement.

Après discussion avec les enseignants, il y a de grandes chances que nous ne conservions pas cette propriété, mais que nous donnions la possibilité aux élèves d'ajouter à l'intérieur du bilan de la démonstration une propriété synonyme d'une propriété déjà démontrée.

L'écran d'*Explications* précise le contrat de la démonstration de DEFI (figure 11).

Les exigences des enseignants en matière de démonstration sont très variées.
Elles visent un apprentissage de ces dernières le plus performant possible et obligent à écrire de manière à ne permettre aucune confusion.
Le module *démonstration* va te permettre d'avoir une base solide pour rédiger une telle démonstration.

Pour DEFI, comme pour tous les enseignants, une démonstration se décompose en une suite de *pas*.
Chaque pas contient une propriété à démontrer (la conclusion du *pas*), des "données" qui vont permettre de justifier cette conclusion (les hypothèses du *pas*) et "une règle" justifiant le passage des données à la conclusion du pas (le théorème).
Une "donnée" est une propriété qui fait partie des "données du problème" ou une propriété qui a été démontrée dans un des pas précédents.

Certains enseignants admettent qu'on détaille plus ou moins certains pas. Ils laissent une assez grande liberté, surtout de vocabulaire, et parfois une totale liberté sur l'ordre dans lequel on pourra rentrer les éléments d'un pas.
DEFI va essayer de s'adapter au mieux à cette situation en tolérant de sauter certains *pas*. Il faudra donc suivre les exigences de ton enseignant.
DEFI aura pour exigence qu'aucun élément d'un pas ne soit omis.

Figure 11 : une page d'explications

Si un élève veut démontrer un parallélisme de droites, alors il clique sur le début de la troisième ligne et ainsi le logiciel l'invite à désigner les droites concernées par l'intermédiaire du *moule* de la figure 12 :

Les droites et sont parallèles.

Figure 12 : un moule de propriétés

qu'il remplit comme en figure 13 :

Les droites et sont parallèles.

Figure 13: le moule complété par un élève

Deuxième phase : choix du théorème

Quel théorème vas-tu utiliser pour cela ?

Fais ton choix dans la liste suivante :

- Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
- Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
- Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles.
- Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme.
- Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.
- Par un point, il passe une parallèle et une seule à une droite donnée.
- Un quadrilatère qui a deux côtés égaux et parallèles est un parallélogramme.
- Dans un parallélogramme, le milieu d'une diagonale est aussi le milieu de l'autre.

→ Suite

Figure 14 : Début de la liste des théorèmes

- Le segment qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa longueur est égale à la moitié de celle de ce côté.
 - La parallèle menée par le milieu d'un côté d'un triangle à un second côté passe par le milieu du troisième côté.
 - Si M est le milieu de [AB], la longueur de [AB] est le double de celle de [AM].
 - En utilisant une suite d'égalités.
 - Le point M est le milieu de [AB] si et seulement si M, A, B sont alignés et $MA = MB$.
 - Les droites (AB) et (AC) sont confondues si les points A, B et C sont alignés.
 - Les droites (AB) et (CD) sont confondues si les points A, B et C sont alignés ainsi que les points A, B et D.
 - La droite (AB) est parallèle à la droite (CD) si (AB) est parallèle à (EF) et si les droites (EF) et (CD) sont confondues.
- ← Page précédente

Figure 14 bis : fin de la liste des théorèmes

Il se fait en cliquant à l'aide de la souris dans le rectangle correspondant au choix dans l'une des deux pages-écran (figure 14 et 14 bis). C'est la partie la plus difficile pour l'élève.

On pourrait craindre que les lettres qui désignent des points dans l'énoncé posent des problèmes aux élèves, surtout si elles apparaissent déjà dans l'énoncé du problème. Cela n'est pas encore arrivé ; d'ailleurs la polysémie est une situation normale de lecture.

Troisième phase : choix de(s) l'hypothèse(s)

La liste des propriétés possibles est la même que celle relative à la question de la première phase. Après chaque choix d'une hypothèse, DEFI réitère la question suivante : "Autre hypothèse ?". Si l'élève clique sur le menu "Explication", la réponse fournie est plus axée sur le vocabulaire de l'énoncé.

Dans le cas de l'exemple choisi, la figure 15 montre ce que l'on peut lire sur l'écran suivant :

L'énoncé de ce problème utilise le mot *intersection*.
Ce mot ne figure pas dans la liste précédente, mais il s'exprime facilement avec la propriété d'alignement :
"Le point I est l'*intersection* de (AB) et de (CD)" a le même sens que "Les points I, A, B sont alignés" et "Les points I, C, D sont alignés".
On observe ce terme dans l'énoncé pour une question de style et parce que c'est un terme important du vocabulaire mathématique.

Figure 15 : exemple d'explication d'un mot ne faisant pas partie du vocabulaire de DEFI

A la fin de chaque pas, le logiciel envoie à l'élève un message. Il lui indique, en particulier, si la démonstration est correcte ou lui signale une erreur de démonstration (exemple : figure 16).

Compare les hypothèses que tu as données et celles du théorème choisi.

OK

Figure 16 : un exemple de message d'erreur

1.2.2. Les messages de DEFI

Le logiciel émet une vingtaine de messages. Ces messages ont été choisis non pas à partir d'un modèle a priori de la démonstration, mais en fonction des activités qu'ils génèrent (et qui sont des activités portant sur les textes des théorèmes et des propriétés).

Voici une partie importante de ces messages, avec leur ordre de priorité de traitement par DEFI (chacun de ces messages sera suivi de sa dénomination dans la suite de cet article) :

Il n'y a pas lieu de démontrer une hypothèse.
(mess. 10)

Cette propriété a déjà été démontrée. Il est inutile de la démontrer une seconde fois.
(mess. 11)

Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas la conclusion du problème comme hypothèse.
(mess. 6)

Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas ta conclusion comme hypothèse.
(mess. 7)

La propriété ... ne fait pas partie de tes hypothèses. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.
(mess. 5)

Compare le nombre d'hypothèses que tu as données avec celui des hypothèses du théorème choisi.

(mess. 1)

Compare la conclusion que tu as donnée et celles du théorème choisi.

(mess. 2)

Compare les hypothèses que tu as données et celles du théorème choisi.

(mess. 3)

A quels points appliques-tu le théorème que tu as choisi ?

(mess. 4)

Tu as démontré que ...

(mess. 0)

Les versions précédentes ne donnaient pas les quatre premiers messages (10, 11, 6, 7). Certes, les erreurs des élèves étaient relevées à l'aide des autres messages, mais après discussion avec les enseignants participant à l'observation, il nous est apparu que cela ne respectait pas une "bonne" représentation de la démonstration. Pour la même raison, nous avons fait passer de la dernière à la 5ème place le message suivant (désigné par la suite par mess. 5 ou message 5) : *"La propriété ... ne fait pas partie de tes hypothèses. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer"*.

Exemple (relatif au problème donné plus haut)

Si dans le premier pas on a répondu de la manière suivante :

Comme **conclusion** :

"Le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme".

Comme **théorème** :

"Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme".

Comme **hypothèses** :

"Les droites (MN) et (PQ) sont parallèles".

"Les droites (MQ) et (PN) sont parallèles".

"Le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme".

Dans les versions antérieures, le message : *"Compare le nombre d'hypothèses que tu as données avec celui des hypothèses du théorème choisi"* serait apparu en premier.

Dans la version actuelle, on a le message suivant : *"Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas la conclusion du problème comme hypothèse"*.

Les élèves qui choisissent comme hypothèses :

"Les droites (MN) et (PQ) sont parallèles".

"Les droites (MQ) et (PN) sont parallèles".

reçoivent comme premier message le message suivant : *"La propriété "Les droites (MN) et (PQ) sont parallèles" ne fait pas partie de tes hypothèses. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer"*.

1.3 Les bilans

Ils sont de deux types : l'un porte sur l'ensemble du problème (figure 17) et l'autre concerne plus particulièrement les pas de démonstration (figures 18 et 19).

Tu as démontré que :
Les droites (EB) et (GD) sont parallèles.

Tu dis savoir démontrer que :
Les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

Tu dis avoir observé que :
AB est égal à CD.
EB est égal à GD.
Le quadrilatère EBGD est un parallélogramme.
Les droites (QM) et (NP) sont parallèles.
Le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

Figure 17 : un bilan général

Tu souhaites démontrer que :
Les droites (EB) et (GD) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message :
Tu as démontré que les droites (EB) et (GD) sont parallèles.

Figure 18 : un bilan de pas de démonstration

Tu souhaites démontrer que :
Les droites (AH) et (FC) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant les hypothèses suivantes :
"Le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme".
"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message :
Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas la conclusion du problème comme hypothèse.

Figure 19 : un bilan d'autre pas

Le rôle des bilans dans DEFI est important ; il est lié à la réflexion de l'élève sur sa propre activité et au déclenchement de certaines procédures, et il contribue à habituer l'élève à associer aux propriétés qu'il considère d'autres statuts que celui de "vrai" ou "faux", par exemple celui de "démontré", "démontrable", "d'hypothèse", de "conclusion" ... Bien plus, les bilans permettent de modifier à moyen et long terme les représentations de la démonstration (ce qui va plus loin qu'un contrat didactique assez superficiel) et surtout d'aider en profondeur au passage délicat entre le registre "dessin" et le registre "écriture".

Un travail important dans cette direction avait déjà été fait par Saddo Ag Almouloud [1] , [2]. Ce travail méritait d'être appliqué, continué et élargi. Ce qui est proposé ici n'a qu'un caractère exploratoire mais intéressant du point de vue didactique.

II. Comment les élèves comprennent-ils les messages de DEFI ?

Si l'étude de la compréhension des messages oraux des enseignants par les élèves a été évoquée dans quelques publications, il s'agit d'études forcément très théoriques ou très réductrices, compte tenu du nombre important de variables didactiques qu'il s'agit de contrôler. La situation, dans le cadre de l'utilisation d'un logiciel, est plus favorable. C'est ce travail qui a été suggéré par Jean Houdebine, dans le cadre de DEFI puis du logiciel PROPORTIONNALITES.

Dans ce travail, nous nous sommes imposé de n'utiliser que les traces conservées par les ordinateurs, de soumettre ces traces à diverses analyses statistiques (comme cela s'est fait dans [1] et [2] à la suite des travaux de Régis Gras).

Enfin, nous ne détaillerons, faute de place, que les résultats relatifs au message 5 (cf. 1.2.1) ; pour la même raison nous n'utiliserons ici qu'un seul type d'analyse : l'analyse factorielle. Ce message a été choisi de préférence aux autres parce que c'est celui auquel l'élève était le plus souvent confronté, surtout au début de l'apprentissage, ceux qui le précédaient disparaissant assez rapidement, sans doute parce qu'ils ont un sens dans toute procédure de validation. Le message 5, par contre, est difficile. Beaucoup d'enseignants ont cru qu'une modification de son énoncé allait améliorer sa compréhension ; tous les changements ont été vains. Il semble qu'un tel énoncé n'est compréhensible que par des élèves maîtrisant la structure de la démonstration. Cependant, le travail fait par l'élève sur le message 5 a des retombées très positives sur les messages qui le suivent.

2.1 Les protocoles des élèves

2.1.1 Préambule

Nous nous consacrons donc maintenant à l'étude du message 5 : "*La propriété (P) ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer*". En particulier, quelle serait la réaction de l'élève après ce message ? Sur quels éléments va-t-il agir ? Est-ce sur les hypothèses ou bien la conclusion, ou encore le théorème ? Enfin, est-ce que le message est compris ou non ? La réponse à cette dernière question ne peut s'obtenir qu'à partir des réactions des élèves.

Pour répondre à ces questions, on a recours aux traces enregistrées par DEFI, qui garde tout l'historique de l'élève avec une unité de temps, ici la seconde, nous permettant de savoir à chaque instant ce que l'élève a fait. Par exemple, s'il a consulté le bilan,

l'exploration, donné telle réponse à tel message, fait tel pas de démonstration.

Exemples :	Menu : Navigation Indice : Reprendre le pas de la démonstration Temps : 20 secondes

	Menu : Navigation Indice : Démonstration Temps : 29 secondes

	Menu : Info Indice : Bilan Temps : 122 secondes

	Menu : Navigation Indice : Reprendre le pas de la démonstration Temps : 369 secondes

A travers ces traces, on relève des obstacles objectifs qui rendent compte de trois types d'informations :

- l'action sur les différents éléments du pas erroné,
- l'action vis-à-vis des modules auxiliaires : bilan, aide, ...
- le nouveau message obtenu.

Ces observables rendent compte, essentiellement, de l'aspect formel de la réaction de l'élève au message, plutôt que de la cohérence cognitive de la nouvelle réponse.

Par exemple, on saura :

- si oui ou non le théorème correspond bien aux choix des hypothèses et de la conclusion ;

- si oui ou non le théorème correspond à la situation du problème.

Par conséquent, ces observables présentent l'intérêt d'être objectivement mesurables.

Le choix de s'intéresser en premier lieu à la réaction formelle au message s'inscrit dans notre problématique de mesurer si celle-ci a une correspondance sémantique par rapport au message concerné, ou bien si elle le réduit à son premier degré du "Faux". En outre, il s'agit de mesurer si cette réaction serait la même ou non pour un autre message.

Les observables sont relevés de manière indépendante les uns des autres, ils ne sont pas disjoints, car plusieurs comportements concernant, par exemple, les hypothèses peuvent coexister. Le rôle de l'analyse des données est de permettre de regrouper ces observables. Il faudra ensuite interpréter ces regroupements.

2.1.2 . La liste des observables

Pour une description plus précise des observables avec des exemples, nous renvoyons le lecteur à l'annexe 1.

Les hypothèses

Après le mess 5, l'élève :

- 1) maintient les mêmes hypothèses
- 2) supprime l'hypothèse en question
- 3) remet la conclusion en hypothèse
- 4) ne met que des nouvelles hypothèses
- 5) ajoute une hypothèse
- 6) supprime toutes les hypothèses
- 7) supprime une hypothèse non concernée

- 8) maintient l'hypothèse en question
- 9) rectifie le nom de l'objet

La conclusion

Après le mess 5, l'élève :

- 10) maintient la même conclusion
- 11) met une nouvelle conclusion
- 12) met l'hypothèse en question en conclusion
- 13) une des autres hypothèses devient conclusion
- 14) reprend une des conclusions des pas précédents

Le théorème

Après le mess 5, l'élève :

- 15) maintient le même théorème
- 16) met un nouveau théorème
- 17) met le théorème réciproque du précédent
- 18) met un théorème du même contexte

Réaction

Après le mess 5, l'élève :

- 19) consulte "Bilan"
- 20) consulte "Aide"
- 21) consulte "Etat de démonstration"
- 22) fait "Exploration"
- 23) essaie un pas non achevé et reprend
- 24) l'hypothèse en question est déjà obtenue, mais effacée par une mauvaise manipulation

Nouveau message

Après le mess 5, l'élève obtient :

- 25) mess 5
- 26) mess 1
- 27) mess 2
- 28) mess 3
- 29) mess 4
- 30) mess 10
- 31) mess 0
- 32) mess 6
- 33) mess 7
- 34) mess 8 (exemple : BC n'apparaît dans aucune des égalités)
- 35) mess 9 (exemple : il y a des égalités inutiles, l'égalité "... n'apporte rien)

2.1.3. Une étude de cas

Nous avons proposé aux participants de l'atelier les protocoles de deux binômes ainsi que la liste des théorèmes de DEFI et celle des propositions possibles, tout d'abord sans la réaction au mess 5, et ensuite avec la réaction de l'élève. On a choisi les traces de la première séance (après celle de la prise en main du logiciel) et celles de la troisième séance. Le but étant de les inviter à prévoir ce que peut être la réaction possible de l'élève à ce message. Le problème proposé était le suivant :

*Soit un triangle ABC et soit M un point intérieur au triangle ABC.
On désigne par E le point tel que AMCE soit un parallélogramme et par D le point tel que AMBD soit un parallélogramme.
Démontrer que BCED est un parallélogramme.*

Groupe 5/6 du 9 février

Tu souhaites démontrer que :
CE est égal à DB.
en appliquant le théorème suivant :
"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".
en utilisant les hypothèses suivantes :
"Les droites (AM) et (CE) sont parallèles".
"Les droites (DB) et (AM) sont parallèles".
"CE est égal à AM".
"DB est égal à AM".

Message : la propriété : *"Les segments [DB] et [AM] ont même longueur" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Réaction de l'élève après le mess 5.
Tu souhaites démontrer que :
Le quadrilatère ECBD est un parallélogramme.
en appliquant le théorème suivant :
"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".
en utilisant les hypothèses suivantes :
"Les droites (CE) et (BD) sont parallèles".
"CE est égal à DB".

Message : la propriété : *"Les segments [CE] et [DB] ont même longueur" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Groupe 3/4 du 9 février

Tu souhaites démontrer que :
Les droites (EC) et (AM) sont parallèles.
en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".
en utilisant les hypothèses suivantes :
"Le quadrilatère BDAM est un parallélogramme".
"Les droites (AM) et (BD) sont parallèles".
"Le quadrilatère AMCE est un parallélogramme".

Message : la propriété : *"Les droites (AM) et (BD) sont parallèles" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Réaction de l'élève après le mess 5.
Tu souhaites démontrer que :
Les droites (AM) et (EC) sont parallèles.
en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".
en utilisant les hypothèses suivantes :
"Le quadrilatère DBAM est un parallélogramme".
"Les droites (AM) et (BD) sont parallèles".
"Le quadrilatère AMCE est un parallélogramme".

Message : la propriété : "Les droites (AM) et (BD) sont parallèles" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Groupe 5/6 du 23 février

Tu souhaites démontrer que :

Le quadrilatère AMEC est un parallélogramme.

en appliquant le théorème suivant :

"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"AM est égal à CE".

"Les droites (AM) et (CE) sont parallèles".

Message : la propriété : "Les segments [AM] et [CE] ont même longueur" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Réaction de l'élève après le mess 5.

Tu souhaites démontrer que :

AM est égal à CE.

à l'aide des calculs suivants :

$$BD = CE$$

Message : AM n'apparaît dans aucune égalité.

2.2 Analyse factorielle

On se propose de faire une analyse factorielle en prenant comme critères les observables de 2.1.2. (voir annexes 1 et 2) et comme items, ceux des deuxième et troisième sessions qui seront codées à l'aide du nombre d'apparitions de chaque item.

La figure de l'appendice 2 montre les regroupements de ces observables. Nous ne regardons pas ici comment les items s'insèrent dans ces observables.

L'axe 1 est celui du changement des hypothèses.

Il oppose d'un côté le maintien total des hypothèses et de l'autre le changement de toutes les hypothèses du pas :

→ Rejeter toutes les hypothèses et en proposer d'autres : les observables de la classe IV (2, 6, 4).
ou bien

→ Maintenir l'hypothèse en question ou toutes les hypothèses du pas : les observables de la classe I (1, 8).

L'axe 2 est celui du changement de la conclusion et le recours à différentes actions.

Il oppose, d'une part, la remise en question de la conclusion, et, d'autre part, son maintien :

→ D'une part, l'observable 10.

→ D'autre part, l'observable 11.

Certains observables comme "*Consulte Aide*" et "*mess 1*" sont situés au centre de gravité, et par suite ne contribuent pas à la constitution de ces deux axes.

Nous avons encadré les classes principales significatives qui se sont constituées :

Classe I

- 10) MMC : maintient la même conclusion
- 15) MMT : maintient le même théorème
- 1) MMH : maintient les mêmes hypothèses
- 9) RNO : rectifie le nom de l'objet

On fait le moins de changements possibles.

Classe II

- 22) FEX : fait l'exploration
- 11) MNC : met une nouvelle conclusion
- 16) NT : nouveau théorème

On a besoin de nouvelles idées.

Classe III

- 31) mess 0 : réussite
- 12) MHQC : met l'hypothèse en question en conclusion

On comprend le sens du message.

Classe VI

- 2) SHQ : supprime l'hypothèse en question
- 6) SHT : supprime toutes les hypothèses
- 4) MNH : ne met que des nouvelles hypothèses

On reprend presque totalement le pas.

Classe V

- 13) AHC : l'une des autres hypothèses devient conclusion
- 8) MHQ : maintient l'hypothèse en question
- 7) SHNC : supprime une hypothèse non concernée

On travaille sur les hypothèses, mais pas sur la bonne.

Conclusions

Nous avons aussi analysé, les contributions des élèves à chacune des classes. Il apparaît que cette contribution porte sur beaucoup de classes.

L'étude de l'évolution de l'élève le long des séances nous a montré que dans les dernières séances, l'élève finit par dire à son partenaire : "*Si on propose (P), il va nous dire de la démontrer*". Le "il" désigne ici le logiciel.

Du point de vue didactique nous pensons qu'il s'agit là de quelque chose d'important, parce que l'élève n'écrit plus certains pas, mais les remplace par d'autres ce qui dans un enseignement plus traditionnel ne peut être obtenu que lorsqu'il maîtrise parfaitement la démonstration.

III. Comparaison d'un travail : papier-crayon vs/ ordinateur

3.1 Description de la séquence

Nous avons donc choisi de donner un énoncé qui avait le mérite de poser un problème simple, et donc d'aider à la prise en main de DEFI, à savoir : "*On se donne un*

parallélogramme ABCD. On désigne par E le symétrique de C par rapport à D. Démontrer que les droites (AE) et (BD) sont parallèles".

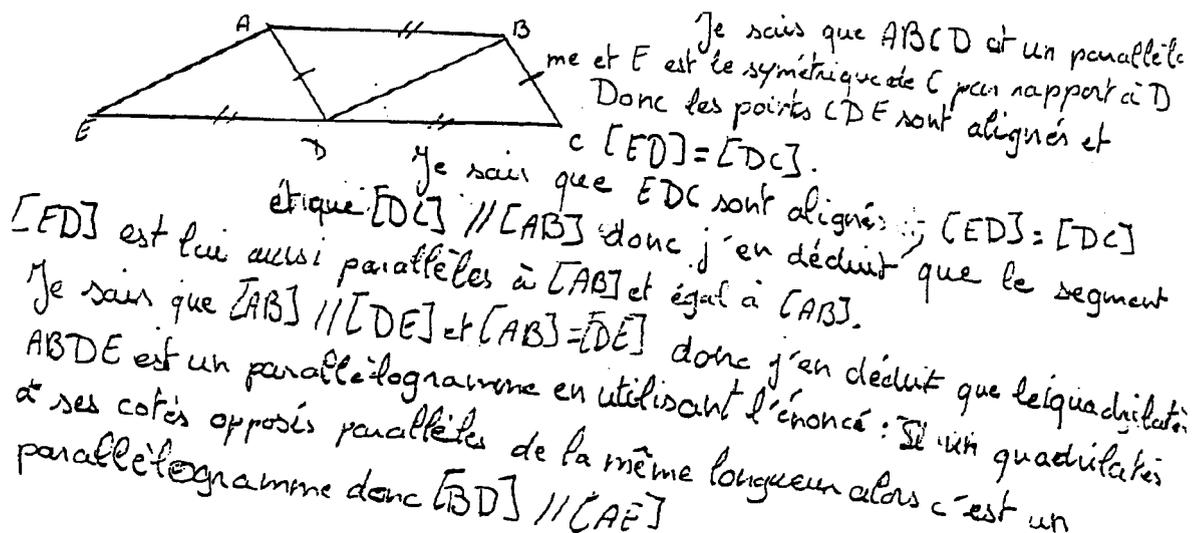
La consigne donnée aux élèves était la suivante :

- 1) Rédiger d'abord une solution de ce problème.
- 2) Faire ensuite, à l'aide de DEFI, l'exploration de la figure puis la démonstration.

Au bout de trente minutes, tous les élèves (répartis en deux groupes de 12) avaient terminé leur travail écrit. L'utilisation de l'ordinateur s'est une nouvelle fois (pour ce type de problème) soldé par un manque total de motivation, scandée par des phrases du type : "On a su démontrer, qu'est-ce qu'il veut de plus ?" ou bien "Il pose des questions auxquelles on ne sait pas comment répondre".

3.2 Analyse des copies et des traces

Les textes produits par les élèves étaient tout à fait semblables. On va donc pouvoir se restreindre à une seule copie dont voici une photocopie.



Tous les enseignants considèrent que ce texte est un texte tout à fait acceptable. Beaucoup pensent que l'élève capable de produire un tel texte a compris ce qu'est une démonstration. Certains disent même, devant ce type de copies, qu'ils ont réussi leur enseignement.

Pourtant d'autres enseignants, savent bien qu'il ne faut pas crier victoire trop vite et essayer des "problèmes plus difficiles" et parfois des problèmes plus inhabituels. D'autres pratiquent ouvertement une politique d'évitement qui consiste à ne pas sortir de ce genre de problèmes afin que les élèves soient toujours en situation de succès. Les programmes officiels donnent dans le cas de la géométrie tout un éventail de situations qu'il faut savoir traiter.

Montrons que ce que l'on sait faire dans un certain contexte ne passe pas du tout dans un autre.

Nous allons donner les traces de la session du groupe de l'élève qui a écrit le texte précédent. Nous rappelons que les traces relevées par l'ordinateur sont situées dans plusieurs fichiers dont les deux plus importants sont le fichier "dialogues" qui mémorise tous les dialogues ouverts par l'élève et les réponses des élèves aux questions posées dans ces dialogues dans le module "Exploration de la figure". L'autre fichier est "Pas de démonstration" qui est lié au module démonstration. Chaque enregistrement se termine par "Temps :" qui est exprimé en minutes et secondes passées depuis le lancement de DEFI. Nous nous

référerons à ces enregistrements par l'intermédiaire de ces "temps", 13-42 voulant dire "13 minutes 42 secondes". Dans les traces ci-dessous on passe du temps "20 minutes 17 secondes" au temps "2 minutes 59 secondes". Il ne s'agit pas là d'une seconde session mais d'une rupture (Le Menu "quitter" a été activé mais l'environnement du programme est conservé de façon à permettre une reprise dans l'état précédent).

Les traces du module "Démonstration" montrent nettement que le groupe a essayé de communiquer au logiciel son premier paragraphe et n'est pas arrivé à essayer autre chose. Le pas 13-42 nous montre que malgré les marqueurs "Je sais" et "Donc", des hypothèses sont prises pour des conclusions et vice-versa.

Après ce pas, le statut de "ABCD est un parallélogramme" sera clair, mais pas celui de "EDC sont alignés" (pas 13-42, 16-44, 17-36, 20-17, 2-59...).

La structure de pas ne semble pas assimilée (tous les pas jusqu'au 24-22).

Les traces du passage du module "Démonstration" sont déroutantes. Nous les donnons in extenso.

Tu souhaites démontrer que :

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

en appliquant le théorème suivant :

"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Les points CDE sont alignés".

Message : *Il n'y a pas lieu de démontrer une donnée.*

Temps : 13minutes 42 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les points CDE sont alignés.

en appliquant le théorème suivant :

"Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Les points CDE sont alignés".

"Les points DCE sont alignés".

Message : *Vérifie si tu utilises le même nombre de données que celles qui figurent dans le théorème choisi.*

Temps : 16 minutes 24 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les points DCE sont alignés.

en appliquant le théorème suivant :

"Si (AB) et (AC) sont parallèles à une même droite, alors les points A, B et C sont alignés".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Les points CDE sont alignés".

"Le point D est le milieu de CE".

Message : *Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas ta conclusion comme donnée.*

Temps : 17 minutes 36 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (CD) et (AB) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme."

Message : *Vérifie si tu utilises le même nombre de données que celles qui figurent dans le théorème choisi.*

Temps : 20 minutes 17 secondes

Tu souhaites démontrer que :

AB est égal à ED.

en appliquant la définition suivante :

"Si le point M est le milieu de [PQ], alors M, P et Q sont alignés et MP = MQ".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message : *Vérifie si tes données correspondent à la définition choisie.*

Temps : 2 minutes 59 secondes (Voir ci-dessus pour une explication de cette rupture du chronométrage)

Tu souhaites démontrer que :

AB est égal à DE.

en appliquant le théorème suivant :

"Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"DC est égal à ED".

"BC est égal à AD".

"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message : *La propriété : "Les segments BC et AD ont même longueur" ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Temps : 5 minutes

Tu souhaites démontrer que :

CD est égal à DE.

en appliquant le théorème suivant :

"Les droites (AB) et (AC) sont confondues si les points A, B et C sont alignés".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Le point D est le milieu de CE".

"Les droites (ED) et (CD) sont confondues".

"EC est égal au double de AB".

Message : *La propriété : "La longueur de [EC] est égale à deux fois celle de [AB]" ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Temps : 8 minutes 3 secondes

Tu souhaites démontrer que :

CD est égal à DE.

en appliquant la définition suivante :

"Si le point M est le milieu de [PQ], alors M, P et Q sont alignés et $MP = MQ$ ".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Les points CDE sont alignés".

Message : Vérifie si tes données correspondent à la définition choisie.

Temps : 9 minutes 17 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les points EDC sont alignés.

en appliquant le théorème suivant :

"Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"DE est égal à AB".

"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

"Les droites (EC) et (AB) sont parallèles".

"Les droites (AB) et (CD) sont parallèles".

"Le point D est le milieu de EC".

Message : La propriété "Les droites (AB) et (CD) sont parallèles" ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Temps : 14 minutes 42 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (ED) et (DC) sont confondues.

en appliquant le théorème suivant :

"Le segment qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au 3ème côté et sa longueur est égale à la moitié de la longueur de ce côté".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Les droites (DC) et (AB) sont parallèles".

"Les droites (DE) et (AB) sont parallèles".

"Les points EDC sont alignés".

Message : La propriété "Les droites (DE) et (AB) sont parallèles" ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Temps : 23 minutes 35 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (DC) et (AB) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message : Tu as démontré que les droites (DC) et (AB) sont parallèles.

Temps : 24 minutes 22 secondes

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues".

en utilisant l'hypothèse suivante :
"Les droites (AB) et (CD) sont parallèles".

Message : *Vérifie si tu utilises le même nombre de données que celles qui figurent dans le théorème choisi.*

Temps : 26 minutes 38 secondes

Tu souhaites démontrer que :
Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".
en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message : *Tu as démontré que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.*

Temps : 28 minutes 12 secondes

Tu souhaites démontrer que :
AB est égal à DC.
en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".
en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message : *Tu as démontré que les segments [AB] et [DC] ont même longueur.*

Temps : 28 minutes 46 secondes

3.3 Commentaires

Diverses explications viennent à l'esprit, elles conduisent toutes à approfondir la notion de changement de registre (ou de cadre...) et celle de contrat didactique.

Nous ne les détaillerons pas ici. Disons que pour ce qui est de la démonstration un véritable contrat didactique ne pourra être noué que lorsque l'élève possèdera vraiment cette notion. Les élèves avaient tous l'impression d'avoir parfaitement rempli leur contrat, que les questions posées par le logiciel ne leur apprenaient strictement rien et qu'il était particulièrement difficile de se faire comprendre par lui.

Si nous reprenons maintenant le texte de l'élève plus en détail, nous voyons que le découpage en "pas" laisse à désirer : il faut aller à la pêche pour montrer que $ED = AB$. Il n'y a en fait qu'un seul "vrai pas", celui qui établit que ABDE est un parallélogramme.

Ce type de problème est essentiellement basé sur des équivalences sémantiques et une démonstration détaillée n'apportera rien à personne et sera toujours un exercice d'école ; un tel problème est, en tout cas, parfaitement inadapté à un premier apprentissage de la démonstration. Aussi, en sommes-nous revenus aux contraintes que nous nous sommes imposées lors de la conception de DEFI : ne traiter que des problèmes difficiles... Le reste de l'année scolaire nous a donné raison.

Le travail fait sur DEFI lors de cette séance n'a pas été inutile pour l'élève puisque dès la séance suivante le nombre de pas corrects a été important et les pas qui restaient présentaient peu de fautes et étaient parfaitement repérables.

IV. Quelques copies type en fin de 4ème

4.1 Origine des copies d'élèves

Pour le problème rencontré dans la seconde partie et pour des problèmes du même type, l'expérience montre que les élèves savent produire quelque chose qui ressemble à une démonstration.

Il n'en est pas de même dans le cas du problème suivant qui va nécessiter une aide très forte en début d'apprentissage. Il faut attendre la fin de l'année scolaire pour avoir des résultats satisfaisants. D'où le choix d'un post-test donné à trois classes de 4ème dont 24 élèves ont travaillé avec DEFI.

Voici le texte du problème :

*On considère un triangle ABC et I le milieu de [BC].
On désigne par D le point tel que AICD soit un parallélogramme.
Le segment [AC] est coupé en M par la droite (ID) et en J par la droite (BD).
On appelle K le milieu de [BJ].
Démontrer que J est le milieu de [KD].*

Ce problème présentait de réelles difficultés dans les conditions où il a été donné, comme devoir en temps limité, il n'en présentait aucune avec l'aide de DEFI.

Notre but n'est pas ici de faire un compte rendu supplémentaire sur l'évaluation de DEFI. Ce travail a été fait en détail par B. El Gass. Nous nous contenterons de dire pour satisfaire la curiosité du lecteur que, pour ce qui est de la réussite, les élèves qui ont travaillé avec DEFI et qui étaient classés dans les élèves en difficulté en début d'année sont devenus des élèves sans difficultés particulières. Ils présentent même, au dire de leurs enseignants, certaines particularités appréciées : meilleure utilisation des figures, questionnement sur ces dernières, meilleure maîtrise des textes démonstratifs...

Notre but est plutôt de montrer comment à la suite de Saddo Ag Almouloud [1] on peut arriver à une analyse assez précise de cet ensemble de copies qui peuvent paraître très disparates.

4.2 Quelques éléments pour une caractérisation des copies

Saddo Al Agmouloud a montré dans sa thèse à l'aide d'analyses de données et vérifié dans nombre d'autres situations que les critères qui correspondent aux erreurs de démonstration signalées par DEFI se regroupaient en quatre classes : le succès, l'échec et deux autres classes qu'Al Agmouloud a désignées sous le nom de "centration sur les hypothèses" et "centration sur la conclusion".

D'autre part lors des diverses présentations de DEFI beaucoup d'enseignants nous ont fait part de l'impossibilité pour eux de se lancer dans des travaux d'analyse des traces telle qu'elle avait été faite à Rennes. Il m'a paru alors nécessaire de trouver des moyens plus rapides de décrire les performances des élèves.

4.3 Analyse des copies

Le paquet de copies que j'avais entre les mains me semblait idéal pour cela. Tout ce qui est relatif au discours était neutralisé c'est-à-dire que la forme était parfaitement fixée : on part toujours des données vers la conclusion, on marque fortement les pas et les composantes de ces derniers, l'aspect énonciation est réduit au minimum.

Ou bien la copie est parfaite (ou presque), on va directement des données vers la conclusion avec des pas parfaits, un enchaînement parfait, pas nécessairement le même pour toutes les copies.

Pour ces copies et dans le cadre utilisé, il n'est pas possible de connaître quoi que ce soit sur ce qui s'est passé dans la tête de l'élève (il n'y a que deux copies dans ce cas).

D'autres copies partent vraiment des données qu'elles explicitent plus ou moins mais le problème est trop complexe pour arriver à la conclusion. C'est le cas de la majorité des copies. Pourtant ces copies "démontrent" presque toutes la conclusion mais souvent introduisant des données non démontrées. Le caractère dominant de ces copies est la centration sur les hypothèses suivie d'une certaine centration sur la conclusion.

Nous n'avons pu repérer que de rares copies centrées sur la conclusion et encore parce qu'elles n'avaient pas été retranscrites au propre ou parce qu'elles introduisaient de nouveaux points, ou démontraient des propriétés inattendues.

Il reste un nombre très faible de copies presque vides.

Des copies introduisent des données provenant d'une figure particulière (une seule les utilise vraiment).

Deux copies proposent une résolution de problème originale, mais qui n'est pas transformée en démonstration valable.

Conclusion

Nous voyons que les notions de centrations permettent de se faire une image assez précise des performances et même des compétences de cette classe.

L'enseignant peut donc obtenir un panorama concis mais assez fidèle de la production de ses élèves et avoir un point de départ qu'on peut penser utile pour un certain nombre de décisions didactiques.

L'enseignant peut s'attarder davantage sur les copies originales mais qui n'auraient jamais pu être mises en valeur dans une correction plus classique (les deux copies qu'on aurait tendance à considérer comme les plus mauvaises conduisent facilement à une solution bien meilleure que la solution standard).

Mais on voit que l'analyse des copies tient compte de la "valeur" de certains pas, valeur basée sur des critères sémantiques.

On voit aussi que lorsqu'on ne laisse pas assez de liberté aux élèves pour écrire leurs textes il est impossible, dans les très bonnes (ou les très mauvaises) copies, de dire s'il y a centration sur les hypothèses ou la conclusion et plus généralement il y a une grande perte d'information sur les élèves. L'avantage de DEFI est de conserver tout l'historique du travail des élèves.

Références Bibliographiques

- [1] **Ag Almouloud S.** (1992)
L'ordinateur, outil d'aide à l'apprentissage de la démonstration et de traitement de données didactiques.
Thèse de l'Université de Rennes 1, 1992.
- [2] **Ag Almouloud S. et Giorgiutti I.** (1993)
La modélisation de l'élève : le cas de DEFI.
Actes des 3èmes journées EIAO (Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur) de Cachan, pp. 15-25, Eyrolles, Paris.
- [3] **Houdebine J. et al...** (1998)
La démonstration : écrire des mathématiques au lycée et au collège.
Hachette, Paris.

Annexe 1 : La définition des observables

1.1 Les hypothèses

→ 1 : *maintient les mêmes hypothèses.*

L'élève ne change pas les hypothèses : il ne fait aucune modification sur l'ensemble des hypothèses.

→ 2 : *supprime l'hypothèse en question.*

L'élève change l'hypothèse sur quoi porte le message d'erreur.

Cette modalité est notée lorsque, dans la nouvelle réponse de l'élève, l'hypothèse en question ne fait plus partie des hypothèses présentes dans le nouveau pas. Les modifications, si elles ont eu lieu sur les autres hypothèses, seront notées en même temps par l'observable 7.

→ 3 : *met la conclusion en hypothèse.*

La conclusion visée dans le pas précédent devient une hypothèse après le message d'erreur.

Exemple (5-6/9-02)

Tu souhaites démontrer que :

Le quadrilatère EDBC est un parallélogramme.

en appliquant le théorème suivant :

"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"DB est égal à CE".

"Les droites (EC) et (DB) sont parallèles".

Message : *La propriété "Les droites (EC) et (DB) sont parallèles" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

La nouvelle réponse après le message d'erreur est :

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (EC) et (DB) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Le quadrilatère EDBC est un parallélogramme".

Message : *Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas la conclusion du problème comme hypothèse.*

→ 4 : *ne met que des nouvelles hypothèses.*

L'élève essaie uniquement avec des nouvelles hypothèses, en changeant ou non la conclusion et le théorème précédents.

→ 5 : ajoute une hypothèse.

Une nouvelle hypothèse s'ajoute à une au moins des anciennes hypothèses. L'élève ne remet pas en cause toutes les hypothèses présentes.

Exemple (5-6/9-02)

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (CE) et (DB) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Les droites (AM) et (CE) sont parallèles".

"Les droites (AM) et (BD) sont parallèles".

Message : *La propriété "Les droites (AM) et (BD) sont parallèles" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

La nouvelle réponse après le message d'erreur est :

Tu souhaites démontrer que :

CE est égal à DB.

en appliquant le théorème suivant :

"Un quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles est un parallélogramme".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Les droites (AM) et (CE) sont parallèles".

"Les droites (DB) et (AM) sont parallèles".

"CE est égal à AM".

"DB est égal à AM".

Message : *La propriété "Les segments [DB] et [AM] ont même longueur" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

→ 6 : supprime toutes les hypothèses.

Toutes les hypothèses sont rejetées, aussi bien celle qui est concernée que les autres, ce qui produit la remise en cause totale des hypothèses. Cet observable coïncide avec l'observable 4, sauf dans le cas décrit par l'observable 3. Nous notons l'observable 2, quand l'observable 6 est noté, et non le contraire. Mais, dans le cas où le pas erroné de l'élève ne contient qu'une seule hypothèse, les deux observables sont confondus.

→ 7 : supprime une hypothèse non concernée.

En gardant au moins l'une des anciennes hypothèses, il supprime l'une des hypothèses qui n'est pas évoquée par le message d'erreur.

Exemple (1-2/23-02)

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Le point I est le milieu de [AE]".

"Les droites (AB) et (DC) sont parallèles".

Message : *La propriété "Les droites (AB) et (DC) sont parallèles" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Tu souhaites démontrer que :

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

en appliquant le théorème suivant :

"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Les droites (AB) et (DC) sont parallèles".

"Les droites (AD) et (BC) sont parallèles".

Message : *Il n'y a pas lieu de démontrer une hypothèse du problème.*

→ 8 : *maintient l'hypothèse en question.*

L'hypothèse concernée par le message d'erreur n'a pas été changée.

L'observable 8, comparativement à l'observable 1, apporte en plus l'information suivante : l'élève fait des modifications sur les autres hypothèses déjà présentes ou/et il ajoute de nouvelles hypothèses. Par contre, elle représente la négation de l'observable 2.

→ 9 : *rectifie le nom de l'objet.*

Après le message d'erreur, l'élève n'échange pas totalement l'hypothèse en question, mais ajuste seulement son écriture.

En effet, il s'agit d'une erreur d'instanciation d'objets mathématiques. L'intérêt de cet observable, c'est le maximum d'informations qu'il comporte : il y a suppression de l'hypothèse qui fait défaut et son remplacement par une hypothèse correcte, c'est-à-dire que l'élève met en cause l'hypothèse désignée par le message et se corrige, en même temps.

On précise que les observables "supprime toutes les hypothèses" ou bien "supprime l'hypothèse en question" ne sont pas dénotés.

Exemple (9-10/23-02)

Tu souhaites démontrer que :

Le point I est le milieu de [DC].

en appliquant le théorème suivant :

"Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Le quadrilatère ADEC est un parallélogramme".

Message : *La propriété "Le quadrilatère ADEC est un parallélogramme" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer"*.

Tu souhaites démontrer que :

Le point I est le milieu de [DC].
en appliquant le théorème suivant :
"Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu".
en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le quadrilatère ADCE est un parallélogramme".

Message : *Vérifie si tu utilises le même nombre d'hypothèses que celles qui figurent dans le théorème choisi.*

1.2 La conclusion

→ 10 : *maintient la même conclusion.*

Dans la formulation du second pas, l'élève garde la conclusion comme telle.

→ 11 : *met une nouvelle conclusion.*

La conclusion est modifiée.
Contrairement à l'observable 10, l'élève va tenter un nouveau pas.

→ 12 : *met l'hypothèse en question en conclusion.*

La conclusion est changée.
L'élève tente de démontrer l'hypothèse qui pose problème.
Dans cette situation, bien qu'il y ait changement de conclusion, on choisit de relever l'observable 12 plutôt que le 11.

Exemple (3-4/23-02)

Tu souhaites démontrer que :
BE est égal au double de AD.
à l'aide des calculs suivants :
 $AD = BC$, $BE = 2BC$.

Message : *La propriété "La longueur de [BE], égale à deux fois celle de [BC]" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Tu souhaites démontrer que :
BE est égal au double de BC.
en appliquant le théorème suivant :
"Si M est le milieu de [AB], la longueur de [AB] est le double de celle de [AM]".
en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le point C est le milieu de [BE]".

Message : *Tu as démontré que la longueur de [BE] est égale à deux fois celle de [BC].*

→ 13 : *une des autres hypothèses devient conclusion.*

La conclusion est modifiée.
L'élève tente de démontrer l'une des propriétés qui étaient parmi les hypothèses non concernées par le message du pas précédent.
Dans cette situation, l'observable 11 n'est pas relevé étant donné que l'observable 13 porte une information complémentaire

significative en ce qui concerne l'ambiguïté des statuts des hypothèses et des conclusions.

Exemple (11-12/9-02)

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (AM) et (CD) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"AD est égal à MC".

"Les droites (AD) et (MC) sont parallèles".

"AM est égal à CD".

Message : *La propriété "Les segments [AM] et [CD] ont même longueur" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (AD) et (MC) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"AD est égal à MC".

Message : *La propriété "Les segments [AD] et [MC] ont même longueur" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

→ 14 : reprend une des conclusions des pas précédents.

La conclusion est modifiée.

L'élève reprend l'une des conclusions des pas précédents pour réessayer un pas qu'il a raté précédemment.

De la même façon, on ne note pas l'observable 11.

Exemple

Tu souhaites démontrer que :

Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

en appliquant le théorème suivant :

"Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme".

en utilisant les hypothèses suivantes :

"Le point I est le milieu de [AE]".

"Les droites (AB) et (DC) sont parallèles".

Message : *La propriété "Les droites (AB) et (DC) sont parallèles" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Tu souhaites démontrer que :

Le quadrilatère DACE est un parallélogramme.

en appliquant le théorème suivant :

"Dans un parallélogramme, le milieu d'une diagonale est

aussi milieu de l'autre".
en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le point I est le milieu de [AE]".

Message : *La propriété "Le point I est le milieu de [AE]" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Tu souhaites démontrer que :
Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
en appliquant le théorème suivant :
"Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles".
en utilisant l'hypothèse suivante :
"Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme".

Message : *Tu as démontré que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.*

1.3 Le théorème

Après le message d'erreur, l'élève change le théorème ou le maintient.
Dans le cas d'un changement, nous avons choisi de noter les trois modalités suivantes, qui nous semblent les plus fréquentes : (16), (17) et (18).

→ 15 : *maintient le même théorème.*

Le théorème n'est pas modifié.

→ 16 : *nouveau théorème.*

Le théorème est modifié.

C'est un nouveau théorème par rapport à celui du pas précédent.

→ 17 : *théorème réciproque.*

Le théorème est modifié.

L'élève prend le théorème réciproque de celui du pas précédent.

Le relevé de cet observable élimine celui de l'observable 16.

→ 18 : *théorème du même contexte.*

Le théorème est modifié.

L'élève prend un nouveau théorème mais qui évoque le même contexte que le théorème du pas précédent. De même, le relevé de cet observable élimine celui de l'observable 16.

Exemple

Tu souhaites démontrer que :

BE est égal au double de AD.

à l'aide des calculs suivants :

$AD = BC$, $BE = 2BC$.

Message : *La propriété "La longueur de [BE] est égale à deux fois celle de [BC]" ne fait pas partie des hypothèses du problème. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.*

Tu souhaites démontrer que :

BE est égal au double de BC.

en appliquant le théorème suivant :

"Si M est le milieu de [AB], la longueur de [AB] est le double de celle de [AM]".

en utilisant l'hypothèse suivante :

"Le point C est le milieu de [BE]".

Message : *Tu as démontré que la longueur de [BE] est égale à deux fois celle de [BC].*

1.4 Réaction

→ 19 : consulte "Bilan".

→ 20 : consulte "Aide".

→ 21 : consulte "Etat de la démonstration".

→ 22 : fait "l'Exploration".

→ 23 : essaie un pas non achevé et reprend.

L'élève reprend le pas sans l'avoir validé.

→ 23 : l'hypothèse en question est déjà obtenue, mais effacée par une mauvaise manipulation.

1.5 Le second message

→ 25 : obtient mess 5.

→ 26 : obtient mess 1.

→ 27 : obtient mess 2.

→ 28 : obtient mess 3.

→ 29 : obtient mess 4.

→ 30 : obtient mess 10.

→ 31 : obtient mess 0.

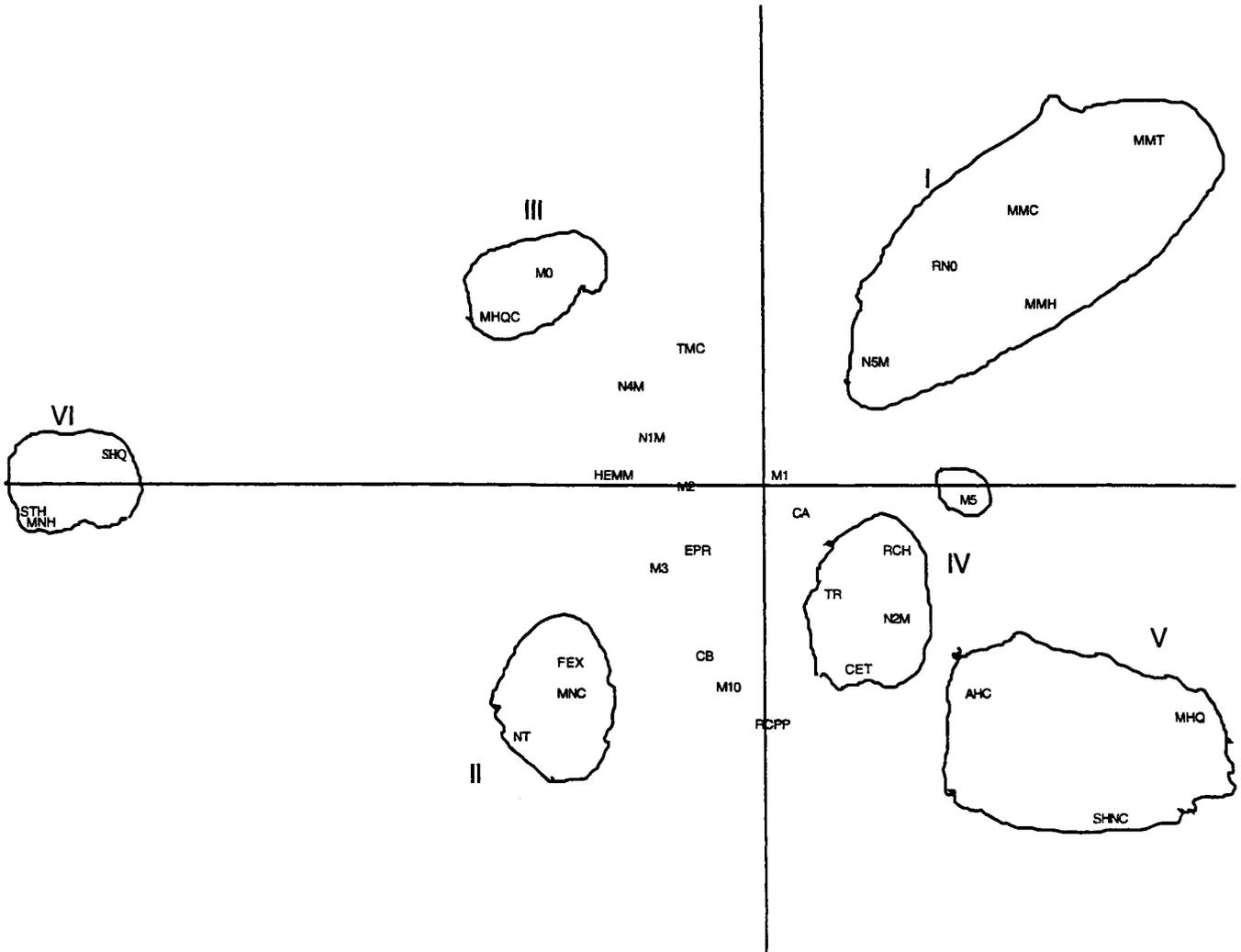
→ 32 : obtient mess 6.

→ 33 : obtient mess 7.

→ 34 : obtient mess 8.

→ 35 : obtient mess 9.

Annexe 2 : Analyse factorielle de la compréhension des messages



1. Légende:

2. MNH : met de nouvelles hypothèses
3. MMT : maintient le même théorème
4. MMH : maintient les mêmes hypothèses
5. MMC : maintient la même conclusion
6. MHQ : maintient l'hypothèse en question
7. (i-e signalée par le message)
8. STH : supprime toutes les hypothèses
9. SHQ : supprime l'hypothèse en question
10. SHNC : supprime une hypothèse
11. non signalée dans le message
12. MHQC : met l'hypothèse en question en conclusion
13. M0 : réussite
14. FEX : fait l'exploration
15. MNC : met une nouvelle conclusion
16. NT : met un nouveau théorème
17. TMC : met un théorème du même contexte
18. N4M : obtient le message 8

19. N1M : obtient le message 6
20. N2M : obtient le message 7
21. N5M : obtient le message 9
22. HEMM : l'hypothèse en question est déjà obtenue
23. mais effacée par une mauvaise manipulation
24. M1 : obtient le message 1
25. M2 : obtient le message 2
26. M4 : obtient le message 4
27. M3 : obtient le message 3
28. CA : consulte l'aide
29. CB : consulte le bilan
30. M10 : obtient le message 10
31. RCPP : reprend une des conclusions des pas
32. précédents
33. RCH : met la conclusion en hypothèse
34. RNO : rectifie le nom de l'objet
35. TR : théorème réciproque
36. CET : consulte état de la démonstration