PIERRICK NICOLAS

Construction et vérification de figures géométriques dans le système

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1988-1989, fascicule 5
« Didactique des mathématiques », , exp. nº 8, p. 1-6
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1988-1989___5_A8_0>

CONSTRUCTION ET VERIFICATION DE FIGURES GEOMETRIQUES DANS LE SYSTEME

Pierrick NICOLAS

Chercheur à l'I.R.I.S.A.

Le projet MENTONIEZH [1] vise à la réalisation d'un système d'Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur (E.I.A.O.) de la géométrie en classe de quatrième. Avant de présenter les objectifs de notre étude et d'en dégager le plan de cet exposé, nous effectuons un rapide historique du projet.

Historique.

Le point de départ de ce système fut le stage réalisé par deux professeurs du secondaire [2] lors d'une année de formation au C.R.E.F.F.I.B. (Centre Régional de Formation de Formateurs en Informatique de Bretagne). L'idée qui guida ces professeurs fut la suivante : les élèves ont des difficultés à résoudre des problèmes de géométrie parce qu'ils ne savent pas par quel "bout les prendre" alors qu'ils s'avèrent capables, en général de comprendre les démonstrations, proposons-leur de faire des démonstrations en chaînage arrière (comme en PROLOG). Une première maquette a été réalisée en micro-prolog , elle permettait essentiellement la vérification de la démonstration en chaînage arrière d'un problème donné avec utilisation d'une base de théorèmes fixée à l'avance. Elle ne comportait aucune interface, ni avec l'élève, ni avec le professeur, car le dialogue s'effectuait directement en micro-prolog.

Pendant l'été 1984, à l'occasion d'un stage effectué par un étudiant [3] et financé par la compagnie BULL, une interface permettant la construction de la figure fut ajoutée . Cependant, cette interface présentait un inconvénient majeur : celui de demander à l'élève de construire les éléments de la figure à l'aide des coordonnées cartésiennes. Or, en début de quatrième, les élèves ne connaissent pas encore le repérage dans le plan.

(1) **Mentoniezh** : signifie géométrie en breton, vient du nom Ment (mesure) et du suffixe Oniezh (science de).

(2) Madame Anne **Le Nestour** professeur à Brest (29), Monsieur René Rouxel professeur à Equeurdreville (50).

(3) Monsieur **Jean-Côme Estienney** étudiant en maîtrise d'informatique à Rennes en 1983-1984.

A la rentrée universitaire 1984-1985, le projet MENTONIEZH a démarré en liaison avec des enseignants de mathématiques. Nous avons travaillé en étroite collaboration avec le GRECO (Groupe de REcherches COordonnées du C.N.R.S.) "Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques", et ponctuellement avec le C.A.T.E.N. (Centre d'Etudes, de Recherches et d'Applications des Technologies Nouvelles pour la Formation et l'Information) et l'I.R.E.M. de Rennes (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) pour définir les objectifs que devait atteindre un système d'aide à la résolution de problèmes de géométrie. Pendant les années universitaires 1984-1985 et 1985-1986, Richard Allen, professeur au Saint-Olaf College (Northfield, Minnesota, U.S.A.) a participé à la définition et à la réalisation d'une première maquette de construction de la figure par l'élève, dans le cadre de ce projet.

Objectifs.

L'objectif principal du projet MENTONIEZH est de fournir aux enseignants de collège un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie. Dans la plupart des systèmes existants, par exemple Anderson [(1)] et Chouraqui [(2)], ce sont surtout la rédaction de la solution et les aides appropriées qui sont étudiées. A notre avis, l'activité de résolution d'un problème de géométrie ne se résume pas à l'énoncé de sa solution. C'est pourquoi nous nous sommes posés les deux questions suivantes : premièrement, quelles sont les différentes phases que l'élève traverse dans l'activité de résolution d'un problème de géométrie ? deuxièmement, quelles sont les difficultés rencontrées par les élèves lors de chaque phase ?

Pour répondre à ces deux questions, nous avons observé des élèves et nous avons constaté qu'ils travaillaient en deux temps. Après la lecture de l'énoncé, ils construisent la figure ; ensuite, ils tentent de répondre à la question posée. Ce découpage opéré par les élèves peut sembler naturel, mais ils l'effectuent comme si les deux parties étaient distinctes (GRECO [(3)]). Les erreurs que ceux-ci effectuent peuvent être regroupées en trois classes :

[(1)] **Anderson** J.R., **Boyle** C.F. et **Yost** G. : The Geometry Tutor, Proceedings of teh ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence, volume 1, Los Angeles, 18-23 août, 1985,1-7.

[(2)] **Chouraqui** E. et Inghilterra C. : Apport de la méthodologie fondée sur les objets pour la conception d'un système d'E.A.O. de la géométrie, Cognitiva, Paris, 1987.

[(3)] **GRECO** Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques, Utilisation de Logiciels dans l'Apprentissage de la Résolution de problèmes, CATEN et I.R.E.M. de Rennes, 1985.

- mauvaise traduction des hypothèses (mélange hypothèses conclusion, hypothèses fausses, superflues ou insuffisantes, ...),

- erreurs d'utilisation des hypothèses et de la figure (généralisation de cas particuliers vus sur le dessin, choix d'hypothèses non pertinentes, ...),

- utilisation incorrecte des théorèmes (instanciation incorrecte des variables d'un théorème, plan de démonstration incohérent, ...).

Nous avons donc divisé le logiciel en trois grandes parties : premièrement construction de la figure correspondant aux hypothèses du problème posé, deuxièmement découverte des propriétés de la figure pertinentes pour la démonstration, et enfin publication de la démonstration. La seconde partie, qui ne figure pas dans le découpage de l'élève, a été mise en oeuvre pour assurer une bonne liaison entre construction de la figure et établissement d'une démonstration.

Nous nous intéressons dans ce travail à la première partie : la construction de la figure. Pour plus de précisions concernant les deux autres parties, on pourra lire [GRECO (1), Giorgiutti et Gras (2), Py (3)]. L'objectif principal de cette étude est de s'assurer que l'élève a bien compris les hypothèses du problème qu'il doit résoudre.

Pour s'assurer que l'élève a bien compris les hypothèses, la géométrie nous offre un moyen simple qui est de demander à l'élève de tracer la figure correspondant à celles-ci. Ceci nous fournit un second objectif dans cette étude qui est de vérifier l'habileté d'un élève à construire sa figure à l'aide des instruments classiques de construction (règle, équerre, compas). C'est d'ailleurs clairement un des buts de l'enseignement de la géométrie en France [Deledicq (4)]. De plus, le professeur demande, bien souvent, que l'élève récapitule, à côté de sa figure, les hypothèses extraites du texte. Nous demanderons donc à l'élève de fournir les hypothèses sous une forme analogue.

(1) GRECO Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques, Utilisation de Logiciels dans l'Apprentissage de la Résolution de problèmes, CATEN et I.R.E.M. de Rennes, 1985.

(2) Giorgiutti I. et Gras R. - Aide logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire, Publications de l'Institut de Recherche de Mathématiques de Rennes, 1988, pp1-14.

(3) Py D. - E.D.A.H.O. : un Système d'Enseignement Assisté par Ordinateur appliqué au domaine de la géométrie, Convention I.A. 88-89 (à paraître).

(4) Deledicq A. - Mathématiques quatrième, Cedic-Nathan, 1983.

Réalisation.

Il faut, dans un premier temps que le professeur fournisse le texte de son exercice. Ce texte est décomposé en deux parties : les hypothèses et la (les) conclusion(s). Ici, seules les hypothèses nous intéressent. Pour cela, nous devons réaliser une interface avec le professeur et lui donner un langage lui permettant de décrire les hypothèses. La question qui se pose est alors : quel langage choisir ? Une possibilité était de fournir une interface en langage naturel comme l'a fait Veronis [(1)]. Cependant l'analyse du langage naturel étant un problème en soi, nous avons cherché un langage plus simple et, de plus, connu par la plupart des enseignants.

Nous nous trouvons face à d'autres problèmes : quel doit être le pouvoir d'expression de ce langage et comment doit-on représenter les faits fournis par le professeur ? C'est un problème classique dans le domaine de la représentation des connaissances. Ici aussi, il existe plusieurs possibilités, notamment pour la représentation : par exemple, il est possible de choisir une représentation centrée objet comme l'a fait Chouraqui. Notre choix s'est plutôt porté sur une représentation logique, dans la mesure où des vérifications automatiques de propriétés sont nécessaires pour nos objectifs. En ce qui concerne le pouvoir d'expression, nous nous sommes limités, dans un premier temps, à une capacité permettant au professeur de donner des exercices du niveau du programme actuel de quatrième.

Ensuite, l'élève voir "paraphraser" les hypothèses de l'énoncé. Nous pourrions lui donner le même langage que celui du professeur, mais dans ce cas, l'élève pourrait recopier, sans chercher à comprendre, le texte fourni par le professeur : d'où la nécessité d'une autre interface et d'un autre langage. Ce langage nous l'avons choisi graphique et logique ; graphique car l'élève trace sa figure sur une tablette graphique, logique pour la même raison que ci-dessus. Nous avons tenté, pour ce langage, d'être aussi proche de la manière utilisée par l'élève quand il construit la figure lors d'un devoir : après avoir lu l'énoncé, l'élève trace la figure, puis il indique en face de celle-ci les hypothèses qu'il a dégagées du texte.

Ce langage doit avoir le même pouvoir d'expression que celui du professeur. Il doit permettre, d'une part de vérifier la maîtrise des instruments de la part de l'élève, d'autre part de fournir les hypothèses qu'il a dégagées du texte. Ce langage doit interdire à l'élève, dans la mesure du possible, de construire une figure irréalisable d'un point de vue géométrique. Mais il ne faut pas que cette

(1) Veronis J. - Vérification de cohérence dans le dialogue homme-machine en langage naturel, Actes du "Colloque Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle", Antibes, 1987, pp143-157.

contrainte transforme l'objectif en : vérifier la capacité de l'élève à construire des éléments de figure en s'assurant toujours de leur existence. Pour cela nous avons réalisé ce langage dans l'optique de fournir à l'élève une interface qui n'exige que la possibilité d'existence d'un objet. Cela permet une meilleure convivialité et cela paraît suffisant pour s'assurer de la bonne compréhension des hypothèses par l'élève.

Exemple : Soit à construire une droite D et un segment $[AB]$ tel que D coupe $[AB]$. Nous autorisons l'élève à construire successivement $[AB]$, puis D et enfin leur point d'intersection. Une construction rigoureuse assurant l'existence du point d'intersection de D et de $[AB]$ voudrait que l'on exige la construction du segment, puis celle d'un point appartenant à $[AB]$ et enfin celle de la droite passant par ce point. C'est au système de vérifier qu'il n'y a pas de contradiction à ce niveau.

Avant d'effectuer la comparaison des deux représentations des hypothèses d'un problème de géométrie, celle du professeur et celle de l'élève, il est important de s'assurer de leur cohérence du point de vue géométrique. La cohérence de la figure de l'élève doit être vérifiée bien que le langage choisi élimine la majeure partie des cas d'incohérence.

Exemple : L'élève peut tracer deux droites distinctes, parallèles et qui ont un point d'intersection. Ceci est réalisable dans la mesure où les deux droites sont suffisamment proches l'une de l'autre, alors, le point considéré pourra, à une tolérance graphique près, appartenir à ces deux droites.

Pour le professeur, comme nous n'avons pas de vérification graphique, il est indispensable de vérifier cette cohérence.

Exemple : Le professeur peut spécifier qu'une droite est, à la fois parallèle et perpendiculaire à une même droite.

Nous proposons deux mécanismes de traduction, l'un pour la figure de l'élève, l'autre pour la spécification du professeur. Le problème que nous avons à examiner ici est de trouver un langage "cible" qui permette de faciliter la comparaison des deux représentations.

Enfin, nous devons comparer les deux représentations des hypothèses, celle de l'élève et celle du professeur. Cette comparaison ne se résume pas à une stricte équivalence. En effet, nous laissons à l'élève la possibilité de tracer des objets supplémentaires, ceci, pour lui permettre de découvrir d'éventuelles propriétés de la figure. Cette comparaison est réalisée dans une théorie que je présente dans ma thèse [1]. Elle doit permettre de vérifier deux propriétés que l'on attend d'une figure correcte par rapport à une spécification donnée :

- la figure contient toutes les hypothèses du texte,
- elle ne représente pas un cas particulier de l'énoncé fourni.

Exemple : Le professeur demande à l'élève de construire un triangle isocèle.

- Si l'élève construit un triangle sans préciser qu'il possède deux côtés de même longueur, alors la figure ne contient pas toutes les hypothèses du texte.
- Si, par contre, il construit un triangle auquel il donne la propriété d'être isocèle et rectangle, alors la figure de l'élève est un cas particulier de l'énoncé.

J'ai présenté dans ma thèse les spécifications d'un logiciel auxquelles nous ont amenés une succession antérieure d'essais et de réalisations. Chronologiquement, nous avons suivi de nombreuses voies qui bien souvent ne nous ont pas entièrement satisfaits. A chaque étape nous avons réalisé des maquettes correspondant aux spécifications que nous nous étions données à ce moment-là. Ces spécifications sont le résultat de différentes propositions et réalisations auxquelles j'ai participé. Le point de départ en a été la maquette de Jean-Côme Estienney, déjà citée. Ensuite, lors de réunions avec les membres de l'I.R.E.M. de Rennes et du GRECO Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques, nous avons précisé les fonctionnalités générales de MENTONIEZH. Nous avons donc réalisé une maquette de la "machine à dessin" correspondant à l'interface de l'élève pour la construction de figure. Yves Moinard y a adjoint une carte de reconnaissance vocale afin de rendre plus conviviale cette interface [Moinard [2]]. Puis j'ai proposé à des étudiants de réaliser un logiciel d'animation de la figure, correspondant à la phase de découverte de propriétés pertinentes pur la démonstration. Pour finir, j'ai travaillé avec François Roudier [Roudier [3]] à la mise en eouvre des traductions et de la vérification de la cohérence de la figure de l'élève et de la spécification du professeur.

(1) **Nicolas** P. - Construction et vérification de figures géométriques dans le système MENTONIEZH, thèse de l'Université de Rennes 1, 1989.
(2) **Moinard** Y. - Intégration d'une carte de reconnaissance vocale à un système d'aide à l'enseignement de la géométrie élémentaire, Rapport de D.E.A., Rennes, 1985.
(3) **Roudier** F. - Etude d'une interface dans un système d'E.I.A.O. : Traduction et cohérence de la spécification d'une figure géométrique, Rapport de stage de D.E.A., Rennes, 1988.