

GÉRARD CHAUVAT

**Étude didactique des représentations graphiques cartésiennes dans  
l'enseignement secondaire et professionnel des mathématiques.  
Application à la réalisation et à l'utilisation du logiciel ORGE**

*Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes*, 1998-1999, fascicule 3  
« Fascicule de didactique des mathématiques et de l'E.I.A.O. », , p. 97-108

[http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1998-1999\\_\\_3\\_97\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1998-1999__3_97_0)

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,  
1998-1999, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# Etude didactique des représentations graphiques cartésiennes dans l'enseignement secondaire et professionnel des mathématiques.

## Application à la réalisation et à l'utilisation du logiciel ORGE.

Gérard CHAUVAT  
IUT de Tours, CREHSTO1.

### 1. Introduction

Notre travail de recherche a commencé lorsque, nommé au Département Génie Electrique et Informatique Industrielle de l'Institut Universitaire de Technologie de Tours, nous avons été confronté à un enseignement nouveau. Il s'agit essentiellement des notions de base pour les mathématiques utilisées dans l'enseignement de l'électricité, de l'électrotechnique, de l'électronique, de l'automatique et, d'une façon plus générale, de la théorie du signal.

Le programme de mathématiques du DUT GEII<sup>2</sup> contient ainsi quelques contenus originaux : *transformée en z et application aux équations récurrentes, transformée de Laplace et application aux équations différentielles, séries de Fourier, décomposition spectrale, introduction à la transformée de Fourier, transformée de Fourier discrète*, au côté de sujets classiques pour un enseignement de ce niveau :  *nombres complexes, fonctions numériques, étude de courbes planes, calcul différentiel et intégral, équations différentielles des premier et second ordres, intégrales généralisées, calcul matriciel, statistiques et probabilités...* Cependant, même les sujets classiques comportent l'étude d'objets spécifiques et originaux : *lieux de Nyquist et diagrammes de Bode* (chapitre sur les nombres complexes), *fonctions échelon-unité, porte, créneaux, dents de scie*, etc. (chapitre sur les fonctions numériques). De plus, ce programme suggère fortement aux professeurs l'utilisation des outils informatiques dès que cela est possible.

Il en résulte que l'enseignement des mathématiques dans ce contexte s'opère sous un certain nombre de contraintes spécifiques que nous résumons par les caractéristiques suivantes :

- l'enseignement des mathématiques est intégré au contexte général d'un enseignement *technique* à vocation *professionnelle* ;
- dans ce contexte, le statut du graphique et du recours au graphique (notamment à l'aide d'appareils et d'instruments graphiques) est fortement majoré ;
- l'enseignement d'un certain nombre de contenus mathématiques est *partagé* avec d'autres disciplines dites techniques.

---

<sup>1</sup> Centre de Recherches sur l'Enseignement et l'Histoire des Sciences et Techniques d'Orléans.

<sup>2</sup> Diplôme Universitaire de Technologie en Génie Electrique et Informatique Industrielle.

## 2. Graphique et enseignement technique

Ce qui frappe au premier abord dans l'étude de cet enseignement, c'est la spécificité du type de rapport au graphique que les situations rencontrées, tant en mathématiques que dans les disciplines techniques, semblent installer. Un premier constat s'impose :

- dans l'enseignement *classique* des mathématiques, la représentation graphique n'est que l'aboutissement d'une étude algébrique, analytique et numérique, une fin en soi non suivie d'un traitement particulier ; elle est surtout utilisée comme illustration de propriétés ou de résultats déjà connus et quelques fois comme outil à conjecturer des propriétés ou des solutions d'équations ou d'inéquations ;

- dans l'enseignement et la pratique des disciplines techniques, les données initiales peuvent être fournies graphiquement, et il faut recourir à un **traitement graphique** spécifique pour obtenir le résultat voulu dans le registre algébrique, par exemple. Il est légitime de recourir au graphique pour valider, calculer, agir et prendre des décisions.

Ainsi, on peut repérer au moins trois types de recours au graphique communément pratiqués :

### *Le graphique instrument de contrôle*

Dans les disciplines techniques et les pratiques professionnelles associées il est fréquent d'utiliser le graphique pour contrôler un résultat théorique ou vérifier le bon fonctionnement d'un dispositif en référence au fonctionnement théorique sous les mêmes conditions.

Par exemple, pour vérifier le fonctionnement de certains transistors, nos étudiants réalisent des traceurs de courbes, c'est-à-dire des cartes électroniques capables de représenter sur l'écran d'un oscilloscope le réseau de Kellogg du transistor testé, ensemble de courbes traduisant graphiquement la relation fonctionnelle qui lie le courant du collecteur vers la base du transistor à la tension entre collecteur et émetteur selon les différentes valeurs du courant de base.

Dans ce type de recours au graphique, seule compte l'allure globale des courbes. En cas de dysfonctionnement du transistor, les courbes obtenues seront d'allure radicalement différente de celle des courbes théoriques et le diagnostic pourra être établi sans ambiguïté.

Dans la modélisation théorique que nous proposons (voir §2), nous disons que le graphique fonctionne ici essentiellement sous le mode idéogrammatique.

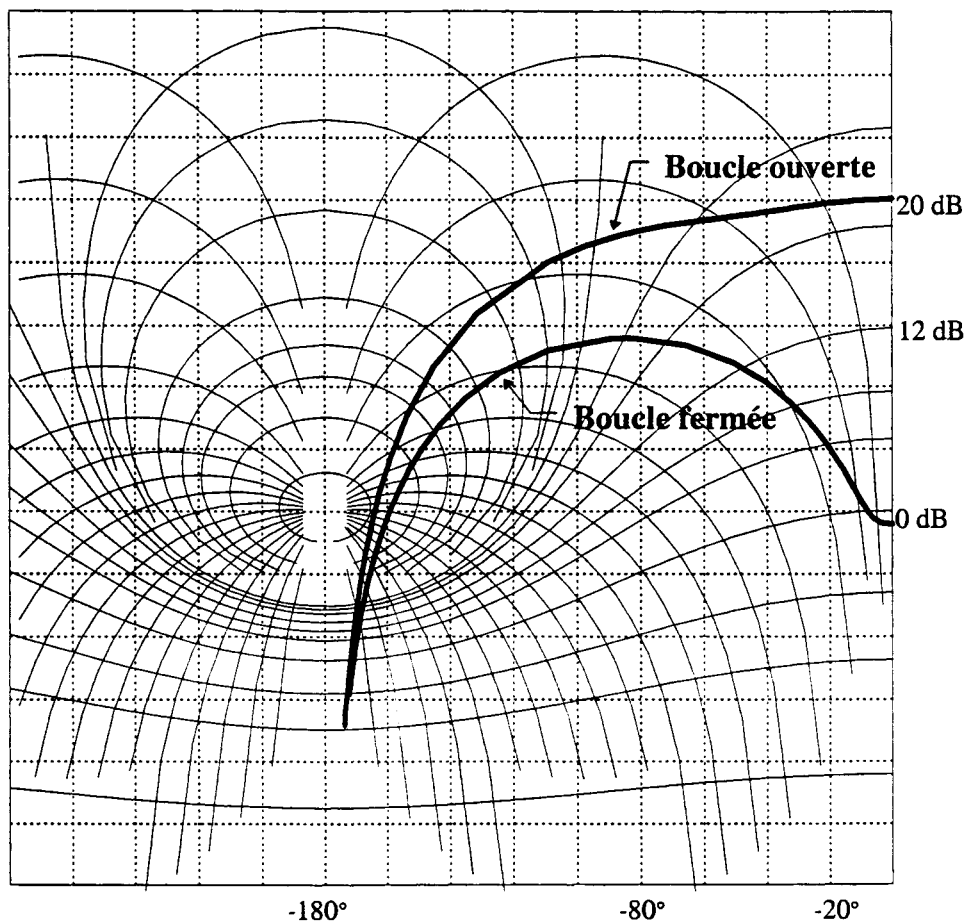
### *Le graphique outil de calcul*

Il existe une autre utilisation très répandue dans le monde technique et des sciences appliquées (surtout avant l'apparition des gros moyens de calculs supportés par les ordinateurs) qui permet de résoudre des équations, des systèmes d'équations (ou d'inéquations) en évitant justement des calculs longs et pénibles. Il s'agit du calcul nomographique, c'est-à-dire du recours à des abaques, représentations graphiques de fonctions d'une ou plusieurs variables, à partir desquels on lit, plus ou moins directement, mais graphiquement, les valeurs (approchées, en général) des solutions au problème posé.

Par exemple, l'abaque de Black est d'un usage courant en automatique ; il permet de prévoir le comportement en boucle fermée (à retour unitaire) d'un processus dont on connaît le comportement en boucle ouverte sans avoir à réaliser physiquement le bouclage, ce qui est précieux en cas d'instabilité du processus ! Un premier système de repérage cartésien,

orthogonal et à graduations arithmétiques, permet de représenter la *fonction de transfert* caractéristique du processus. Les intersections de cette courbe avec un second réseau de repérage, plus inhabituel, déterminent, après report dans le premier système de repérage de construire, la représentation de la fonction de transfert associée au comportement en boucle fermée. L'exemple reproduit ci-après donne une idée de la complexité des traitements graphiques nécessaires à la bonne mise en œuvre de l'abaque (on trouvera dans notre thèse<sup>3</sup>, des détails complémentaires sur cet abaque, ainsi que sur l'abaque de Smith d'usage courant dans l'étude des lignes de transmission en électronique).

Dans ce type de recours au graphique, repérages et cotes explicites sont indispensables. Le dessin effectif et les *mesures* qui y sont effectuées importent plus que les objets représentés. Contrairement à l'usage précédent, on attache de l'importance à la précision des tracés et des lectures graphiques possibles.



Abaque de Black.

### *Le graphique opératoire*

L'usage du graphique le plus original, de notre point de vue, résulte de la légitimité accordée à certains traitements graphiques opérés sur les représentations de signaux dont on

<sup>3</sup> *Etude didactique pour la réalisation et l'utilisation d'un logiciel de représentations graphiques cartesiennes des relations binaires entre réels dans l'enseignement des mathématiques des DUT industriels* (1997), publié par l'IREM d'Orléans.

ne connaît pas d'emblée, ou dont on ne peut pas connaître, une représentation algébrique : transformations géométriques, opérations et décompositions particulières, etc..

Considérons par exemple le calcul de la transformée de Laplace d'un signal périodique (sur les réels positifs) donné par une représentation graphique et dont le motif représente graphiquement une fonction affine par morceaux (voir figures ci-dessous).

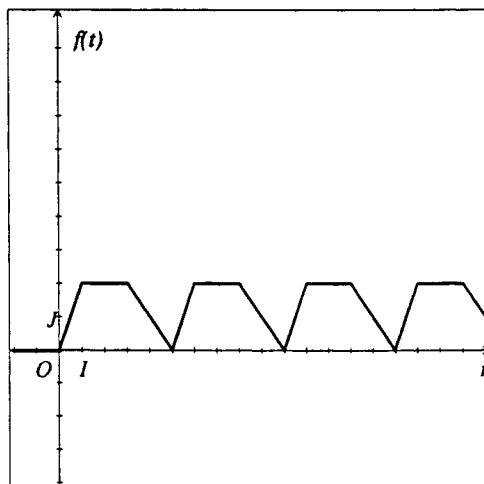
Mathématiquement, en notant  $f$  le signal initial, il s'agit de calculer l'intégrale :

$$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

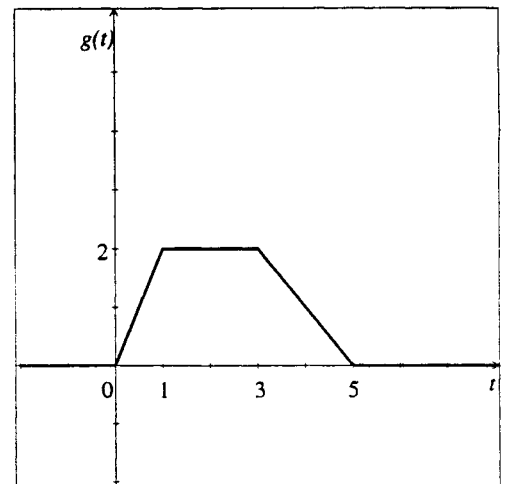
En fait, compte tenu de la formule établie en cours :  $F(p) = \frac{G(p)}{1 - e^{-pT}}$ , où  $T$  est la période de  $f$ , il s'agit de calculer  $G(p)$  valeur de la transformée de Laplace de la fonction  $g$  correspondant au motif de ce signal.

Mais la technique utilisée par les automaticiens diffère de la technique usuelle en mathématiques. Cette dernière consiste à décomposer la fonction selon les intervalles sur lesquels elle coïncide en un certain nombre de fonctions affines. En utilisant des fonctions portes, c'est-à-dire des fonctions caractéristiques des intervalles, on obtient une décomposition additive de  $g$  de forme algébrique :

$$g(t) = 2t \cdot \Pi_{[0;1]}(t) + 2\Pi_{[1;3]}(t) + (-t + 5)\Pi_{[3;5]}(t).$$



Signal causal initial.



Motif.

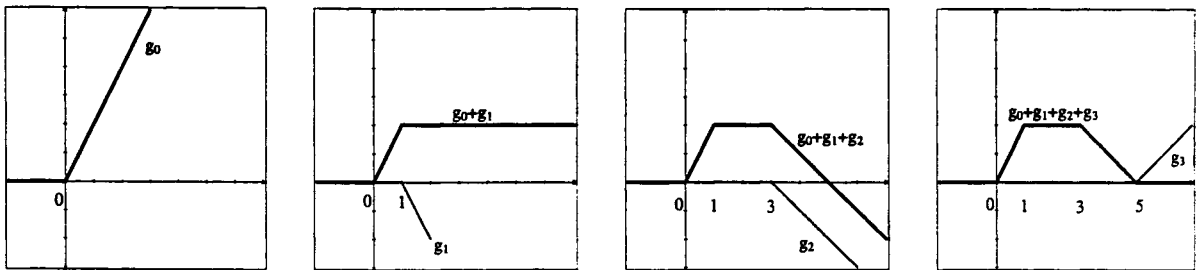
On calcule ensuite :  $G(p) = \int_0^1 2t \cdot e^{-pt} dt + \int_1^3 2e^{-pt} dt + \int_3^5 (-t + 5)e^{-pt} dt.$

Cette méthode, nécessitant des intégrations par parties pour les intervalles où  $g$  n'est pas constante, est jugée laborieuse par les automaticiens. Ils lui préfèrent une méthode évitant les intégrations, basée sur une autre décomposition additive de  $g$  et utilisant la fonction échelon-

unité d'Heaviside définie par : 
$$\begin{cases} U(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \\ U(t) = 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Il faut lire le signal de la gauche vers la droite en cherchant à le produire par ajouts successifs de signaux élémentaires, chaque ajout engendrant le signal sur un nouvel intervalle sans modifier la forme obtenue sur les intervalles précédents, ce qui est justement rendu possible par l'utilisation de l'échelon retardé  $U(t-t_i)$ . Les intervalles en jeu sont ceux qui servent à une définition par morceaux (voir ci-dessus) et qui correspondent donc aux ruptures de pentes et/ou aux ruptures de niveau du graphique, lesquelles sont en général facilement repérables au niveau perceptif.

Pour le motif considéré ci-dessus, cela conduit à la décomposition graphique suivante :



et à l'écriture algébrique suivante :

$$g(t) = g_0(t) + g_1(t) + g_2(t) + g_3(t) \\ = 2t.U(t) - 2(t-1)U(t-1) - (t-3)U(t-3) + (t-5)U(t-5)$$

Le calcul s'achève grâce à des théorèmes connus par cœur ou figurant dans des formulaires.

Sans entrer davantage dans les détails, il paraît évident que ces deux techniques de calcul mobilisent des connaissances et des savoirs fort différents et reposent sur des rapports au graphique également très différents.

La seconde technique (méthode des cumuls d'échelons retardés)  conomise le traitement algébrique et procède graphiquement de la même manière dans un premier temps que la première (méthode des portes) : repérage des variations et de leurs ruptures. Mais considérant le signal comme la somme de signaux d'un type particulier (* chelons*  $bU(t)$ , *rampes*  $aU(t)$  et leurs *retards*), elle exige d'envisager des tracés non présents sur le dessin effectif et d'anticiper les représentations graphiques de sommes (ou différences) de ces signaux particuliers. Elle suppose, outre un rapport effectif avec le dessin produit, un rapport implicite avec son mode de production. Dans la méthode des portes, le signal est conçu comme la juxtaposition de signaux indépendants dont l'influence se limite à un intervalle particulier et reste nulle en dehors de cet intervalle, tandis que dans la méthode des cumuls d'échelons retardés, le signal est engendré par un premier signal qu'on corrige ensuite à des instants  $t_i$  par l'adjonction de nouveaux signaux dont l'influence perdure au delà de l'instant  $t_i$ .

### 3. Modélisation des fonctionnements graphiques

Afin d'avancer dans l'analyse des rapports aux graphiques cartesiens dont nous percevons la complexité à travers les différents usages décrits ci-dessus, il nous paraît opportun de considérer plus finement les objets mathématiques en jeu et de catégoriser, même de façon grossière dans un premier temps, les différents modes de fonctionnement du recours aux graphiques cartesiens.

Dans le cadre des représentations graphiques des fonctions numériques, nous avons identifié et distingué cinq objets mathématiques (deux relevant de la théorie des ensembles,

les trois autres de la géométrie) et trois objets matériels perceptibles dans le registre graphique.

$f$  : une fonction numérique ;

$\Gamma_f$  : son graphe (fonctionnel) ensembliste ;

$R = (O; \vec{i}, \vec{j})$  un repère cartésien du plan affine ;

$G_R(f)$  : le graphe géométrique de  $f$  relatif au repère  $R$  ;

$G(f)$  : le graphe figural contenant  $G_R(f)$  ;

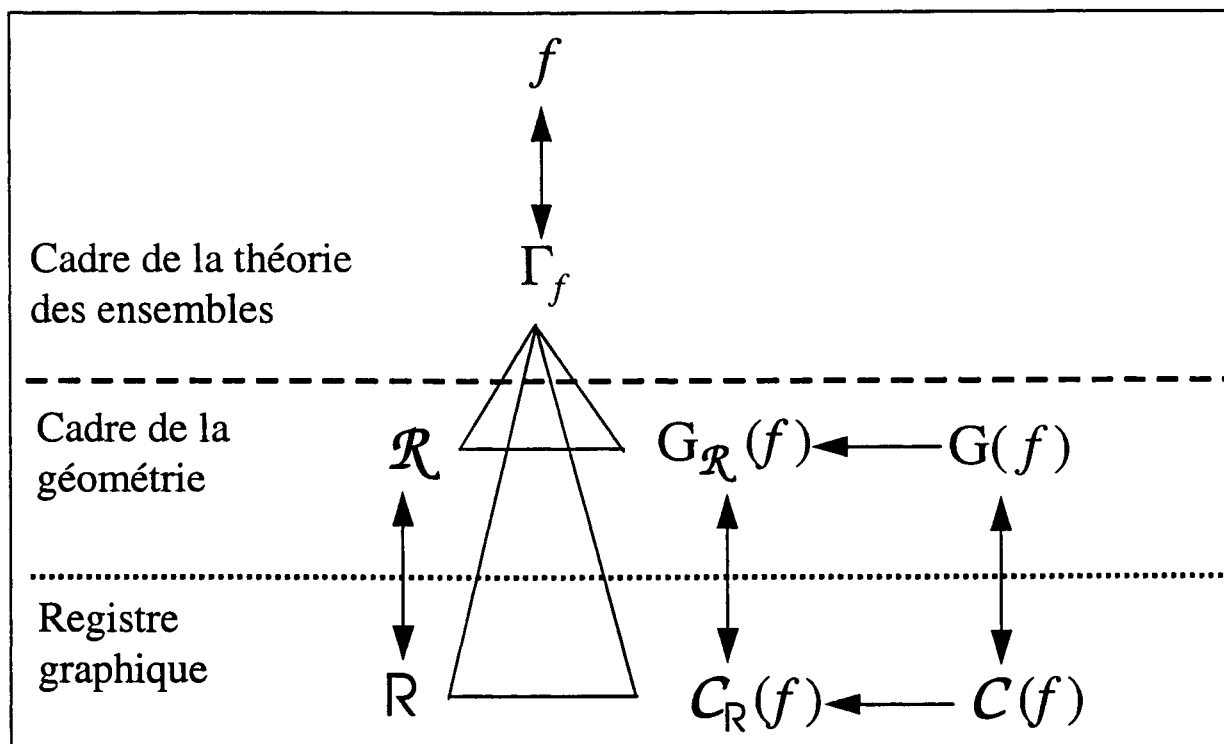
$\mathfrak{R}$  : une représentation graphique sur un support matériel du repère  $R$  ;

$C_{\mathfrak{R}}(f)$  : une courbe représentative de  $f$  relativement à  $\mathfrak{R}$  ;

$C(f)$  : la courbe figurale contenant  $C_{\mathfrak{R}}(f)$ .

Par exemple, si  $f$  est la fonction numérique définie par  $f(x)=2x+3$ ,  $\Gamma_f = \{(x, 2x+3)/x \in \mathbf{R}\}$  est son graphe,  $G_R(f) = \{M \in P / \exists x \in \mathbf{R}, M = 0 + x\vec{i} + (2x+3)\vec{j}\}$  est son graphe géométrique relativement au repère  $R = (O; \vec{i}, \vec{j})$ . Son graphe figural est l'ensemble des graphes géométriques équivalents à  $G_R(f)$  (deux graphes géométriques sont équivalents s'ils se déduisent l'un de l'autre par un changement de repère *élémentaire* : changements éventuels d'origine et/ou de graduations). La courbe figurale est définie de la même façon par conversion de la relation d'équivalence aux objets matériels correspondants.

Nous résumons les relations entre ces différents objets dans le schéma suivant :



Ce schéma permet de distinguer dans les situations mettant en jeu des représentations graphiques cartésiennes de relations numériques les objets géométriques, *non ostensifs*<sup>4</sup>, des *ostensifs* graphiques qui leur sont associés et qui dépendent d'un certain nombre de choix et des conditions de production des tracés.

Dans de telles situations, les acteurs interagissent avec les matérialisations de  $\mathfrak{R}$  et  $C_{\mathfrak{R}}(f)$  (ou  $C(f)$  lorsque  $C_{\mathfrak{R}}(f)$  est considéré comme représentant d'une classe), et les savoirs et les connaissances en jeu concernent aussi bien les manipulations effectives de ces objets que tout ou partie des non ostensifs impliqués : graphes ensembliste, géométrique, figural, et repère cartésien.

En reprenant nos exemples du paragraphe 1 ci-dessus, nous pouvons alors faire les hypothèses suivantes : comme instrument de contrôle, le graphique induit essentiellement un rapport au graphe figural, tandis que, comme outil de calcul, il repose principalement sur un rapport au graphe géométrique ; le graphique opératoire, quant à lui, d'une manière plus complexe, suppose des rapports aux trois types de graphes, notamment au graphe ensembliste.

Selon les objets majoritairement en jeu dans la situation (plus précisément, dans le *milieu* au sens de Brousseau ou Chevallard), nous définissons, dans l'esprit des travaux de Lacasta<sup>5</sup>, trois modes de fonctionnement du graphique :

### ***Le mode nomographique***

Le milieu contient  $G_{\mathfrak{R}}(f)$  ou une partie de  $G_{\mathfrak{R}}(f)$ . Au sein de ce milieu, les moyens et le lieu de l'action impliquent  $\mathfrak{R}$  et  $C_{\mathfrak{R}}(f)$ .

Ce mode correspond au fonctionnement du graphique comme abaque et outil de calcul. Le graphique est alors un moyen effectif, algorithmis , d'obtenir des résultats numériques (en général approchés) par des procédures locales. Il est construit de façon à contenir toute l'information nécessaire à l'action du sujet et à la production de la réponse.

L'efficacité du fonctionnement nomographique repose sur un rapport au graphique que nous qualifions d'*opaque* en référence à R canati<sup>6</sup>. Le sujet doit engager un rapport effectif avec le dessin qu'il a sous les yeux, sans se soucier de ce qu'il représente.

### ***Le mode idéogrammatique***

Le milieu contient  $G(f)$ . Au sein de ce milieu, les moyens et le lieu de l'action impliquent  $C(f)$ .

Ce mode correspond au fonctionnement du graphique comme idéogramme, c'est- dire comme signe graphique qui renvoie à une idée : dessin d'une parabole pour représenter des variations quadratiques, d'une sinusoïde pour des variations périodiques avec alternance

---

<sup>4</sup> Pour la distinction ostensif/non ostensif, voir CHEVALLARD Y. (1994) : *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*, IREM de Marseille.

<sup>5</sup> LACASTA Eduardo (1995) : *Les graphiques cartésiens de fonctions dans l'enseignement secondaire des mathématiques : illusions et contrôles*, thèse, Université de Bordeaux I.

<sup>6</sup> RECANATI François (1979) : *La transparence et l'énonciation, pour introduire à la pragmatique*, Editions du Seuil.



de maximum et minimum... Le graphique est construit de façon à montrer les courbes sous la forme standard définie par l'institution dans laquelle il est utilisé.

C'est le mode privilégié de la communication, le graphique étant destiné à illustrer, résumer, mettre en évidence des propriétés déjà connues et obtenues dans d'autres registres.

Le mode idéogrammatique se caractérise par l'absence d'un recours effectif à  $\mathfrak{R}$  lequel peut d'ailleurs lui-même être totalement absent du graphique. Les informations montrées ou lues sont celles qui sont conservées par les changements de repères équivalents, au sens défini plus haut, et qui concernent des propriétés topologiques, d'ordre, de complétude, dont on fait l'économie plus ou moins consciemment.

A l'opposé du précédent, l'efficacité du fonctionnement idéogrammatique repose sur un rapport au graphique que nous qualifions de *transparent*. Le sujet doit convertir le dessin qu'il a sous les yeux en la famille des dessins qui représentent la même idée (en particulier, le même processus fonctionnel), peu importe donc l'imprécision du dessin si elle ne travestit pas la forme standard attendue.

### *Le mode opératoire*

Le milieu contient  $G_R(f)$ ,  $G(f)$  et  $\Gamma_f$ . Au sein de ce milieu, les moyens et le lieu de l'action impliquent  $C_{\mathfrak{R}}(f)$  et  $C(f)$ .

Ce mode correspond au fonctionnement du graphique comme processus interactif, non algorithmisé : la tâche ne peut pas être effectuée sans le graphique, mais la réponse n'est pas *donnée directement* par le graphique, elle doit être *construite* par le sujet en interaction avec le graphique, sans disposer d'un algorithme standardisé.

Le fonctionnement opératoire repose sur un rapport au graphique ni trop opaque, ni trop transparent et nécessite des traitements graphiques particuliers.

Pour conclure cette analyse théorique, nous ajoutons deux remarques.

Premièrement, la typologie du recours au graphique selon trois modes de fonctionnement, que nous proposons, peut sans aucun doute, être affinée ou complétée pour les besoins de l'analyse d'une situation impliquant un rapport au graphique cartésien ou pour tenir compte de points de vues différents. Elle s'appuie essentiellement sur notre étude mathématique de la notion de graphe d'une relation numérique et nous permet de retrouver les fonctionnements que nous avons observés dans des pratiques liées à notre enseignement en DUT Génie Electrique et Informatique Industrielle.

Deuxièmement, les classes de fonctionnements ainsi définies ne sont pas forcément disjointes. Les pratiques observées ne sont pas nécessairement purement nomographique, purement idéogrammatique ou purement opératoire. Le fonctionnement opératoire, en particulier, fait souvent appel au fonctionnement nomographique.

## 4. ORGE créateur de milieu

En liaison avec l'analyse théorique esquissée ci-dessus, nous avons donc conçu ORGE (Outil de Représentation Graphique pour l'Enseignement), logiciel permettant à la fois de représenter graphiquement des relations binaires entre réels et d'effectuer des traitements graphiques *directement* sur les tracés obtenus ; l'objectif principal étant, d'une part, de faciliter la représentation graphique du maximum de relations numériques au programme des BTS et DUT industriels ainsi que des DEUG scientifiques et économiques, d'autre part, de

rendre possibles le maximum de traitements que nous avons identifiés dans les modes nomographique, idéogrammatique et, surtout, opératoire.

Insistons sur le fait que ORGE rend possible la réalisation d'un maximum de situations impliquant des tâches graphiques (selon l'analyse théorique précédente), mais qu'il n'en propose aucune ; ces dernières doivent être inventées par les professeurs et les utilisateurs !

Il est impossible ici d'énoncer toutes les possibilités offertes ou testées par nous-mêmes dans nos TP avec les étudiants de GEII, aussi nous nous limitons aux trois exemples suivants.

### Exemple 1 : opérations sur les courbes

Dans l'un de nos TP<sup>7</sup>, nous proposons aux étudiants de déterminer la forme algébrique, sachant qu'elle est du type  $f_1(x) = \varphi(x) \cdot \sin[u(x)]$  d'une fonction donnée par la représentation graphique reproduite ci-dessous (figure 1.).

Nous détaillons l'un des traitements possibles (et effectivement conduit par quelques étudiants seulement, aidés du professeur) :

a)- tout d'abord, il semble que la pseudo-périodicité de  $f_1$  soit identique à la périodicité de la fonction sinus (qui était représentée à l'écran dans une autre fenêtre). On peut s'en assurer en transportant le graphe fourni de la fonction sinus dans la fenêtre contenant le graphe de  $f_1$  (ou en faisant dessiner la fonction sin dans la même fenêtre que  $f_1$ ), voir figure 2.

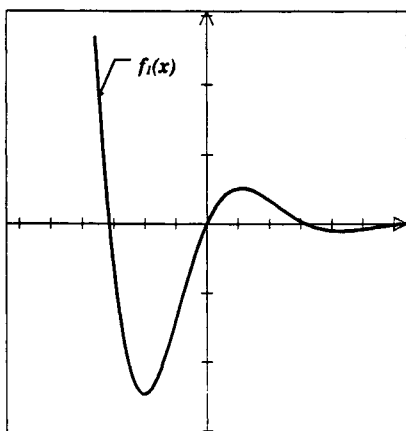


Figure 1.

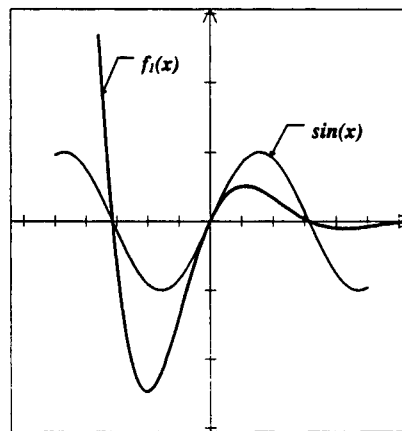


Figure 2.

On peut alors raisonnablement faire l'hypothèse que  $f_1(x) = \varphi(x) \cdot \sin x$  (soit  $u(x) = \sin x$ ) et chercher à déterminer la fonction phi.

b)- En remarquant que  $\varphi = f_1/\sin$ , on peut demander au logiciel de représenter graphiquement le résultat de cette division dans la fenêtre courante. L'intérêt du logiciel est justement de rendre possible ce traitement si l'idée en apparaît, ce qui est rare même chez les professeurs ! L'idée la plus répandue est d'opérer par essais-erreurs en prenant pour phi des exponentielles décroissantes.

Le résultat obtenu figure 3 incite effectivement (fonctionnement idéogrammatique)   considérer phi comme une exponentielle décroissante du type  $\exp(ax)$  avec  $a < 0$ , mais le fait d'en avoir le tracé permet de trouver le coefficient a plus rapidement que par essais-erreurs.

<sup>7</sup> Pour l'analyse de ce TP et les résultats des étudiants, se reporter à notre thèse.

c)- En effet, si on sait que la dérivée de  $\exp(ax)$  a pour expression algébrique  $a.\exp(ax)$ , le coefficient  $a$  est donné par la valeur en zéro de cette dérivée. Or le logiciel permet de tracer la dérivée de la fonction représentée par la courbe obtenue précédemment et de lire l'ordonnée de l'intersection de la courbe dérivée avec l'axe des y (voir figure 4.) !

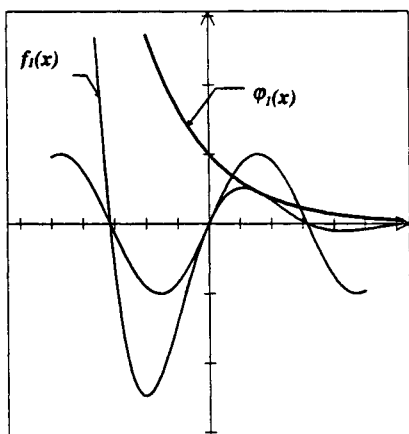


Figure 3.

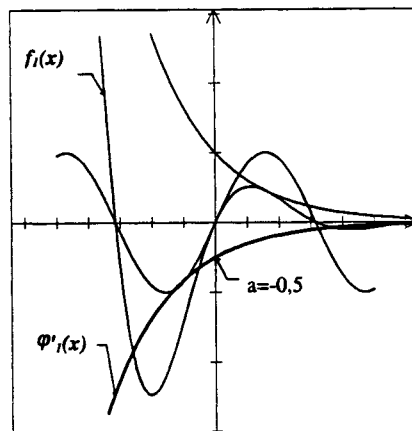


Figure 4.

Notons que les traitements retenus ici (et rendus possibles par ORGE) correspondent à des dispositifs répandus en électronique : diviseur de tensions, dérivateur.

*Exemple 2 : variation des paramètres*

Dans le TP d'initiation au logiciel nous proposons l'activité suivante :

- i) Représenter la fonction définie par  $f(x)=x^2+a$  (avec  $a=-2$ ), puis la symétrique de la courbe obtenue par rapport à droite d'équation  $y=x$ .
- ii) Déterminer, selon les valeurs de  $a$ , le nombre de points d'intersection de ces deux courbes.

ORGE permet d'effectuer la plupart des transformations géométriques planes sur les courbes déjà tracées, en particulier la symétrie orthogonale par rapport à une droite d'équation  $y=mx+p$ , mais la fonctionnalité la plus spectaculaire, très utile du point de vue heuristique, est la possibilité de faire varier tout paramètre apparaissant dans la définition algébrique d'une courbe et de visualiser, en temps réel, la nouvelle courbe ainsi définie.

L'animation qui en résulte ne peut être reproduite ici bien sûr, mais la figure 5 représente le dessin obtenu en conservant les traces des variations intermédiaires, ce qui permet, en plus de la réponse sur le nombre de points d'intersection, de faire une conjecture sur les positions de ces points d'intersection.

*Exemple 3 : transformée de Fourier discrète*

Dans notre cours de deuxième année, nous illustrons les possibilités de filtrage numérique permises par l'utilisation de la transformée de Fourier discrète<sup>8</sup>, avec ORGE, de la façon suivante :

---

<sup>8</sup> Le lecteur n'est pas obligé d'être familiarisé avec les notions utilisées pour comprendre les possibilités offertes par le logiciel.

a)- Nous représentons le signal défini par  $f(t) = t + \sin(2\pi t)$  pour  $t=-5..5$ . Ce signal est constitué d'une *rampe* de pente 1 et d'une composante périodique sinusoïdale de période  $T=1$  rad/s, donc de fréquence 1Hz.

On cherche à éliminer la composante sinusoïdale pour retrouver la rampe (dans la pratique, on ignore l'expression algébrique du signal !).

b)- Nous demandons la transformée de Fourier de cette fonction avec un échantillonnage de 64 valeurs qui respecte la condition de Shannon pour éviter le repliement du spectre. Le logiciel ouvre quatre nouvelles fenêtres pour représenter les parties réelle et imaginaires, le module et l'argument de la transformée de Fourier. (Voir figure 6.)

On repère parfaitement les raies correspondant au sinus de fréquence 1Hz.

c)- Le logiciel permet ensuite de modifier les courbes obtenues dont les valeurs sont contenues dans des fichiers textes accessibles grâce à un éditeur incorporé. En particulier, on peut ouvrir le fichier texte contenant les valeurs de la partie imaginaire et soustraire aux 23<sup>ème</sup> et 42<sup>ème</sup> valeurs respectivement les nombres 0,5 et -0,5 qui correspondent à l'amplitude de la transformée de Fourier d'un sinus.

d)- Ensuite, grâce au menu Transformée de Fourier réciproque, on peut faire tracer la courbe représentant le signal dont la transformée de Fourier a la même partie réelle que le signal initial et a pour partie imaginaire la chronique modifiée ci-dessus. On obtient, non sans une certaine jubilation, la représentation de la rampe  $g(t)=t$  ! (Voir figure 7)

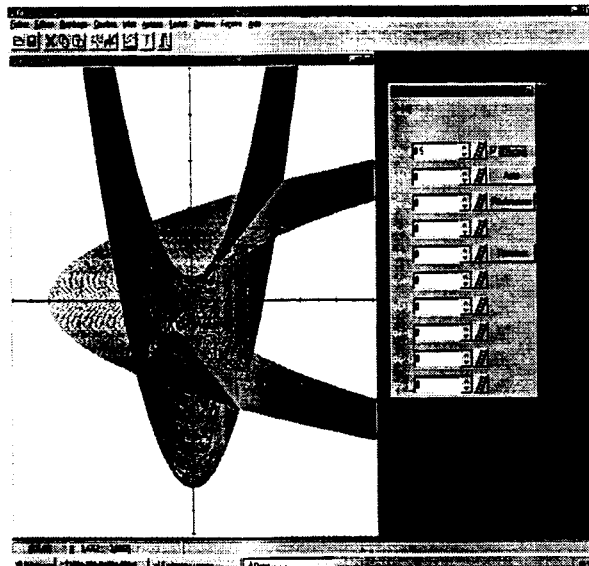


figure 5 : variation des paramètres.

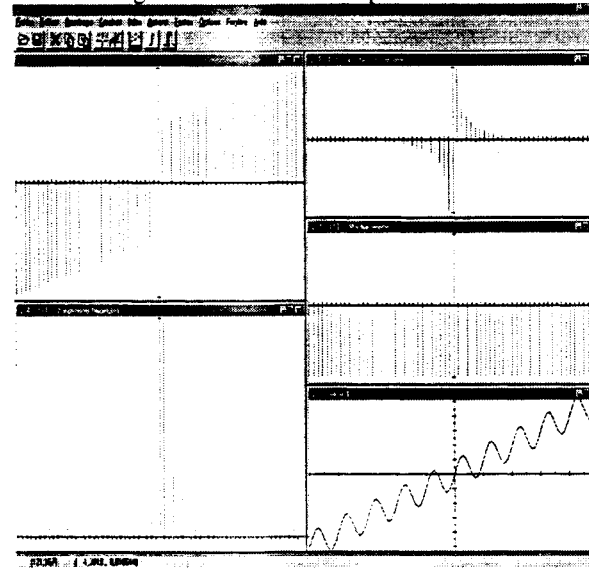


figure 6 : Transformée de Fourier discrète.

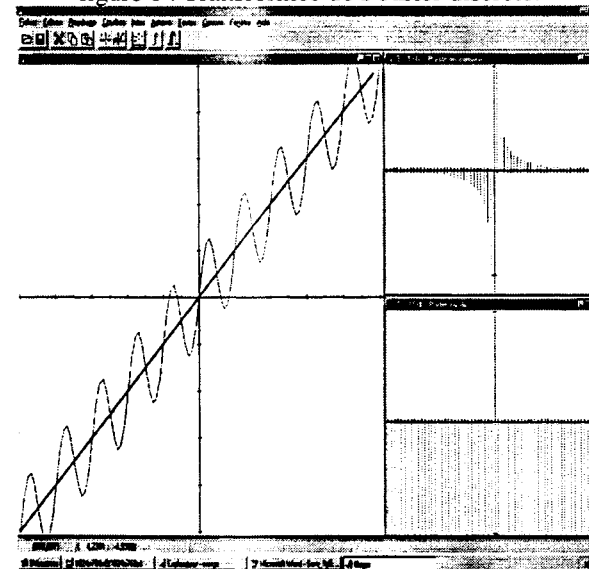


figure 7.