PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

ANTOINE DAGHER

Apprentissage des relations entre cadre algébrique et cadre graphique dans le traitement des fonctions : rôle de l'outil informatique

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1992, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques », , exp. n° 3, p. 1-19
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1992___3_A3_0>

APPRENTISSAGE DES RELATIONS ENTRE CADRE ALGEBRIQUE ET CADRE GRAPHIQUE DANS LE TRAITEMENT DES FONCTIONS : ROLE DE L'OUTIL INFORMATIQUE

Antoine DAGHER
Equipe DIDIREM - Université de Paris 7

RESUME

Dans le cadre d'une recherche sur l'enseignement en environnement informatique, nous avons realisé un logiciel de type jeu, basé sur l'interaction des deux cadres algébrique et graphique, destiné à aider la conceptualisation de la notion de fonction. Ce logiciel a été expérimenté en premier et second cycle et devrait déboucher à l'issue de la recherche sur une version didactifiée qui en intègrera les résultats. Il fournira en particulier à l'enseignant un feedback systématique, à partir des informations enregistrées lors du travail autonome de l'élève.

Dans l'exposé, après avoir précisé la problématique de cette recherche et décrit brièvement le logiciel, nous présenterons les résultats obtenus lors de son expérimentation en second cycle, avec 33 élèves de première et terminale, à propos de fonctions polynomes du second degré.
Dans l'expérimentation, le travail des élèves avec le logiciel (une séance d'une heure) a été précédé d'un pre-test et suivi d'un post-test. Les résultats du pre-test, dans les deux cas, montrent une très faible connaissance des relations existant entre les coefficients de l'expression algébrique de la fonction et son graphe. Le post-test met en évidence un effet significatif de la séance informatique, quasiment indépendamment du niveau des élèves.

INTRODUCTION

Cet exposé porte sur un travail de recherche mené dans le cadre d'une thèse de doctorat commencée en 1987. Nous préciserons tout d'abord notre problématique et notre méthodologie ; nous présenteront ensuite rapidement les différentes parties de ce travail, avant de développer plus particulièrement certains aspects.

PROBLEMATIQUE

Depuis le début des années 80, un certain nombre de produits logiciels destinés à l'enseignement des mathématiques ont été developpés. Sur le plan de l'efficacité dans l'enseignement, les résultats des études expérimentales, sur certains de ces produits, ont été mitigés ([5] et [2] par exemple). Les recherches précises visant à analyser finement le comportement d'élèves dans un environnement informatique et l'enjeu mathématique de leurs activités se sont développées, elles, plus récemment, mais elle sont actuellement en pleine expansion ([1], [3] et [8] par exemple). La question de l'efficacité réelle de tels environnements par rapport à l'apprentissage en situation scolaire reste cependant encore en grande partie ouverte.

Notre travail a pour objectif de contribuer à l'étude de ces questions et plus précisement à celle des questions suivantes :

Est-ce-que l'adaptation à un logiciel mathématique donné produit nécessairement un apprentissage mathématique exploitable hors de cet environnement ?

Si oui quels types d'apprentissage sont possibles et quels processus les sous-tendent ?

De telles questions sont bien sûr trop générales. Dans notre recherche nous nous sommes en fait limité à un domaine mathématique précis : celui des relations entre cadre graphique et cadre algébrique à propos des fonctions ; nous nous sommes aussi limité à un type de logiciel précis : un logiciel de type jeu.

Pourquoi ces choix ?

Pour ce qui est du domaine mathématique :

1) parce que la notion de fonction est centrale en mathématiques,
2) parce que son enseignement pose des problèmes reconnus ([4], [6] et [7] par exemple) à différents niveaux et notamment au niveau des interactions entre les cadres graphique et algébrique,
3) parce que l'on peut faire l'hypotèse que l'outil informatique, en particulier à cause des possibilités graphiques qu'il offre, peut aider à l'articulation de ces deux cadres, et donc au développement de connaissances dans ce domaine.

Pour ce qui est du type de logiciel, nous avons choisi un logiciel de type jeu pour pouvoir étudier le comportement d'élèves actifs dans des situations relativement ouvertes et pas exclusivement perçues comme des situations scolaires.

METHODOLOGIE

Dans un premier temps nous avons mené des travaux préliminaires visant à mieux situer le problème posé et à définir le cahier de charges d'un logiciel adapté à notre recherche. Ces travaux ont consisté en :

1) une analyse épistémologique des relations entre cadre algébrique et cadre graphique dans l'histoire du concept de fonction menée à partir de travaux sur le développement historique de ce concept,
2) un recensement des principaux logiciels existant dans ce domaine et une revue bibliographique des recherches didactiques menées sur le concept de fonction, plus particulièrement celles abordant les relations entre cadre graphique et cadre algébrique,
3) une analyse de l'enseignement actuel du point de vue des relations entre cadre graphique et cadre algébrique et de ses effets,
4) la définition d'un cahier de charges du logiciel.

Ils ont été suivis dans un second temps par la réalisation d'un premier logiciel expérimental qui a été expérimenté avec des élèves dans une méthodologie du type étude de cas. Enfin, l'analyse des résultats de l'expérimentation a été suivie dans un troisième temps d'un retour sur le logiciel et son cahier des charges visant à examiner les conditions d'une didactification la plus efficace possible, d'un retour aussi sur l'expérience menée, sur les questions en suspens, et sur la définition de travaux qui pourraient y répondre.

A propos de ces travaux préliminaires, nous nous contenterons, dans cet exposé, de dire qu' ils ont confirmé :

1) la résistance des difficultés rencontrées par les élèves dans l'articulation des cadres algébrique et graphique, dans l'apprentissage des fonctions et le rôle joué par la maîtrise de cette articulation dans la conceptualisation de la notion,

2) l'inadaptation de l'enseignement traditionnel au développement de cette articulation, l'enseignement restant centré sur les aspects algébriques et parfois théoriques, et les relations entre les cadres algébrique et graphique s'y faisant surtout dans le sens de l'algébrique vers le graphique, de façon plus ponctuelle que globale,

3) l'inadaptation des logiciels existants à l'époque à notre projet notamment du fait de l'abscence d'enregistrement des productions des élèves et des faibles paramétrisations de variables possibles.

PRESENTATION DU LOGICIEL REALISE

Ce logiciel est de type jeu. Basé sur l'interaction des deux cadres algébrique et graphique, il présente les caractéristiques suivantes :

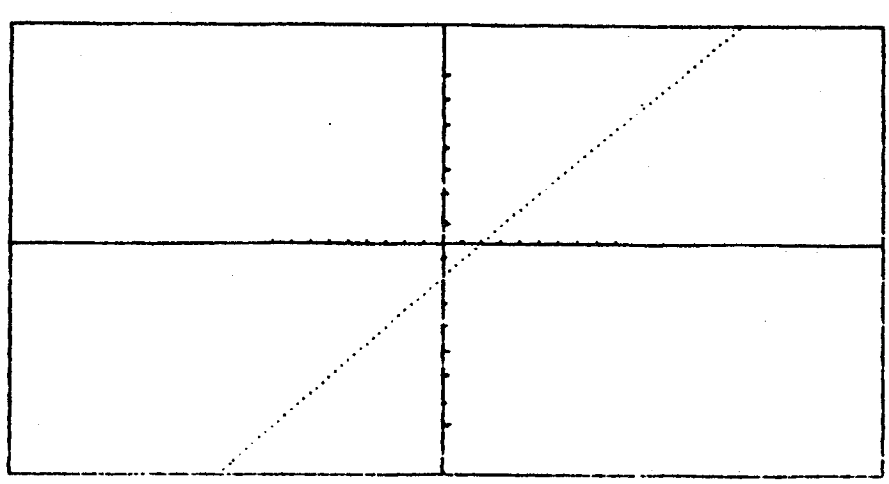
1) il fonctionne du graphique vers l'algébrique,

2) il permet l'enregistrement automatique des actions de l'élève,

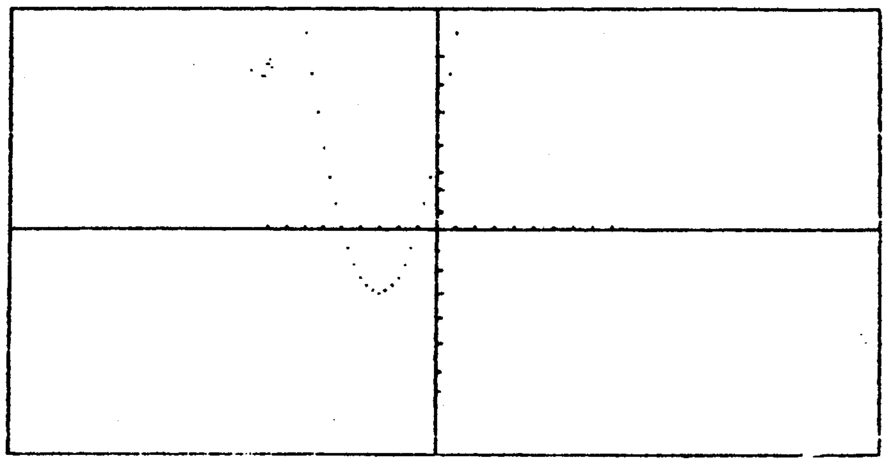
3) il est suffisamment souple et paramétrable pour permettre d'étudier l'effet de diverses variables.

La tache proposée à l'élève consiste à associer à une courbe qui apparaît sur l'écran, une expression algébrique d'un type donné. Illustrons ceci par quelques exemples :

1) une droite apparaît à l'écran, il s'agit de trouver son équation de la forme y= a.x+b où a et b sont des entiers. L'élève entrera comme réponse les valeurs entières de a et b.



2) une parabole apparaît à l'écran, il s'agit de trouver son équation sous la forme y = a(x - r)(x - s) où a, r et s sont des entiers. L'élève entrera comme réponse les valeurs entières de a, r et s.



La version actuelle du logiciel, qui tourne sur Compatible PC, permet de traiter d'autres types de courbes et fonctions (fonctions homographiques et trigonométriques), mais l'expérimentation n'a porté que sur des droites et paraboles.

L'élève n'est pas obligé de répondre directement. Il dispose d'aides sous formes d'options : l'option **Coordonnées** et l'option **Tracé** (notées respectivement C et T, dans la suite). L'option C permet d'afficher les coordonnées de points de la courbe tracée. L'option T permet de tracer une courbe du même type en donnant les coefficients correspondants. Lorsque l'élève répond (option R), sa réponse est validée globalement et coefficient par coefficient. Elle est de plus accompagnée lorsqu'elle est fausse de la représentation graphique correspondant à l'expression proposée.

Un système de tarification paramétrable permet de favoriser ou défavoriser les différentes options. L'élève est ainsi credité, au début de l'exercice, d'un certain capital de points, et un coût en points est précisé pour chaque option. Le jeu consiste à conserver le maximum de ce capital, donc à essayer d'en depenser le minimum en utilisant les options. Lorsque le capital est épuisé l'élève ne peut que fournir une dernière réponse.
Par exemple, dans le cas d'un capital de 10 points, si c, t et r sont respectivement les coûts des actions C, T et R :

1) le système c=3 t= 3 r=3 ne favorise a priori aucune option,
2) le système c=3 t= 3 r=8 interdit pratiquement les réponses pour voir,
3) le système c=6 t= 3 r=8 disqualifie C et favorise T. Disqualifier C est particulièrement important pour les droites si on veut pousser l'élève à travailler sur le sens des coefficients. En revanche, avec des paraboles, on verra dans la suite que C se disqualifie d'elle-même.

La version actuelle contient un module d'analyse qui traite le fichier des enregistrements de l'élève. Elle contient aussi un module enseignant qui permet de sortir du type jeu et de définir la succession des exercices proposés. Les choix y apparaissent dans des menus déroulants.

EXPERIMENTATION

L'expérimentation s'est déroulée selon le schéma suivant : pre-test, séance informatique, post-test. L'expérimentation réalisée avec les élèves du premier cycle a porté sur les fonctions du premier degré, celle réalisée avec des élèves du second cycle a porté sur les fonctions du second degré. Nous nous limitons dans cet exposé à l'expérimentation menée au second cycle qui s'est déroulée entre la mi-novembre et la mi-décembre 1989.

I - POPULATION

Il s'agit de 33 élèves de classes de première S et terminale D d'un lycée hors contrat de la banlieue parisienne. Les élèves de ce lycée sont en général de niveau plutôt faible comme en témoignent les moyennes en mathématiques données ci-après :

Moyennes :	[5 ; 6 [	[6 ; 7 [	[7 ; 8 [	[8 ; 9 [	[9 ; 10[	[10 ; 11[	[11 ; 12]
Effectifs :	6	6	3	4	6	5	3

II - TYPES D'EQUATIONS

L'expérimentation a porté sur les 3 types suivants:

(P1) : $y = A x^2 + B x + C$
(P2) : $y = A (x - P)^2 + Q$
(P3) : $y = A(x-R) (x - S)$

III - ORGANISATION

Il n'est pas envisageable de mener une expérimentation dans une classe sans tenir compte des contraintes institutionnelles. Nous ne pouvions pas, compte tenu de ces contraintes, consacrer plus de 3 séances à cette expérimentation dans les classes concernées, les activités proposées étant perçues par l'institution comme marginales par rapport aux enjeux de l'enseignement. Comme il n'était pas possible, raisonnablement, de tester les connaissances des élèves, ou de les faire travailler avec ordinateur sur les trois formes d'équations (P1), (P2), (P3) dans le temps d'une heure imparti, nous avions le choix entre deux formules : former 3 groupes travaillant chacun sur une forme unique ou former des groupes travaillant chacun sur deux des trois formes. Nous avons choisi la deuxième possibilité en nous limitant à 2 groupes cependant. Ce choix nous permettait en effet d'étudier la question de transférabilité de connaissances d'une forme à une autre. La forme P3 nous a semblé a priori la plus facile car elle ne fait intervenir en dehors du coefficient relatif à l'ouverture : A, présent dans toutes les formes, que des coefficients correspondant aux intersections de la parabole avec l'axe des abscisses. C'est pourquoi nous avons formé les deux groupes en associant (P3) à une de deux autres formes :

G_1 : (P1) et (P3) 17 élèves.
G_2 : (P2) et (P3) 16 élèves.

Pendant la séance informatique les élèves travaillaient sur les 2 mêmes types que ceux qui leur avaient été proposés en test, en choisissant librement pour chaque exercice le type souhaité.

IV - TESTS

Pour construire les tests, nous avons essayé d'élaborer des tâches papier/crayon permettant de cerner les connaissances des élèves sur l'interprétation graphique des coefficients, sans nécessité de calcul. Pour cela, nous avons été amené à identifier dans les savoirs en jeu dans l'articulation algébrique/graphique ce que nous avons appelé des **savoirs atomiques.**

IV-1 Savoirs atomiques :

Un savoir atomique est défini comme un savoir répondant aux caractéristiques suivantes :

1) c'est un savoir qui exprime <u>une relation</u> entre une propriété d'un coefficient et une caractéristique graphique.
2) cette relation doit pouvoir être accessible par "simple lecture" du graphe.

Illustrons cette définition par quelques exemples :

- *"A est positif <---------> la parabole a son ouverture dirigée vers le haut"* est un savoir atomique mettant en jeu l'interprétation du signe de A.
- *"Lorsque A_1 et A_2 sont positifs, $A_1 < A_2$ <---------> la parabole P_2 est moins ouverte que la parabole P_1"* est un autre savoir atomique mettant en jeu le coefficient A.

En revanche :

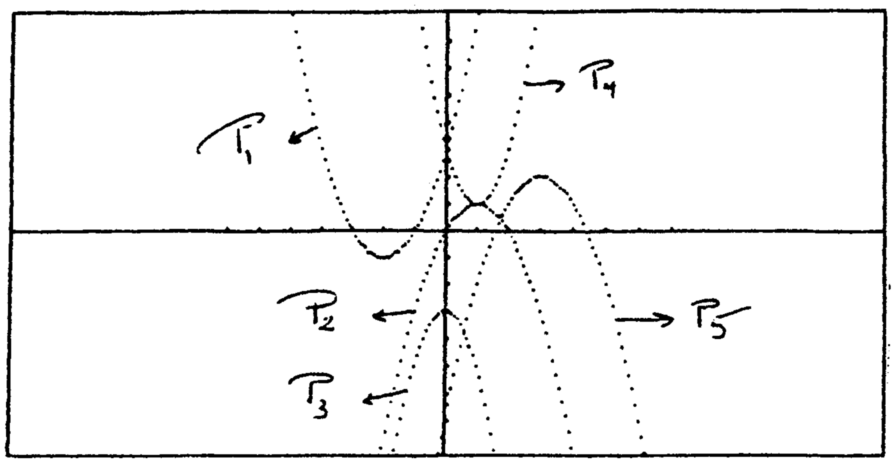
"$B_1/A_1 = B_2/A_2$ <---------> P_1 et P_2 ont des sommets de même abscisse" n'est pas un savoir atomique car cet énoncé met en jeu 2 coefficient simultanément.

Soulignons qu'un savoir atomique n'est pas nécessairement un savoir élémentaire. Par exemple, *"B>0 <---------> la parabole P a une pente positive a son intersection avec l'axe Oy"* est un savoir atomique. Ce savoir n'est pas disponible au niveau de la classe de seconde puisqu'il repose sur l'interprétation de la dérivée d'une fonction en terme de pente d'une courbe en un point et, même pour des élèves plus avancés, il reste non élémentaire car il demande une lecture du graphe non au niveau de la fonction mais au niveau de la dérivée.

IV-2 Questionnaires :

Les questionnaires du pre-test et du post-test ont été conçus en fonction des savoirs atomiques répertoriés. Ils comportaient 4 exercices mettant en jeu les savoirs atomiques les plus élémentaires. L'encadré ci-après en fournit un exemple.

Exercice 1 : Pour i=1,2,3,4,5 P_i est la courbe d'equation $y=A_ix^2+B_ix+C_i$.



1) Parmi les nombres A_1 , A_2 , A_3 , A_4 et A_5 , écrire

ceux qui sont positifs : ....

ceux qui sont négatifs : ....

ceux qui sont égaux : ....

ceux qui sont opposés : ....

2) Parmi les nombres C_1 , C_2 , C_3 , C_4 et C_5 , écrire

ceux qui sont positifs : ....

ceux qui sont négatifs : ....

ceux qui sont égaux : ....

ceux qui sont opposés : ....

ceux qui sont nuls : ....

3) Parmi les nombres B_1 , B_2 , B_3 , B_4 et B_5 , écrire ceux qui sont nuls :

....

IV-3 Passation des tests :

La plupart des élèves ont été dérouté par la tache proposée dans le pre-test, visiblement perçue comme à la limite du contrat didactique usuel. Ils ont essayé de se raccrocher d'abord au calcul, en dépit du coût prohibitif de cette stratégie. Certains ont ensuite cependant évolué. Certains, aussi, pour traiter les formes P2 et P3 ont voulu passer par la forme P1, forme privilégiée par l'enseignement. Environ un tiers de la population est parti au bout de 20 minutes sans répondre aux questions posées bien que la durée prévue pour le test soit d'une heure.

Le pre-test n'a pas été corrigé. Le seul enseignement sur les fonctions, entre pre-test et post-test a été la séance informatique d'une heure de travail individuel avec le logiciel. Le post-test, analogue au pre-test, a été passé 15 jours après cette séance.

Des différences notables apparaissent au post-test dans les comportements: La tache a pris une signification, les formes P2 et P3 sont visiblement devenues reconnaissables. La grande majorité des élèves restent jusqu'à la fin de l'heure.

RESULTATS ET ANALYSE

Les résultats de l'expérimentation ont été analysées sur divers plans :

- comparaison des résultats pre-test/ post-test globalement et au niveau de chacun des savoirs élémentaires répertoriés,
- comportement des élèves au cours des séances informatiques : stratégies développées et évolution au cours de la séance,
- mise en relation de ces deux niveaux d'analyse, identification de profil d'élèves, recherche de l'influence de tel ou tel profil sur l'apprentissage.

Ce dernier travail s'appuie en particulier sur des techniques d'analyse factorielle, implicative et hiérarchique de données.

Nous commencerons par présenter les résultats du pre-test et du post-test en nous limitant aux aspects les plus marquants.

I - RESULTATS GLOBAUX AU PRE-TEST

1) Par rapport à la réussite, globalement dans les trois formes, les savoirs sur A : signe de A (SA), taille de A (TA) et ordre de A (OA) sont ordonnés de la façon suivante :

OA	<	TA	<	SA
6%		12%		53%

2) Les réussites (en %) concernant globalement les savoirs sur les différents coefficients sont, elles, ordonnées de la façon suivante :

C	RS	B	P	Q	A
3	5	6	12	19	22

Par rapport à la réussite, les connaissances des élèves suivent donc l'ordre :

Points sur les axes < Sommet < ouverture et orientation

L'interprétation de propriétés "ponctuelles" semble donc, contrairement à ce que l'on pourrait a priori penser, moins connue que celle de certaines propriétés "globales" (ouverture, orientation) .

3) Par rapport à la réussite, les différents types sont eux aussi différenciés. Ils sont classés dans l'ordre suivant :

P1	~	P3	<	P2
10%		11%		19%

4) La réussite globale enfin est de 13%.

II - RESULTATS GLOBAUX AU POST-TEST

1) Les savoirs sur A sont ordonnés de la même façon même si les pourcentages de réussite ont sensiblement crû. De plus, l'écart entre OA et TA s'est creusé et l'on a maintenant :

OA	<<	TA	<	SA
27		58		87

2) Les réussites (en %) concernant les savoirs sur les différents coefficients sont maintenant de :

B	C	RS	A	Q	P
28	53	56	59	67	77

B reste, ce qui est naturel, en retrait. Pour tous les autres coefficients, les pourcentages globaux de réussite dépassent 50%. L'ordre est sérieusement modifié et, en particulier, les savoirs mettant en jeu les coordonnées du sommet dépassent ceux liés à l'ouverture de la parabole.

Par rapport à la réussite, les savoirs sur les éléments d'une parabole suivent donc maintenant l'ordre :

Pt sur y'y ~ Pt sur x'x ~ ouverture et orientation < sommet

3) Par rapport à la réussite, l'ordre entre les formes s'est lui aussi légérement modifié :

P1	<	P3	<	P2
49%		59%		69%

4) La réussite globale, enfin, est maintenant de 59 %.

En bref, au pre-test la seule chose "connue" était le signe de A, et en particulier les connaissances atomiques liées à la lecture de coordonnées de points particuliers avaient un très faible pourcentage de réussite. Au post-test on note un saut qualitatif indéniable. D'où la question : **que s'est il passé pendant la séance informatique ?**

Pour introduire l'analyse, nous allons commencer par présenter deux exemples de fichiers, un pour lequel la séance informatique ne produit pas de progrès et un pour lequel il y a évolution des connaissances.

LE FICHIER DE MICHEL

Michel est un élève de terminale D. Son niveau est très faible. Il passe son temps "à copier" des programmes sur sa calculatrice programmable. Il a un compatible PC chez lui. Il est très motivé par l'idée de travailler avec le logiciel. Michel est un élève du groupe G1 ; il peut donc traiter pendant la séance des exercices portant sur les formes P1 et P3. Pendant son travail en séance, Michel n'a rien écrit sur son brouillon.

Michel commence sa session en choisissant la forme P1.

<u>Exercice 1 :</u>

P1 :	-2	8	1	Parabole $-2x^2 + 8x + 1$
T :	-4	4	4	
C :	2	9		
T :	-1	15	61	
T :	-1	3	15	
T :	-1	3	3	
R :	-2	5	5	

L'option dominante dans cet exercice est T. La valeur 4 qui est à la base du premier tracé, est la valeur entière la plus proche de l'abscisse d'un point d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses. Les coordonnées affichées ensuite sont celles du sommet. Apparemment les tracés et réponse fournies par la suite ne résultent pas de calculs exploitant ces coordonnées. Le signe de A est correct sur tout l'exercice et la valeur de A proposée en réponse est correcte.

Le comportement de Michel ne varie pas sur les 2 exercices suivants : la stratégie dominante est une stratégie de tracés. Il apparaît régulièrement, dans les coefficients des tracés, les coordonnées de points particuliers de la parabole : une fois celle de l'un des points d'intersection avec l'axe des abscisses, une autre fois celles du sommet. Le signe de A est correct. Il n'y a pas de connaissance sur C manifestée. Au bout de 3 échecs Michel change de forme.

<u>Exercice 4 :</u>

P3 :	1	4	1	Parabole $(x - 4)(x - 1)$
T :	2	-4	-16	
T :	-1	0	0	
T :	2	10	8	

R :   -36   -80   7

Ce changement est accompagné d'une perturbation des connaissances manifestées antérieurement sur le signe de A. On ne note pas de connaissances manifestées sur R et S.

Michel traite ensuite 4 autres exercices de type P3, avec la même stratégie : des tracés dont certains des coefficients sont les coordonnées de points particuliers de la parabole. Le signe de A redevient correct mais on ne voit pas apparaître de connaissances sur R et S. Apres ces échecs successifs sur P3, Michel revient à la forme P1.

<u>Exercice 8 :</u>

P1 :	-1	-2	-2	Parabole $-x^2-2x-2$
T :	-2	2	2	
T :	-2	-2	-2	
R :	-3	-2	-2	
R :	-1	-2	-2	

C'est la première réussite. On pourrait penser que l'interprétation de C est enfin comprise puisque la valeur -2 est proposée pour C 3 fois de suite, mais, on peut avoir de légers doutes vu que (0,-2) est le seul point d'intersection avec les axes, sachant que Michel semble avoir pris l'habitude d'essayer d'exploiter les coordonnées des points particuliers de la parabole dans ses propositions. Ces doutes sont confirmés par les deux exercices qui suivent, où la réussite ne se réitère pas. Michel retourne ensuite à P3.

<u>Exercice 11 :</u>

P3 :	-3	1	-3	Parabole $-3(x-1)(x+3)$
R :	13	2	-3	
R :	2	13	0	
R :	2	3	-3	

On constate ici un début de refuge dans le jeu pur qui se manifeste par le recours exclusif au mode réponse. Même les connaissances manifestées précédemment sur A semblent déstabilisées. La valeur 13 proposée à deux places différentes peut être interprétée comme le résultat d'une lecture erronée de l'ordonnée du sommet (-1,12) et correspondre donc à la stratégie usuelle.
Dans les trois exercices d'après, la stratégie réponse reste dominante et Michel ne semble même plus utiliser les coordonnées des points remarquables dans les réponses, réponses, semble -t-il, données au hasard.

L'utilisation du logiciel semble donc ici totalement négative. Voyons comment ceci apparaissait dans l'analyse, faite automatiquement à partir des enregistrements et intégrée à la nouvelle version du logiciel, du travail de Michel. Cette analyse se fait à partir des principes suivants :

1) Pour un savoir atomique donné associé à un coefficient, on peut en regardant les paramètres des entrées T ou R, qui le concernent, savoir si l'élève a

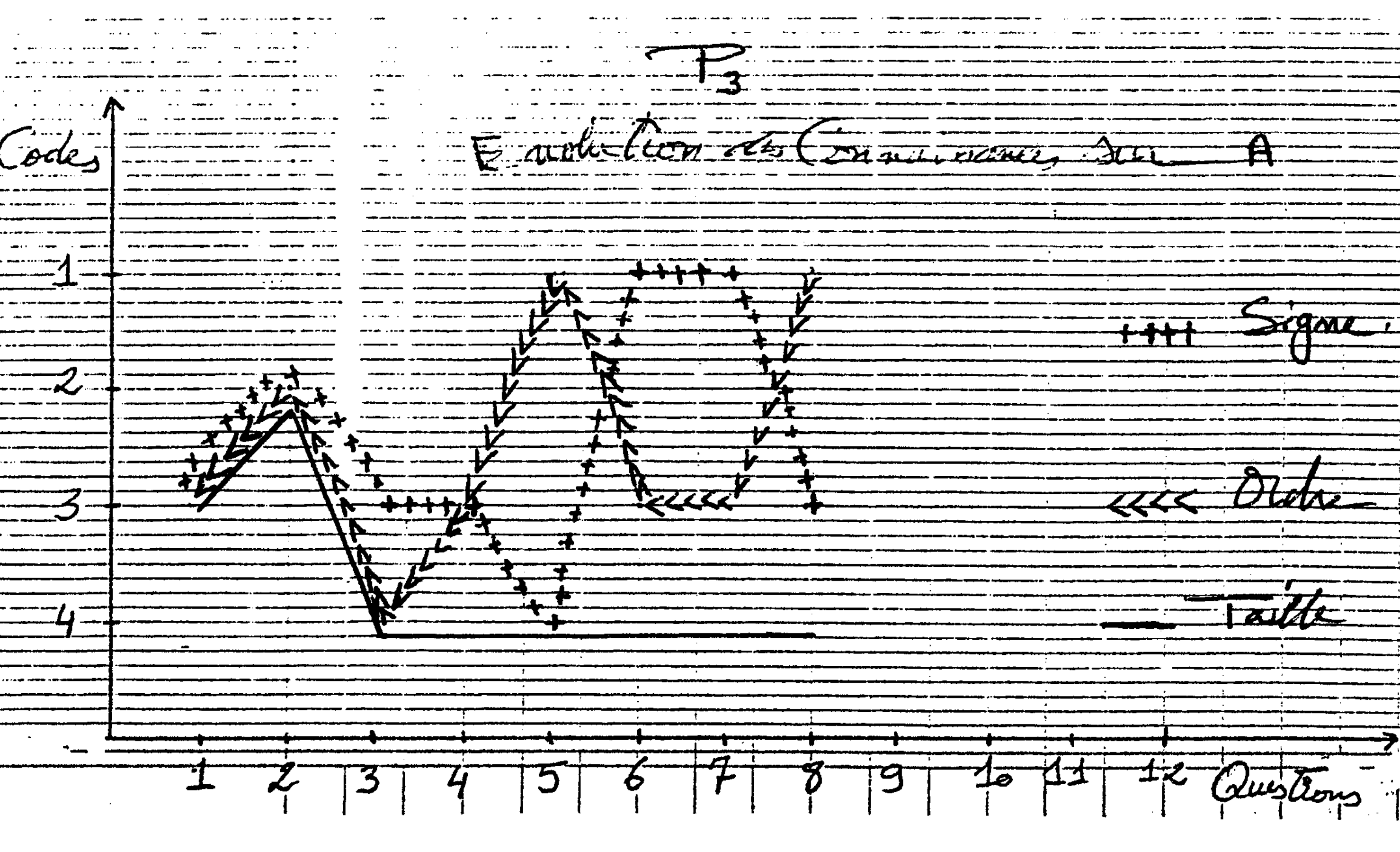
manifesté une connaissance ou pas. Ceci nous permet de parler d'état de connaissance, relatif à un savoir atomique , au moment d'une entrée. Cet état peut prendre deux valeurs : 1 ou 0, 1 si la connaissance est manifestée et 0 sinon.

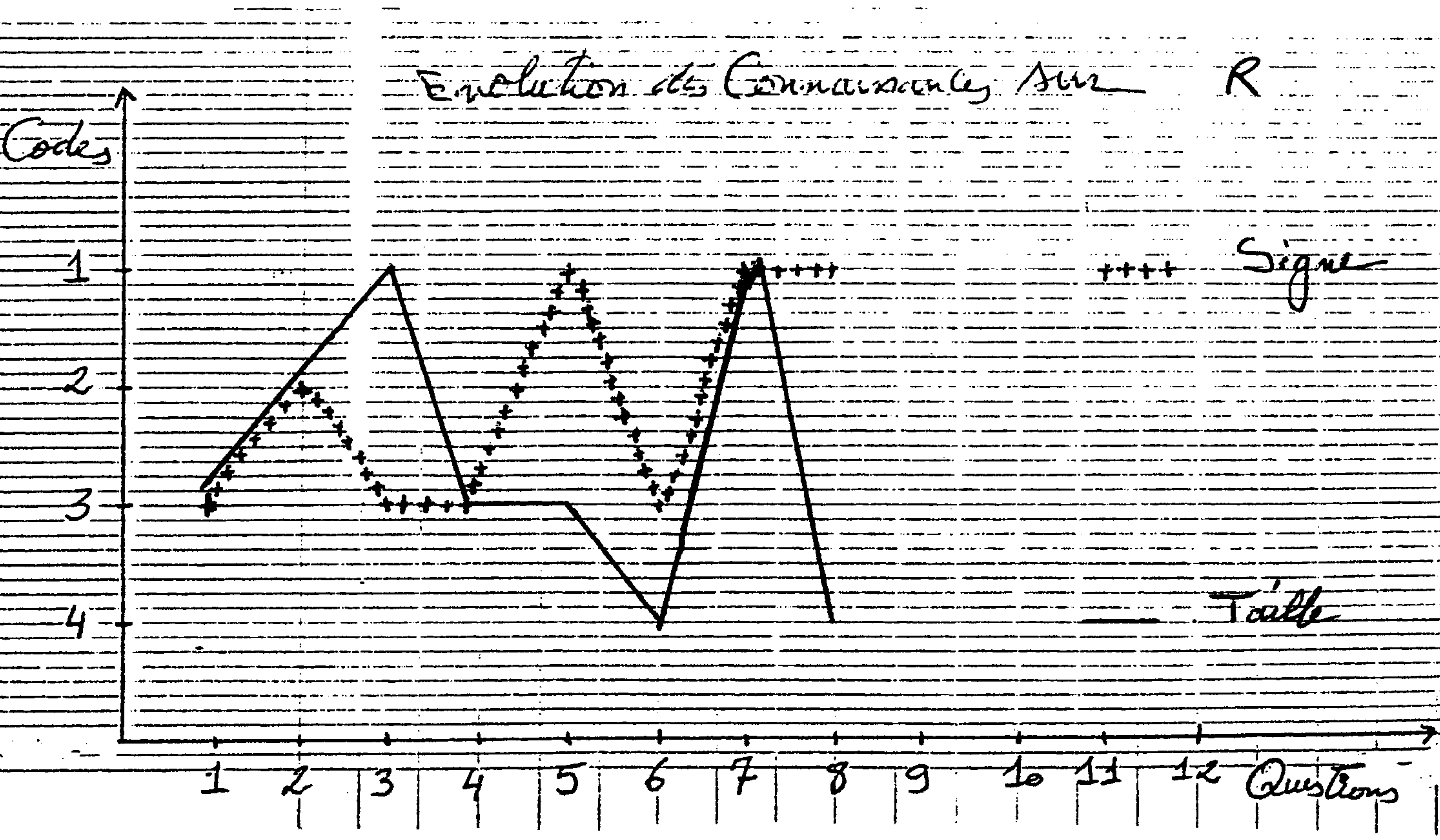
2) La suite des valeurs de l'état de connaissance relatif à un savoir atomique au fil des entrées, sur tout un exercice, nous permet de parler de niveau de connaissance relatif à ce savoir, sur l'exercice entier. Ce niveau, sur un savoir, dont la variable état de connaissance est notée ETAT, aura les valeurs 1, 2, 3 ou 4, définies de la façon suivante :

1	si ETAT = 1 sur tout l'exercice.
2	si l'exercice se termine par ETAT = 1.
3	si sur l'exercice tantôt ETAT = 1, tantôt ETAT = 0.
4	si sur tout l'exercice ETAT = 0.

3) L'évolution dans la séance du niveau de connaissance relatif à un savoir d'un exercice à l'autre nous permet enfin de parler d'évolution des connaissances sur ce savoir pendant la séance.

4) A un niveau plus global enfin, l'évolution, pendant la séance, des connaissances relatives à tous les savoirs atomiques repérables nous permet de parler d'évolution des connaissances pendant la séance.
Cette évolution, dans le cas de Michel, est représentée par les graphiques suivants où les exercices sont représentés en abscisses, et les niveaux de connaissance en ordonnées. Soulignons que les résultats au pre-test et au post-test confirmaient l'analyse faite de la séance : la seule connaissance manifestée est le signe de A.





LE FICHIER D'OLIVIER

Olivier est un élève de première S. Il est très faible et conscient de ses problèmes. Très distrait, il manque de sérieux dans son travail et dans son comportement général. Il essaye cependant de faire des efforts surtout en mathématiques. Il aime "pianoter" à l'ordinateur. C'est un élève du groupe G1 travaillant donc, lui aussi, sur les formes P1 et P3. Il a laissé un brouillon.
Il commence sa séance avec P1.

<u>Exercice 1 :</u>

P1 :	2	5	-2	Parabole $2x^2 + 5x - 2$
C :	-0,7	-4,5		
C :	-1	-5		
C :	-1,3	-4,5		
C :	-1,7	-4,7		
C :	-3	1		
T :	1	3	4	
R :	1	2	4	

C est ici l'option dominante : attitude scolaire normale. Visiblement, vu le brouillon, Olivier n'arrive pas à exploiter les coordonnées qui lui sont fournies par le logiciel et finit par proposer un tracé où seul le signe de A est correct. Dans la réponse qui suit le tracé, il ne modifie pas les valeurs de A et C pourtant erronées.
Après cet échec il passe à P3.

Exercice 2 :

P3 :	-2	1	4	Parabole -2 (x - 1) (x - 4)
C :	2	4		
T :	3	-21	30	
T :	-2	18	-36	
R :	-2	-5	2	
R :	-1	1	3	

L'option coordonnées est déjà moins utilisée. Les deux tracés proposés semblent résulter du développement des expressions 3(x - 2)(x - 5) et -2(x - 3)(x - 6) que l'on trouve sur son brouillon. La valeur de R est trouvée mais il est difficile de dire si c'est ou non le fruit du hasard. Olivier retourne à la forme P1 pour les exercices 3 et 4. On ne note pas d'évolution.

Exercice 5 :

P1 :	3	1	0	Parabole 3 x (x - 1)
C :	0	0		
T :	2	-2	0	
C :	1	4		
T :	3	1	0	
R :	3	1	0	

Le fait que la courbe passe par l'origine semble jouer ici le rôle de facteur déclenchant pour l'interprétation de C. Olivier demande l'affichage de (0,0) et ensuite, dans les deux tracés demandés, la valeur de C est correcte. Olivier a ensuite exploité les coordonnées affichées (1,4) en écrivant sur son brouillon $y = A x^2 + B x$ puis $4 = A (1)^2 + B (1)$ puis $4 = 3 + B$. Il semble qu'il a estimé A à 3. Il teste ceci par un tracé et obtient sa première réussite.

Dans les 2 exercices suivants Olivier semble suivre, avec réussite, la même stratégie : lecture de C, estimation de A et calcul de B à partir des coordonnées d'un point. Après 3 réussites successives sur P1 il retourne à la forme P3.

Exercice 8 :

P3 :	-2	-1	-2	Parabole -2 (x + 1) (x + 2)
T :	3	6	-24	
T :	-3	-15	-12	
T :	-3	-9	-6	
R :	-2	-2	-1	

Rien sur le brouillon, n'explique les premières valeurs proposées. La forme inhabituelle du premier tracé (seule une partie de la courbe située d'un même côté de l'axe de symétrie de la parabole apparaît sur l'écran où les valeurs sur l'axe des abscisses sont situées entre -16 et 16) semble pousser Olivier à envisager des valeurs "de plus en plus petites". Après trois tracés, il semble qu'il ait "saisi" dans l'effet dynamique sur l'écran le rôle de R et S. Cette interprétation se trouve confirmée par les exercices qui suivent.

Exercice 9 :

P3 : 1 0 1 Parabole $x(x-1)$

R : 1 0 1

Exercice 10 :

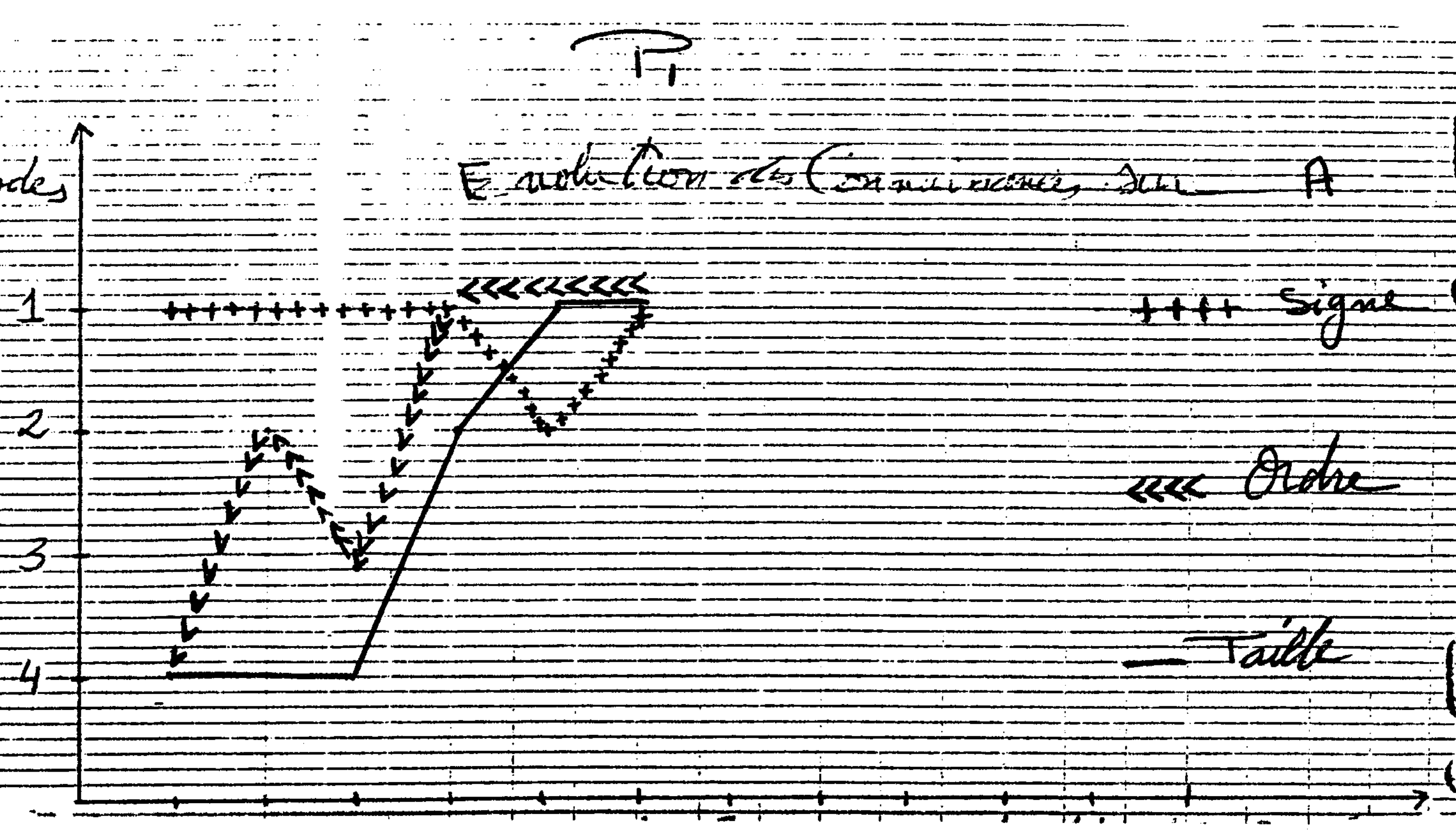
P3 : -2 -1 4 Parabole $-2(x+1)(x-4)$

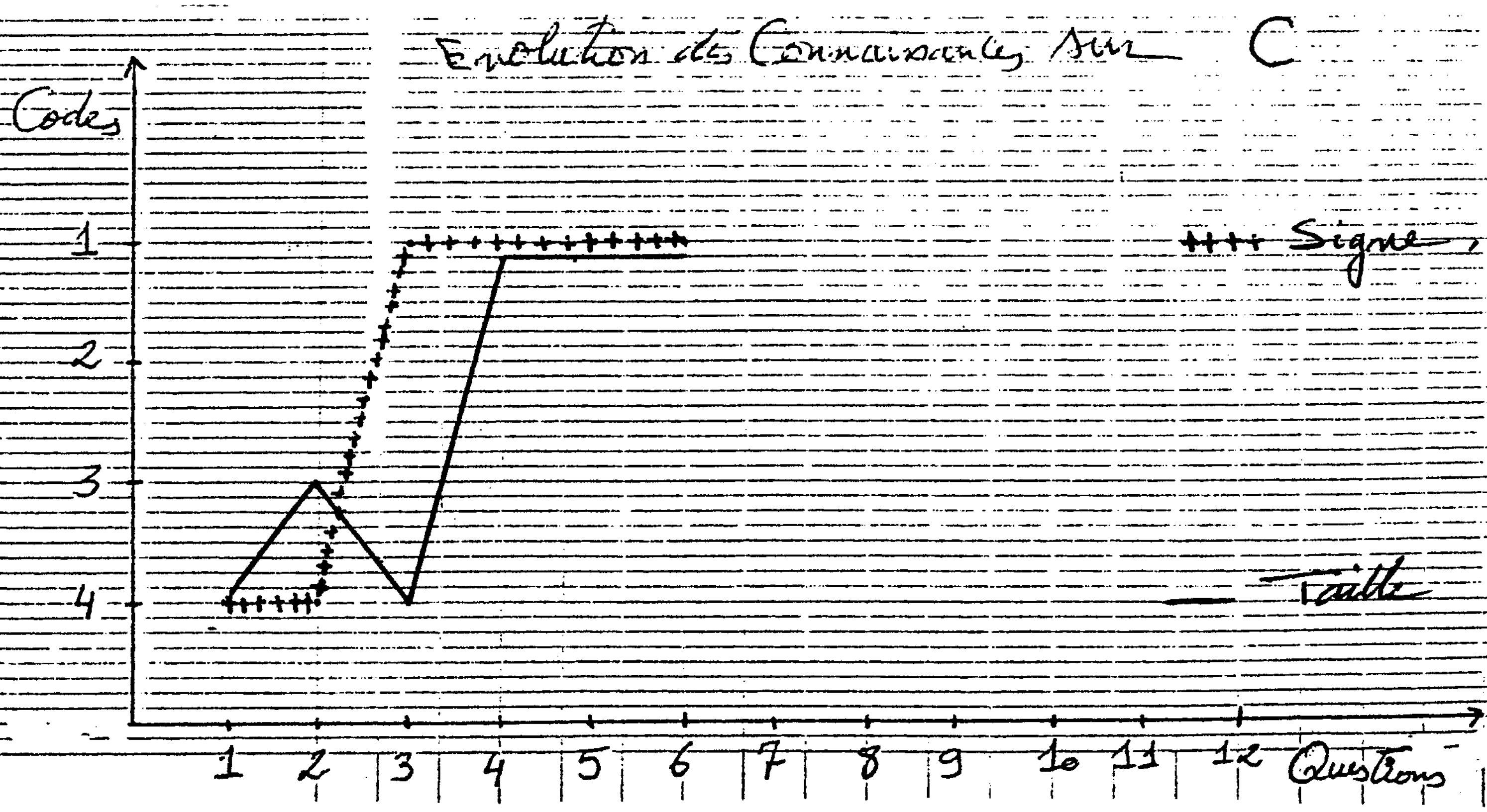
R : -2 1 4
R : -2 -1 4

A signaler aussi la familiarité construite avec la taille de A qui lui permet dans les derniers exercices de procéder directement en mode réponse.

Au pre-test Olivier n'avait manifesté des connaissances que sur le signe de A. Au post -test : il n'a rien manifesté sur B, a manifesté de bonnes connaissances, sur tous les savoirs relatifs à C, sur presque tous les savoirs sur R et S et sur tous les savoirs relatifs à A excepté l'ordre. Ceci est étonnant car l'ordre semble être saisi. Il semble donc qu'il s'agit d'ouvertures estimées plutôt que de perception claire de la relation d'ordre.

Les grahiques suivants montrent l'évolution des connaissances selon l'analyse décrite précédemment.





STRATEGIES

Une analyse à priori du travail de l'élève en séance nous a permis d'identifier certaines stratégies de travail. Ces stratégies ne sont pas nécessairement identifiables à partir des traces laissées par les élèves. C'est pourquoi des stratégies observables ou tactiques, ont été définies à partir des seuls fichiers et soumises à une première analyse.

I)<u>TACTIQUES A UNE OPTION DOMINANTE</u> : C , T et R.

II) <u>TACTIQUES MIXTES CT</u> :

Elles consistent à utiliser l'option Coordonnées tout d'abord puis l'option Tracé, ou l'option Tracé d'abord puis l'option Coordonnées ou l'option Coordonnées et l'option Tracé sur tous les exercices pendant la séance.

III) <u>TACTIQUES DE TRANSITION VERS R</u> :

Nous en distinguons trois types :

CR : consiste à utiliser pour tous les exercices du début de la séance l'option Coordonnées de façon préférentielle et évidemment l'option Réponse, mais pour les exercices de la fin, uniquement l'option Réponse.

TR : consiste à utiliser pour tous les exercices du debut de la séance l'option Tracé de façon préférentielle et évidemment l'option Réponse, mais pour les exercices de la fin, uniquement l'option Réponse.

CTR : consiste à utiliser pour tous les exercices du début de la séance l'option Coordonnées et l'option Tracé, et évidement l'option Réponse, mais pour les exercices de la fin, uniquement l'option Réponse.

Les effectifs de ces tactiques observables sont donnés par le tableau suivant :

Tactique	C	T	CT	R	CR	TR	CTR
Effectif	1	5	2	7	8	2	8

Diverses questions se posent : Existe-t-il des stratégies qui favorisent l'apprentissage ? Est ce que les stratégies de jeu (R dominante), défavorisent l'apprentissage ? Au niveau de la séance, qu'est-ce-qui peut expliquer le progrès pre-test / post-test ? Est-ce-que, par exemple, le nombre de paraboles rencontrées joue un rôle ? Est ce que les changements de forme en cas d'échec répété jouent un rôle moteur ?

Les données sur l'expérimentation portent sur 58 variables binaires qui informent sur le passé scolaire de l'élève, sur la réussite, l'activité et les stratégies ainsi que sur les performances aux tests. Il est presque impossible de traiter manuellement ces données. Un traitement automatique s'impose donc. Trois méthodes d'analyse de données ont été utilisées : l'analyse factorielle de correspondances, la classification implicative (selon R. GRAS), et la classification hiérarchique (selon I.C. LERMAN).

Les premiers résultats de ce traitement semble montrer que :

1) La stratégie CTR s'accompagne d'une grande activité et conduit au plus grand progrès.
2) Résultat à la session et résultat au post-test vont ensemble en général, et dans le cas de P3, il semble que le résultat au post-test puisse être meilleur que celui de la séance.
3) Alors qu'il n y a pas de relation entre la réussite finale sur P3 et le nombre de paraboles rencontrées pendant la session, on trouve une légère implication du nombre grand de paraboles P1 ou P2 rencontrées pendant la session sur le grand progrès à P1 ou P2 et davantage sur le grand progrès global.
4) L'utilisation de stratégies de jeu, n'est pas, semble t-il, un facteur qui défavorise l'apprentissage.

Ces résultats doivent cependant être pris avec précautions, les deux fichiers que nous avons présentés le montrent bien :
La tactique de Michel est TR. Celle d'Olivier est CTR. Les tactiques de Michel et d'Olivier sont donc toutes deux par exemple des tactiques de transition vers R. Mais cette transition n'a pas dans les deux cas la même signification. Chez Michel, la transition vers R traduit un refuge dans le jeu consécutif à des échecs répétés. Chez Olivier la transition vers R manifeste la capacité de répondre quasiment directement en particulier pour la forme P3 du fait de la lecture de R et S et la familiarité acquise avec les ouvertures associées aux petites valeurs de A (de -3 à +3).
On peut donc penser que la même tactique peut être associée à des réalités complètement différentes et que l'analyse automatique des fichiers va poser des problèmes délicats.

CONCLUSION

Cette recherche, bien qu'elle soit limitée à un type précis de logiciel et à un domaine mathématique spécifique, qu'elle ne concerne que de petits effectifs montre que l'outil informatique, bien géré, constitue à certains moments, une aide à l'apprentissage. Les données recueillies suggèrent de plus, dans le cas des relations entre graphique et algébrique, certains éléments de réponse à la question : comment se produit cet apprentissage ? Le nombre de paraboles rencontrées pendant la séance, le transfert des connaissances d'une forme à une autre, notamment de P3 aux autres formes, la rencontre à certains moments de cas particuliers, semblent en particulier, au vu des premières analyses, jouer un rôle dans cet apprentissage. Les résultats permettent aussi d'identifier certains profils d'élèves et suggèrent des hypothèses sur les relations existant entre profil et apprentissage.

Il ne s'agit bien sûr là que d'hypothèses qui demanderaient à être confirmées par une expérimentation à plus grande échelle. De plus, de nombreuses questions se greffent naturellement sur cette recherche et restent ouvertes. Citons à titre d'exemples :

1) La question du réinvestissement des acquis, à l'aide du logiciel, dans des taches papier/crayon simples et traditionnelles, ou pour d'autres types de fonctions.
2) La question de l'effet à long terme, sur les connaissances acquises au cours de la séance informatique ?
3) La question de l'effet de certaines variables du logiciel ou de certains types de gestion de l'environnement informatique fourni par le logiciel.

Diverses recherches peuvent être mises en place pour essayer de répondre à ces questions, par exemple :

a) Comparer l'effet de travail sur des listes d'exercices préparées à celui d'exercices tirés au hasard.
b) Evaluer l'effet du travail sur des fonctions polynômes sur le travail sur de fonctions d'autre type comme par exemple les fonctions trigonométriques.
c) Organiser un travail en groupes, les élèves devant se mettre d'accord avant de proposer une option ou une réponse.
d) Etudier l'effet de différentes tarifications des options.

Enfin au delà de ces questions, se pose celle du prolongement intelligent du logiciel construit à un logiciel qui, analysant en temps réel les états de connaissance, les stratégies des élèves et leur évolution, reliant ces analyses à certains profils types, permettrait un choix intellligent des activités proposés et des messages renvoyés à l'élève.

BIBLIOGRAPHIE

[1] R. Allen, D. Boisnard, I, Giorgiutti, R. Gras, P. Nicolas, L. Trilling : Gestion Informatisée de problèmes et de Démarches Liées à leur Résolution. Université de Rennes I. Actes de la 12ème Conférence internationale de P. M. E. , Wezsprem,

1988.

[2] Dreyfus T. & Eisenberg T. (1987) : On the deep structure of functions. Actes de la 11ème Conférence internationale de P. M. E. , Montréal, Vol. 1, pp. 190-196.

[3] Dreyfus T. & Halevi T. (1988) : QuadFun - a case study of a pupil computer interaction. Actes de la 12ème Conférence internationale de P. M. E. Wezsprem, 1988.

[4] Dubinsky E., Hawks J., Nichols D. (1989) : Development of the process of function by-pre-service teachers in a discrete mathematics course. Actes de la 13 ème Conférence internationale de P. M. E. Paris, Vol. 1, pp. 291-298.

[5] Dugdale S. (1984) : Computers in mathematics education in 1984 Yearbook of the National Council of Teatchers of Mathematics, pp. 82-88, Reston, VA : National Council of Teatchers of Mathematics.

[6] Duval R. (1988) : Graphiques et équations. Annales de Didactiques et de sciences Cognitives, Vol. I, pp 235-253, IREM Strasbourg.

[7] Guzman-Retamal I. (1990) : Le role des représentations dans l'appropriation de la notion de fonction. Thèse de doctorat, IRMA, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 1990.

[8] Yerushalmy M. (1989) : The use of graphs as visual interactive feedback while carrying out algebraic transformations. Actes de la 13ème Conférence internationale de P. M. E. Paris, Vol. 3, pp. 252-260.