

JEAN-PIERRE CAROFF

Aristote : la télématique au service de la didactique

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1992, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques », , exp. n° 4, p. 1-14

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1992__3_A4_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ARISTOTE : LA TELEMATIQUE AU SERVICE DE LA DIDACTIQUE

Jean-Pierre CAROFF

Professeur au Lycée Amiral Ronarc'h - Brest

Production d'un groupe de recherche-formation constitué de professeurs de mathématiques travaillant dans le cadre de l'IREM de Brest, "Aristote" est voué à devenir un service télématique caractérisé par un accès rapide aux concepts mathématiques de la classe de seconde (principalement mais débordant néanmoins ce cadre). Son principe est inspiré du système "Savant" de l'E.N.S.T. de Paris et structuré suivant le concept "d'hypertexte".

1. Ce que n'est pas "Aristote"

En premier lieu, "Aristote" n'est pas un cours de mathématiques "linéairement ordonné" tel qu'on le conçoit nécessairement dans un manuel scolaire, bien que l'ambition des auteurs soit de permettre au consultant de retrouver tout ou partie de ce cours.

En second lieu, ce n'est pas non plus un recueil d'exercices même si le but poursuivi est de donner aux élèves une meilleure maîtrise des situations que l'on retrouve dans les exercices et les problèmes.

On aura donc compris que la spécificité d'"Aristote" est d'une autre nature. Au demeurant, il y a eu d'autres tentatives pour créer des bases de données mathématiques utilisant l'outil informatique et le minitel et il fallait à ses auteurs viser d'autres objectifs pour pouvoir, en plus, prétendre à l'originalité.

2. Ce qu'est "Aristote"

Les intentions des auteurs revêtent un triple aspect.

a) Apporter au consultant une aide individuelle, libre et disponible en permanence.

- individuelle parce que l'élève, au moment de résoudre un problème par exemple, éprouve souvent le besoin d'une aide spécifique ;

- libre parce qu'il hésite souvent, pour des raisons bien compréhensibles, à consulter directement son professeur ;

- disponible en permanence, à son domicile notamment, parce qu'il a ainsi la pleine liberté de la gestion du temps qu'il consacre aux mathématiques.

b) Permettre une unité d'information et plusieurs niveaux de lecture: un accès rapide au concept recherché (par mot-clé) ainsi que la possibilité pour le consultant :

- soit de se contenter d'une propriété, d'une définition ou d'un théorème ;

- soit, plus largement, de passer en revue la totalité des aspects d'un concept ou d'une démonstration en appelant éventuellement d'autres concepts : c'est ce que permettent une structure "délinéarisée" et un "maillage" où chaque noeud est un concept à partir duquel d'autres sont directement accessibles.

c) Retrouver, compte tenu de ce qui vient d'être dit et toute révérence gardée envers nos illustres Anciens, un peu de l'esprit des grands Encyclopédistes en privilégiant moins la somme des connaissances enregistrées que les rapports et les liens qui les unissent, et c'est notamment le but spécifique des pages "méthode".

Il convient, à notre sens, d'insister tout particulièrement sur cette approche : il est facile, par exemple, de retrouver un peu partout la définition de "milieu" ; il est, en revanche, beaucoup plus rare que soient passées en revue les différentes méthodes qui permettent de démontrer qu'un point est effectivement le milieu d'un segment donné. Autrement dit, et sans que soit négligé l'élément "analyse" - au sens épistémologique - des concepts, les auteurs ont voulu insister sur l'aspect "synthèse", bien trop fréquemment sous-estimé ou ignoré et sans lequel il est illusoire de vouloir comprendre les mathématiques, ou toute autre science d'ailleurs.

On lira plus loin quelles peuvent être les conséquences pédagogiques de ce point de vue, tant en ce qui concerne la réalisation pratique de la base de données que sa perception et son utilisation par les élèves.

LES ELEMENTS CARACTERISTIQUES D'ARISTOTE

ARISTOTE est le fruit du travail d'un groupe de recherche de l'académie de Rennes, dans le cadre de l'IREM de BREST. Quels sont les éléments qui le caractérisent ?

1. FONDEMENTS DIDACTIQUES

Selon l'expression d'Y. Chevallard, "l'ordre d'apprentissage n'est pas isomorphe à l'ordre d'exposition du savoir" et, comme l'explique R. GRAS :

"La version pour l'enseigné du temps du savoir est souvent considérée comme un simple empilement de couches successives que le temps didactique déposerait immuablement. Or il y a des moments de refonte, de rupture où un équilibre construit sur un modèle implicite erroné se rompt et où s'instaure une construction jusqu'alors inédite".

ARISTOTE est conçu spécifiquement pour ces instants privilégiés du temps d'appropriation où se produisent des "discontinuités dans le champ cognitif, provoquées par la collision des nouvelles appréhensions avec les connaissances antérieures" (Thèse de R. GRAS, p. 13).

En effet, les déséquilibres dans le champ cognitif, qu'ils relèvent de la simple interrogation ("Qu'ai-je donc oublié ?") ou du véritable séisme ("je n'y comprends plus rien !"), sont favorables à un examen détaillé des connaissances sur les concepts mis en oeuvre.

Or "un concept ne se construit pas isolément, il se met en place dans un processus global et non linéaire. Il s'intègre à la classe des concepts antérieurs, classe munie d'un système relationnel, inachevé, approximation momentanée de leur connaissance." (Thèse R. Gras, p. 15).

La structuration même d'ARISTOTE vise à faciliter un tel examen, de manière différenciée suivant l'apprenant et son degré d'appropriation du concept, en prenant en compte les concepts proches. Il se veut donc un outil au service de chaque apprenant pour l'aider dans les restructurations successives de son propre savoir.

2. LA SPECIFICITE D'ARISTOTE : UN HYPERTEXTE SUR MINITEL

Bien que la notion remonte à un article de V. Bush, conseiller scientifique de Roosevelt, paru en juillet 1945 et que le premier Hypertexte ait été réalisé par D. Engelbart, c'est l'un de leurs disciples, T. Nelson qui, en 1965, baptisera "Hypertext" la notion d'écriture non séquentielle.

Alors qu'un livre est structuré par l'auteur, un hypertexte est structuré par le lecteur. En effet, il est constitué d'un maillage dont les "NOEUDS" sont des pages d'information et les "LIENS" des moyens de passage d'une information à une autre. Des "BOUTONS" de commande permettent de se déplacer à sa guise sur le maillage d'information, structurant ainsi la consultation.

Un hypertexte est donc caractérisé par un accès rapide à l'information et une liberté totale de consultation.

Les "NOEUDS" d'ARISTOTE sont des pages-écran qui à la lecture ne se distinguent guère d'une page classique de minitel si ce n'est par la présence de mots-clés en Inversion Vidéo dans le texte. Ce sont les "BOUTONS" principaux d'ARISTOTE mais il y en a d'autres :

- la touche SOMMAIRE qui est le bouton INVERSE des mots-clés et permet de remonter successivement aux différents points d'appel, quels qu'ils soient ;
- les touches SUITE et RETOUR permettant de se déplacer sur des "cycles" d'informations ("Points de vue" différents d'un même concept ou énoncés de la même propriété en faisant varier un paramètre) ;
- la touche GUIDE permettant de changer de type d'informations (Points de vue, propriétés, démonstration) ou, si elle n'est pas mentionnée dans le bandeau de commandes, donnant accès à la liste de tous les mots-clés.

Accessible par minitel, ARISTOTE peut être consulté facilement, aussi bien à domicile que dans l'établissement scolaire.

3 - UNE ELABORATION ELLE AUSSI TRES SPECIFIQUE.

La structuration des concepts mathématiques en hypertexte est particulièrement adaptée aux objectifs didactiques indiqués ci-dessus mais n'est pas du tout évidente à mettre en oeuvre.

La première difficulté est inhérente à l'hypertexte : on passe difficilement d'habitudes de structuration linéaire ou arborescente à une structuration en réseau, devant permettre plusieurs niveaux de lecture.

Il ne faut jamais perdre de vue que si l'on sait quels sont les points d'entrée dans un concept, les points d'appel de concepts "proches", on ne sait pas lesquels seront utilisés dans une consultation donnée ni d'où viendra le consultant et où il retournera.

Pour surmonter cette difficulté, nous avons été amenés à mettre en place un traitement de type "objet" et à forger et roder des outils pour leur conception, leur représentation et leur maintenance.

La seconde difficulté est d'ordre didactique : "Que vient chercher l'apprenant ?", "Quelle est la structuration la plus efficace pour l'aider à réorganiser ses connaissances ?", "Qu'est-ce qui le déstabilise sur tel concept ?".

Les connaissances mathématiques suffisent pour surmonter la première difficulté. Par contre, la somme (plus de 20 ans d'enseignement chacun) et la diversité (Université, toutes classes de 2nd cycle, LEP, animation IREM, formation continue) des expériences acquises par notre groupe d'enseignants chercheurs ont seules permis d'affronter la seconde et d'en faire la raison d'être de notre travail.

Les cycles "Points de vue", les menus de type "Méthode", les écrans "Scénario" ... y trouvent leur origine.

La troisième difficulté provient du média vidéotex : elle est non seulement liée à la norme TELETEL (24 lignes sur 40 colonnes, possibilités graphiques particulièrement limitées) mais aussi à la technique rédactionnelle.

Le contenu actuel d'ARISTOTE montre que notre groupe a acquis en la matière une solide expérience.

4 - UNE APPROCHE FONDAMENTALEMENT SYNTHETIQUE

Les difficultés évoquées ci-dessus, si prégnantes soient-elles, ont aussi le mérite de pousser à l'extrême logique de l'hypertexte, basée sur des synthèses successives et emboîtées.

Le noeud, et donc pour ARISTOTE la page-écran, est l'unité d'information. L'impossibilité de ventiler une information sur deux pages écrans fait que chaque page est une synthèse de l'information qu'elle traite. Les "boutons principaux" (appel par MOT-CLE) sont conçus pour permettre de désynthétiser autant que de besoin par l'appel d'autres concepts. L'apprenant ne fait un "pas de côté" sur des concepts utilisés dans l'énoncé synthétique que si l'état de construction de son savoir le nécessite.

Dans une démarche qui vise à remplacer l'accumulation passive des connaissances par la construction active du savoir, cette aide à la synthèse pour l'apprenant est donc particulièrement complémentaire de la mise en texte didactique dominante qui privilégie une approche analytique.

5 - LA NECESSITE D'UNE INTEGRATION DANS LE CONTRAT DIDACTIQUE.

Dans l'état actuel de nos travaux, nous avons concrétisé sur un nombre non négligeable de concepts géométriques de la classe de seconde et validé par les évaluations auprès de nos élèves la faisabilité d'un outil didactique complémentaire

aux outils existants et répondant aux caractéristiques ci-dessus exposées.

Il reste à approfondir les modalités d'intégration de cet outil dans le contrat didactique et à élargir le champ des concepts traités, les deux étant intimement liés.

En effet, nous avons clairement validé le positionnement didactique de l'outil, l'aptitude des élèves à l'utiliser. Mais il ne peut être pleinement efficace que si son utilisation est un comportement de l'élève attendu par le maître et sa demande d'utilisation une habitude spécifique du maître attendue par l'élève (le "contrat didactique" d'après G. BROUSSEAU).

Ces modalités ne pouvaient guère être étudiées tant que la richesse des contenus n'était pas suffisante. Le seuil critique nous semble désormais atteint.

LA POURSUITE DE NOS TRAVAUX CONSISTE DONC, PARALLELEMENT A L'ENRICHISSEMENT INDISPENSABLE DE LA BASE DE DONNEES, A DETERMINER ET EVALUER DIVERSES MODALITES D'INTEGRATION D'ARISTOTE DANS LE CONTRAT DIDACTIQUE.

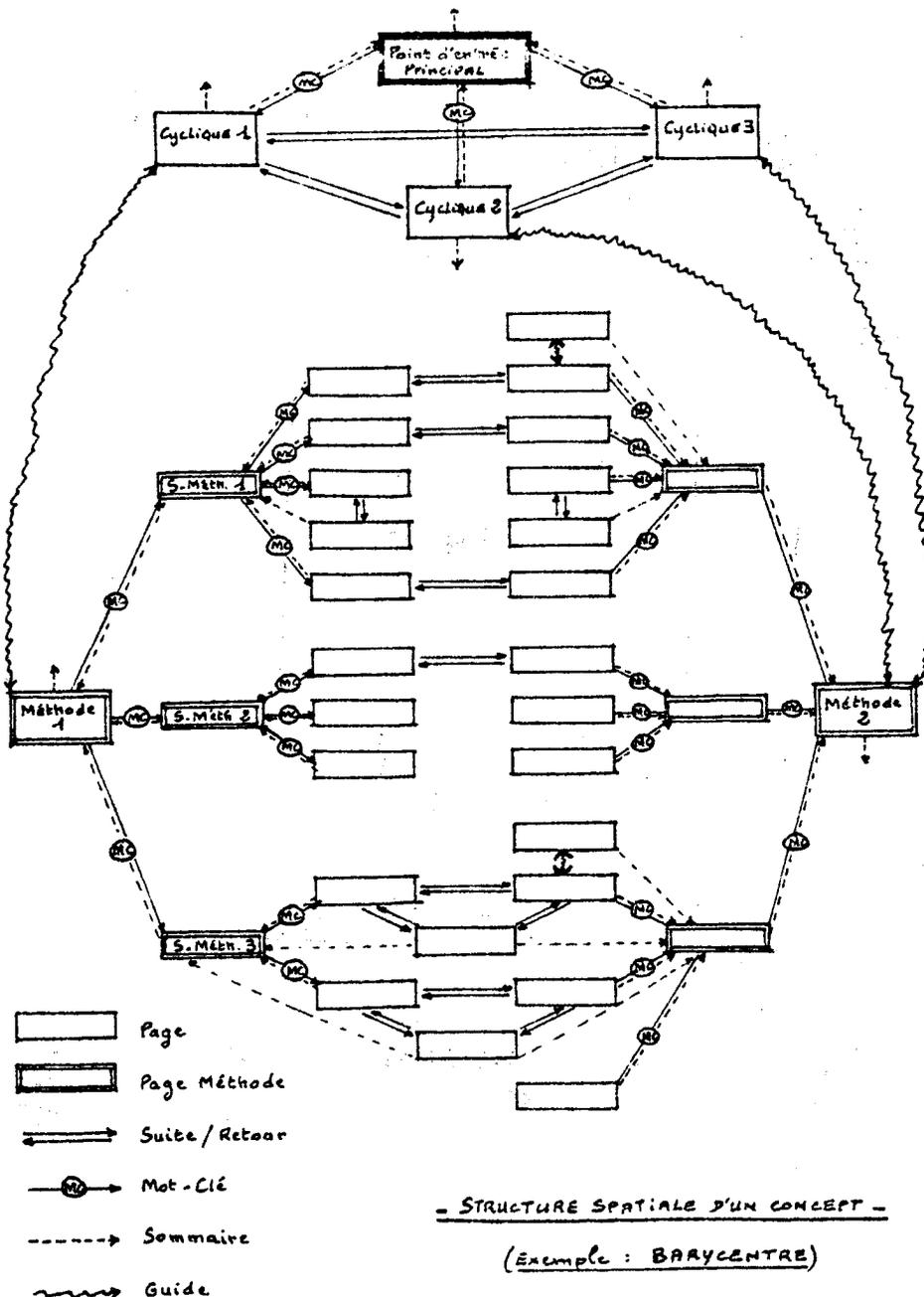
Maillage des pages liées à un concept

Les pages-écran se référant à un même MOT-CLE étant regroupées, il nous faut les structurer et les organiser en plusieurs niveaux de lecture.

Les pages constituant le premier niveau de lecture sont en général organisées cycliquement et sont des pages "Point de vue". Elle permettent au consultant de se rafraîchir la mémoire sur la notion étudiée ; une définition, une propriété ou un exemple pouvant très souvent satisfaire à sa demande.

Pour une recherche plus approfondie, il faut que le consultant puisse accéder à un second niveau de lecture. Des pages METHODES le guident dans cette recherche et lui proposent des exposés plus détaillés ou des démonstrations modèles.

Reprenant la structure des pages liées au MOT-CLE "BARYcentre", le schéma ci-dessous montre les différentes liaisons entre les pages d'un même concept. Ces liaisons correspondent à des fonctions de déplacement dans la base : SUITE, RETOUR, MOT-CLE, SOMMAIRE, GUIDE. L'auteur devra tenir compte de ces liens lors de la rédaction de chaque page et de son implantation dans la base.



Maillage entre les différents concepts

Un écran peut être accessible de différents points de la base. L'auteur doit, pour chaque écran d'un "concept appelant", inventorier tous les moyens d'accès vers ce "concept appelé".

Dans le tableau ci-dessous, ou le "concept appelant" est : centre de GRAVITE, l'un des "concepts appelés" est : BARYcentre. BARY est donc proposé comme mot-clé et peut être appelé à partir des pages : GRAVITE2, CDGMETH et #CDG4

Réciproquement, plusieurs écrans peuvent se réclamer d'un même mot-clé et l'accessibilité est alors rendue possible soit par un exposé cyclique des différents points de vue, soit par une recherche arborescente à partir d'une page "méthode".

Dans le tableau ci-dessous, nous avons la liste des pages se réclamant du même mot-clé GRAVITE et classées suivant leur type : "Point de vue", "Méthode", "Démon" ou "Scénario"

CONCEPT APPELANT					CONCEPT APPELE	REALISATION	
NOM	TYPE DE PAGE-ECRAN						
	POINT DE VUE	METHODE	DEMO	SCENARIO			
centre de GRAVITE	GRAVITE				MEDIANE	+	
	GRAVITE1				MILIEU	+	
	GRAVITE2	CDGMETH				MEDIANE	+
						MILIEU	+
					BARYcentre	+	
					MILIEU	+	
					MEDIANE	+	
					BARYcentre	+	
					MEDIANE	+	
					MILIEU	+	
					MEDIANE	+	
					VECTEUR	+	
						-	
					MILIEU	+	
					MEDIANE	+	
					MILIEU	+	
				MEDIANE	+		
				MEDIANE	+		
			MEDIANE	+			
			BARYcentre	+			

CENTRE DE GRAVITE
CONCEPT APPELANT - CONCEPT APPELE

Remarque : le tableau ci-dessus est utilisé comme outil de travail, et, la colonne REALISATION est complétée au fur et à mesure des travaux par un signe "-" si la page du concept appelant est réalisée, et "+" si la page correspondant au concept appelé est réalisé.

Technique de mise en page

Une page est une unité d'information, elle doit donc être concise, autonome et complète.

Une page tout en présentant un contenu répondant à l'attente du consultant, doit aussi être lisible et agréable à regarder.

Pour réunir ces impératifs, les contraintes de la norme VIDEOTEX obligent souvent l'auteur à des prouesses, particulièrement dans la création de certains symboles mathématiques ainsi que dans l'élaboration des figures et représentations graphiques.

Compte tenu des difficultés rencontrées par nos élèves pour trouver dans leur cours ou dans un livre les éléments méthodologiques ou les connaissances de base nécessaires à la résolution d'un problème de mathématiques, il nous est apparu essentiel de porter un effort particulier sur la structuration de la matière.

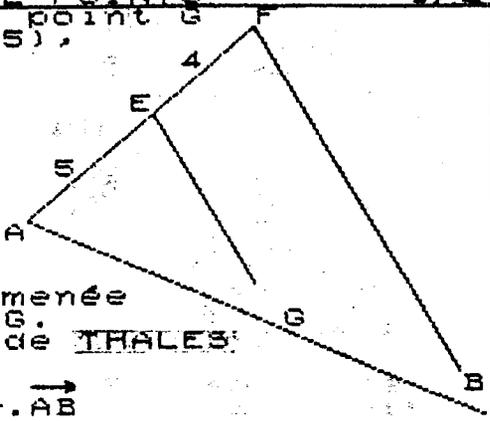
Nous avons mis l'accent sur la mise en forme du message. Cette mise en forme nécessite un retraitement complet de la formulation habituellement adoptée dans les cours ou les livres de références.

Voici, sur le même concept de BARYcentre, des exemples de page :

exemple de page

"POINT DE VUE"

21 CONSTRUCTION GEOMETRIQUE		1/2
DU BARYCENTRE DE 2 POINTS		
Soit à construire le point G		
barycentre $(A, 4); (B, 5)$.		
défini par $\vec{AG} = \frac{5}{9} \cdot \vec{AB}$.		
Sur une droite		
passant par A,		
prenons les points		
E et F tels que :		
$AE = 5$ et $AF = 9$		
On a $\vec{AE} = \frac{5}{9} \cdot \vec{AF}$		
La parallèle à (FB) menée		
par E coupe (AB) en G.		
D'après le théorème de THALES:		
$\frac{AE}{AF} = \frac{AG}{AB}$	d'où $\vec{AG} = \frac{5}{9} \cdot \vec{AB}$	
SUITE		OU MOT-CLE OU SOMMAIRE



Exemple de page

"METHODE"

Q1 BARYCENTRE DE DEUX POINTS	METHODE
Vous voulez déterminer le barycentre	
Par représentation vectorielle	TAPER : #GEXIST
Par ses coordonnées	TAPER : #COBAR
Par construction géométrique	TAPER : #CGBAR
Par la règle d'homogénéité	TAPER : #HOMOG
MOT-CLE	OU SOMMAIRE

Exemple de page

"DEMO"

Q1 RECONNAITRE UN BARYCENTRE	Démo
<p>A' est le milieu de [BC] et de [GG'], BCCG' est donc un parallélogramme et $\vec{G'G} = \vec{G'B} + \vec{G'C}$</p> <p>Or</p> <p>$2\vec{A'G} = \vec{GA}$ et $2\vec{A'G} = \vec{GG'}$ donc $\vec{G'G} = \vec{GA}$</p> <p>ou $\vec{G'A} = 2 \cdot \vec{G'G}$</p> <p>D'où $\vec{G'A} = 2\vec{G'B} + 2\vec{G'C}$</p> <p>Donc $-\vec{G'A} + 2\vec{G'B} + 2\vec{G'C} = \vec{0}$</p> <p>G' est le barycentre de (A; -1) (B; 2) (C; 2)</p>	
GUIDE	OU SOMMAIRE

EVALUATION

I- Compte-rendu d'une première évaluation (mai 89)

Un premier test d'évaluation a été effectué en mai 89 sur un échantillon constitué de six élèves de seconde et de trois élèves de première scientifique (niveaux assez bon, moyen, faible).

Trois exercices distincts consistaient à retrouver respectivement les diverses formulations d'une définition, l'énoncé d'un théorème, une démonstration précise. Chaque élève a été observé dans ses recherches pendant une heure par deux professeurs.

L'observation et l'entretien de sortie nous ont amenés à rectifier quelques pages quant à leur densité d'informations. Dans leur grande majorité les élèves ont trouvé la consultation pratique, intéressante et plus efficace qu'un cahier. Ils pensent pouvoir être aidés dans leurs révisions et pour faire des mises au point.

(voir en annexe 1 le compte-rendu détaillé de cette première évaluation)

II -Compte rendu d'une deuxième évaluation (février 90)

* Deux types de tests ont été mis au point en février 90 :

- l'un au niveau de la classe de 2^e sur les pages trigonométrie
- l'autre au niveau de la classe de TC sur les pages barycentre et convexité.

* Dans les deux cas un document de présentation de la base ARISTOTE, avec mode d'emploi et, pour certains, test d'utilisation, a été distribué aux élèves préalablement.

(voir en annexe 2).

1) Test au niveau de la classe de 2e

Ce test ne porte que sur les pages Trigonométrie qui ont été conçues comme un simple résumé de définitions et de formules.

a) Objectifs

Exercice 1 Vérifier si les élèves savent utiliser la base pour retrouver des formules qu'ils ont étudiées en classe ou pour découvrir des formules qu'ils n'ont jamais vues auparavant.

Exercice 2 : Vérifier si les élèves savent retrouver une définition et l'utiliser dans une situation très simple.

Exercice 3 : Observer le comportement des élèves dans le cas d'un exercice plus complexe pour lequel la base n'apporte aucune aide méthodologique.

b) Conditions de passation

Ce test a été effectué par huit élèves d'une classe de seconde en deux séquences d'une demi-heure, à quinze jours d'intervalle, chaque élève étant observé par deux professeurs.

Première séquence : test d'utilisation de la base ARISTOTE (voir annexe 2 p. 6).

Deuxième séquence : test d'utilisation des pages trigonométrie. (voir annexe 3).

c) Bilan

Première séquence

Le document de présentation de la base ARISTOTE semble efficace. Les élèves observés savent utiliser la liste des mots-clés et les touches "Suite" "Guide" etc...

Quelques blocages dus à un mauvais choix de mots-clés dans la dernière partie du test.

Deuxième séquence

Exercice 1 : les élèves observés trouvent tous, plus ou moins rapidement, les formules demandées.

Les hésitations proviennent des mots-clés "angles associés" "formules de transformation" qui ne leur sont pas familiers

Exercice 2: Cet exercice très simple est traité directement par plusieurs élèves sans consultation de la base.

Les autres utilisent efficacement la base pour retrouver les définitions nécessaires.

Exercice 3 : Aucune aide à la recherche de problème n'étant proposée dans les pages Trigonométrie nous observons deux types de comportement :

- Certains élèves cherchent longuement et vainement cette aide en passant d'une page à l'autre.
- D'autres essaient de faire l'exercice sans consulter le minitel. Dans les deux cas l'intervention des professeurs est nécessaire pour terminer l'exercice.

d) Conclusion

Ce test confirme l'intérêt de la base pour retrouver des définitions et formules mais aussi ses limites dans le cas de situations plus complexes.

2) Test au niveau de la classe de Terminale C

Ce test comporte trois exercices de géométrie portant sur les notions de barycentre et de convexité

a) objectifs

Exercice 1 : Tester l'accessibilité d'une propriété précise des barycentres en demandant explicitement l'utilisation de cette propriété dans une situation très simple.

Exercice 2: Tester le réinvestissement des propriétés des barycentres partiels dans une situation plus complexe.

Exercice 3: Tester les pages sur la convexité, notion qui ne figure pas au programme de TC, dans une situation assez complexe.

Suivre le parcours de la recherche des élèves et l'utilisation de la base dans cette recherche.

b) Conditions de passation

Ce test était prévu comme test à domicile sur copie pour une vingtaine d'élèves de TC, pendant les vacances de février. A la suite d'une panne du serveur nous n'avons pu exploiter que cinq copies.

c) Bilan

Exercice 1: Les cinq élèves ont trouvé rapidement la page comportant la relation vectorielle de Leibniz explicitement demandée. Quatre d'entre eux ont traité correctement l'exercice en utilisant cette relation, le cinquième a donné une démonstration fautive, n'utilisant pas cette relation.

Exercice 2

* Les cinq élèves ont donné une démonstration correcte à la question 1 mais sans aide de la base.

Ils ont cherché des indications sur l'homothétie ou le théorème de Thalès qui ne figurent pas encore dans la base.

* Pour la question 2 qui demandait deux démonstrations dont l'une avec barycentre partiel :

- 2 élèves ont fourni ces deux démonstrations.
- 3 élèves n'en ont donné qu'une
 - 2 avec barycentre partiel
 - 1 utilisant le calcul vectoriel

Un d'entre eux n'a pas utilisé la base, les autres ont consulté la page Barycentre partiel mais ils constatent qu'ils n'ont pas trouvé "d'indice valable" ou "d'outils pour démontrer un alignement de points".

Exercice 3

Cet exercice portant sur la convexité, qui ne figure pas au programme de TC, n'a pas été très approfondi sauf par un élève.

Les cinq élèves ont plus ou moins bien traité les 3 premières questions sans consulter la base.

A partir de la question 4, trois d'entre eux ont consulté les pages CONVEX, INTERVEX etc mais aucun ne donne de démonstration correcte à cette question.

d) Conclusion

Ce test confirme lui aussi l'intérêt de la base pour "une visualisation rapide et efficace des notions à revoir".

Les élèves signalent des difficultés à choisir les bons mots-clé. Un élève souhaiterait un accès plus rapide que par mots-clés qui sont "longs à introduire".

Ils regrettent l'absence de pages sur les complexes, la combinatoire, les transformations et le théorème de Thalès.

Nous retrouverons les mêmes difficultés que pour le test niveau seconde lorsqu'il s'agit d'apporter une aide dans des situations complexes.