

ERIC BRUILLARD

Réflexions sur la conception et les modes d'usage d'ARRIA

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1992, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques », , exp. n° 5, p. 1-17

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1992__3_A5_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REFLEXIONS SUR LA CONCEPTION ET LES MODES D'USAGE D'ARRIA

Eric BRUILLARD

Professeur à l'ITUFM de Bonneuil

Résumé

ARRIA est un système général de développement destiné à aider des apprenants dans des tâches incluant des raisonnements et leur communication. Il s'appuie sur une première réalisation de type scolaire sur l'apprentissage de la rédaction d'une démonstration mathématique. La diffusion de cette première réalisation a suscité diverses réactions intéressantes à analyser sur plusieurs points : rigueur et formalisme vs découverte, scénario pédagogique vs outil ouvert, complétude. Des expérimentations montrent des insuffisances prises en compte dans la conception incrémentale du système (e.g. interaction, nécessité d'une étape de planification) et des obstacles à l'usage en situation de tels environnements. Les systèmes informatiques à base de connaissance introduisent des nouveaux modes d'accès et de représentation des savoirs. Malheureusement, ces nouvelles connaissances ne sont pas celles des enseignants ce qui rend plus complexe l'usage scolaire de tels systèmes. Il faudrait rapidement pouvoir mettre en évidence les connaissances nécessaires pour un usage raisonné et productif de ces systèmes conçus pour l'enseignement.

1 INTRODUCTION

ARRIA est un acronyme qui signifie : Aide (au Raisonnement) et à la Rédaction, Intelligence Artificielle¹. ARRIA est un système général de développement destiné à aider des apprenants dans des tâches incluant des raisonnements et leur communication. Il s'appuie sur une première réalisation de type scolaire faite sur l'apprentissage de la rédaction de démonstrations mathématiques.

Le type d'application visé amène quelques remarques préliminaires.

1. Apprendre à raisonner est ardu. Il n'existe pas de méthode miracle dans ce domaine. C'est un vrai problème de formation pour lequel le recours à des techniques informatiques consiste à tenter de découvrir de nouvelles voies qui peuvent compléter d'autres techniques plus traditionnelles. Il faut donc prévoir et faciliter une intégration dans des cursus.
2. Il s'agit d'enseigner des démarches dans des domaines réputés difficiles. Ceci induit une forme d'interaction centrée sur l'activité de l'utilisateur, dans des environnements où ce dernier doit faire une production. On aboutit ainsi à une forme mixte tuteur/assistant.
3. La machine doit pouvoir résoudre, au moins partiellement, les exercices qui se posent à l'apprenant, ce qui impose la construction de solveurs ou, à défaut, ce qu'on pourrait appeler des semi-solveurs. Ceci exclut l'usage des langages auteurs, ces derniers n'offrant pas les outils suffisants pour de tels développements.

Ces quelques remarques générales situent déjà les divers problèmes à aborder et les types de solutions préconisées. Dans ce texte, nous allons brièvement passer en revue les développements actuels des micromondes et tuteurs en géométrie et situer ARRIA dans ce contexte. Ensuite, nous décrirons succinctement l'architecture d'ARRIA (une description plus complète peut être consultée dans [BRUILLARD 91]). Enfin, nous aborderons les problèmes d'usage en situation scolaire et nous développerons quelques réflexions à partir des tests et expérimentations.

2 TUTEURS ET ENVIRONNEMENTS EN GEOMETRIE

Les travaux sur la démonstration concernent principalement deux domaines : la logique et la géométrie. Les réalisations dans le domaine de la géométrie sont soit de type micromonde, soit de type tutoriel bâti sur un démonstrateur.

Il est difficile de donner une définition très précise de la notion de micromonde. On peut fournir des caractéristiques générales :

1. La parenthèse est due au fait que ARRIA devait initialement être nommé ARIA, mais le nom étant déjà sélectionné, un R a dû être ajouté ! Cette modification n'est pas totalement innocente, puisqu'elle concerne un des points discutables du système : est-ce qu'un travail spécifique sur la rédaction (ou la communication suivant certaines contraintes) d'un raisonnement a un effet sur le raisonnement lui-même.

- ensemble d'outils pour réaliser des tâches (du langage de programmation au progiciel) avec une idée de création incrémentale par couches et d'adaptation du niveau aux utilisateurs
- simulation "accessible", dans le sens d'accès, de visualisation voire de modification du modèle sous-jacent

La démarche d'apprentissage avec les micromondes est celle de la découverte (ou découverte guidée). L'ouverture est grande pour l'utilisateur, mais l'absence de contrôle ou d'assistance sur la tâche est une limitation importante. L'un des problèmes actuels consiste à essayer d'ajouter une couche de conseil stratégique. Néanmoins, l'idée centrale est la notion de représentation intermédiaire, i.e., l'articulation entre le concret et le formel par le biais d'objets transitionnels.

L'extension de la géométrie tortue du Logo traditionnel vers la géométrie euclidienne a déclenché sans conteste un intérêt international. Thompson [THOMPSON 87] décrit ainsi les programmes EUCLID, MOTIONS et LEGO. Une différence essentielle avec les micromondes préalablement définis, est qu'il n'y a plus d'objet transitionnel : les objets traités avec l'ordinateur sont les objets courants de la géométrie. Il s'agit ainsi plus d'outils permettant de réaliser des figures et de faire des conjectures (des extensions du papier/crayon) que de micromondes. L'abandon progressif d'un langage de commande au profit d'une interface de manipulation directe montre une volonté de simplifier la tâche de l'utilisateur en lui fournissant le moyen de manipuler directement les objets qu'il connaît.

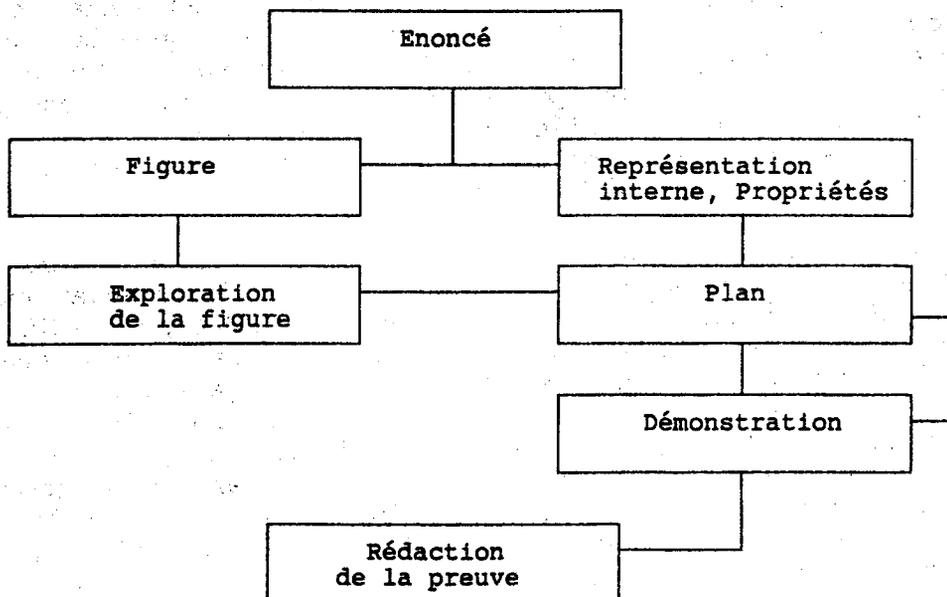
Ainsi, on arrive à des réalisations qui sont des environnements bâtis à partir de Logo concernant la géométrie plane ou la géométrie dans l'espace : EUCLIDE [ALLARD & PASCAL 87], EUCLIDE 'espagnol' [FABREGA 88], [MONTES 88], 'GEOMETRY SUPPOSER' [YERUSHALMY 88], EUCLIDE bulgare [SENDOV & DICHEVA 88], [FLORIS & BEVACQUA 89] système auteur pour la géométrie. L'éloignement de la référence aux micromondes les rapproche plus de langages auteur spécialisés sur la géométrie avec lesquels des séquences balisées peuvent être construites. CABRI [BAULAC 90] s'éloigne de la référence à Logo en intégrant une interface de manipulation directe permettant de déformer dynamiquement les figures.

En effet, on peut noter deux types principaux d'interface, les langages de commande (EUCLIDE ...) et les menus associés à la manipulation directe (CABRI). Ce dernier choix offre une plus grande facilité de construction et d'exploration qui peut s'effectuer au détriment de l'objectivation et de possibilités de contrôle sur le processus de construction.

Les développements récents sur les micromondes s'appuient sur ce que l'on peut appeler le **paradigme des deux mondes**, permettant la manipulation conjointe d'un monde formel et d'un monde concret associé (isomorphie). Les modes d'action spécifiques attachés à chacun des mondes permettent d'en modifier un et de visualiser l'effet sur l'autre (exemples : arithmétique, algèbre, dynamique, ...). On peut noter qu'en ce qui concerne la géométrie, on peut distinguer deux mondes, celui des figures (outils de traçage) et celui des représentations formelles. Les écarts entre les objets géométriques et les objets (virtuels) du système informatique sont importants : contraintes de déclaration, facilités de modification (distinction entre ce que l'on voit et ce que l'on peut manipuler). La construction d'un micromonde géométrique devrait s'appuyer sur le lien

entre la figure et une représentation formelle (ce qui correspond au travail de Allen, Nicolas et Trilling) et sur une manipulation conjointe de ces deux mondes. Les propriétés correspondent à des invariants dans la modification des figures, un seul monde formel pour un ensemble de tracés.

Table 1: Différentes étapes de la démonstration en géométrie



La figure ci-dessus résume les différentes étapes de la construction d'une démonstration en géométrie. Les systèmes de type micromonde traitent essentiellement la phase d'exploration de la figure. Les systèmes de type tuteur, basés sur des démonstrateurs, interviennent sur la recherche du plan et la découverte de la démonstration. Les Actes de l'Université d'Eté de Toulouse de septembre 90 permettent de faire le point sur ce sujet. Il faut noter que le système ARRIA se démarque en abordant plus le problème de la rédaction que celui de la recherche de la solution.

3 ARRIA ET L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION MATHEMATIQUE

ARRIA est un système qui a été réalisé à partir d'un scénario primé dans le cadre du premier concours organisé par le Ministère de l'Education Nationale (scénario présenté par G.CAMPAGNE, D.LATAPIE-BRIAN, J.B.MELET et M.THOMAS). J'en ai assuré le développement en collaboration avec l'un des auteurs précédents, J.B. Melet.

L'idée initiale consiste à ramener la rédaction d'une démonstration à la réalisation d'une sorte de puzzle : il faut reconstruire en remettant en ordre un ensemble de fragments fournis dans le désordre.

Cette problématique rejoint certaines recherches en didactique des mathématiques : "Les tâches spécifiques à une démarche de démonstration sont des tâches d'organisation. Elles supposent que l'on dispose explicitement de tout le corpus des énoncés nécessaires pour la démonstration, c'est-à-dire que l'on dispose non seulement des énoncés de départ et de l'énoncé-résultat mais aussi des règles de substitution à utiliser. A aucun moment, dans une tâche d'organisation déductive on ne doit avoir à chercher lequel des théorèmes déjà appris pourrait servir.

Toutes les pièces doivent, en quelque sorte, être déjà sur la table, sans aucune hésitation possible." [DUVAL & EGRET 89]

Avant de chercher à enseigner à faire des démonstrations, il faut bien sûr pouvoir définir ce qu'est une démonstration. Malheureusement, ce qui semble "tomber sous le sens" n'est finalement pas du tout évident. En effet, la démonstration n'a pas de statut scolaire : le cours de mathématiques ne la définit pas. Face à un texte d'élève, l'enseignant décide si c'est acceptable ou non en ne fournissant que des justifications locales. En gros, l'élève ne sait pas ce qu'est une démonstration tandis que le professeur est capable d'en reconnaître une. Ainsi la démonstration scolaire n'est pas celle du mathématicien, qui s'inscrit dans une communauté de pairs, mais un exercice, dont la finalité reste trop souvent obscure, évalué par une autorité supérieure dans le cadre de contraintes sociales.

Si on se place dans une perspective logique, la démonstration est généralement vue comme une suite de propositions commençant par des prémisses, utilisant des théorèmes et appliquant le modus ponens aux propositions précédentes pour construire une chaîne logique des prémisses aux conclusions. Ce type de définition masque deux aspects importants d'une démonstration : sa structure d'arbre, le fait que l'on peut travailler aussi bien en avant (des hypothèses vers la conclusion) qu'en arrière (de la conclusion vers les hypothèses) [BURTON 88] [BALACHEFF 78].

Dans une perspective pragmatique, on sépare habituellement la production d'une démonstration en 2 phases :

1. trouver un plan,
2. traduire ce plan dans une preuve effective.

La première phase correspond à la recherche d'un chemin plus ou moins complet reliant les hypothèses et la conclusion, la deuxième étant la traduction de ce chemin dans un langage pseudo-mathématique. Cette dichotomie, si elle reflète bien les moments différents dans la production d'une démonstration, ne doit pas conduire à une distinction abusive du type fond/forme. En effet, on a trop tendance à considérer la première phase comme seule relevant d'une intelligence créative, la deuxième étant une simple transcription mécanique [ANDERSON 83]. Ceci est sans doute vrai pour ceux qui connaissent parfaitement le rôle et l'écriture de la démonstration, mais sûrement pas pour ceux qui n'ont pas encore attachés de signification claire à cette notion.

Ainsi, si on considère qu'il y a deux phases ou deux étapes :

1. phase de résolution de problèmes correspondant à la recherche d'un chemin,
2. phase de rédaction, i.e. traduction de ce chemin dans une preuve effective,

Deux questions se posent. Peut-on faire l'étape 1 sans comprendre l'étape 2 ? La maîtrise de l'étape 2 a-t-elle une influence sur les aptitudes pour la première étape ? Une dernière question est de savoir si la séparation effective de ces deux phases est légitime. Les études réalisées par R.Duval et M.A.Egret apportent des éléments de réponse :

"Tout se passe comme si les élèves qui ont appris à maîtriser le jeu de l'organisation déductive disposaient d'un cadre pour interpréter correctement, pour généraliser des procédures rencontrées et pour contrôler les solutions obtenues." [DUVAL & EGRET 89] La séparation des deux phases est nécessaire car ce ne sont pas des tâches de même nature du point de vue cognitif.

4 ARCHITECTURE D'ARRIA

ARRIA est la rencontre entre des préoccupations d'enseignants de mathématiques ayant imaginé un scénario et le système de développement SEVE [BRUILLARD 88] dont les caractéristiques (association d'hypertexte et de Prolog) permettaient un développement rapide. Comme il a déjà été signalé plus haut, le scénario a été bâti autour de l'idée de puzzle. Une démonstration correcte est décomposée en fragments élémentaires qui sont proposés en vrac à l'élève. Ce dernier doit reconstruire une démonstration en utilisant ces fragments et des conjonctions ou des signes de ponctuation. Le déroulement s'effectue en trois étapes :

1. Lecture active de l'énoncé avec diverses aides accessibles. En particulier, un énoncé "bis" donne des indications stratégiques sur une démonstration possible.
2. Typage des fragments proposés, avec quatre possibilités : hypothèse ou donnée, conclusion, outil (théorème, résultat du cours), résultat intermédiaire.
3. Rédaction effective en utilisant les fragments précédents, les conjonctions "et", "ou", "or", "car", "donc" ("mais" et "ni" ont été supprimées), la virgule, le point-virgule et le point. La démonstration une fois réalisée peut être imprimée.

Une présentation détaillée de l'architecture d'ARRIA peut être trouvée dans [BRUILLARD 91] ou dans [CUPPENS 90]. Un générateur nommé CRE-ARRIA a aussi été développé pour permettre aux enseignants d'ajouter rapidement leurs propres exercices. Ceci autorise une meilleure intégration du logiciel à la progression d'une classe donnée et donc favorise l'appropriation du produit par les utilisateurs.

Certaines insuffisances d'ARRIA n'ont pu être réellement palliées avec CRE-ARRIA. On peut mentionner rapidement :

- * manque de prise en compte du côté stratégique. Même si ce n'était pas l'idée originale d'ARRIA qui était vraiment centrée sur la rédaction, la phase de typage des fragments est insuffisante, les élèves devant faire un travail annexe sur papier afin de préparer leur démonstration ;
- * manque de flexibilité dans la rédaction : des vérifications avec d'autres styles de rédaction, outils implicites intégrables, pas de sortie de l'univers clos, manque de capacités téléologiques ;
- * des types de raisonnement ne sont pas implantés (contraposée, récurrence, etc....) ;
- * minimisation du rôle de la figure ;

- * problèmes de nature technique : écrans de visualisation trop petits, manque d'intégration des ressources dans les micro-ordinateurs de type PC.

On peut regretter l'absence d'un résolveur automatique, qu'il semble encore impossible de construire à l'heure actuelle, face à la somme de connaissances et de méthodes à intégrer. Plus particulièrement, la relation de Chasles est très difficile à maîtriser dans des systèmes de résolution, son utilisation amenant des risques d'explosion combinatoire. En fait, ARRIA est un mélange de bêtise et d'intelligence : on ne dira jamais assez que, dans la conception des outils d'enseignement, le but est que l'intelligence soit chez l'utilisateur pas dans la machine ! Suivant les objectifs assignés, les contraintes d'un environnement têtue sont peut-être plus productives.

5 EVALUATION D'ARRIA

Les premières évaluations d'ARRIA, dans le contexte scolaire et auprès de divers formateurs amènent des réflexions qui dépassent largement le cadre de cette réalisation. Cette partie tente de dresser un panorama assez complet des interrogations suscitées par les différentes réactions observées. En particulier, je remercie M.Jacques Arzac d'avoir accepté de me livrer ses cogitations, après avoir assisté à une séance avec ARRIA dans une classe de seconde.

5.1 ARRIA et les utilisateurs

Il n'y a pas eu d'évaluation formelle d'ARRIA, mais il a pu être utilisé et testé dans différentes classes. Ceci confère une subjectivité certaine aux expérimentations, d'autant plus que cet outil doit s'intégrer à une démarche, et qu'il est difficile de savoir si les succès ou les échecs sont imputables au logiciel ou à la démarche suivie.

J.B.Melet a testé ARRIA dans une classe de seconde de 33 élèves au cours de l'année scolaire 1988-1989. Voici ses conclusions :

"Chez les élèves qui ont des difficultés, j'ai trouvé un certain enthousiasme :

1. La prise en compte de leurs difficultés, à leur rythme, sans que le professeur soit là pour les sanctionner, sur des règles qui sont simples (en particulier la distinction entre la cause et la conséquence) et surtout le fait qu'avec ARRIA, ils arrivaient à faire des démonstrations exactes.
2. Les meilleurs élèves ont approfondi leurs connaissances. L'un d'entre eux refaisait plusieurs fois la même démonstration, tout en changeant la rédaction, et il chronométrait le temps passé en essayant d'améliorer sa 'performance' en temps...
3. Tous les élèves ont apprécié les messages donnés par l'ordinateur et le fait que leur professeur soit disponible pour répondre à des questions plus délicates.
4. Tous les élèves sont actifs pendant l'utilisation du logiciel.
5. La méthode introduite par ARRIA a servi de référence toute l'année pour les autres démonstrations."

Ces réflexions amènent plusieurs commentaires :

1. Les élèves faibles réussissent à faire une production ce qui a nécessairement un effet bénéfique (voir image de soi), et prouve que l'aspect assistant d'ARRIA, aidant à produire une démonstration, est effectivement opérationnel. Ce phénomène, très courant d'ailleurs chez les élèves de l'école élémentaire, est trop souvent négligé par les adultes (qui désirent que le logiciel s'adapte à eux-mêmes alors qu'ils ne rencontrent aucune difficulté dans les activités proposées). A partir de ces premiers pas, il est plus facile de faire réfléchir les élèves sur leurs propres productions (aspect réification).
2. ARRIA est aisément détourné par des élèves qui maîtrisent suffisamment les activités proposées. Cette déviation, qui est capitale pour un usage véritable des outils informatiques, est difficilement prévisible, mais est tout à fait rassurante.
3. Ce point souligne le rôle d'un tel logiciel, intégré dans une séance de travaux pratiques. Les aspects d'incomplétude sont compensés par un mode cohérent d'utilisation.
4. L'activité semble réelle. Elle est facilitée par des objectifs clairement exprimés, et la simplicité de mise en oeuvre du logiciel.
5. Un travail avec ARRIA n'a de sens que s'il s'inscrit dans le travail général effectué dans la classe.

D'autres expérimentations ont été menées durant l'année scolaire 1989-1990. Malheureusement, il est difficile de se procurer des rapports, les auteurs étant rarement avertis ou consultés, sauf pour fournir une version du logiciel. Néanmoins, un formateur a pu donner une copie de son compte rendu pour le ministère. Il regrette certains défauts dans l'ergonomie du logiciel, et l'absence d'un module de création (imperfections qui sont réparées avec Cré-Arria) : "Les élèves ayant des difficultés de raisonnement ont apprécié l'obligation qui leur était faite de tout justifier, ce qui peut les amener à corriger leur défaut d'imprécision.... L'utilisation du logiciel dans sa version actuelle ne semble devoir représenter qu'une étape dans l'apprentissage des élèves." Il mentionne d'ailleurs différentes propositions d'amélioration dont certaines ont pu être prises en compte.

Dans les présentations réalisées par les formateurs académiques pour des professeurs de mathématiques, il ressort un phénomène intéressant. Le public se partage souvent en deux classes disjointes : ceux qui sont intéressés par l'approche d'ARRIA et souhaitent l'utiliser ; ceux qui estiment que cette démarche ne correspond pas à ce qu'ils font et que le logiciel leur est donc d'aucune utilité. Cette dichotomie montre que le choix de l'utilisation d'ARRIA est avant tout d'ordre pédagogique et que les enseignants sont tout à fait aptes à juger si un tel outil leur convient ou non, ce dernier n'étant pas adaptable à toutes les situations.

5.2 Rigueur et formalisme

L'une des premières objections que l'on peut faire vis-à-vis d'ARRIA est de regretter son formalisme. En effet, il s'agit plus d'un travail sur la logique que sur la géométrie. Or, la logique, qui se préoccupe de

représenter les énoncés et de vérifier leur validité ou non de manière indépendante de leur sens, est par essence formelle. "L'adéquation à la réalité comme critère de vérité a été abandonnée; la vérité est celle des objets qui satisfont aux axiomes et, partant à toutes les propriétés qui en dérivent." [LOI 82]

Bien qu'il puisse y avoir des raisonnements valides sans recours à la logique [JOHNSON-LAIRD 83], une certaine familiarisation avec la structure des raisonnements semble indispensable [CUPPENS 88].

Cette objection se complique du fait qu'ARRIA est un compromis entre la logique formelle et le langage naturel. La formalisation se traduit par des contraintes qui sont en partie purement conventionnelles. C'est une tentative de donner un statut clair aux rédactions faites par les élèves, de supprimer le flou et la subjectivité de leur correction. " 'Parler avec rigueur de ce qui est approximatif', la formule semble paradoxale. C'est en effet une sorte de défi présenté à l'activité intelligente de l'homme : d'une part l'exigence de certitude et de rigueur; d'autre part l'inaccessibilité de cette perfection." [GUILBAUD 85]²

Le refus de toute formalisation n'est finalement pas très éloigné d'un refus d'exigence de rigueur. Tenter de s'éloigner des abstractions vides de sens est certainement une bonne chose, mais cela ne doit pas s'effectuer au détriment de la rigueur. Opposer d'ailleurs cette dernière à la créativité n'est pas un argument très convaincant : "Ce souci contemporain de rendre les mathématiques plus rigoureuses n'a pas été un obstacle à leur développement. Bien au contraire, le formalisme a été la principale source de progrès des mathématiques contemporaines et doit nous éclairer sur leur véritable nature." [LOI 82]

A la limite, on débouche sur une notion d'"art" attaché à la démonstration et donc résistant à toute espèce de formalisation (la bosse des maths ?).

De nombreuses critiques ont été faites sur l'emploi de certains connecteurs (le "or", le "ou" comme indicateur de réécriture), mais il n'y a jamais aucune proposition constructive sur les choix dans la grammaire utilisée (ses contraintes sont souvent mal comprises). De même, on reproche (voir par exemple [GUIN 90]) à Geometry Tutor [ANDERSON & AL. 85] une certaine lourdeur, puisque l'élève est obligé de tout déclarer, mais il est difficile de préciser quelles sont les tolérances acceptables. Les choix d'ARRIA sont tous contestables, encore faut-il que les objections ne cachent pas un refus de prise de position.

5.3 Outil générique vs scénario pédagogique

D'autres types d'objection proviennent du scénario même suivi par ARRIA. Il faut noter qu'il y a d'ailleurs une forme de paradoxe, puisque ce scénario n'est pas une création isolée d'un informaticien peu au fait des problèmes d'enseignement, mais qu'il a été proposé par des professeurs de mathématiques pour tenter d'apporter une solution à une difficulté réelle des élèves et qu'il a été labellisé par un jury placé sous l'égide du ministère de l'Education Nationale. Les écarts entre ARRIA et ce scénario sont minimes, son esprit ayant été scrupuleusement respecté. Les raisons de ce revirement sont complexes à cerner, l'une des hypothèses les plus

2. (citation un peu détournée puisqu'elle vise plus les problèmes d'approximation dans les calculs)

plausibles est que la nouveauté des outils informatiques ne permet pas encore de percevoir concrètement une réalisation à partir de sa description 'papier'.

On peut distinguer quatre points d'achoppement : l'idée de puzzle, la distinction entre la recherche et la rédaction, l'insertion dans un cursus, la préférence actuelle d'outils ouverts.

Le puzzle

Les élèves ne sont pas forcément à l'aise face au logiciel, qui les oblige à respecter des contraintes inhabituelles. Tout d'abord, en ce qui concerne le choix des fragments, le logiciel leur impose de reconstituer un cheminement qui n'est pas obligatoirement celui qu'ils désirent suivre. En fait, quelqu'un a mis la pagaille dans une démonstration et il faut reprendre un raisonnement étranger et le remettre en ordre. Cette règle du jeu est parfois difficile à accepter pour les adultes qui revendiquent une liberté totale et acceptent mal d'être contraints par une machine. Les élèves n'ont pas ce genre de préoccupation et ont même rarement le loisir de formuler de telles exigences (l'enseignement les a depuis longtemps habitués à respecter les volontés, même étranges, du professeur). Ensuite, le respect des règles d'usage des connecteurs ne semble pas poser de réelles difficultés. Ils sont prêts à adhérer à des règles si elles s'avèrent productives (d'où l'intérêt de pouvoir mener au bout une démonstration à l'aide du logiciel).

Ces contraintes, si elles sont correctement explicitées avec leurs limites, ont par contre l'avantage de ne pas faire croire à l'utilisateur que la machine comprend réellement le raisonnement suivi, mais qu'elle se contente de vérifier si l'enchaînement des propositions les respecte. Il n'y a aucune simulation d'accès au sens, même si certains messages sont très contextuels.

La dichotomie forme/fond

ARRIA repose sur la distinction entre la recherche et la rédaction, que l'on peut voir comme une opposition forme/fond ou sémantique/syntaxe. Cette dualité recelle peut-être certains dangers. Ce point a déjà été discuté (IV.1.a), mais il faut rappeler que traiter la forme spécifiquement, de manière indépendante de la recherche, c'est comme maîtriser les opérations pour savoir comment les choisir : c'est nécessaire mais non suffisant. Des activités complémentaires sont sans aucun doute utiles (elles sont faites de toutes les façons) pour mieux comprendre les relations entre la découverte d'une preuve et son exposition. Ce n'est pas en 'trouvant' que l'on sait rédiger, comme un effet de bord automatique ou une génération spontanée. La rédaction est avant tout un acte social dont il faut posséder le code. Il y a une certaine forme d'imposture à prétendre que la forme est secondaire et à l'interpréter comme la trace du raisonnement, pour en déduire que le raisonnement est mauvais.

L'utilisation pédagogique

ARRIA est indissociable du cadre dans lequel il est employé et de la mise en scène créée par l'enseignant. Ceci est en fait valable pour tout logiciel scolaire (et même de formation), ce qui a pu conduire à la position extrême de refuser toute analyse a priori des logiciels scolaires, même les pires pouvant être correctement utilisés, leurs limitations ou insuffisances

engendrant des situations productives. Je ne souscris pas à cette affirmation qui mésestime les possibilités importantes des ordinateurs, en notant cependant qu'une bonne partie de l'efficacité des logiciels repose encore sur l'enseignant.

Dans le cas présent, on est peut-être amené à douter de la faculté des enseignants à intégrer ARRIA valablement dans une démarche intéressante, ce qui peut conduire à des déviations dangereuses. C'est un nouveau paradoxe puisque l'on oscille entre une croyance aveugle dans les capacités illimitées des enseignants et une méfiance profonde dans les outils qu'ils choisissent. Le fait que les professeurs se déterminent de manière claire dans le choix ou le refus d'ARRIA, suivant qu'il s'adapte ou non à leur vision pédagogique est plutôt un signe encourageant montrant qu'ils perçoivent judicieusement les capacités de cet outil.

En fait, il peut s'agir d'un problème plus général lié au fait que les techniques utilisées et les connaissances représentées dans ARRIA ne sont pas celles des enseignants. Elles n'ont pas de caractère institutionnel ce qui rend leur usage suspect. Il n'y a pas de consensus sur les contraintes de rédaction, et ces dernières correspondent à des positions individuelles censées être contrôlées par la compréhension qu'ont les enseignants des raisonnements effectués par les enfants. Les réductions imposées par ARRIA et, plus particulièrement, la pauvreté des rédactions possibles peuvent être jugées trop contraignantes. Cependant, le travail sur la démonstration ne peut en aucun cas se limiter à des séances avec le logiciel. Il ne s'agit pas d'imposer cette forme de rédaction, qui ne constitue qu'un éclairage ou une étape. Améliorer, transformer, réécrire les démonstrations produites avec ARRIA est une activité importante : les rédactions d'ARRIA ne sont pas des modèles types à reproduire !

Une dernière remarque concerne les possibilités de collaboration offertes par ARRIA. Les multiples rédactions permises (même si elles ne diffèrent que par des aspects de surface) renforcent l'aspect social de la démonstration et encouragent les comparaisons.

La préférence pour les outils ouverts

Alors que les premiers logiciels d'EAO diffusés ont déçu les utilisateurs du milieu scolaire, de nombreuses personnes prônent l'usage d'outils ouverts, en excluant toute forme de contrainte pédagogique supposée restreindre la liberté de l'enseignant. Cette position est renforcée par un courant très fort encourageant le développement des mathématiques dites "vivantes" dans l'enseignement obligatoire, favorisant la créativité des élèves. La réalité semble cependant moins idyllique, les outils n'étant souvent pas introduits dans le cadre d'activités exploratoires mais plutôt détournés de cet usage par les enseignants dans le cadre de séquences pédagogiques ou de séances de travaux pratiques ne laissant absolument aucune initiative aux élèves.

Il s'agit plus pour les enseignants de se réappropriier les outils en les considérant finalement comme des langages auteur spécialisés leur permettant de bâtir leurs séquences (ces remarques réfèrent à certains usages des logiciels EUCLIDE et CABRI). De plus, ce type de comportement n'est pas celui du professeur 'standard', qui a peu de temps à consacrer à des adaptations importantes des logiciels et à la création de ce type de séquences, mais concerne plutôt des enseignants plus avancés qui diffusent ensuite leur travail. En conséquence, pour l'utilisateur final de ce type de logiciel, la différence entre un outil ouvert à l'origine et un

logiciel plus fermé est somme toute faible, et semble largement un épiphénomène.

Stratégiquement, il semble préférable de fournir des environnements les plus modifiables possibles (CRE-ARRIA est ainsi une évolution importante), tout en sachant cependant que ces ouvertures seront finalement peu utilisées. C'est en tout cas moins risqué que de fournir l'accès à des connaissances mathématiques où certaines erreurs sont difficilement évitables et pour lesquelles les testeurs sont peu enclins à la clémence !

Remarque : dans le cadre de l'Ecole Normale, malgré une entente des divers intervenants, il n'a pas été possible d'organiser un échange des productions complétant des logiciels d'usage assez répandus (comme ELMO par exemple). Ceci souligne bien le fait que l'ouverture est plus une revendication théorique qu'une nécessité pratique.

5.4 Problèmes de complétude

Une dernière objection, d'une nature plus fondamentale, est celle de la complétude. Doit-on exiger la perfection des programmes utilisés dans un cadre de formation ? Peut-on accepter qu'une machine puisse refuser une proposition faite par un élève alors qu'elle peut être considérée comme correcte ? Ainsi, un des reproches majeurs à l'encontre de Geometry Tutor est son refus des pistes non reconnues. A ce titre, les outils observent une certaine neutralité, la difficulté intervient face à un environnement prescriptif.

A priori, on peut distinguer deux points : capacité de la machine à résoudre un problème donné, capacité de la machine à 'comprendre' pour accepter ou refuser la proposition d'un élève. En fait, le deuxième point se ramène au premier puisqu'en l'état actuel, la 'compréhension' de la piste suivie par un élève ne peut se faire que par comparaison avec les pistes que l'ordinateur peut générer et qu'il n'est pas possible à la machine de faire intervenir des connaissances non contenues dans la situation courante. Ceci est dû à l'impossibilité (au moins actuelle) d'accéder au sens.

Complétude des résolveurs

On peut sans conteste affirmer que les programmes se limitant aux opérations numériques sont complets (i.e. capables d'effectuer les calculs arithmétiques). On peut simplement rencontrer des problèmes de précision, mais les machines surpassent largement les capacités humaines. En fait, dans les domaines parfaitement algorithmisés, si le problème courant est dans la bonne classe, il ne doit pas y avoir de difficulté.

En calcul formel, si on impose aux machines de respecter une certaine plausibilité psychologique, on arrive plutôt à une notion de quasi-complétude (liée à la complexité d'un problème) : lorsqu'une méthode connue s'applique à un problème, le logiciel doit être capable de l'appliquer (c'est une forme de complétude par les méthodes). On admettra que certains problèmes puissent ne pas être résolus, soit parce qu'ils nécessitent des choix très particuliers, soit qu'ils sortent du cadre proposé (nécessitant des méthodes non connues du logiciel).

Dans un cadre non formel, les obstacles interviennent plus sur les connaissances générales, du fait que l'ordinateur ne maîtrise pas des choses que l'on peut juger comme évidentes (pour des humains).

ARRIA se réfère en définitive aux idées classiques en intelligence artificielle pas tant dans les générations de chemins à partir des liens entre les fragments que dans sa définition restrictive de la grammaire.

ARRIA cumule finalement deux types d'incomplétude, celle liée aux choix de fragments et aux relations entre eux, celle liée à la grammaire.

On peut essayer de réduire la première incomplétude, en recensant le maximum de pistes possibles (et en effectuant des mises à jour). En création, c'est l'enseignant qui assume cette responsabilité, les outils de vérification qui lui sont fournis sont encore rudimentaires (simple vérification de l'existence d'un chemin), ils pourraient être améliorés.

La deuxième est plus structurelle et fait partie intégrante du scénario : c'est l'absence de négociation possible avec la machine qui contraint l'élève à respecter les règles édictées.

Usage des systèmes experts

Dans d'autres domaines que l'enseignement, ce problème de complétude ne semble pas aussi crucial. Ainsi des systèmes experts sont utilisés quotidiennement. L'organisation globale tient compte de leurs limitations. En fait, on les intègre le plus souvent comme des outils d'aide à la décision ou d'aide au diagnostic. Ils fournissent une expertise qui est la plus fiable possible mais qui n'est en aucun cas garantie. Les études sur MYCIN [YU & Al. 79] ont montré que la machine donnait des résultats d'une fiabilité comparable à celle des experts du domaine. Il s'agit cependant bien d'une aide, la responsabilité étant assurée par une personne.

Dans le cadre de l'enseignement, il faut d'abord remarquer que les connaissances mises en jeu (au niveau des domaines enseignés) sont plutôt moins expertes (elles sont répertoriées dans les programmes scolaires). Par fonction, l'enseignant est supposé les connaître parfaitement. Cependant, ce sont des savoirs transposés qui sont souvent erronés (la réduction dite pédagogique est acceptable dans les programmes scolaires, pas dans les programmes informatiques !).

Ensuite, les outils, quels qu'ils soient, sont encore fortement étrangers au monde scolaire : on ne reconnaît pas encore la nécessité de disposer d'autres sources d'informations que la parole de l'enseignant. Il y a une part de méfiance instinctive de la technologie, mais aussi le fantasme diffus de la machine prenant la place de l'enseignant.

Complétude des enseignants

Il peut s'avérer intéressant de faire une comparaison entre les enseignants, les livres et les logiciels :

- l'enseignant est incomplet (en pratique), mais cette incomplétude est non vérifiable, non reproductible et non institutionnelle (complétude théorique liée à la fonction exercée),
- le livre est incomplet, mais ses erreurs sont sensées être corrigées par le professeur. Elles sont reproductibles (elles sont écrites,

Erratum), mais non institutionnelles : ce sont les éditeurs qui font les livres, les enseignants ont la liberté du choix.

- le logiciel est incomplet (ou alors il traite de domaines très restreints et son adaptabilité à l'élève est quasi nulle). Des bogues sont de plus inévitables (comme dans les livres), mais ils n'apparaissent pas toujours de manière évidente. Ils sont reproductibles et vérifiables. Mais, curieusement, si on reconnaît aux enseignants les capacités de dominer les livres, on les considère démunis devant les logiciels.

Dans le cas d'un hypertexte, sorte de logiciel/livre, les problèmes de complétude se posent aussi d'une manière duale, dans l'apparence d'une fausse liberté. Cette problématique de complétude apparaît comme une difficulté à définir un statut clair d'utilisation des ordinateurs dans un cadre de formation. On constate une oscillation constante entre des phases de sur-estimation et de sous-estimation de leur pouvoir et de leur rôle. Un état stationnaire est actuellement trouvé dans la notion générique d'outil, qui permet d'évacuer toute référence explicite à des techniques pédagogiques. L'outil peut se valider hors d'un contexte réel de formation et se justifie par ce qu'on (ce "on" étant assez mal défini) est capable de réaliser avec, non par les difficultés d'apprentissage qu'il peut aider à résoudre (d'une certaine manière la forme est prédominante par rapport à l'objectif). Cette vision ne prend pas en compte les réalités pratiques du travail scolaire : elle consiste plus à éviter de poser le problème qu'à tenter de le résoudre.

6 CONCLUSION

L'organisation interne d'ARRIA constituée de fragments ayant des propriétés et de relations entre ces fragments est finalement très voisine de celle d'un hypertexte contrôlé par un gestionnaire de navigation : trouver un chemin est analogue à la construction d'une argumentation. Une comparaison avec l'utilisation de démonstrateurs en géométrie est aussi intéressante. Elle est résumée dans le tableau suivant :

Résolution de problèmes	Démonstration
Trouver un plan	Traduire le plan
Recherche	Rédaction
Intelligence créative	Transcription mécanique (si maîtrisée)
Heuristiques / Prototypes	Algorithmique
Particularisation	Généralisation
Expertise locale	Connaissance générale
liée au domaine (performance)	Transferts possibles autres domaines
Apports en mathématiques (analyse du domaine)	Aucun apport (logique ?)

Le problème des heuristiques et de leur enseignement est central. La dualité mise en évidence tient au fait fondamental que la démonstration ne reflète pas le processus de résolution. Des rédactions sur machine peuvent faire tomber cette contrainte, comme les travaux sur DYNABOARD [KALTENBACH & FRASSON 89]. On retrouve l'aspect essentiel de la réification.

L'idée essentielle d'ARRIA est dans la séparation effective entre l'organisation déductive et la recherche d'une solution et se traduit dans la réalisation d'une sorte de puzzle. Son mode de conception et de création n'a pas consisté à faire rentrer un contenu dans des interactions informatiques générales prédéfinies (mode de création codifié) mais plutôt en une rencontre entre informatique et discipline nécessitant réinterprétation et reconstruction. Les formes d'interaction sont radicalement nouvelles, les contraintes de production (par les élèves) sont spécifiques mais ouvrent des voies intéressantes. On ne se situe pas dans le cadre d'une forme de transposition informatique, mais on est conduit à la formulation de nouvelles connaissances. Le savoir scolaire est un non savoir, objet de diverses négociations qui le rendent inefficace, incomplet, incohérent, instable. Les connaissances intégrées aux systèmes ne sont pas les connaissances des enseignants. La bonne question à poser est de savoir quelles connaissances sont nécessaires pour utiliser de manière productive ces systèmes informatiques ? Quelles nouvelles connaissances doivent avoir les enseignants, quelles connaissances les élèves doivent-ils acquérir ?

[ANDERSON 83] Anderson J.R., Acquisition of proof skills in geometry in J.G.Carbonell, R.Michalski & T.Mitchell, "Machine Learning, an A.I. approach", Springer Verlag, p.191-219, 1983.

- [ANDERSON & Al. 85] Anderson J.R., Boyle C.F. & Yost G., *The geometry tutor* Proceedings of the Ninth International Joint Conference on A.I., (p 1-7) Los Altos, CA : Morgan Kaufmann
- [BALACHEFF 78] N.Balacheff, *Les graphes de démonstration: outil pour l'étude des démonstrations naturelles*, Thèse de 3ème, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1978.
- [BALACHEFF 87] N.Balacheff, *Processus de Preuve et Situations de Validation*, *Educational Studies in Mathematics* vol.18, p.147-176, 1987.
- [BAULAC 90] Y.Baulac, *Un micromonde de géométrie, Cabri-géomètre*, Thèse d'Université, Grenoble I, Février 1990.
- [BRUILLARD 88] E.Bruillard, *Utilisation du système SEVE pour la conception de didacticiels*, Summer University Le Mans 1988.
- [BRUILLARD 91] E.Bruillard, *Mathématiques et EIAO : une vision hypertexte des environnements d'apprentissage*, Thèse de doctorat de l'Université du Maine, Février 1991.
- [BURTON 88] R.R.Burton, *The Environment Module of ITS*, in M.C.Polson and J.J.Richardson (eds) "Foundations of ITS", Hillsdale, LEA, p.109-142, 1988.
- [CUPPENS 88] Roger Cuppens, *Faut-il enseigner la logique ?* in Actes de la IIème Université d'Eté I.A. et enseignement des Maths, IREM de Toulouse, p.135-143, juillet 1988.
- [CUPPENS 90] Roger Cuppens, *Informatique et Enseignement de la Géométrie* in Actes de la IIIème Université d'Eté I.A. et enseignement des Maths, IREM de Toulouse, p.135-143, septembre 1990.
- [DUVAL & EGRET 89] R.Duval, M.A.Egret, *L'organisation déductive du discours : interaction entre structure profonde et structure de surface dans l'accès à la démonstration*, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 2, p.25-40, 1989.
- [FABREGA 88] A.Fàbrega, *EUCLIDES I : a program for geometry in CAI* in *Computers in Education*, Elsevier, IFIP p.203-206, 1988.
- [FLORIS & BEVACQUA 89] Floris, Bevacqua, *Development and classroom experimentation of interactive geometry exercises*, *Journal of Computer Assisted Learning*, vol.5, n°3, september 1989.
- [GREVE 89] S.H.Greve, *A real-time coaching environment for triangle congruence proofs*, in E.Maurer (ed.) "Computer-Assisted Learning", Springer Verlag, p.150-157, 1989.
- [GUIN 90] D.Guin, *Modélisation des connaissances pour un système d'aide à la démonstration géométrique*, *Applica 90*, Lille, 1990.
- [HOLLAND 88] G.Holland, *Un logiciel de résolution de problèmes de preuve en géométrie utilisé en tant qu'expert d'un système tutoriel*, Actes du 1er colloque franco-allemand de didactique, p.275-282, 1988.
- [KALTENBACH & FRASSON 89] M.Kaltenbach, C.Frasson, *DYNABOARD: User animated display of deductive proofs in mathematics*, *International Journal of Man-Machines Studies* 30, p.149-170, 1989.
- [LACOMBE 88] D.Lacombe, *Le pseudo-formalisme scolaire ou l'initelligence artificielle*, in Actes de la IIème Université d'Eté I.A. et enseignement des Maths, IREM de Toulouse, p.27-44, juillet 1988.
- [MONTES 88] Antonio Montès, *Use of specialized languages in Education*, in *Computers in Education*, Elsevier, IFIP p.219-223, 1988.
- [SCHOENFELD 87] Alan H.Schoenfeld, *What's All the Fuss About Metacognition*, in Schoenfeld (ed.) "Cognitive Science and Mathematics Education", LEA, p.189-215, 1987.
- [SCHOFIELD & EVANS-RHODES 89] J.W.Schofield and D.Evans-Rhodes, *"AI in the Classroom : The Impact of a Computer-Based Tutor on Teachers and Students*, in *Proceedings of the 4th International Conference on AI and Education* Amsterdam, IOS, p.238-243, 1989.
- [SENDOV & DICHEVA 88] B.Sendov and D.Dicheva, *A mathematical laboratory in Logo style*, in *Computers in Education*, Elsevier, IFIP p.213-217, 1988.

[THOMPSON 87] P.W.Thompson, **Mathematical Microworlds and Intelligent Computer-Aided Instruction**, in G.P.Kearsley (ed.) "Artificial Intelligence and Instruction. Applications and Methods", Addison-Wesley, p.83-109, 1987.

[YERUSHALMY 88] Michal Yerushalmy, **Computer data generated by geometry students : criteria for an appropriate information**. in Computers in Education, Elsevier, IFIP p.621-626, 1988.