MARIANNA BOSCH

GÉRARD NIN

L'institution dans la culture : légitimités et pertinences

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1991, fascicule S6
« Vième école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », , p. 179-183

<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1991___S6_179_0>

THEME 1

Travaux dirigés : *"L'institution dans la culture : légitimités et pertinences"*

par Marianna BOSCH et Gérard NIN

Université autonome de Barcelone
I.R.E.M. d'Aix-Marseille 13009 MARSEILLE

L'objectif de cette séance de travaux dirigés était d'étudier les problèmes relatifs à la **pertinence et à la légitimité épistémologique et culturelle** d'un savoir.

Pour cela nous avons choisi de proposer deux problèmes relevant du champ de problèmes suivant :

> *Identification et analyse, dans un curriculum donné, de situations d'hystérésis épistémologique liées à la forte pertinence culturelle d'un objet O,*

et un problème relevant du champ de problèmes «inverses» :

> *Identification et analyse de situations dans lesquelles le défaut de pertinence culturelle d'un objet O fait obstacle à sa légitimité épistémologique et, par là, à l'émergence d'un rapport institutionnel, $R_I(O)$, clairement défini.*

La séance de travail, volontairement calquée sur un modèle scolaire traditionnel, se déroulait en trois temps. Dans un premier temps des compléments de cours étaient présentés puis, après distribution de documents et d'énoncés de problèmes s'y référant, la recherche des problèmes s'effectuait en groupes de 6 à 8 personnes. Pour terminer la séance de travail, une solution de chaque problème était proposée par les différents groupes puis mise en débat par l'ensemble des groupes, sous la direction des animateurs, pour aboutir à une solution-type dont on trouvera la rédaction dans les lignes qui suivent.

1. COMPLEMENTS DE THEORIE

Les notions qu'il s'agit d'expliciter sont destinées à décrire et, par là-même, à permettre de mieux comprendre, les phénomènes de conservatisme et de renouvellement qui en toute institution didactique, peuvent affecter le curriculum.

Soit I une institution, E_I l'école qui lui est associée et soit S un savoir qui, né dans une institution de production de savoirs P(S), est arrivé par transposition didactique, dans E_I. Etant donné un objet O de S, nous lui associons quatre variables dichotomiques dont les valeurs sont "forte" et "faible". Ces variables sont respectivement appelées la légitimité culturelle, la légitimité épistémologique, la pertinence culturelle et la pertinence épistémologique. Ainsi, il est possible, du point de vue de la théorie didactique (et pas seulement de celui de la syntaxe) de former des phrases telles que : "l'objet O a une forte légitimité culturelle" ou "l'objet O a une faible pertinence épistémologique", etc.

Précisons le sens des phrases ainsi «formables».

Pour qu'un objet O puisse être enseigné dans l'école E_I, il faut qu'il apparaisse légitime aux yeux de l'institution qui, d'une certaine façon, domine toutes les autres, à savoir la société. En d'autres termes, il faut que la société (Σ) émette un verdict de légitimité à propos de l'objet O. Lorsqu'elle le fait sans réserve, nous dirons que O possède une forte **légitimité culturelle**; si, au contraire, le verdict de légitimité n'est le fait que d'une partie de Σ, nous dirons que O ne possède qu'une faible légitimité culturelle. Ainsi l'objet O = "les mathématiques" a aujourd'hui dans la société française une forte légitimité culturelle (l.c.), ce qui n'est pas le cas de l'objet "astrologie". Remarquons au passage que s'il est facile de définir la valeur de la variable l.c. pour un objet aussi visible, pour l'institution Σ, que "les mathématiques", il est beaucoup plus difficile de le faire pour des objets de plus petite taille comme l'objet "intégrale" par exemple. Dans ce dernier cas nous pensons même que définir la valeur de la l.c. n'a guère de sens, puisque Σ ne sait pas vraiment en quoi consiste O. Notre étude ne portant que sur des objets de petites tailles, nous avons décidé d'écarter de notre travail l'examen des valeurs de leur l.c.

Faisons maintenant l'hypothèse que l'objet O appartient à un savoir savant, hypothèse évidemment vérifiée pour les objets mathématiques et pour l'institution Σ. Celle-ci va alors déléguer sa fonction véridictionnelle à l'institution P(S) productrice de O. Le caractère savant de P(S) lui confère une puissance d'investiture admise par Σ. Si P(S) reconnaît l'objet O, l'instituant par là en objet de savoir incontestable, nous dirons que O possède une forte **légitimité épistémologique** (l.e.). Si l'objet O, bien que produit par P(S) au cours du temps, n'a plus cours dans son institution d'origine (où il a pu subir la concurrence d'un savoir plus performant) nous dirons qu'il ne possède qu'une faible légitimité épistémologique.

Le second couple de variables que nous allons définir permet de préciser les liens qui existent entre les différents savoirs présents dans le curriculum de E_I. L'objet O désigne toujours un objet de savoir particulier et S' un savoir distinct de S, entretenant des interrelations avec O dans E_I.

L'objet O a une forte **pertinence épistémologique** (p.e.) s'il apparaît comme fonctionnel, utile dans la manipulation d'autres savoirs S' présents dans I et dans E_I. O a une faible pertinence épistémologique lorsqu'il entretient peu ou pas d'interrelations avec les autres savoirs S'. Il est important de noter que le verdict de p.e. est ici délivré par l'institution I elle-même.

Si nous faisons intervenir, au côté de I, la culture de cette institution, nous dirons que O a une forte **pertinence culturelle** s'il apparaît fonctionnel pour spécifier la culture de cette institution. O est alors un emblème des savoirs manipulés dans I. Si X désigne une personne, la non vacuité de R(X,O) atteste alors, aux yeux de l'institution I, l'assujettissement de X à I.

2. Les enonces

2.1. Premier problème

Les documents suivants sont distribués en début de séance :

- *Document 1* : Texte de H. Lebesgue (non daté, vraisemblablement entre 1900 et 1910) publié dans *L'enseignement Mathématique (1963)*.
- *Document 2* : Manuel de classe de seconde, pp. 19-23.
- *Document 3* : P. Gagnaire (1975), *Revenons à nos vieilles amours : la Trinômite*, Revue de l'A.P.M.E.P. n° 297.

Enoncé du problème :

Soit I = la Société (Σ) et E_I = Enseignement général (E) que l'on considère aux instants t_1, t_2, t_3 où :

t_1 = période à laquelle se réfère le document 1,

t_2 = années 1960 - 1965,

t_3 = à partir de 1975.
O = "le trinôme du second degré".

1. En utilisant le document D1 :
a) Préciser les raisons qui permettent d'affirmer qu'à l'instant t_1 l'objet O avait une forte pertinence épistémologique.
b) Que peut-on dire de la légitimité épistémologique de l'objet O à l'instant t_1 ? (Pour répondre à cette question, on considérera non le contenu de D1 mais son existence même.)

2. On admettra ici qu'à l'instant t_3 l'objet O avait perdu en grande partie sa pertinence épistémologique. En utilisant le document D1, indiquer quelle modification ayant affecté l'écosystème dans lequel se trouvait O, a pu entraîner, à terme, la perte de pertinence épistémologique de O.

3. En s'aidant du document D2, expliciter les raisons pour lesquelles on peut estimer qu'à l'instant t_2, l'objet O possédait une forte pertinence culturelle. On admettra qu'à l'instant t_2, E était dans l'état représenté par le document D2.

4. a) A l'aide du document D2, aurait-on pu prévoir, à moyen terme, la perte de pertinence épistémologique de O ?
b) A l'aide du document D3, production de la noosphère datée de l'instant t_3, montrer qu'en t_3 une telle perte de pertinence épistémologique était réalisée.

2.2. Deuxième problème

Les documents suivants sont distribués :

-Document 1 : C. Huygens (1673), *Horlogium Oscillatorium, pars tertia, in Oeuvres compètes (1888-1950)*,vol. 18 (1934), p.228.
-Document 2 : Miscellanea : Discours noosphériens sur la proportionnalité.

Enoncé du problème :

On considère l'objet O = "proportionalité", I = la Société et E_I = Enseignement général.

On admettra ici que l'objet O a eu, pendant une longue période historique qui s'achève en France au lendemain de la seconde guerre mondiale, tout à la fois une forte légitimité épistémologique et une forte pertinence épistémologique et culturelle (à titre d'exemple on pourra examiner son rôle central dans le travail mathématique en géométrie plane au XVIIIème siècle, à propos d'une démonstration d'Huygens contenue dans le document D1).

1. A l'aide du document D2, montrer que, à l'époque actuelle, O a une forte pertinence culturelle.

2. En vous appuyant ici sur votre propre connaissance de la place de l'objet O dans le corpus mathématique actuellement enseigné au collège, donner, en tant qu'observateur objectif, une estimation (faible/forte) de la pertinence épistémologique de O.
Que pouvez-vous alors prédire en ce qui concerne l'évolution de la place de O dans le corpus mathématique enseigné ?

2.3. Troisième problème

Les documents suivants sont distribués :

- Document 1: R. Bricard (1964), *Le calcul vectoriel*, Collection Armand Colin, pp. 1-6.
- Document 2 : Dimathème classe de seconde, Collection Didier, exercices n° 32, 33 (énoncés et solutions).

- *Document 3* : Solution rédigée de l'exercice n° 33 du document 2.

Enoncé du problème

Soit l'institution I = "la classe de 1ère S". On désigne par E_I est l'école de I, c'est-à-dire l'ensemble des classes qui précèdent la 1ère S dans le cursus scolaire français. Soit enfin l'objet O = "le calcul vectoriel".

1. Que pensez-vous de la valeur de la légitimité épistémologique de O ?

2. En vous aidant du document D1, montrer que, dans le premier tiers du vingtième siècle, O avait une faible légitimité épistémologique.

3. On introduit l'objet O' = "usage des figures en géométrie plane". Que pensez-vous de la pertinence culturelle de O' ?

4. En comparant les styles d'emploi du calcul vectoriel comme outil de résolution de problèmes élémentaires en géométrie plane, respectivement représentés par les documents D2 et D3, montrer que la forte pertinence culturelle de O' limite la pertinence épistémologique de O. Envisager alors un scénario possible d'évolution de la place de O dans le corpus enseigné.

3. CORRIGES PROPOSES

3.1. Premier problème

Question 1. a) L'instant t_1, auquel il est fait allusion dans le texte de H. Lebesgue, correspond à une époque où l'utilisation du calcul des dérivées pour déterminer le sens de variation d'une fonction, n'est pas encore introduite dans les programmes officiels de l'enseignement secondaire. Les recherches de maximum ou de minimum sont alors résolues, dès lors qu'elles concernent des fonctions polynômes du second degré ou des quotients de telles fonctions, par des méthodes qui utilisent les résultats classiques concernant le trinôme (formules de résolution, signe) et cela dans le cas de trinômes dont les coefficients dépendent de paramètres. Le caractère fonctionnel de l'objet O est à cet égard attesté par le document D1 et sa p.e., conformément à la définition donnée, est donc forte à cette époque.
b) Henri Lebesgue figure parmi les grands mathématiciens de son temps. Le seul fait qu'il prenne sa plume pour rappeler l'existence et les mérites de cette utilisation de O, atteste de la forte l.e. de cet objet. Il apparaît comme le parfait représentant de l'institution de création de savoirs savants P(S) à qui la société délègue le pouvoir et la responsabilité de déterminer la valeur de la l.e. des objets créés par P(S).

Question 2. L'introduction du théorème reliant le signe de la dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle à son sens de variation constitue une modification de l'écosystème de O qui a contribué à réduire sa p.e. Dans la période actuelle (t_3), l'investissement de O dans l'étude d'autres objets présents dans E_I semble très limité. (On notera à ce sujet que le problème classique de la recherche d'un rectangle de périmètre donné et d'aire maximale n'est jamais qu'un vestige de la méthode évoquée dans le document D1.)

Question 3. Le document D2 détaille longuement le problème de "la place d'un nombre par rapport aux zéros d'un trinôme" : les trinômes à coefficients dépendant d'un paramètre y sont d'un usage constant ; toutes les propositions établies font l'objet d'une réciproque. Toutefois aucun réinvestissement de ces résultats n'est proposé. A l'instant t_2 les problèmes d'extremums sont étudiés, à ce niveau, à l'aide du calcul des dérivées ; la p.e. de O est donc faible et le maintien de O dans le curriculum enseigné manifeste sa forte p.c. On peut penser qu'à cette époque le trinôme du second degré est un emblème de la culture mathématique de l'enseignement secondaire français.

Question 4. a) La perte de p.e. d'un objet O qui, par définition, traduit une faible fonctionnalité de cet objet, s'accompagne toujours d'une inflation de développements annexes qui tendent à conférer à O une autre pertinence que la p.e. que nous avons définie. Ces développements, auxquels la noosphère apporte souvent une

contribution essentielle, sont les premiers indices de ce que nous avons appelé un phénomène «d'hystéresis culturelle».
b) Le document D3 est rédigé, comme son titre l'indique, dans un style légèrement ironique. Il ne s'agit pas de convaincre les collègues d'utiliser une nouvelle mine d'exercices mais plutôt de se remettre en tête quelques vieilleries que la noosphère imagine pour remédier, un temps, à la perte de p.e. de O. Dans le document D3 il est tout à fait clair que la trinômite a fait son temps.

3. 2. Deuxième problème

Question 1. Dans le document D1 l'objet O n'est pas présenté, par les auteurs des discours, comme un objet offrant un grand intérêt dans le cadre de recherches sur l'enseignement, mais comme un objet important de l'enseignement des mathématiques. Cette importance est associée à son utilité pour la vie quotidienne et pour les autres sciences et, plus encore, au rôle qu'il joue dans l'apprentissage du raisonnement en mathématique. Il est notable que ces discours noosphériens assignent une place prédominante à la proportionnalité pour des raisons qui ne sont en rien liées à sa fonctionnalité dans le champ des autres savoirs mathématiques enseignés dans E_I.

Question 2. La p.e. est faible car O est relativement isolé dans le curriculum; on le trouve évidemment dans les chapitres qui lui sont consacrés (en 6ème et 5ème) mais presque jamais ailleurs. La disparition de O n'entraînerait pas, aujourd'hui, de grands dysfonctionnements épistémologiques. A l'inverse, dans l'enseignement classique, la proportionnalité permettait de s'attaquer à une partie très importante de l'arithmétique et de la géométrie enseignée.
L'objet O n'étant soutenu que par sa forte p.c., un amoindrissement du soutien noosphérien dont il bénéficie pourrait entraîner sa disparition du corpus mathématique enseigné.

3. 3. Troisième problème

Question 1. La légitimité épistémologique du calcul vectoriel est forte aujourd'hui car son utilisation intensive dans le savoir savant atteste qu'il s'agit d'un objet que P(S) reconnaît central.

Question 2. Le texte de R. Bricard, édité pour la première fois en 1929, est un texte militant dans lequel l'auteur cherche à convaincre son lecteur des avantages du calcul vectoriel. Le style de la préface ne laisse subsister aucune ambiguïté : le combat n'est pas encore gagné à cette époque, mais « *Il faut aussi compter sur le temps pour dissiper le sentiment d'artifice qu'éveillent souvent, à la première lecture, certaines démonstrations vectorielles»* .

Question 3. L'usage des figures en géométrie joue depuis fort longtemps, dans la culture courante, le rôle d'emblème de l'activité géométrique. Comme la géométrie occupe une place très importante dans la culture de I, il en découle que l'usage des figures en géométrie y est devenu emblématique, i.e. que la pertinence culturelle de O' est forte.

Question 4. L'attachement de l'institution I à O', dont on trouve la manifestation dans la présence des figures, aussi bien dans les énoncés que dans les solutions (cf. document D2 où il arrive même que la seule figure tienne lieu de solution !), écarte l'utilisation systématique du calcul vectoriel pourtant parfaitement efficace pour résoudre tous les exercices proposés et cela sans figure (cf. document D3). On notera ici que l'efficacité du calcul vectoriel s'appuie sur un théorème central d'algèbre linéaire, à savoir que tout vecteur du plan s'écrit d'une façon unique comme combinaison linéaire de deux vecteurs linéairement indépendants

La concurrence de O' réduit le champ d'application de O et donc sa p.e. Dans un cas limite envisageable l'objet O pourrait ne plus avoir aucune fonctionnalité et sa survie dans le curriculum de E_I ne serait plus assurée. Ce n'est pas la seule évolution possible : O pourrait voir son champ d'utilisation s'étendre à d'autres objets que ceux qui sont en interrelation avec la géométrie élémentaire enseignée dans E_I. Qu'il s'agisse alors d'objets artificiellement introduits dans le corpus, ou d'objets neufs mis en avant par une évolution scientifique et technique (pensez aux mathématiques de l'ordinateur), ils redonneraient à O une fonctionnalité et favoriseraient ainsi l'émergence d'un rapport institutionnel $R_I(O)$ plus précisément défini qu'il ne l'est aujourd'hui.