

MAGALI HERSANT

**Problèmes d'institutionnalisation liés à l'intégration de logiciels dans l'enseignement Étude à partir du logiciel « La proportionnalité à travers les problèmes »**

*Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes*, 1998-1999, fascicule 3  
« Fascicule de didactique des mathématiques et de l'E.I.A.O. », , p. 109-124

[http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1998-1999\\_\\_3\\_109\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1998-1999__3_109_0)

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes, 1998-1999, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**Problèmes d'institutionnalisation liés à l'intégration de logiciels  
dans l'enseignement  
Etude à partir du logiciel  
« La proportionnalité à travers les problèmes »**

Magali Hersant  
Doctorante Paris VII, laboratoire de didactique

**Problématique, cadre théorique et méthodologie**

*Problématique*

L'intérêt de la didactique des mathématiques pour l'observation de classes ordinaires est relativement récent. Pourtant, de telles études participent à la modélisation de l'enseignant, elles permettent de mettre en évidence des phénomènes didactiques liés aux prises de décision de l'enseignant au cours de la négociation du savoir avec ses élèves. En effet, en classe, le projet du professeur se trouve confronté à des éléments contingents : réponses « non attendues » d'élèves, révélation de lacunes là où le professeur pensait que les élèves n'avaient pas de problème... Pour mener à bien son projet et maintenir la relation didactique l'enseignant est donc amené à prendre immédiatement des décisions qui régulent ces dysfonctionnements.

Déjà, des études sur les classes ordinaires (Comiti et Grenier, 1997) ont permis de mettre en évidence les phénomènes de dédoublement de situation et de résonance. Mais l'utilisation de moyens informatiques pour l'enseignement, tels que les didacticiels-banques de problèmes qui fournissent des explications, est susceptible d'engendrer de nouveaux phénomènes didactiques.

Nous nous intéressons au logiciel « *La proportionnalité à travers les problèmes* »<sup>1</sup> utilisé comme banque de problèmes et d'explications sur ces problèmes dans l'enseignement de la proportionnalité au collège (4ème). En particulier, c'est l'utilisation suivante du logiciel qui retient notre attention : pendant certaines séances, les élèves travaillent individuellement, de façon autonome, à leur rythme sur les problèmes adaptés à leur niveau, les autres séances se déroulent de façon « classique » (échanges professeur - élèves). Les spécificités du logiciel et ce type d'utilisation au collège introduisent de nouvelles contraintes pour l'enseignant :

1. chaque élève de la classe travaille individuellement et peut choisir de résoudre des problèmes différents de ceux choisis par ces camarades, le professeur ne sait donc pas forcément ce que chacun des élèves a fait comme problème ;
2. chaque élève de la classe travaille individuellement et peut choisir des explications différentes pour un problème donné (explications utilisant un graphique, un tableau, un camembert ou explications dans le registre du langage naturel), le professeur ne sait donc pas toujours quelles informations sont reçues par chacun des élèves ;
3. le didacticiel contribue à l'enseignement, les messages destinés aux élèves sont porteurs de connaissances et savoirs mathématiques, mais le professeur n'a ni accès aux messages

---

<sup>1</sup> Pour une description du logiciel, voir l'article de J. Houdebine dans ces actes.

« reçus » par chacun des élèves, ni vraiment à leur impact sur l'apprentissage car même s'il observe ses élèves travailler, son observation ne peut lui apporter que des éléments épars. Il est en effet possible qu'à chaque instant, chaque élève travaille sur un problème différent et reçoit des messages différents.

Cette utilisation du logiciel prive le professeur de certains éléments importants pour le déroulement de son projet d'enseignement, elle est donc susceptible d'engendrer des perturbations dans la relation didactique. Ces perturbations sont des conséquences d'un fonctionnement du professeur dans des conditions inhabituelles, elles sont intéressantes, non pas pour pointer des insuffisances chez le professeur, mais pour permettre une meilleure intégration du logiciel à l'enseignement. C'est dans cette perspective que nous posons les questions suivantes : Quelles perturbations peut engendrer l'utilisation de didacticiels au moment où le professeur « reprend en main » ses élèves ? Quelles régulations peut alors employer le professeur ? Et quels sont les impacts des régulations sur l'apprentissage des élèves ?

Après avoir présenté nos références théoriques et notre méthodologie, nous aborderons ces questions à travers l'étude d'un extrait de cours sur la proportionnalité dans une classe de quatrième où les élèves ont travaillé sur le logiciel.

### *Cadre théorique*

Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie des situations (Brousseau, 1986 et Perrin 1994), et plus particulièrement nous utiliserons les développements plus récents sur la structuration du milieu (Margolinas, 1995) et la mémoire de classe (Brousseau, Centeno, 1991).

### *Méthodologie*

La méthode utilisée revêt deux aspects : le recueil d'informations et leur transformation en données exploitables.

Les informations sont recueillies :

- soit en classe : enregistrement audio des cours, prises de notes sur le texte au tableau et le comportement de certains élèves, observation d'élèves travaillant sur le logiciel, documents distribués aux élèves, brouillon, cahier et contrôle d'élève ;
- soit à l'extérieur de la classe : entretiens avec le professeur avant le début de l'enseignement, puis avant chaque séance, entretien avec des élèves à la fin de l'enseignement.

Les données recueillies en classe permettent de reconstruire le déroulement linéaire du cours sur la proportionnalité<sup>2</sup>, en particulier, la façon dont les séances informatiques sont intégrées dans le cours. C'est le **niveau global** de la description, il prend en compte toutes les séances sur la proportionnalité. Une étude comparative au niveau global de différentes organisations montrerait diverses gestions de l'utilisation du logiciel par les enseignants. Différents phénomènes didactiques sont liés à ces gestions.

---

<sup>2</sup> Une séance correspond pour nous à 45 min d'enseignement et le cours sur la proportionnalité à toutes les séances sur la proportionnalité

Les questions posées nécessitent d'avoir accès au déroulement de chacune des séances, c'est le **niveau intermédiaire**. Chaque séance est découpée en épisodes suivant trois variables : le contenu mathématique, la tâche et le type de situation. Un épisode correspond à une unité de contenu mathématique, de tâche et de type de situation.

Le *contenu mathématique* est le sujet (mathématique) de la discussion, explicite ou implicite, c'est ce dont le professeur et les élèves parlent. Par exemple le « coefficient de linéarité », le « lien pente-coefficient de linéarité » sont des contenus mathématiques.

La *tâche* est ce qui est demandé, directement ou indirectement, à un ou des élèves. Ce peut être « calculer une valeur » ou « calculer un coefficient » ou « encore exprimer une application linéaire »...

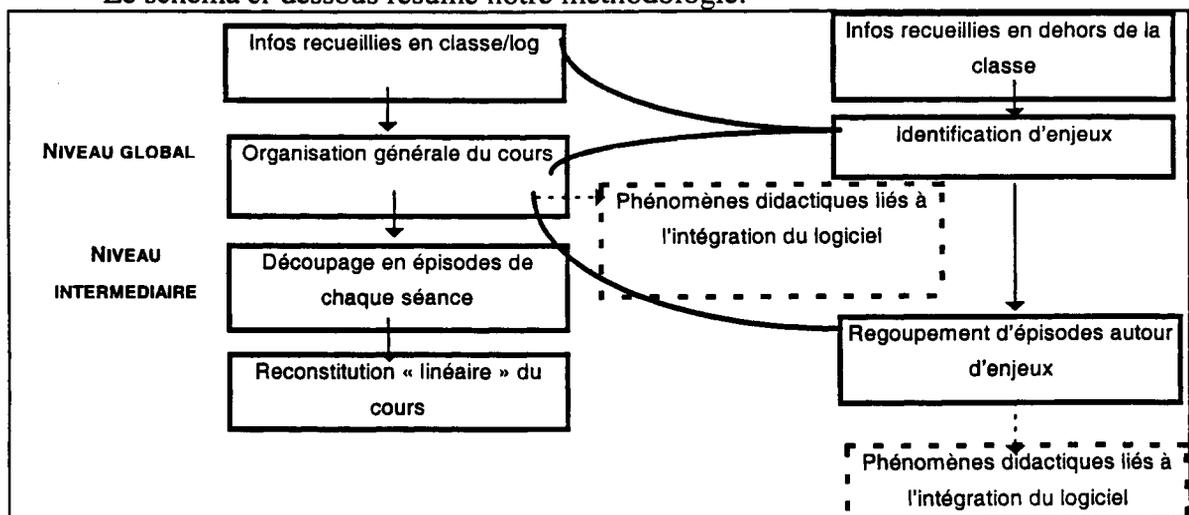
Le *type de situation* caractérise la position de l'élève et du professeur par rapport au savoir, il est en lien avec la structuration du milieu. Lorsque l'élève cherche un problème, la situation est agie ; lorsqu'il dit au professeur, à des fins d'évaluation, comment il a fait un problème, la situation est une validation/évaluation ; lorsque l'élève cherche à comprendre comment il a fait le problème ou comment un de ses camarades a fait le problème, elle est réfléchie ; et lorsque le professeur désigne, par exemple, la méthode à utiliser, la situation est instituée et la tâche est relative à la question posée dans l'exercice.

Mais la succession des épisodes d'une séance est parfois difficile à exploiter. Les entretiens préalables avec le professeur permettent d'identifier les objectifs de la séance qui deviennent, *in situ*, des enjeux d'enseignement, c'est à dire des savoirs à négocier avec les élèves. Nous effectuons donc des regroupements d'épisodes autour de ces enjeux.

Les épisodes relatifs à un enjeu peuvent : soit traiter de l'enjeu, soit être des pas de côté provoqués par les élèves (intervention non sollicitée ou réaction du professeur à l'intervention d'un élève), soit être des pas de côté décidés uniquement par le professeur. Il y a donc 3 types d'épisodes relatifs à un enjeu.

En général, un enjeu s'appuie sur une situation a-didactique vécue par l'élève avec le professeur ou sur le logiciel (dans ce cas, le professeur sait ou suppose que les élèves ont réfléchi au problème), c'est la situation de référence.

Le schéma ci-dessous résume notre méthodologie.



## Analyse de la négociation d'un enjeu qui échoue

### *Le niveau global*

Le cours sur la proportionnalité dont il va être question s'est déroulé en 12 séances. La première est consacrée à la présentation du logiciel et de l'organisation du cours et la seconde à une familiarisation avec le logiciel. Au cours de ces séances, le professeur montre les différentes explications que peut obtenir l'élève (explication utilisant un tableau, un graphique, un camembert ou explication sous forme de texte seul) et insiste sur l'importance de l'utilisation de ces différents types d'explication, ainsi que sur l'importance à accorder aux explications en général (il s'agit de chercher vraiment le problème et d'essayer de comprendre les explications données).

Les séances 3, 4, 5 se sont déroulées alternativement comme suit : une moitié de la classe a travaillé sur papier des exercices donnés par le professeur, l'autre sur le logiciel ; le professeur n'est pas intervenu du tout auprès des élèves sur logiciel, il s'est consacré uniquement au demi groupe « papier ». Pour la séance 6, l'enseignant a souhaité « reprendre en main » sa classe afin de faire des corrections d'exercices et « voir où ils en étaient ». Les séances 7 et 8 se sont déroulées en classe dédoublée ordinateur/ papier. Les séances 9 et 10 ont eu lieu en classe entière, il s'agissait plutôt des séances de cours. A l'issue des 10 séances, un devoir surveillé a été donné, puis une dernière séance a été consacrée à la correction du devoir.

Nous nous intéresserons à un extrait de la séance 9 qui constitue une reprise en main de la classe par le professeur après deux séances sur le logiciel.

### *Le projet du professeur et le niveau intermédiaire reconstruit*

Avant la séance le professeur a déclaré trois objectifs principaux dont un en lien avec le contenu des explications du logiciel (O1) :

- O1) institutionnaliser le lien pente de la droite/coefficient de l'application linéaire, en particulier dans le cas où le coefficient est une vitesse, et le vocabulaire « pentue », « plus pentue que » (vocabulaire employé dans certaines explications graphiques du logiciel) à partir d'un exercice proposé par le logiciel ;
- O2) institutionnaliser l'utilisation du coefficient de proportionnalité « 1,... » (par exemple prix final = 1,05 x prix initial) pour résoudre les problèmes de pourcentage d'augmentation, « pour trouver directement la somme finale » ;
- O3) faire une correction des certains exercices non encore corrigés.

Le professeur connaît bien le logiciel, notamment les règles tutorielles utilisées et les explications proposées aux élèves, c'est pourquoi il envisage de négocier O1 à partir du problème *Trains* pour lequel toutes les explications graphiques utilisent la notion de pente<sup>3</sup>. Ce projet repose donc sur les hypothèses suivantes :

---

<sup>3</sup>Voici un exemple de problème *Trains* ainsi que le texte l'explication graphique associée :  
Enoncé : « Le train Goéland parcourt 713 kilomètres en 6 heures 15 minutes. Le train Mistral parcourt 258 kilomètres en 2 heures 5 minutes. Le train Evasion parcourt 270 kilomètres en 2 heures. Le train Liberté parcourt 698 kilomètres en 6 heures 15 minutes. Classez ces quatre trains G, M, E, L du plus rapide au plus lent »

1. chaque élève de la classe a fait des problèmes *Trains*,
2. d'après les consignes données aux élèves concernant l'utilisation des explications, chacun des élèves a rencontré la notion de pente.

C'est la négociation de cet objectif O1 que nous allons étudier.

*La négociation de l'enjeu « institutionnaliser le lien coefficient de la l'application linéaire/ pente de la droite »*

La négociation de cet enjeu est délicate car il s'avère que certains élèves n'ont pas fait l'exercice sur lequel voulait s'appuyer le professeur, et d'autres l'ont fait, mais n'ont pas retenu les explications graphiques associées. De plus, au début de cette négociation le professeur n'a pas les moyens de savoir dans quel cas sont les élèves. Cette négociation se déroule en 19 épisodes.

L'épisode 1 du sert de transition avec le premier enjeu qui est un rappel sur l'application linéaire (« comment reconnaître une application linéaire ? », « sa représentation graphique est une droite passant par l'origine », « l'application linéaire correspond à une situation de proportionnalité »). Le professeur est peu directif jusqu'à l'intervention de Nicolas qui « rencontre » son objectif O1. Il s'agit dès lors de définir le coefficient de proportionnalité dans le registre graphique<sup>4</sup>.

1. *P : Quoi encore ?*

*Au : autrement, dans le tableau, heu, y a un coefficient.*

*P : ah, dans le tableau, elle parle de ... (P note : dans le tableau, il y a un coefficient)*

*le : coefficient*

*P : coefficient. Ah. Ca vous dit quelque chose ça ?*

*ee : ouais.*

*P : (~~..~~)alors, j'aimerais bien que ce soit quelqu'un d'autre que Aurore. Qu'est-ce que c'est que ça ? (~~..~~)Alors, si vous regardez Franek, Franek fait ....il fait comme ça Franek. Allez, qu'est-ce que ça veut dire ça ? temps Nicolas ?*

*Ni : heu, si on regarde que le graphique hein...c'qu'y a sur l'axe des abscisses heu...*

*P : alors, tu reviens au graphique ?*

*Ni : ouais.*

*P : d'accord. Alors ?*

*Ni : on peut ...l'appeler x.*

Texte de l'explication graphique associée : « L'axe horizontal représente le temps en minutes. L'axe vertical représente la distance en kilomètres. Le mouvement d'un train est représenté par une demi droite qui passe par l'origine. Le train G parcourt 713 kilomètres en 375 minutes. Le train M parcourt 258 kilomètres en 125 minutes. Le train E parcourt 270 kilomètres en 120 minutes. Le train L parcourt 698 km en 375 minutes. Le train le plus rapide correspond à la demi droite la plus pentue. »

<sup>4</sup> Dans le protocole, les questions du professeur sont en gras, ses relances, plus ou moins explicites, sur la notion de coefficient sont soulignées en traits pleins, et ses constats sur les connaissances des élèves sont soulignés en traits pointillés.

P : alors, ce qu'il y a sur l'axe des abscisses, on l'appelle x...

Ni : et sur l'axe des ordonnées...

P : des y. Et alors ? On parle, mais toujours par rapport au mot coefficient, hein. (P trace les axes)

Ni : on peut faire heu...

P : Allez, on l'aide. A partir de son idée, m'en donnez pas une autre, hein ! Faut qu'on essaie d'approfondir ce que nous dit Nicolas.

L'épisode suivant constitue un pas de côté provoqué par l'intervention de Damien. Le professeur engage une explication sur la relation de linéarité, mais il clôt rapidement l'épisode et ne relève pas l'erreur de formulation de Damien « x en fonction de y », il y reviendra au cours d'un autre enjeu.

2. P : Damien ?

Da : x en fonction de y.

P : alors, x en fonction de y (P note : x en fonction de y). Et alors, Damien ?

Da : rien

P : c'est quoi ça, qu'est-ce que ça veut dire ?

Da : rien

P : Solenne ?

So : C'est égal à y. C'est égal à x multiplié par ...inaud

P : Alors voilà ce que dit heu Solenne : donc heu, x est égal à y, pardon excusez moi, égal à x multiplié par quelque chose (P note :  $y = x \times ?$ ). C'est toujours par rapport à l'idée de coefficient.

P a orienté la négociation vers l'idée de coefficient, pour revenir à la notion de pente. Mais sa demande est imprécise et les réponses des élèves ne correspondent pas à son attente.

3. P : Donc pour l'instant, vous me donnez des idées, mais personne ne m'explique réellement qu'est-ce que vous entendez par le mot coefficient. Heu, Julien.

Ju : bah, c'est pour passer d'une ligne à une autre dans un tableau, bah, on multiplie tout le temps par le même nombre.

P : alors, il revient au tableau. D'accord ? Donc dans un tableau, y a combien de ... de lignes donc.

Ju : 2

P : donc on reprend x et y (P note). Pourquoi x, parce qu'on a toujours dit que ce qui était en abscisses, c'était ...

ee : la première ligne

P : la première ligne ou la première colonne et que ce qu'était en ordonnées, c'était là. Et alors Julien, donc, qu'est-ce que tu disais ? on ...

Ju : Ben, par exemple, si on met 100 et 1, ben on ... pour heu ..

P : 100, ici ? (case des x)

Ju : ouais et 1

P : et un là ?

E : Non il faut le mettre là.

P : Ah, on dit ... Ben, attends dis, laisse le. Et alors, après ?

Ju : bah, pour passer de... Ah, non, c'est le contraire.

P : on peut pas trouver de coefficient si c'est ça ?

ee : bah si

P : bah, si. C'est ..

Ju : zéro ..

e : divisé par 100.

P : divisé par

ee : 100

P : il voulait dire autre chose (P note). Multiplié par ..

ee : zéro ...

P : zéro virgule zéro

ee : 1

P : 1. On est d'accord ? Bon.

Le professeur revient ensuite sur l'intervention d'un élève dans l'épisode 3 et demande de trouver le coefficient de « l'autre tableau ». La situation agie redynamise la négociation. Cet épisode ne traite pas de l'enjeu, c'est un pas de côté provoqué par un élève. Ici, le professeur fait un premier constat des connaissances des ses élèves sur le coefficient dans les registres tableau et graphique (souligné en pointillés dans le protocole). Ce constat lui permet de clore le débat sur le coefficient dans le tableau, c'est une façon indirecte de dire aux élèves de ne pas revenir sur le coefficient dans le tableau.

4. P : L'autre tableau, hein parce que certains ont dit : ah, non, c'est l'inverse. Mais on n'est pas obligé de retenir forcément un exemple par coeur. Ce qu'il y a d'important, c'est le raisonnement là. Alors, certains voulaient dire, on passe de 1 à 100. Et là, quel est le coefficient ?

ee : inaud

P : c'est multiplié par ...

ee : 100

P : par 100. Donc apparemment, heu vous avez l'air de mieux comprendre le mot coefficient quand on parle de...

ee : tableau

P : tableau.

Le professeur revient ensuite à son enjeu (coefficient dans le registre graphique), sa demande est très précise. Il évoque le problème de référence et signifie à ses élèves qu'ils devraient pouvoir répondre à sa question.

5. P : Mais j'en reviens toujours à ce qu'a dit heu ici Nicolas, hein. C'est quoi le coefficient pour un graphique ?

ee : rien

P : ça c'est quelque chose qu'on, qui n'est pas forcément exprimé de façon très très précise dans ... le logiciel informatique, mais, y a une idée comme ça. Alors, Nicolas.

Ni : heu,  $x$  est proportionnel à  $y$ ... inaud

P :  $x$  est proportionnel à ...

Ni :  $y$

P :  $y$ .

Face à l'échec de sa tentative, le professeur s'écarte de nouveau de l'enjeu et s'attarde sur la formulation incertaine de Nicolas pour expliquer la symétrie de la relation de proportionnalité. Cependant, comme pour l'épisode 2, cette explication est tronquée car la discussion s'éloigne trop de l'enjeu.

6. P : Et tu changes d'avis, tu me dis :  $y$  est...

Ni : proportionnel à  $x$

P : proportionnel à  $x$ . Est-ce que c'est pas pareil ?

Au : Si c'est pareil !

P : faut expliquer, alors pourquoi c'est pareil ?

Ee : rien

P : Ça ne vous inspire pas, pas du tout du tout, hein, comme remarque ? ~~Bon alors, on essaie de pas trop heu, pas trop heu...s'endormir un petit peu.~~

Au : Ben si, c'est pareil parce que si c'est proportionnel, ben...

P : que ce soit dans un sens ou dans ...

e : bah, non ce sera pas ..

Au : bah, on peut dire les deux, mais c'est pas tout à fait pareil.

P : et c'est quoi « c'est pas tout à fait pareil » ? Enfin, on peut peut-être prendre un exemple, hein, moi j'en sais rien. Damien.

Da: par exemple,  $2x$  est égal à  $y$  ou  $2y$  est égal à  $x$ ...

P : alors donc (P a noté) heu,  $y = 2x$  et toi tu nous dis,  $2y$  égal .. égal  $x$ . C'est pas du tout pareil.

Au : non c'est pas pareil.

P : alors, ici. On part de  $x$ , qu'est-ce qu'il faut faire à  $x$  ? Je reprends toujours l'idée là, hein, donnée par Solenne.

Da: on multiplie par 2

P : qu'est qu'on fait à  $x$  pour trouver  $y$  ?

ee : multiplié par 2.

*P : multiplié par 2, oui. Alors qu'ici, qu'est-ce qu'il faut faire à x, et vous levez le doigt, pour trouver y ?*

*Ju : divisé*

*P : divisé par ...*

*Ju : divisé par 2.*

*P : diviser par 2. Donc, c'est y égal un demi de... de x. Mais est-ce que c'est vraiment cette idée là qu'il a voulu énoncé heu...*

*Au: non, il pouvait dire les deux.*

*P : donc, tu es d'accord, il pouvait dire les deux.*

*Au : oui.*

*P : c'est ça. Donc cet exemple là, de Damien, pour toi et peut être pour les autres, je dis bien peut-être, ça prouve pas forcément que Nicolas ait tort. Bon, donc c'est une autre idée.*

Le professeur revient de nouveau à l'enjeu, mais précise aux élèves qu'il ne s'agit pas forcément pour eux d'un savoir ancien. Cela marque un recul du professeur dans la négociation par rapport à l'épisode 5.

7. *P : Alors, on revient toujours au graphique, le coefficient, qu'est-ce que c'est ? Si vous ne savez pas, ben on va le montrer aujourd'hui.*

*Ro : les points sur la droite.*

*P : ce sont les points sur ...*

*Ro : la droite.*

*P : une droite.*

De nouveau, la réponse des élèves n'est pas satisfaisante, mais le professeur utilise la réponse de Romain pour revenir à l'idée de coefficient : il passe du problème du calcul des coordonnées des points, au problème de construction de la droite, puis revient au calcul des coordonnées des points. Ce détour lui permettra de revenir à l'idée de coefficient, mais dans le registre algébrique (épisode 10).

Au cours de cet épisode, les élèves décrivent les actions nécessaires au calcul des coordonnées des points et le professeur trace au tableau une première droite. Ce contexte peut aider à établir une relation avec le problème du logiciel.

8. *P : On les obtient n'importe comment ?*

*ee : non.*

*Ro : non, ils sont sur la droite.*

*P : ben d'accord, mais comment t'obtiens la droite ? Avec ..*

*So : avec deux nombres.*

*P : avec deux nombres. Et les deux nombres, tu les prends au hasard ?*

*ee : non / le : 0 1*

*P : alors, qu'est-ce qu'on fait ?*

ee : on trace.

P : les chiffres qu'on ..

ee : les chiffres qu'on nous donne.

P : qu'on vous donne, mais pour quelle valeur ? pour  $x$  ou pour  $y$  ?

e : pour le deux, heu, heu ...

P : on te donne les deux ?

ee : brouhaha non

P : qu'est-ce qu'on vous donne uniquement ?

ee :  $x$

P :  $x$ . Les, les ..

ee : abscisses

P : les abscisses. D'accord, bon alors.

e : on multiplie par 2.

P : Imaginons, ici, se soit 1 (P pointe au tableau), on pourrait ...

ee : multiplier par 2

P : bon. On multiplie par deux, c'est son choix. donc, si ici c'est 1, ici c'est ..

ee : c'est 2.

P : c'est deux. Alors, maintenant ici si nous avons deux.

ee : 4.

P : donc, voyez bien, donc, etc, etc ..Oui ou non ?

Le professeur pose alors, de nouveau, clairement la question qui correspond à l'enjeu en cours. Face au silence des élèves, il commence à reconstruire la situation de référence puis renonce pour suivre l'idée de Nicolas.

9. P : Alors c'est quoi le coefficient par rapport à mon graphique ?

ee : rien

P : alors, si on prend heu, donc les points sont alignés, là si vous voulez. ~~Et puis, à chaque fois j'oublie d'utiliser mon tableau qui est derrière et qui serait bien plus pratique et peut être plus clair. Si je prends l'autre.~~ Oui alors, ça passe pas très bien par l'origine. Alors autrement ? Nicolas ?

Ce nouvel épisode concerne la définition du coefficient de l'application linéaire dans le registre algébrique. Notons que dans cet épisode, l'intervention de Christophe est mise en l'écart.

10. Ni : heu, faut tout le temps multiplier par 2,  $x$  pour heu...

P : faut toujours multiplier par 2,  $x$  pour trouver ..

ee :  $y$

P :  $y$ . Donc, on prend pas n'importe quel nombre. Donc, les deux nombres sont liés entre eux. Ils sont liés entre eux par quoi ?

ee : rien

Ch: Madame...

P : oui, Christophe. On a dit que c'était toujours lié et lié grâce à quoi ? (P s'adresse à toute la classe)

Au: à un coefficient

P : au coefficient. Oui ou non ?

Nicolas intervient sans être interrogé, car il estime qu'il a donné le coefficient. Le professeur ne peut pas rejeter son intervention, cela entraîne un nouvel épisode.

11.Ni: inaud

P : Comment ?

Ni: c'est un coefficient que j'ai donné moi.

P : mais là, t'as pas donné le coefficient. Qu'est-ce t'as donné toi ? c'est quoi cette écriture là, comment ça s'appelle ?

ee : rien

P : c'est quoi y égale  $2x$ , comme écriture ?

ee : tous à la fois, on ne comprend pas, mais il y a linéaire

P : oui, Solenne, une application linéaire. D'accord, c'est une application linéaire. Tu m'as pas donné le coefficient, tu m'as donné l'application linéaire. Et dans ton application linéaire, qu'est-ce qu'est apparu ? le coefficient.

Suite à ses tentatives sans succès, le professeur reconstruit un problème de référence : la tâche consiste à construire le graphe d'une application linéaire. Dans cet épisode, le professeur ignore une réponse d'élève.

12.P : Si on fait celle-ci un demi ( $y = \frac{1}{2}x$ ). Alors qu'est-ce qui se passe ? Pour  $x$  égal un, qu'est-ce que j'ai ?

Jé :  $x$  égal un, deux..

P : allez, votre application.

1e : inaud

P : c'est quoi, si je fixe  $x$  égal 1, qu'est-ce qu'on a pour  $y$  ?

Jé : deux.

P : t'as deux ! pour celle ci ?

Jé : non ... inaud

P : ~~bah, tu, tu te lèves de ta chaise. Là voilà, ici. Ça marche ?~~ Bien, si je prends  $x$  égal un, qu'est-ce que ça donne ?

e : 0 virgule 5.

P : 0 virgule 5, hein. Donc ça ça fait 1 et 0 virgule 5 (P marque le point sur le graphique). On est d'accord. Si on prend,  $x = 2$ .

e : ça fait 1.

P : ça fait un. Bon, si on prend ici,  $x$  égal heu ... 3 donc ici vous vous rappelez, on avait 6. Pour  $x$  égal 3...

Da : 1 demi

P : on a un demi pour  $x$  égal trois !

ee : 1 virgule 5

P : 1 virgule cinq, donc c'est là. Les points sont alignés avec l'origine.

e : oui.

Les élèves ont maintenant à comparer les graphiques. Mais leurs réponses ne font toujours pas intervenir la notion de pente, cela conduit quasiment le professeur à renoncer. Mais il est finalement « sauvé » par l'intervention d'Aurore.

13.P : ***est-ce que ça donne le même graphique ?***

Jé : ben, non.

ee : ben non

P : ***ben non! Donc là, les valeurs de  $x$  sont liées aux valeurs de  $y$  grâce au... coefficient. Et vous vous apercevez de quoi par rapport à ..***

e : c'est la moitié

P : ah, oui, d'accord c'est la moitié. Vous vous apercevez de quoi ?

ee : elles passent toutes les deux par l'origine.

P : ah, bah, est-ce que c'est pas normal que ça passe par l'origine ? Si. Et vous vous apercevez... Si on compare les deux graphiques...

ee : rien

P : ~~vous voyez pas ça non plus ?~~ Donc, je garde. ~~Non, ça vous dit rien ?~~ Comment ?

Pa : inaud

P : bah oui, les deux représentations sont sur le même repère.

Au : y en a une qu'est plus heu ... heu... plus couchée

P : alors elle est plus couchée ... y'en une de plus couchée que ... que l'autre. Est-ce que vous êtes d'accord ?

ee : mm.

P : oui.

Le passage à la situation réfléchie qui correspond à l'enjeu, n'est pas pour autant acquis.

14.P : ***Et pourquoi alors celle ci serait plus couchée que celle là ?***

Pa : inaud

P : parce que c'est ...

Pascal est persuadé qu'une droite est plus couchée que l'autre parce que ce n'est pas la même échelle, il est déjà intervenu (cf. \* épisode 13) pour donner cette réponse. Le professeur avait feint de l'ignorer. Mais, devant son insistance et le silence des autres élèves, il est

contraint de l'entendre. Cependant, il ne permet pas à Pascal de s'expliquer et préfère donner la parole à Julien.

15.P : *ah, il m' parle toujours d'échelle. Je fais exprès de pas l'entendre, mais faut que je l'écoute quand même. Il arrête pas de me parler d'échelle depuis heu....oh, on va dire 5, 6 minutes et puis, je fais celle qu'entend pas, hein, tu vois. Et ça vient de l'échelle ?*

*Pa : bah, oui parce que le coefficient ....*

*Ju : bah, non parce que ...*

*P : alors, Julien, qu'est-ce t'en penses ?*

*Ju : c'est la même échelle ...*

*P : pourquoi c'est la même échelle ?*

*Ju : c'est le même graphique.*

*P : c'est le même graphique, donc c'est la même échelle.*

Après cette digression, le professeur repose une question relative à l'enjeu et n'attend pas une réponse très construite des élèves pour révéler que si une droite est plus couchée que l'autre c'est parce que les droites n'ont pas le même coefficient. Le professeur dévoile donc un élément du lien entre le coefficient de l'application linéaire et la pente de l'application linéaire.

16.P : *Donc, d'où ça vient ? pourquoi celle-ci est plus couchée ?*

*Ju : ben un demi...*

*P : ben, c'est pas le même coefficient !*

*Ju : voilà.*

*P : d'accord. Oui ou non ?*

Le prof demande alors aux élèves de faire fonctionner cette idée sur un exemple,

17.P : *A votre avis, si je prenais par exemple une autre y égal 3x (P note :  $y=3x$ ). Comment va-t-elle être par rapport à ces deux là ?*

*ee : plus haute.*

*P : plus haute encore.*

et institutionnalise le vocabulaire « pente ». Mais comme les élèves n'ont manifestement pas de souvenir du problème, le professeur contextualise l'institutionnalisation et n'évoque pas le lien coefficient de l'application linéaire dans le cas de la vitesse/pente de la droite. De plus, le professeur cède encore sur ses exigences de savoirs chez les élèves.

18.P : *Et vous n'avez pas vu dans le ... dans le logiciel, on utilise un mot... quand on fait un graphique... j'sais pas, personne n'aurait fait le problème sur les trains ?*

*ee : non / si*

*P : Si. On vous demande de classer 4 trains. On vous donne une phrase pour le... le graphique, pour celui qui a le... qui est le plus rapide. Qu'est-ce qu'on vous dit ?*

*ee : rien*

*P : non. Vous ne vous en souvenez pas ? Bon, c'est pas grave si on s'en souvient pas. On parlait de pente, on disait que le train le plus rapide était celui qui avait la ... demi-droite la plus ...*

*e : pentue*

*P : pentue. Et ça, ça ne vous a pas interpellé quelque part ? Bon.*

Alors qu'il pourrait présenter de nouveau le problème *Trains* à toute la classe, le professeur préfère tester si les élèves sont capables d'utiliser ce nouveau vocabulaire pour la comparaison de droites et accepte que l'idée de pente soit formulée en termes de « hauteur ».

*19.P : Donc et si je prenais encore une équation, y égal heu heu, 5 x.*

*Au : ce serait encore plus ...*

*P : elle serait encore ...*

*ee : plus haute.*

*P : etc, etc...donc l'idée de coefficient. Est-ce qu'on a retenu encore autre chose ?*

*ee : rien*

### **Synthèse du déroulement de la négociation et impact sur les élèves**

Au début de la négociation de l'enjeu, le professeur prend en compte toutes les interventions d'élèves et permet que celles qui ont un rapport faible avec l'enjeu soient développées. Petit à petit, il en ignore pour ne relever que celles qui peuvent servir l'enjeu. Dans le même temps, il diminue les responsabilités des élèves par rapport au savoir, pour finalement renoncer à une partie de son objectif.

L'intégration du logiciel dans l'enseignement modifie la mémoire de classe à deux niveaux :

1- l'enseignant qui est le garant de cette mémoire est ici garant d'une partie de la mémoire de classe, celle qui correspond à ce qu'il a vécu avec ses élèves, cette partie de la mémoire de classe « cohabite » avec la mémoire de classe constituée par les élèves ;

2- la mémoire de classe des élèves est plutôt une union de mémoires d'élèves qui ont en commun les cours en classe et les exercices donnés par le professeur, mais pas forcément les problèmes de référence du professeur lorsqu'ils sont extraits du logiciel.

Ces modifications perturbent le fonctionnement habituel du professeur et leur prise en compte progressive lors de la négociation se traduit par :

1- l'ignorance de certaines réponses d'élèves par le professeur, même si l'on peut aussi supposer que la durée consacrée à la négociation de cet enjeu intervient aussi à ce niveau. Il nous semble en effet que le professeur réalise petit à petit que des pas de côté ne lui permettront pas une meilleure négociation de l'enjeu car ce qu'il demande aux élèves ne fait référence à aucune situation pour eux ;

2- une négociation à la baisse de l'enjeu et de la responsabilité des élèves par rapport au savoir. Comme il ne sait pas ce que ses élèves ont fait, il ne peut pas leur reprocher de ne pas répondre à ses questions.

3- des épisodes qui sont des pas de côté du professeur (très rares dans les autres cours du même professeur) pour reconstruire et rendre effective la situation de référence. Ces

épisodes sont nécessaires car le professeur ne peut pas enrichir la mémoire de classe de savoirs institués sans «point d'appui».

Pendant cette séance, la notion de pente n'est pas reprise. Dans la séance suivante, le professeur y reviendra avec une situation de référence proposée en classe et non corrigée (associer des représentations graphiques d'applications linéaires et des applications linéaires, le coefficient pouvant être positif ou négatif). Cela va lui permettre d'introduire vraiment le lien entre coefficient de l'application linéaire et pente de la droite. Pour cette partie, les interventions des élèves montrent qu'ils ont retenu que pour la « comparaison de droites » on utilise la notion de pente : ils utilisent en effet l'expression « plus haute » pour comparer des droites de coefficients de signes contraires. En revanche, l'utilisation de la pente des droites pour la comparaison de vitesses semble encore poser problème. En effet, dans un exercice de comparaison de vitesses angulaires, les élèves cherchent le nombre de tours effectués en une unité de temps ou la durée nécessaire pour faire un tour. Et lorsque le professeur leur demande d'utiliser une autre méthode, ils ne pensent pas à faire un graphique. Le professeur est donc obligé de revenir sur ce moyen de résolution. (« Le plus rapide correspond à la droite la plus pentue. »).

La réaction des élèves nous semble tout à fait appropriée à ce qui a été fait à la séance précédente. En effet, le professeur dit « bon, c'est pas grave si on s'en souvient pas. On parlait de pente, on disait que le train le plus rapide était celui qui avait la demie droite la plus (pentue) . », et les applications qu'il propose concernent des comparaisons de pente de droite, et non des comparaisons de pentes de droite pour comparer des vitesses.

Finalement le bilan de la négociation est le suivant : les élèves ont retenu l'idée de « hauteur » pour la comparaison de droites; le professeur renonce à une partie de son objectif : plutôt que de provoquer un effet Topaze, il préfère revenir à son enjeu ultérieurement.

## Conclusion

Nous venons de voir comment l'introduction d'un logiciel dans l'enseignement peut modifier les repères du professeur, et comment cette modification peut se répercuter sur la négociation d'enjeux. Au regard de cette étude, il apparaît qu'une situation de formulation ou une phase a-didactique est/sont nécessaire(s) après l'utilisation du logiciel de façon autonome par les élèves. Cela permettrait en effet :

1. au professeur d'avoir une meilleure approche des connaissances des élèves sur la proportionnalité avant d'engager l'institutionnalisation ;
2. de rendre une unité à la mémoire de classe.

Mais des questions restent posées sur le choix de ces situations : vaut-il mieux proposer des situations de formulation à propos de problèmes tirés directement du logiciel (avec le risque que certains élèves n'aient pas fait le problème), faut-il proposer des phases a-didactiques sur des problèmes directement extraits du logiciel (avec le risque que certains élèves aient déjà vraiment bien cherché ces problèmes, tandis que d'autres les découvrirons), ou encore faut-il proposer aux élèves de rechercher des problèmes qui ne sont pas des problèmes du logiciel mais qui peuvent être proches ?

**Bibliographie**

- Brousseau (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques* 7.2, Ed La Pensée Sauvage
- Brousseau, Centeno (1991), Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherche en Didactique des Mathématiques* 11. 2-3, Ed La Pensée Sauvage
- Comiti, Grenier (1997) Etude de quelques phénomènes typiques de l'activité didactique *Recherche en Didactique des Mathématiques* 17.3, Ed La Pensée Sauvage
- Houdebine (1999), Des questions didactiques posées par la réalisation d'un logiciel d'aide à la résolution de problèmes de proportionnalité, *Séminaire de didactique des maths du laboratoire de didactique de Rennes.*
- Margolinas (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, *Les débats de didactique des mathématiques*, Travaux et thèses de didactique, Ed La Pensée Sauvage
- Perrin (1994), Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives, in *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, Ed La Pensée Sauvage