

JEAN-BAPTISTE LAGRANGE

**DERIVE, un système de calcul formel en classe de mathématiques**

*Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes*, 1993-1994, fascicule 3  
« Fascicule de didactique des mathématiques », , exp. n° 7, p. 1-19

[http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1993-1994\\_\\_3\\_A7\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1993-1994__3_A7_0)

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,  
1993-1994, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# **DERIVE , un système de calcul formel en classe de Mathématiques**

**Jean-Baptiste LAGRANGE**

**LU.F.M. de Bretagne – Rue Saint Malo – 35000 RENNES**

## **Abstract**

The ongoing research reported in this paper aims to study how DERIVE actually contributes to pupils mathematical learning. It is carried out with pupils whose teachers are skilled with DERIVE. It comprises both detailed observations of classroom sessions and a questionnaire aiming to collect pupils' views about using DERIVE for maths learning. In the paper we focus on the methodology of the research and on the first outcomes of classroom observations and of the questionnaire. Either encouraging or disappointing, the outcomes highlight the influence of pupils' existing conceptions and expertise in algebra as well as of the "didactic contract" when integrating DERIVE.

## **1. Introduction**

### **1.1. Le logiciel DERIVE**

A la différence des calculatrices et des résolveurs, les systèmes de calcul formel traitent les expressions algébriques comme des entités formelles en les "dérivant", c'est-à-dire en leur appliquant des règles de transformation (Davenport, Stiret, Tournier, 1986). Parmi d'autres, le logiciel DERIVE (Rich, Stoutemyer, 1994) est capable par exemple de s'acquitter, à des détails près, de la partie calculatoire des mathématiques de la classe de terminale et au delà. Par comparaison avec d'autres systèmes (MAPLE, Mathematica...), il a une ergonomie et des performances tout à fait honorables, et il présente l'avantage d'être utilisable sur des machines même anciennes ou peu puissantes (PC 8088, 80286...), et de ne pas demander d'installation sophistiquée.

DERIVE commence à connaître une utilisation significative dans les classes, grâce à la convergence d'initiatives des IREM et du Ministère (DLC, 1994). L'action d'innovation conduite dans ce cadre concerne des classes de la troisième à la terminale. Elle est motivée par le fait que d'une part, l'enseignement ne peut rester aveugle à l'évolution que constitue la disponibilité des systèmes de calcul formel, et que d'autre part, l'intégration de tels logiciels nécessite un travail de création de séquences et d'évaluation.

### **1.2. Objectifs de la recherche**

Cette action d'innovation a été l'occasion de commencer un travail didactique sur les apports de la pratique d'un logiciel de calcul formel aux apprentissages mathématiques (Artigue, Drouhard, Lagrange, 1993).

Concernant cette recherche, deux points sont à préciser :

- Les utilisations de DERIVE que nous avons observées diffèrent dans leur problématique d'autres utilisations de logiciels en Mathématiques. La différence vient du logiciel lui-même, aussi bien que de l'usage qui en fait des les classes.
  - Le logiciel est un expert qui incorpore des connaissances parmi celles visées par l'enseignement. Mais ce n'est pas un "environnement interactif d'apprentissage". En effet, la conception du logiciel vise à en faire un expert couvrant le plus largement possible le champ du calcul, et n'est pas guidée particulièrement par un besoin précis de l'enseignement.
  - Les effets cognitifs attendus ne sont pas l'acquisition d'un concept ou d'une habileté donnée. On attend plutôt le développement chez l'élève de capacités générales en algèbre et une évolution de l'activité mathématique dans la classe.
  - L'utilisation du logiciel ne se fait pas dans une séance ponctuelle. On tend au contraire vers son "intégration", c'est-à-dire une utilisation prolongée sur plusieurs séquences visant des concepts ou habiletés différents.
- Nous ne cherchons pas à mesurer une amélioration globale des performances en algèbre à laquelle conduirait le logiciel. En effet, le professeur désirant intégrer le logiciel dans sa classe sera davantage intéressé par la mise en évidence de points critiques et d'écueils à éviter, le repérage des apports réels de DERIVE dans une situation donnée, que par les résultats d'une évaluation globale. C'est pourquoi nous voulons analyser aussi bien des situations où des améliorations auront pu être constatées, que des cas où le logiciel n'a pas produit les effets attendus, pour en déterminer les causes.

### **1.3. Méthodologie**

Notre travail comporte trois directions

- un repérage des thèses générales sur les apports de logiciels de calcul formel à l'enseignement de mathématiques,
- des observations en classe (méthodologie interne),
- le dépouillement et l'analyse de questionnaires auprès de professeurs et d'élèves de classes ayant utilisé DERIVE (méthodologie externe).

Ces trois directions de travail sont liées, et le but de la recherche est de croiser les résultats obtenus dans ces directions. Mais nous ne disposons actuellement que de résultats isolés dont la synthèse reste à faire.

Pour le repérage des thèses générales, les articles, principalement anglo-saxons, disponibles à en 1993 ont été systématiquement dépouillés. A l'exception de (Monaghan, 1992), les auteurs en restent le plus souvent à une description d'un canevas d'enseignement, assorti de considérations

générales sur les vertus pédagogiques des systèmes de calcul formel. Depuis, des textes tels que (DLC, 1994), (Kutzler, 1994) sont parus, qui présentent des thèses susceptibles de se traduire en pratiques d'enseignement. Nous ne développons pas davantage ici et renvoyons à (Artigue, Drouhard, Lagrange, 1993) et aux synthèses à venir.

Les observations et questionnaires sont passés dans les classes de professeurs participant au groupe ministériel, donc volontaires pour une démarche d'innovation, connaissant bien DERIVE, et ayant au moins une année d'expérience d'intégration du logiciel. Cet environnement facilite l'observation. De plus l'explicitation de l'expertise de ces professeurs va dans le sens des objectifs de notre recherche.

## 2. Les observations en classe

Les éléments suivants constituent la "matière première" de la recherche:

- Relevé des intentions du professeur avant la séance, et de ses anticipations.
- Enregistrement de plusieurs groupes d'élèves, relevé du fichier des expressions DERIVE qu'ils ont entrées ou obtenues.
- Réactions a posteriori du professeur.

Nous n'avons pas actuellement de synthèse à proposer pour les nombreuses séances observées. Cependant, ces observations isolées montrent l'intérêt d'observer les stratégies des élèves, ainsi que leur utilisation des différents cadres (symbolique, graphique) et moyens de calcul (DERIVE, calculatrice, papier/crayon...): on peut ainsi apprendre beaucoup sur la façon dont les élèves conçoivent les règles et habiletés du calcul algébrique, ainsi que l'aide que DERIVE peut apporter à l'évolution de leurs conceptions. Un exemple va le montrer.

### 2.1. Un exemple de situation

L'observation porte sur des élèves de seconde. L'objectif de la séance est l'élaboration d'une solution générale d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues. Les élèves savent utiliser DERIVE pour résoudre une équation isolée, mais ne savent pas qu'on peut, avec DERIVE, entrer et résoudre directement un système.

**La tâche :**

trouver toutes les solutions du

$$\text{systeme: } \begin{cases} ax+by=c \\ cx+dy=e \end{cases}$$

Application: trouver les solutions de:

$$\begin{cases} 2x-y=4 \\ x-y=3 \end{cases}$$

**Les objectifs du professeur:**

- La systématisation d'une méthode de résolution d'un système.
- Une meilleure conception de la notion de paramètre.
- La capacité à considérer des paramètres implicites (par exemple  $-1$   $y$  pour  $-y$ )

La résolution par un groupe d'élèves.

19:  $2x+4y=12$

Les élèves sont incapables de considérer un système général. C'est pourquoi le professeur indique d'entrer un système particulier. En partant d'une solution ( $x=6, y=0$ ), ils forment une équation, et la font résoudre en  $x$  par DERIVE.

20:  $x=2(3-y)$

21:  $3x+6y=18$

A partir de la même solution, ils forment une autre équation.

22:  $1x+2y=6$

Ils se souviennent qu'un moyen de résoudre un système, est de soustraire des équations. Ils le font à la main.

23:  $1x=6$

La résolution de l'équation 22 obtenue leur pose problème car elle a deux inconnues. Ils font disparaître la difficulté en "coupant" le terme en  $y$  (!). Bien que l'équation obtenue soit toute simple, ils la résolvent à l'aide de DERIVE (!).

24:  $x=6$

25:  $2y=6$

Ils emploient la même méthode pour trouver une valeur de  $y$ .

26:  $y=3$

Mais il devient évident que ce n'est pas la bonne solution.

32:  $3x+6y=18$

Le professeur leur suggère de résoudre la seconde équation (21) en  $x$ , de la même façon que l'équation 19.

33:  $x=2(3-y)$

Ils obtiennent ainsi l'équation 33, mais comme les deux équations qu'ils se sont données sont proportionnelles, l'équation 33 est la même que l'équation 20.

36:  $3x+5y=18$

Le professeur indique de prendre une autre seconde équation, avec la même solution. Ils entrent l'équation 36, et la font résoudre par DERIVE.

37:  $x = \frac{18 - 5y}{3}$

Mais ils ne parviennent pas à résoudre à partir de 37 et 20

39:  $y = \frac{6 - x}{2}$

Ils essaient à nouveau, en résolvant cette fois en  $y$ .

40:  $y = \frac{3(6 - x)}{5}$

Mais à nouveau, ils ne parviennent pas à résoudre.

42:  $\frac{18-5y}{3} = 2(3-y)$

Le professeur vient construire l'équation 42 à partir de 37 et 20

43:  $y = 0$

Il la fait résoudre par DERIVE.

$$45: a x + b y = c$$

$$46: e x + f y = g$$

$$47: x = \frac{c - b y}{a}$$

$$48: x = \frac{g - f y}{e}$$

$$49: \frac{c - b y}{a} = \frac{g - f y}{e}$$

$$50: y = \frac{a g - c e}{a f - b e}$$

$$53: a x + b \left[ a g - \frac{c e}{a} f - b e \right] = c$$

$$54: y = \frac{b (a g - a b e - c e f)}{a^2}$$

Il demande alors aux élèves d'entrer et de résoudre les équations du système général.

Ils entrent donc les équations 45 et 46, puis les résolvent en x

Ils construisent l'équation générale en y, et la font résoudre par DERIVE

Ils obtiennent ainsi une valeur pour y

Pour trouver la valeur de x, ils remplacent à la main la valeur trouvée pour y dans l'équation 45. Mais ils font une erreur en entrant l'équation en x obtenue.

Ils obtiennent ainsi la solution 54, mais elle est fautive, à cause de l'erreur de frappe dans 53.

Ils constatent alors que la forme de cette solution n'est pas cohérente avec la forme obtenue pour x. Ils essaient à nouveau la méthode, et obtiennent cette fois la solution correcte.

## 2.2. Interprétation

La conduite des élèves utilisant DERIVE est très différente selon qu'ils ont à résoudre un problème avec des données numériques, ou le même problème avec des paramètres. Tentant de résoudre le système numérique, les élèves se remémorent quelques habiletés de base, mais ne peuvent mettre en oeuvre une méthode. De façon évidente, il ne maîtrisent pas la résolution. Au contraire, quand ils sont confrontés au même problème avec des paramètres, ils semblent maîtriser la méthode montrée par le professeur, et garder un contrôle formel sur les solutions; ils détectent en effet une erreur de façon formelle (équation 54).

Plus généralement, au cours de cette session, des comportements similaires sont observés parmi les groupes d'élèves:

- DERIVE permet aux élèves de résoudre le système général, et rend moins artificiel cette situation algébrique de nature formelle.
- A cause du faible coût des calculs avec DERIVE, des cercles vicieux se produisent plus fréquemment qu'en papier/crayon.

Les équations 39 et 40 ci-dessus en sont un exemple; en voici un autre: les élèves résolvent l'équation 1 ci-contre en  $y$ , et substituent ensuite la valeur trouvée à  $y$  dans la même équation. Ils obtiennent l'équation triviale 4.

$$1: 2x+y=4$$

$$2: y=4-2x$$

$$3: 2x+(4-2x)=4$$

$$4: 4=4$$

- Certains groupes utilisent beaucoup le papier/crayon pour les calculs intermédiaires. Cette utilisation semble importante pour leur compréhension du calcul.

### 2.3. DERIVE et les concepts algébriques

Dans cette observation, DERIVE aide les élèves à concevoir certains aspects des concepts algébriques dans la résolution des systèmes:

- Quand ils utilisent DERIVE, les élèves rencontrent une méthode non classique et nouvelle pour eux, de résolution des systèmes: former une équation en  $x$  à partir de deux équation  $y=f(x)$  et  $y=g(x)$ . Dans cette méthode, les calculs sont difficiles à la main. Au contraire, avec DERIVE, les élèves font une utilisation consciente des propriétés de l'égalité (symétrie, transitivité...).
- DERIVE aide à trouver la solution d'un système général, et à l'utiliser pour résoudre des systèmes particuliers. Par conséquent, quand les élèves sont confrontés à des équations où certains coefficients n'apparaissent pas, les élèves doivent imaginer ces coefficients implicites. Par exemple, ils doivent interpréter  $x-y=1$  en  $1x+(-1)y=1$ .

Par contre DERIVE n'apporte pas d'aide pour d'autres concepts. Par exemple, des élèves peuvent concevoir la résolution des équations, comme une suite de transformations aboutissant à  $x=...$ , sans comprendre le principe de résolution qui sous-tend ces transformations (Linchewski, Sfarf 1991). Cette conception peut être non apparente dans le cas de la résolution d'une équation à une inconnue, car ce calcul "en aveugle" conduit au bon résultat (Drouhard, 1994).

Dans la résolution d'un système, comme ci-dessus, le calcul "en aveugle" devient apparent (expressions 36 à 40), mais DERIVE ne semble pas contribuer à mettre en cause cette conception.

## 3. Méthodologie externe

Tout en menant les observations en classe, nous avons entrepris la partie "externe" de la recherche. La synthèse du travail reste à faire, mais il nous semble que les résultats d'une première version d'un questionnaire aux élèves sont d'ores et déjà intéressants.

### 3.1. Un questionnaire aux élèves

L'objectif général du questionnaire est de connaître la façon dont les élèves perçoivent DERIVE, et de comparer leur opinion avec les thèses relevées à partir du dépouillement d'articles dans (Artigue, Drouhard, Lagrange, 1993). Plus précisément, le questionnaire se propose :

- de rechercher quel est l'environnement technologique des élèves, de façon à savoir dans quelle mesure l'utilisation de moyens technologiques est nouveau pour ces élèves.
- de savoir si les élèves discernent les fonctionnalités symboliques spécifiques des systèmes de calcul formel parmi les caractéristiques générales des outils technologiques dans l'éducation. En effet, les thèses générales sur l'utilisation de DERIVE insistent sur les capacités symboliques du logiciel en tant que ressource didactique, et il est intéressant de savoir si les élèves ont aperçu cette dimension.
- de voir comment les élèves ont perçu l'apport des activités avec DERIVE dans leurs apprentissages mathématiques, de façon à pouvoir les comparer aux thèses générales sur l'utilisation de DERIVE.

Cette première version comportait 64 questions dont une majorité de questions ouvertes, et à la fin du questionnaire, une série de 13 "opinions" sur l'utilisation de DERIVE, pour lesquelles les élèves devaient indiquer leur degré d'adhésion (questions "fermées").

Le questionnaire a été passé et dépouillé dans six classes, soit un total de 126 élèves (tableau 1) ayant tous eu au minimum 7 heures d'utilisation du logiciel.

Classe	Etablissement	Filles	Garçons	Total
3A	Collège Herblay	16	9	25
3B	Collège Herblay	10	10	20
2nd	J.PERRIN	11	8	19
1S	Sorel Honfleur	7	11	18
TC	Guebwiller	8	10	18
TC	Rotrou	9	17	26

### **3.2. Résultats**

#### **3.2.1. L'environnement technologique des élèves**

- Tous les élèves possèdent une calculatrice et la plupart l'utilisent à la fois à l'école et à la maison. Conformément aux instructions officielles, les calculatrices sont graphiques à partir de la seconde. Pour ces élèves, DERIVE n'est donc pas le seul outil graphique. Par contre, aucune calculatrice n'a de fonctionnalités symboliques, et donc de ce point de vue, DERIVE est un nouvel outil pour les élèves.
- De nombreux élèves ont accès à un ordinateur en dehors de la classe. 38% à 60% des élèves ont un ordinateur à la maison, mais la fréquence d'utilisation est faible. Ils l'utilisent principalement pour du traitement de texte et des jeux.
- Certains ont utilisé des logiciels en classe de mathématiques dans les années précédentes, mais la durée moyenne est faible (de 4 à 9h suivant les classes).



Ainsi, l'ordinateur fait partie de l'environnement familier des élèves, mais le temps d'utilisation de l'ordinateur pour apprendre des mathématiques est très limité. La calculatrice de poche reste donc leur outil technologique de base en mathématiques.

### 3.2.2. Utiliser DERIVE

#### L'apprentissage de DERIVE

Le questionnaire comportait 4 questions sur l'apprentissage de DERIVE, en deux parties: Se débrouiller avec DERIVE, est-ce facile, est-ce rapide ? Et pour bien s'en servir ?

La chute du taux de réponses positives entre "se débrouiller" et "bien se servir" montre que les élèves distinguent clairement les deux niveaux (tableau 2). Mais cette chute est plus sensible à partir de la classe de Première. Dans ces classes, on aborde la trigonométrie et l'analyse et pour ces thèmes, l'utilisation de DERIVE est plus complexe. Les résultats obtenus dépendent de nombreuses options, et sont souvent différents de ceux qui sont admis dans la pratique habituelle.

Classe	Apprendre à se débrouiller avec DERIVE		Apprendre à bien se servir de DERIVE	
	Facile ?	Rapide ?	Facile ?	Rapide ?
3A	92 %	96 %	68 %	68 %
3B	95 %	90 %	80 %	80 %
2P	79 %	89 %	58 %	42 %
1S	83 %	61 %	44 %	33 %
TC d	100 %	94 %	67 %	22 %
TC r	96 %	94 %	88 %	42 %

#### Perception des fonctionnalités de DERIVE

Deux questions ouvertes étaient posées pour connaître la façon dont les élèves perçoivent les fonctionnalités de DERIVE (Tableau 3, colonne 1). Nous avons regroupé en seconde colonne les réponses citant des fonctionnalités spécifiques et attestant ainsi que l'élève perçoit clairement DERIVE comme un système de calcul formel. Les autres réponses (3ème colonne) témoignent de ce que l'élève ne distingue pas DERIVE d'autres outils technologiques.

Peu d'élèves mentionnent des fonctionnalités spécifiques. L'un d'entre eux écrit "calcul formel", mais précise qu'il ne se souvient plus de ce que cela signifie. Concernant les fonctionnalités à ajouter à DERIVE, la seule demande pertinente est que le logiciel explicite sa démarche de calcul. En fait, ces élèves voudraient que DERIVE leur montre comment trouver un résultat, pour qu'ils puissent ainsi apprendre à résoudre. En dehors de cela, la majorité des réponses mentionnent des fonctionnalités générales (réelles ou désirées) des outils technologiques: rapidité, complexité des tâches, graphisme, ergonomie... Elle ne montrent pas une perception de DERIVE en tant que système de calcul symbolique.

<b>Tableau 3</b>		
	<b>Fonctionnalités spécifiques (rarement citées)</b>	<b>Fonctionnalités non spécifiques (majoritairement citées)</b>
<i>Qu'est-ce qui est surprenant avec DERIVE ?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résultats en valeur exacte</li> <li>• Calcul symbolique</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rapidité des calculs</li> <li>• Complexité des calculs</li> <li>• Tracé</li> </ul>
<i>Quelles fonctionnalités pourraient être ajoutées à DERIVE ?</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expliciter les calculs</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Meilleure ergonomie</li> <li>• Modélisation du problème, Rédaction du problème (!)...</li> <li>• Apprentissage d'autres matières: géométrie, physique, langues (!)...</li> </ul>

### 3.2.3. Les maths avec DERIVE

Le questionnaire comportait deux ensembles de questions sur l'apport de DERIVE aux apprentissages mathématiques, le premier composé de questions ouvertes visant à avoir une idée générale des opinions des élèves, et l'autre composé de questions fermées afin de quantifier.

#### Questions ouvertes

Les questions ouvertes étaient posées ainsi:

- *Pourquoi et comment DERIVE peut-il vous aider à faire des mathématiques ?*
- *En quoi est-ce différent de faire des mathématiques avec DERIVE ?*

Nous avons classé les réponses en trois groupes (Tableau 4, première et seconde colonnes)

- Dans le premier groupe, les élèves pensent que l'utilisation de DERIVE pourrait se substituer à la pratique habituelle des mathématiques. Certains s'en réjouissent ("nous n'avons plus rien à faire"),

mais d'autres semblent inquiets: ils pensent que s'il n'y a plus rien à faire, donc plus rien à comprendre, il n'y a plus de légitimité pour l'enseignement des mathématiques.

L'apport de DERIVE vu par les élèves	Citations d'élèves	Conceptions de l'activité mathématique	Classes où la conception existe
<b>DERIVE peut se substituer à l'activité mathématique</b>	<p><i>"L'ordinateur calcule tout à notre place"</i></p> <p><i>"C'est l'ordinateur qui fait tout lui-même et nous n'avons rien à faire"</i></p> <p><i>"... nous on ne fait rien donc on ne comprend rien"</i></p>	<p>Quand on résout un exercice d'algèbre, le <b>résultat</b> est ce qui compte le plus</p>	<p>Courante en troisième</p>
<b>DERIVE donne le résultat, mais pas la façon dont il a été trouvé</b>	<p><i>"C'est un avantage, mais on n'établit pas un travail de fond pour les calculs".</i></p> <p><i>" (Avec DERIVE), les réponses sont «artificielles»".</i></p> <p><i>"Donne les résultats numériques, mais ne donne pas le fondement de la résolution".</i></p>	<p>La <b>démarche</b> de calcul est ce qui compte le plus.</p>	<p>Majoritaire en première et terminale</p>
<b>DERIVE libère des tâches calculatoires</b>	<p><i>"La machine fait les calculs, et nous la réflexion".</i></p> <p><i>"Pour avoir une vision pratique des maths"</i></p>	<p>On peut séparer l'activité algébrique en une partie <b>conceptuelle</b>, et une partie technique, moins <b>significative</b></p>	<p>Existe en troisième</p>

- Dans le second groupe, les élèves soulignent que DERIVE ne donne pas la démarche de calcul. En conséquence, il ne pensent pas que DERIVE puisse changer fondamentalement leur pratique de l'algèbre. Dans cette pratique non modifiée, ils voient DERIVE comme un outil utile: pour diriger les recherches, pour vérifier les résultats, pour faire des calculs longs et répétitifs.
- Dans le dernier groupe, les élèves considèrent que DERIVE permet vraiment de faire de l'algèbre dans un sens plus conceptuel. Certaines réponses voient l'activité algébrique comme constituée d'une partie mécanique (confiée à DERIVE) et d'une partie raisonnement (que seul l'homme peut

peut accomplir). D'autres perçoivent les mathématiques comme un ensemble de concepts que DERIVE permettrait de concrétiser.

Une bonne façon d'interpréter ces réponses, et de voir leur implication pour un usage de DERIVE, est de rechercher des conceptions de l'activité algébrique qui pourraient leur être sous-jacentes. C'est ce que nous faisons dans la troisième colonne du tableau 4.

- Dans le premier groupe, les élèves pensent que, quand on résout un exercice de mathématiques, le résultat est ce qui compte le plus, la façon dont il est obtenu étant moins importante. Cette conception est présente surtout en troisième.
- Dans le second groupe, la démarche de calcul est perçue comme plus importante que le résultat lui-même. Les élèves de ce groupe sont dans les classes au delà de la troisième. DERIVE s'insère ici dans un contrat didactique privilégiant l'explicitation de la démarche par rapport à l'obtention du résultat.
- Les opinions dans le dernier groupe, peuvent être mises en relation avec une vision conceptuelle des mathématiques, qui sépare le calcul mécanique d'autres activités jugées plus significatives, comme le raisonnement, la modélisation, l'interprétation des résultats. Cette opinion existe en troisième. Par contre, on la rencontre peu dans les classes les plus avancées. Nous pensons que de bons élèves de troisième travaillant depuis plusieurs années sur les concepts algébriques étudiés à ce niveau peuvent les maîtriser suffisamment pour en avoir des représentations conceptuelles. Au contraire, dans les classes plus avancées, les sujets étudiés sont nouveaux chaque année.

### Questions fermées

Le questionnaire comportait une série de 13 opinions (tableau 6, colonne 2) et on demandait aux élèves de choisir un degré d'agrément à ces opinions parmi 4, de façon à procéder à un traitement quantitatif. Le questionnaire étant une ébauche préparatoire à un questionnaire avec davantage de questions fermées, passé par davantage d'élèves (jusqu'à 500), il est intéressant de tester des méthodes quantitatives qui, si elles se révèlent pertinentes, pourront être appliquées au questionnaire définitif.

### **Calcul d'un score moyen pour chaque opinion, et rangement.**

Un premier traitement a consisté à calculer pour chaque "opinion", la moyenne des degrés d'adhésion, et à ranger les "opinions" en fonction des moyennes obtenues (Tableau 6, 3ème colonne). L'échelle va de 0 ("Je ne suis pas du tout d'accord"), à 3, ("Je suis totalement d'accord") (voir tableau 5). En 4ème colonne, nous donnons l'écart type, de façon à apprécier la dispersion des réponses., et en 5ème colonne, le taux de non-réponses, ou de réponses "indifférentes": il nous semble en effet que ces non-réponses peuvent indiquer que l'opinion n'a pas de signification pour l'élève.

Tableau 5				
Tout à fait d'accord	Plutôt d'accord	Plutôt pas d'accord	Pas du tout d'accord	Sans Opinion, Non réponse
1	0,66	0,33	0	0,5

### Résultats

Cette méthode nous a permis de distinguer 5 séries d'"opinions":

- Les scores les plus élevés sont obtenus pour les opinions 60 et 62 où DERIVE apparaît comme un outil utile, mais ne changeant pas fondamentalement la pratique mathématique. De plus, les fréquences de sans-opinion ou de non-réponses sont faibles, ainsi que l'écart type, ce qui traduit un accord très général avec ces opinions.
- Les opinions 52, 55, 59 et 63 ont un score moins élevé, bien qu'au dessus de la moyenne. Ces opinions traduisent une certaine interaction entre l'utilisation de DERIVE et l'activité mathématique: organisation du travail, production d'idées, aide en cas de difficulté...
- Les opinions 56 et 61 ont en commun l'idée qu'avec DERIVE l'activité algébrique est profondément modifiée. Débarrassée de sa composante calculatoire, elle serait plus attirante, plus orientée vers la découverte. Ces opinions obtiennent un score moyen avec une fréquence élevée de non réponse, ce qui signifie qu'elles n'ont sans doute pas beaucoup de sens pour les élèves. On retrouve le fait que les élèves ont du mal à se représenter ce que serait une pratique conceptuelle des mathématiques avec DERIVE, alors que ce changement de pratique est l'argument le plus souvent avancé dans les thèses avancées à l'appui de l'intégration du logiciel.
- Avec les opinions 53 et 54, nous retrouvons l'idée avancée par certains élèves de troisième selon laquelle l'utilisation de DERIVE pourrait se substituer à l'activité mathématique elle-même. Le score moyen est faible, ce qui indique que, sur l'ensemble des classes, les élèves adhèrent peu à cette idée.
- Les opinions 64 et 57 reflètent un refus de l'utilisation de DERIVE. Le désaccord avec ces opinions est général.
- Il en est de même pour l'opinion 58, où un sens critique sur les possibilités de DERIVE était attendu. On note cependant une fréquence importante de non réponse ou de sans-opinion.

		<b>Tableau 6</b>		
		score moyen	écart type	pas de réponse
<i>DERIVE est un outil sans effet qualitatif sur l'activité math.</i>	62. DERIVE, c'est bien pour exécuter des calculs pénibles	0,91	0,2	2%
	60. DERIVE c'est bien pour contrôler ses réponses	0,91	0,2	3%
<i>L'utilisation de DERIVE interagit avec l'activité mathématique de l'élève</i>	55. Quand on utilise DERIVE, il faut bien organiser son travail, sinon on perd beaucoup de temps	0,78	0,25	7%
	63. DERIVE, ça permet de ne pas se noyer dans les calculs quand on résout un problème	0,78	0,26	8%
	59. DERIVE, c'est bien pour se donner des idées dans des problèmes difficiles	0,76	0,27	17%
	52. Avec DERIVE, même si on a des difficultés en calcul littéral, on peut faire des mathématiques	0,70	0,27	12%
<i>Utiliser DERIVE, change tota- lement l'activité mathématique</i>	56. DERIVE, ça donne envie de faire des mathématiques	0,58	0,24	30%
	61. DERIVE, c'est bien pour découvrir des règles de calcul	0,54	0,30	21%
<i>DERIVE peut se substituer à l'activité mathématique</i>	54. Ca ne sert à rien de travailler avec DERIVE, puisque, aux contrôles et aux examens, il faut rédiger les calculs et les démonstrations	0,37	0,31	10%
	53. Avec DERIVE, il n'y a plus besoin d'apprendre à calculer ou à tracer des courbes, il le fait à notre place	0,36	0,37	4%
<i>Opinions négatives</i>	64. Faire un problème avec DERIVE, c'est tricher	0,26	0,30	17%
	57. DERIVE, c'est compliqué et cela ne sert pas à grand chose pour apprendre des mathématiques	0,21	0,26	10%
	58. Quand DERIVE ne donne pas de réponse, c'est que le problème n'a pas de solution	0,22	0,29	29%

## Graphe implicatif

Le second traitement retenu est l'analyse implicative (Gras, 1992). Nous nous limitons à la production et à l'interprétation d'un graphe implicatif entre opinions et classes. Pour réaliser le graphe, nous considérons par conséquent 6 variables binaires correspondant aux classes (3A, 3B, 2p, 1S, TC d, TC r) et 13 variables "modales" correspondant aux "opinions". La correspondance entre le degré d'adhésion exprimé par l'élève pour une opinion, et la valeur de la variable modale est la même que ci-dessus (tableau 5).

Le logiciel CHIC a permis d'établir le tableau des intensités d'implication (annexe) et le graphe. Nous avons fait le choix d'établir le graphe pour une implication supérieure à 0,67: on obtient ainsi un graphe assez fourni, tout en gardant des implications suffisamment significatives, relativement à l'échantillon assez faible ayant passé ce premier questionnaire.

Sur le graphe, nous avons mis en évidence les variables correspondant à des classes (entourées par des cercles), et les variables correspondant aux "opinions" pour lesquelles le degré moyen d'adhésion (score) est supérieur à 0,66 (rectangles d'épaisseur décroissante). Nous distinguons également trois niveaux d'implication selon l'intensité (supérieures à 81%: traits gras, entre 75% et 81%: traits moyens, entre 67% et 74%: traits maigres).

### Les implications *opinion* → *opinion*

Le tableau 7 montre les implications *opinion* → *opinion*. Nous interprétons dans un premier temps cette partie du graphe, de façon à dégager certaines "filiations" ; au paragraphe suivant, nous étudierons comment les différentes classes contribuent à ces filiations.

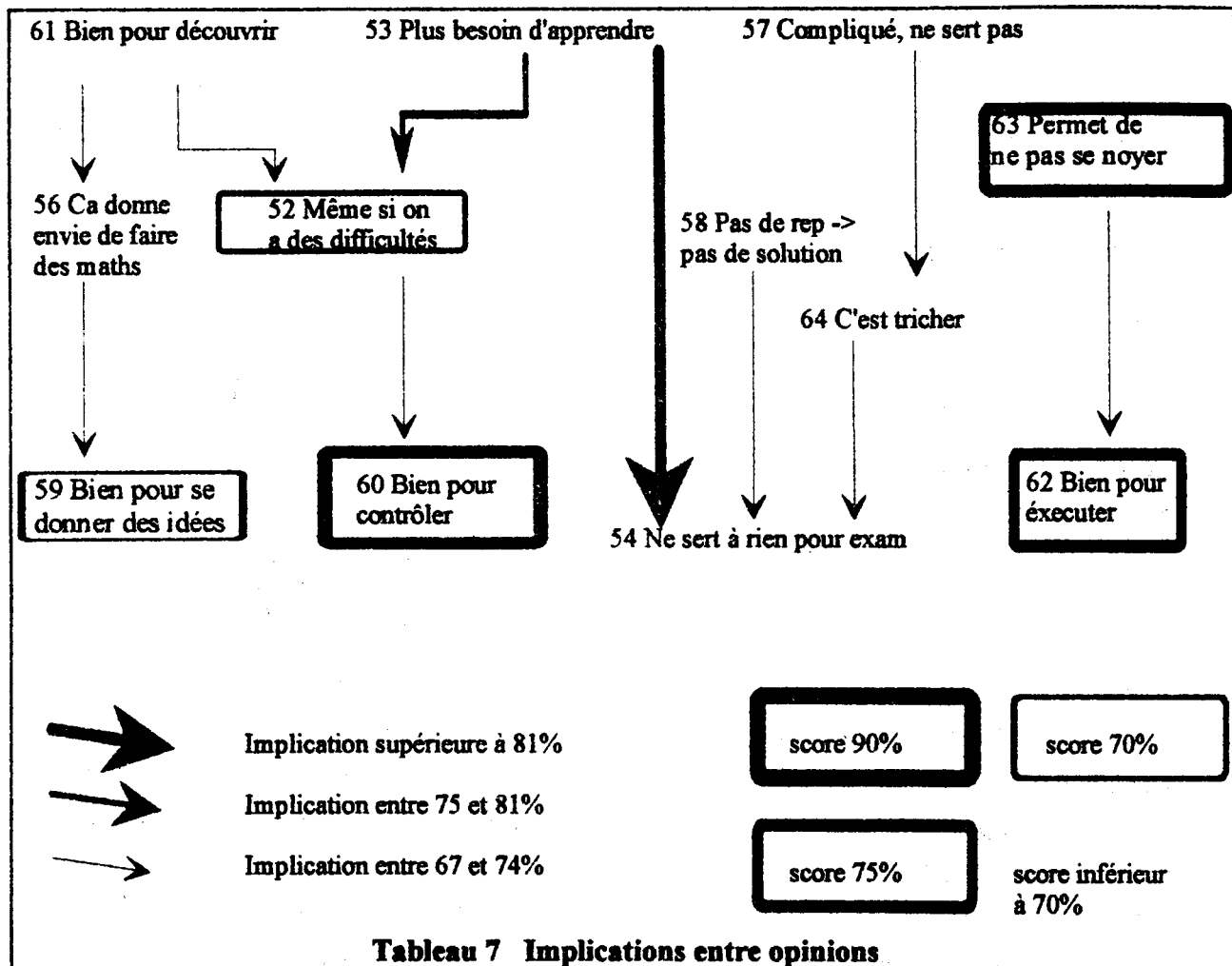
Le graphe fait apparaître quatre filiations, dont une seule est isolée. De gauche à droite:

- $61 \rightarrow 56 \rightarrow 59$ . Il s'agit d'une filiation nettement "conceptuelle", comme le montre la présence de l'opinion 56, même si l'opinion 59 est ambiguë (nous analyserons cette ambiguïté ci-dessous).
- $53 \rightarrow 52 \rightarrow 60$  Il s'agit d'une filiation orientée vers l'utilisation de DERIVE pour "sécuriser" les calculs. L'utilisation de DERIVE comme auxiliaire de vérification (opinion 60) serait ainsi le fait d'élèves peu assurés en mathématiques du fait de leurs difficultés en calcul. L'opinion 61 contribue à cette filiation par l'implication  $61 \rightarrow 52$ . Peut-on penser que cette implication marque la présence d'élèves peu sûrs de leurs règles de calcul, se sécurisant de la même façon par l'utilisation de DERIVE ?
- $57 \rightarrow 64 \rightarrow 54$  C'est la filiation du "refus" de DERIVE. L'opinion 54 reçoit de plus un apport de l'opinion 53, qui prend ainsi un sens différent de celui qu'elle avait dans la filiation "sécuritaire" : pour l'élève, la pratique avec DERIVE empêcherait tout apprentissage, alors que dans la filiation "sécuritaire", elle pouvait servir de "béquille". L'implication  $58 \rightarrow 54$  montrerait que le refus de DERIVE peut se nourrir d'appréciations inexactes sur ses possibilités.

- 63 → 62 Dans cette filiation, DERIVE apparaît comme "auxiliaire technique": les opinions font référence à des tâches où les calculs sont suffisamment complexes pour "faire perdre le fil" de la démarche.

**Filiations majoritaires et filiations minoritaires:** la considération des "scores" (c'est-à-dire des moyennes sur l'effectif), des différentes opinions dans chacune des quatre filiations, fait apparaître

- deux filiations minoritaires: "conceptuelle" et refus"
- deux filiations majoritaires: "technique" et "sécuritaire".



**Divergences et convergences:** les opinions 61 et 53 contribuent chacune à deux filiations divergentes. Ce rattachement à l'une ou l'autre filiation permet de mettre en évidence des aspects distincts de l'adhésion à ces opinions. Par ailleurs deux appréciation des performances de DERIVE l'une positive (53), l'autre négative (57) conduisent au même refus d'un apport de DERIVE aux apprentissages. Ce phénomène de "divergence" pourrait montrer que les appréciations sur l'utilité de DERIVE ne sont pas en elle-même très informatives sur les conceptions des élèves.

**Les implications classe → opinion**

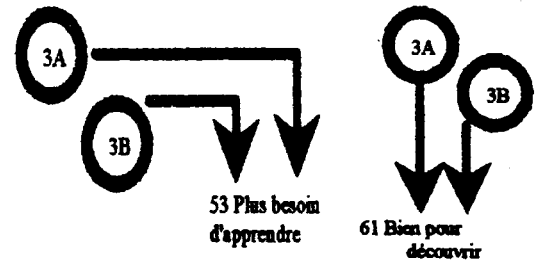


Une implication *classe* → *opinion* signifie, non pas que cette opinion est "fortement" partagée dans la classe, mais qu'elle est "notablement" plus partagée que dans l'ensemble des élèves questionnés.

On peut tenter d'interpréter les implications issues de classes "proches" vers une même opinion.

### Les classes de troisième

Le graphe comporte deux convergences remarquables (intensité de 72% à 84%) l'une dans le sens d'une perception de l'activité mathématique dirigée vers la production d'un résultat, l'autre vers une opinion qui constitue un point d'entrée dans la filiation "conceptuelle".

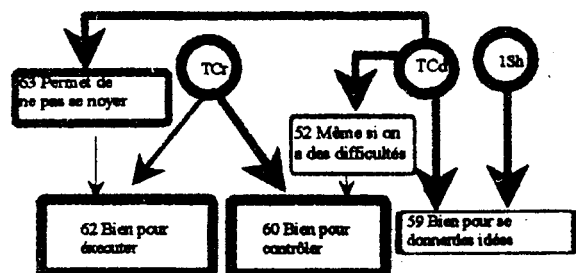


On peut donc penser que nous avons dans ces deux classes de troisième, d'une part des élèves qui réduisent le calcul à la production d'un résultat, d'autre part des élèves qui dominent suffisamment les objets algébriques introduits à ce niveau pour envisager de passer du calcul aux "règles de calcul".

### Les classes de Première et Terminale

Le graphe permet d'apprécier la contribution des classes de Première et Terminale d'une part aux "filiations calculatoires", d'autre part à la filiation "refus".

En terminale, DERIVE est vu, plus que dans d'autres classes, comme un auxiliaire à une pratique calculatoire pour la vérification (60) ou pour les aspects techniques du calcul (62).

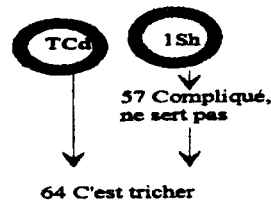


Comment interpréter, les implications  $TCd \rightarrow 59$ , et  $1S \rightarrow 59$  ? Plus haut nous avons inclus l'opinion 59 dans une filiation "conceptuelle"; en effet elle peut être mise en relation avec une pratique expérimentale dans la résolution de problèmes, où les résultats de calculs donnent des "idées", plus qu'un apport la pratique du calcul. Cependant, prise isolément, sa formulation est ambiguë: si l'on se place dans un cadre scolaire où les "problèmes" seraient en fait des "exercices de calcul en application du cours", DERIVE aurait une fonction d'auxiliaire d'anticipation: obtenir "la réponse", pour ensuite construire une démarche de calcul dirigée vers cette réponse.

Avec cette dernière interprétation de l'opinion 59, c'est une troisième utilisation de DERIVE comme auxiliaire dans une pratique "calculatoire" des mathématiques, qui est présente dans les classes de première et terminale, davantage que dans les autres classes.

Nous avons ainsi globalement confirmation de ce qu'à un niveau Première ou Terminale, les élèves situent davantage DERIVE dans une pratique "calculatoire" des mathématiques.

Il peut également être davantage refusé que dans d'autres classes, comme le montrent les implications ci-contre.



#### 4. Conclusions provisoires

De l'étude interne nous retenons que, avec notre méthodologie, on peut apprendre beaucoup de l'observation d'élèves utilisant DERIVE dans une activité donnée. On apprend sur les effets positifs de DERIVE, mais aussi sur les cas où DERIVE n'apporte pas d'amélioration particulière (sur ce point, voir aussi Monaghan, 1994 et Drijver, 1994). Il nous reste à synthétiser les résultats obtenus ainsi, et à comparer avec les thèses généralement énoncées pour motiver l'utilisation de DERIVE.

A partir du questionnaire, nous avons une conclusion positive: les élèves étudiés apprécient généralement DERIVE en cours de Mathématiques. Cependant, des difficultés pourraient provenir de ce que les élèves ne perçoivent généralement pas les capacités spécifiques d'un Système de Calcul Formel parmi d'autres outils technologiques, et de ce qu'ils tendent à considérer DERIVE seulement comme un auxiliaire dans une pratique inchangée de l'algèbre.

Ces difficultés renvoient à des questions que l'étude interne pourrait explorer:

- Quelles activités avec DERIVE conduisent les élèves à percevoir les avantages d'un calculateur symbolique sur d'autres moyens de calcul, et à envisager une pratique plus conceptuelle de l'algèbre ?
- Quand les élèves utilisent DERIVE comme un auxiliaire dans une pratique inchangée, est-ce que cela apporte néanmoins un changement dans leur compréhension de l'algèbre ?

Les deux études mettent en évidence des points qui sont peu explorés actuellement: Comment l'utilisation de DERIVE prend-elle en compte les conceptions existantes de l'algèbre chez les élèves et le contrat didactique établi dans la classe ? L'utilisation "conceptuelle" de DERIVE ne suppose-t-elle pas chez l'élève une certaine maîtrise des objets traités ?

## Bibliographie

- Artigues M., Drouhard J.P., Lagrange J.B. (1993). *Acquisition de connaissances concernant l'intégration de logiciels de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques*. Rapport polycopié. DIDIREM Université Paris 7. Paris. France.
- Davenport J., Siret Y., Tournier E. (1986). *Calcul formel*. Masson.
- DLC, (1993). *Enseignement des Mathématiques et Logiciels de Calcul Formel*. Ministère de l'Education Nationale.
- Drijvers P. (1994). The Use of Graphics Calculators and Computer Algebra Systems: Differences and similarities. *International DERIVE Journal*, Vol.1, 1.
- Drouhard J.P., Léonard F. Maurel M., Pécal M., Sackur C. (1994). "Blind Calculators", "Denotation" of Algebra Symbolic Expressions, and "Write Fals" Interviews. A paraître dans *Proceedings of the 16th Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Kirshner D. Ed.). Louisiana State University, Baton Rouge USA.
- Gras R. (1992). L'analyse des données: une méthodologie de traitement de questions didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 12, 1
- Kutzler B. (1994). DERIVE, the Future of Teaching Mathematics. *International DERIVE Journal*, Vol.1, 1.
- Linchevski L., Sfard A. (1991). Rules without Reason as Processes Without Objects: The case of Equations and Inequalities. In *Proceedings of the 14th Annual Meeting, International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Furinghetti F. Ed.). University of Genoa. Genoa. Italy.
- Monaghan J. (1992). Using a Computer Algebra System to Teach Quadratic Functions. In *Teaching Mathematics with DERIVE* (Böhm J. Ed.). Chartwell-Bratt, Bromley U.K.
- Monaghan J. (1994). On the successful Use of DERIVE. *International DERIVE Journal*, Vol.1, 1.
- Rich A.D., Stoutemeyer D.R. (1994). Inside the DERIVE Computer Algebra System *International DERIVE Journal*, Vol.1, 1.

## Annexe Tableau des intensités d'implication

↗	52	53	54	56	57	58	59	60	61	62	63	64
3a	72%	83%				67%			80%	70%	66%	
3b	71%	84%	66%	89%					72%		75%	
2p						88%						
1Sh					73%		82%					79%
TCd	77%						83%	70%			81%	72%
TCr								85%		79%		
52							65%	67%				
53	82%		83%						64%		64%	
56							67%					
57			84%									67%
58		64%	68%									
61	67%			71%			64%					
63										68%		
64			67%									