PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

ITALO GIORGIUTTI
RÉGIS GRAS

Aide logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1987-1988, fascicule 5 « Didactique des mathématiques », , p. 1-15
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1987-1988___5_A1_0>

"Aide logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire" (1)

Exposé présenté le 23 septembre 12987

par

Italo GIORGIUTTI et Régis GRAS

(Université de Rennes I)

INTRODUCTION.

Tous les enseignants des classes de 4ème et 3ème, mais également de la classe de 2ème, s'accordent à reconnaître les difficultés rencontrées par les élèves placés en situation de résolution de problèmes de géométrie conduisant à une démonstration. Difficultés qui s'expriment en termes d'incompétence à <u>comprendre le sens même de la preuve logique, à trouvers des arguments, à les formuler, à les articuler rationnellement</u>. Or, des obstacles à ces niveaux d'apprentissage des mathématiques sont souvent rédhibitoires pour des élèves qui, de ce fait, se détourneront plus ou moins définitivement de la discipline.

Rendus conscients de ce problème, décidés à essayer, modestement certes, d'y apporter remède, nous avons mis en place (2) en 1984 une réfexion et une observation dans des classes de 4ème afin de tenter de mieux cerner les circonstances dans lesquelles apparaissent les obstacles et la nature de ceux-ci. Cette observation et une ébauche de logiciel conçue par **I. GIORGIUTTI** avec des stagiaires du C.R.E.F.F.I.B. en 1983, sont à l'origine d'un travail poursuivi à l'I.R.E.M. jusqu'en 1986 et dans un groupe rennais du GRECO "Didactique et acquisition des connaissances scientifiques" (3).

(1) Cet article est paru dans Petit *x*. Grenoble n° 17 (mai 1988).

(2) à l'I.R.E.M. et dans l'U.E.R. de Mathématiques de Rennes I dans le cadre du GRECO de "Didactique et acquisition des connaissances scientifiques".

(3) constitué en 87-88 de : D. **BOISNARD** et M.D. **FONTAINE** (Collège), A. **LARHER** et A. **SIMON** (Lycée), A. **NICOLAS** (L.E.P.), I. **GIORGIUTTI**, R. **GRAS**, P. **NICOLAS** et D. **PY** (Université).

I - PROBLEMATIQUE DEGAGEE DES DIFFERENTES EXPERIENCES.

1.1. A propos d'expériences...

En janvier 1985, dans 3 classes de $4^{ème}$ du Collège de Liffré (35) est présenté le problème suivant :

ABCD est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en 0.

d_1 *est la parallèle à (AC) passant par B ;*

d_2 *est la parallèle à (AC) passant par D ;*

d_3 *est la parallèle à (DB) passant par A ;*

d_4 *est la parallèle à (DB) passant par C.*

Les points I, J, K, L sont tels que :

$d_1 \cap d_3 = \{1\}$

$d_1 \cap d_4 = \{J\}$

$d_2 \cap d_3 = \{L\}$

$d_2 \cap d_4 = \{K\}$.

1) *Construisez soigneusement la figure.*
2) *Nommez des parallélogrammes observés sur cette figure.*
3) *Trouvez d'autres propriétés de cette figure et écrivez–les.*
4) *Les propriétés que vous avez trouvées sont–elles valables sur toutes les figures de vc groupe ?*
5) *Si une des vos propriétés est contestée, comment convaincre vos contradicteurs ?*
6) *Comment, en conséquence, améliorer la précision du tracé de la figure ?*

L'activité de résolution de problème, proposée aux élèves travaillant en groupe, est observée par 8 enseignants. (1) Aucune consigne d'observation précise n'est donnée à ces enseignants. Il s'agit simplement pour nous d'obtenir quelques éléments de réponse aux questions :

1°) Comment est perçu un problème de géométrie par un élève de 4ème ?

2°) Comment s'y engage-t-il ? Quelles sont ses réserves ?

3°) Comment est utilisée la figure ? Permet-elle d'anticiper ?

4°) Quel sens l'élève donne-t-il à la démonstration ? Quand y a-t-il blocage ?

5°) Quel rôle jouent les conflits socio-cognitifs ?

D'autres observations, avec ou sans logiciel, en 4ème, 3ème et même 2ème, ont été effectuées, dont la dernière en juin 87 au Collège des Gayeulles à Rennes. Nous en reparlerons plus loin. Confirmant la première, elles ont permis de préciser certaines régularités, points d'ancrage des principaux obstacles dans des situations comparables, et d'intégrer progressivement leur incidence sur le contenu et la structure du logiciel initial.

1.2. La problématique telle qu'elle nous apparaît...

a) La figure en géométrie semble être pour l'élève la traduction objective (donc unique) de l'énoncé. Celui-ci étant presque toujours l'oeuvre (fermée) du maître, la figure conservée à distance par l'élève ne lui appartient pas : ainsi, il résistera aux traçages supplémentaires non indiqués dans le texte. Faute d'être un lieu d'activité sur elle, l'élève ne la fera pas participer à la construction de son savoir.

b) En fait, la figure est perçue et lue subjectivement et, de toute façon, différemment du maître. Aussi, les sens respectifs de "propriétés spécifiques d'une situation" et de "théorèmes " ou "propriétés générales" sont mal distingués. En particulier, ce qui est contingent ou ce qui est pertinent et invariant reste confus. Par suite, ce n'est pas le regard porté sur la figure qui règlera le problème, comme nous l'a confirmé une expérience de construction géométrique où l'exhibition, patente pour nous, d'une relation entre segments n'était pas perçue. Un fait n'est pas un trait (c'est-à-dire un signe). Les enseignants doivent se souvenir que, pour un élève, un carré n'est pas vu comme un parallélogramme particulier, mais comme un être géométrique autonome.

(1) d'un groupe de recherche I.R.E.M. - I.R.M.A.R. - I.R.I.S.A. - I.N.S.A..

D'ailleurs, les rapports de conformité logique entre signifiés et signifiants [c'est-à-dire un des codes représentant un signifié] restent très longtemps ambigus. Cette ambiguïté se présente bien souvent comme un obstacle didactique : tantôt, en effet, la "lecture" d'une figure ou d'un graphique fait foi de preuve (en particulier dans le contre-exemple), tantôt elle reste suspecte et à contrôler par d'autres voies.

c) Le degré de certitude d'une conjecture est moteur dans la production de preuve : trop élevé, il annihile la nécessité de prouver (la preuve est dérisoire), trop faible, il implique un coût de risque d'erreur trop important. La démonstration canonique paraît donc plus l'affaire de convention d'un contrat entre maître et élèves. En effet, les types de preuves que l'enfant emploie volontiers ont des caractères multiformes, non nécessairement intellectuels. D'ailleurs l'élève (comme l'adulte), non convaincu par sa perception et son intuition, résiste à la conviction que cherche à donner une démonstration, toute rigoureuse qu'elle soit.

d) La confusion fréquente hypothèse-conclusion paraît autant de nature linguistique (comprendre les expressions : "si...alors", "car", "puisque") que logique. De plus, la surabondance et l'inadéquation des hypothèses à la preuve visée prouvent que leur statut évolutif en fonction de l'état d'avancement du problème est bien souvent incompris : une hypothèse est fréquemment la conclusion d'une question précédente. Une enquête, menée sur 3 classes de 4ème en 1984, nous avait montré que l'ensemble des élèves ayant parfaitement identifié les hypothèses relatives à une conclusion visée déroulaient une démonstration correcte ou manifestaient une compréhension rationnelle, donc non équivoque (implication vraie à 98,5 %).

e) Le contrat didactique, noué implicitement de façon ténue et transactionnelle entre le maître et l'élève, demeure un point crucial dans les problèmes avec preuve. Ceci signifie que le plus souvent, comme cela transparaît ci-dessus, l'élève ne comprend pas le sens de ce qu'on lui demande de faire et quel mode de réponse il peut ou doit fournir. C'est, en particulier, le cas des élèves de 4ème qui, encore actuellement, découvrent relativement aux objets géométriques un statut différent de celui jusqu'alors admis ; d'une géométrie "descriptive", cadre de mesure et de traçage, ils passent à une géométrie déductive. A propos de celle-ci sont développés alors des discours obéissant à des normes non explicites. On aboutit ainsi quelquefois à des décalques incohérents des démonstrations du maître, dont l'élève n'a compris ni le rôle ni la syntaxe. Démuni du sens, il accepte de faire ce qu'il croit bien de faire pour satisfaire le maître.

Sur le versant enseignant, l'enseignement de la démonstration est d'une autre nature que celle d'objets culturels et de savoir-faire bien identifiés. On remarque alors que la topogenèse (le savoir est en des lieux différents) opposant maître et élève gère le contrat relatif à ces problèmes. Le maître est celui qui chez l'élève, contre lui souvent :

. sait autrement, désigne les bons objets et les bonnes formes de savoir ("Regardez comment je fais, puis faites comme moi..."),

. juge la validité d'une argumentation, module, accepte ou réfute à ce titre les arguments avancés en fonction d'implicites, de degré d'exigence qu'il contrôle seul. L'élève peut même présenter une démonstration rigoureuse mais celle-ci sera critiquée, voire refusée par le maître en raison de son absence de clarté ou de son inélégance selon des critères indéfinissables,

. procède par conditions suffisantes dans l'exposé de la recherche de solution (démarche rétroactive) et demande aux élèves une présentation déductive (démarche proactive).

En résumé, les problèmes géométriques avec preuve recèlent un complexe de comportements variés non spécifiques de la géométrie elle-même :

. de type social : convaincre, prouver, argumenter ;

. de type psychologique : se convaincre, équilibrer ses propres conflits ;

. de type cognitif : acquérir des connaissances plus ou moins évidentes au sujet d'objets géométriques et de méthodes d'exposition.

II - NOS HYPOTHESES SUR LE ROLE DE L'ORDINATEUR ET LES OBJECTIFS ASSOCIES..

Afin de dégager, à partir des observations et des pratiques des enseignants, des éléments pour élaborer un logiciel d'aide, nous retenons quelques hypothèses et cherchons à contrôler quelques variables didactiques. Nous convenons d'agir sur deux plans, à travers une véritable activité de résolution de problèmes (de nature affine) classiquement proposés aux élèves de $4^{ème}$ ou de $3^{ème}$:

* le premier de type heuristique, pour permettre à l'élève de s'approprier la situation, d'émettre des conjectures et d'établir un schéma de résolution en sous-problèmes ou tout au moins en étapes rationnellement articulées. Ceci ne signifie pas que la méthode en résultant soit apparentée aux techniques de type"problem solving" ou à l'apprentissage d'algorithmes vers lesquels se précipitent trop volontiers les élèves en difficulté ;

* le second de type socio-didactique pour parvenir à donner un sens à la démonstration en établissant entre l'élève et l'ordinateur un contrat d'énonciation de but à atteindre et de moyens logico-linguistiques pour y parvenir. Nous accentuerons le caractère conflictuel qui accompagne le respect d'un contrat, en plaçant le plus souvent 2 élèves face au même problème et au même logiciel, en espérant voir ainsi dépassée l'activité de démonstration seulement réduite à une argumentation de nature sémantique.

2.1. A propos de la construction de la figure et de son exploration.

La construction de la figure étant comprise comme une tâche en soi et la figure elle-même comme un objet étranger à la recherche et à l'articulation d'un discours rationnel, nous forçons, à chaque fois que cela est nécessaire, l'élève à émettre des conjectures au sujet de la situation, par un travail actif sur la figure. On formule donc l'hypothèse que l'émission de conjectures devrait favoriser l'utilisation d'une démarche rétroactive, puisque, dans ce cas, il y a lieu de remonter d'un but désigné à des données acquises.

Un dispositif informatique (tablette graphique + I.B.M.-P.C.) conçu par P. **NICOLAS** à l'I.R.I.S.A. doit permettre à brève échéance :

. tout d'abord, un contrôle de la logique de construction de la figure par l'élève, par confrontation avec une traduction de l'énoncé compatible avec la théorie du plan et les données de la situation-problème ;

. ensuite, des ruptures d'hypothèses et des animations géométriques locales pour accéder aux invariants de la situation-problème initiale.

Ici, les variables didactiques, c'est-à-dire celles contrôlées par le maître et ayant un effet sur les procédures des élèves, seront constituées des choix dont le maître peut disposer grâce à l'outil informatique : faire réaliser la figure sur papier ou sur écran, modifier telle hypothèse, animer telle droite, etc. Nous en rencontrerons d'autres dans 3.2.

Une activité d'exploration de la figure à travers des questions génératrices de conjectures permet à l'élève de ne pas "sécher" sur un texte et de s'approprier par ses réponses une certaine représentation des relations entre les éléments géométriques de la situation.

2.2. A propos de la démonstration.

Tout en visant une fonction d'aide, de "coup de pouce", le logiciel n'offrira pas la solution du problème, mais plutôt :

. tendra vers une dévolution du problème à l'élève en lui faisant établir un contrat explicite avec la machine, contrat qui devrait donner du sens à la construction de la démonstration et qu'il lui faudra honorer en respectant les règles logiques admises ; ce contrat permet une dépersonnalition de la relation didactique de l'élève au problème ;

. activera l'enjeu de la démonstration par des résistances du logiciel à toute transgression, à tout sophisme, mais également par une nature de problème dont la réponse n'est ni évidente, ni triviale, ni invraisemblable (variable didactique importante). On se convaincra qu'un enjeu nul peut être associé à une démonstration sophistiquée en examinant la preuve de programme fournie par les informaticiens sur l'algorithme de la multiplication ;

. mettra en dialectique les 2 démarches rétroactive et proactive afin d'éviter les blocages à l'entrée d'une chaîne déductive et la perte de signification du problème.

Nous allons voir plus loin l'opérationnalisation de ces objectifs. D'ores et déjà, nous pensons que l'ordinateur est un outil privilégié pour accepter, dans une situation de classe ordinaire, les démarches et les rythmes de chacun. Il nous paraît également medium incomparable pour révéler et analyser les processus, les résistances et les obstacles de chacun. En cela, il devrait être un allié du maître, non seulement au cours de certains apprentissages, mais aussi de l'évaluation.

III. REALISATION. EXPERIMENTATION. EVALUATION.

3.1. Structure et emploi du logiciel.

Voyons la structure générale du logiciel tel qu'il se présente à l'heure actuelle. Il est composé de plusieurs modules permettant au praticien d'introduire sa propre repersonnalisation au niveau des consignes, de l'énoncé, des questions successives, des contenus des fichiers, etc.

1°) Module consignes-énoncé. (cf. annexe 1)

Les consignes indiquent en menu les règles de circulation dans les autres modules. L'énoncé est textuel. On invite l'élève à le traduire en une figure tracée sur une feuille de papier.

2°) Module "exploration de la figure". (cf. annexe 2)

Il est constitué d'une suite de questions, plus ou moins ordonnées en une remontée par propriétés suffisantes à partir de l'objectif terminal. Les réponses des élèves comportent deux volets :

. une conjecture dégagée de l'exploration ;

. une déclaration de capacité à apporter sa preuve.

3°) Module "démonstration". (cf. annexes 3 et 3 bis)

L'élève annonce ce qu'il veut prouver, désigne le ou les théorèmes adéquats et leurs spécifications parmi les données (ou hypothèses) du problème dans son état. Pour cela, il dispose d'un fichier informatique de théorèmes propre au champ conceptuel considéré, d'un fichier de moules de spécifications du type : "Le point ... est milieu du segment ..." ou "les droites ... et ... sont parallèles".

Le logiciel le laisse libre de ses stratégies, mais le renvoie en cas d'échec à une nouvelle démonstration ou à une nouvelle exploration de la figure. Au cours de sa démonstration à un pas [1], l'élève peut consulter un fichier éphémère qui lui donne à tout moment l'état d'avancement de ce pas. (cf. annexe 4)

4°) Module "bilan" (ou fichier "contrat"). (cf. annexe 5)

On y enregistre et met à jour les conjectures, les engagements à preuve et les propriétés démontrées. Il est donc personnel à un élève ou un groupe d'élèves.

5°) Module "remise à zéro".

Il permet de vider le bilan pour aborder un nouveau problème ou pour revenir sur le problème initial avec un nouveau contrat ou encore pour transmettre le même problème à un nouvel élève. Bien entendu, tous les fichiers sont consultables par le chercheur à des fins d'analyse.

3.2. Variables didactiques.

Des variables, affirme Guy **BROUSSEAU**, sont didactiques lorsqu'elles provoquent un changement qualitatif des procédures et de la stratégie de l'élève. Leur pertinence permet d'expliquer des résultats et leur commande de les contrôler et agir sur eux. Parmi les variables suivantes que nous contrôlons dans le logiciel certaines sont manifestement didactiques. Mais pour celles-ci et les autres, il resterait à vérifier qu'elles agissent effectivement en tant que tel :

. concepts mobilisés et relation entre eux dans un problème déterminé (6 problèmes actuellement disponibles ; nous donnons un texte en exemple dans l'annexe 1) ;

. consigne ou non de construction de la figure associée (oui ici) ;

. nombre, nature, ordonnancement des sous-problèmes constituant l'ensemble ;

. degré de confiance quant au but final et aux sous-buts ;

. nombre de pas de démonstration accepté (un ici) et règles d'inférence acceptées (pas de démonstration par l'absurde) ;

[1] Un pas permet d'atteindre un sous-but du problème à l'aide d'hypothèses le concernant et, en général d'un seul théorème. C'est un "atome" de la démonstration. Dans le problème n° 3, cité en annexe 1, un pas correspond à l'exemple donné dans l'état de la démonstration de l'annexe 4.

. engagement ou non à formuler des conjectures, à déclarer sa capacité à démontrer, ses buts de démonstration (oui ici) ;. consultation ou non (oui ici) et structure du module bilan ;

. accès ou non à la "remise à zéro" (oui ici) ;

. nombre, nature et formulation des théorèmes du fichier-outil (10 ici) ;

. accès ou non à ce fichier (oui ici).

3.3. Expérimentation.

a) Méthodologie.

Tout au long de leur élaboration, les différentes versions du logiciel ont été testées, selon une méthodologie, plus ou moins pragmatique, qui est actuellement la suivante :

. 2 à 4 postes de travail sur configuration Macintosh, où les élèves fonctionnent en binômes librement constitués et sans tâche individualisée ;

. 1 à 3 observateurs parmi les enseignants-chercheurs et par poste de travail ;

. une spécification des tâches d'observation décrivant :

. les points particulièrement sensibles à observer

. la répartition du travail en 3 familles de tâches : la chronique des étapes suivies par chaque binôme, les interrelations dans le binôme (paroles échangées, incidence sur les actions) et les traces écrites sur le papier ou sur l'écran ;

. une rédaction individuelle du problème après-coup et chez soi ;

. un court rapport de chaque observateur ;

. une évaluation synthétique de l'expérience.

b) Différentes versions ont donc été expérimentées dans l'U.E.R. de mathématiques et informatique (classe de $4^{ème}$), au lycée Villejean (en $2^{ème}$) et au collège des Gayeulles (en $4^{ème}$). Nous présentons ici une synthèse des observations de cette dernière expérience.

* Celle-ci se déroule à la fin de l'année scolaire 86-87 (5 juin) avec 8 élèves de la $4^{ème}$ de D. **BOISNARD**. Les 4 binômes volontaires ne sont pas constitués, en général, d'élèves brillants ou même "bons" en mathématiques. Certains peuvent même être considérés "en délicatesse" avec le raisonnement en géométrie.

* La prise en main efficace du logiciel présuppose la compréhension et l'adoption d'un nouveau contrat didactique, s'opposant quelquefois à celui communément admis dans la classe. Par exemple, l'exploration de la figure peut être ressentie, de prime abord, comme lente, dérisoire et non valide, car s'y mêlent l'aspect conjecturel (fruit d'une observation) et l'aspect déductif ("a-t-on le droit de déclarer sans prouver ?"). Cette équivoque disparaît dès le début du module "démonstration".

De même, la contrainte de la démonstration à un pas n'est pas aisément comprise et admise : l'intuition d'un schéma déductif la contredit la plupart du temps. Cependant, les observateurs notent, qu'au cours de la démonstration, cette contrainte a des effets bénéfiques :

- elle permet la construction rigoureuse de la preuve ;
- elle se réinvestit par la suite ;
- mais surtout, elle diminue la charge d'implicite qui, d'habitude, brouille le contrat d'exposition de la preuve.

* Le module "bilan" apparaît d'un grand intérêt :

- d'une part, il permet d'établir un contrat explicite qui s'harmonise avec la finalité sociale des preuves : accord non tacite mais rationalisé entre 2 interlocuteurs (ici l'un est réel, l'autre est fictif, ce dernier rôle étant tenu par le micro-ordinateur) ;

- d'autre part, il met à jour constamment l'état d'avancement de la résolution du problème : le changement de statut entre la propriété conjecturée et la propriété démontrée y est net.

De façon plus générale, la communication établie avec le logiciel, sans concession au plan de la rigueur à la fois sur la forme et sur le fond, et l'interaction à l'intérieur du binôme clarifient le contrat qui gère, le plus souvent de façon implicite, les problèmes de démonstration géométrique.

* Le retour au fichier 'théorèmes" signifie clairement le rôle d'outil externe - mais à l'intérieur d'une théorie - que jouent ceux-ci. En fait, ce fichier préfigure et simule une mémoire collective de faits institutionnalisés, dans laquelle on peut puiser de droit.
(cf. la métaphore que nous avons mise en image dans le film "Reflets et taches" produit à l'I.R.E.M. de Rennes).

* La prise de conscience de la dissymétrie entre hypothèse et conclusion est renforcée à l'occasion :

- de réception de message du type "telle propriété n'est pas une hypothèse ou n'a pas été démontrée" ;
- d'échec de la décision du binôme à démontrer, dans la foulée, 2 pas de preuve où l'hypothèse du 2ème pas joue le rôle de conclusion du précédent.

* Soulignons, à ce sujet, l'importance reconnue par les élèves, de la sanction immédiate de l'erreur au cours du processus de preuve, bien supérieure à la sanction décalée qui se pratique en général dans l'enseignement (corrigé du devoir sur la copie ou au tableau). Cet intérêt est manifesté à travers les rédactions après-coup que fournissent les 8 élèves en question. Rédactions dont la qualité, surprenante aux yeux du professeur par rapport aux productions habituelles, témoigne de l'effet positif du guidage dans l'exploration de la figure, de la distinction appuyée entre propriétés données et propriétés déduites et de la clarification du contrat.

* Enfin, les conditions de travail en binôme semblent avoir favorisé :

- une compréhension plus vive du contrat de communication avec le micro-ordinateur, comme nous l'avons déjà souligné ;

- mais aussi un développement de l'esprit critique du partenaire qui, s'interposant, anticipait quelquefois la censure qu'allait opposer le logiciel.

* Cependant, des restrictions restent à souligner :

- l'activité, certes positive, est très coûteuse en temps ;
- peut-on espérer que l'effet soit durable et, en particulier, réinvesti à long terme dans les épreuves classiques papier-crayon ?

IV - PROLONGEMENTS. PERSPECTIVES.

L'évaluation du logiciel, encore en évolution, souligne, entre autres, deux difficultés auxquelles nous voulons porter attention.

4.1. Tout d'abord, nous constatons une fois de plus que les élèves butent sur <u>l'obstacle de l'identification précise</u> (pertinence, minimalité,...) de la ou des hypothèses associées à une assertion restant à prouver. S'il est difficile, sinon illusoire avons-nous dit, de s'attaquer au "problem solving" centré sur l'heuristique, du moins peut-on attendre d'un apprentissage progressif, dès la classe de 5 ème, voire de 6 ème, qu'il permette aux élèves de mieux savoir faire un choix et un ordonnancement pertinents, parmi une liste explicite d'assertions et de théorèmes, de triplets dont les termes seraient [(1)] :

. hypothèse

. théorème de la forme : si p alors q

. conclusion.

Un de ces termes serait manquant dans le triplet, mais présent dans la liste sous une forme à instancier peut-être différemment. Cette liste se rapporterait ou non, au même problème.

C'est l'apprentissage auquel notre groupe GRECO 86-87 et 87-88 s'est intéressé avec la même méthodologie : travaux papier et travaux sur logiciel. A. **SIMON** et A. **NICOLAS**, pour ce faire, élaborent le logiciel suivant :

. <u>une liste</u> de faits et de théorèmes étant donnée, un <u>tableau 3 colonnes</u> (hypothèse - théorème - conclusion) reste à compléter de façon correcte ; toute case blanche d'une ligne doit être munie d'un ou plusieurs éléments de la forme a, b, $a \wedge b$, $a \vee b$, ... figurant dans la liste de faits donnée ;

. <u>un bilan</u> par élève permet à l'enseignant de comptabiliser certaines procédures identifiées ainsi : hypothèses inadaptées, incomplètes, surabondantes, inversion hypothèses - conclusions, etc.

[(1)] Cette idée nous a été donnée par Annie **LARHER**.

Nous attendons de 87-88 des résultats expérimentaux, dont une analyse plus fine des productions d'élèves et, en particulier, des procédures et des représentations engagées.

4.2. Nous nous intéressons également à une seconde direction. Le logiciel d'aide, avons-nous vu, impose à l'élève certaines formes rédigées de preuves dans lesquelles il n'y a pratiquement aucune production textuelle de sa part. Il est donc à craindre que l'effet de l'aide reste limité : l'élève livré ensuite à lui-même ne saura pas formuler les termes de sa démonstration. De plus, toute production spontanée écrite révèle une représentation spécifique et un langage naturel que le maître doit prendre en compte et que la didactique doit connaître.

Nous travaillerons donc en 88-89 à ouvrir plus largement la participation écrite de l'élève en nous donnant le moyen d'analyser, outre la cohérence logique de la preuve, l'expression de celle-ci. Il nous faudra pour cela identifier les familles de synonymes de chaque terme de la démonstration canonique et, dans la mesure du possible, les intégrer à l'analyseur de la démarche utilisée. A cette intention, un langage-auteur d'André **SIMON** est en cours d'élaboration.

Ainsi notre programme d'activités de recherche à venir se composera à la fois de réflexion didactique, de construction d'outils, d'expérimentation et d'évaluation de ceux-ci par rapport aux hypothèses émises y compris celles de la nature didactique des variables énoncées. Les résultats déjà obtenus nous encouragent à poursuivre des recherches dans la voie d'une intégration, rationnellement adaptée, de l'informatique à l'enseignement. Ces résultats nous confortent dans l'idée qu'un logiciel d'enseignement est l'affaire d'une équipe non seulement d'informaticiens mais aussi de didacticiens et praticiens.

BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF N. (1982) : Preuve et démonstration en mathématiques au Collège, Recherches en Didactique des Mathématiques, 3.3, 261-304.

BALACHEFF N. (1985) : Processus de preuves et situations de validation, Rapport n° 538 du Laboratoire Structures Discrètes et Didactique de Grenoble I.

CHEVALLARD Y. (1985) : Pour introduire à l'ingéniérie didactique à composante informatique, Rapport sur l'Université n° 20 de Luminy.

GRAS R., **BOISNARD** D., **ALLEN** R., **NICOLAS** P., **TRILLING** L. (1987) : Gestion informatisée de problèmes et de démarches liées à leur résolution, La Nouvelle Encyclopédie Fondation Diderot (à paraître).

GRAS R. (1988) : Une situation de construction géométrique avec assistance logicielle. Recherches en Didactique des Mathématiques (à paraître).

GRECO Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques, Informatique et ingéniérie didactique, Rapport d'activités 1984-85 du sous-thème 2 du thème 3, des I.R.E.M. de Paris-Sud et Rennes, du C.A.T.E.N., de l'I.N.S.A., de l'I.R.I.S.A. et de l'I.R.M.A.R., I.R.E.M. de Rennes (mai 1985).

ANNEXE 1

Ce logiciel va t'aider à résoudre des problèmes de géométrie. Tu utiliseras sourtout les options "**Exploration de la figure**" et "**Démonstration**".

Après avoir lu l'énoncé du problème et dessiné la figure avec le plus grand soin tu choisiras l'option "**Exploration de la figure**" qui te permettra de voir comment se relient les hypothèses et les conclusions du problème.

L'option "**Démonstration**" te permettra de vérifier chacune des étapes de ta démonstration .

En cas de difficultés , tu utiliseras le menu déroulant **S.O.S.** En particulier l'option **help** te donnera plus de détails sur chacune des options du menu principal.

Pour continuer cliquez

S.O.S

Exploration de la figure	**Demonstration**	**Fin**
Remise à zéro	**Bilan**	**Théorèmes**
Enoncé	**Modifications**	**Autre problème**

S.O.S

Enoncé du problème 3 :

On considère un triangle **A B C** et les milieux **E** et **F** de **[A C]** et de **[A B].** On désigne par **G** l'intersection de **[BE]** et de **[CF]** et par **I** et **J** les milieux de **[B G]** et de **[CG].**

Démontrer que **G** est le milieu de **[E I].**

ANNEXE 2 - Exploration de la figure.

S.O.S

Le point G est-il le milieu d'un segment autre que [E I] ?

OUI

NON

Sais-tu demontrer que:

les points G E I sont alignés ?

OUI

NON

MENU

S.O.S

Existe-t-il un segment dont la longueur

soit égale à celle de G E et de G I ?

soit le double de celle de G E et de G I ?

soit la moitié de celle de G E et de G I ?

NON

Plus d'autres réponses

Pour continuer cliquez dans la case choisie

ANNEXE 3 - Démonstration.

Les pages qui suivent ne sont pas nécessairement consécutives.

Sais-tu quelle propriété tu vas démontrer ?

OUI NON MENU

S.O.S

Fais ton choix dans la liste suivante

- ☐ Le quadrilatère .... est un parallélogramme
- ☐ Le point . est le milieu de [..]
- ☐ Les droites (..) et(..) sont parallèles
- ☐ La longueur de [..] est égale au double de celle de [..]
- ☐ Les longueurs de [..] et de [..] sont égales
- ☐ Les points ... sont alignés

Pour continuer cliquez dans la case choisie

Les droites (EJ) et(FI) sont parallèles

Confirmer Reprendre MENU

Quel theoreme ou quelle definition vas-tu utiliser pour cela?

Fais ton choix dans la liste suivante

- ☐ Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme
- ☐ Les diagonales d'un parallelogramme se coupent en leur milieu
- ☐ Un parallelogramme a ses côtes opposés égaux et parallèles
- ☐ Si un quadrilatère a ses côtes opposés parallèles c'est un parallélogramme
- ☐ Deux droites parallèles à une même 3-ième sont parallèles entre elles
- ☐ Par un point, il passe une seule parallèle à une droite donnée
- ☐ La parallèle à un côté d'un triangle qui passe par le milieu d'un second côté coupe le 3° côté en son milieu.
- ☐ Si M et N sont les milieux de [AB] et de [AC], alors (MN) est parallèle à (BC) et MN=BC/2
- ☐ M est le milieu de [AB] ssi A,M,B sont alignés et AM = BM
- ☐ Si 2 quantités sont même multiple d'une 3-ième, elles sont egales

Pour continuer cliquez dans la case choisie

Sur quelles hypothèses t'appuies-tu?

Fais ton choix dans la liste suivante

- ☐ Le quadrilatère .... est un parallélogramme
- ☐ Le point . est le milieu de [. .]
- ☐ Les droites (..) et(..) sont parallèles
- ☐ La longueur de [..] est égale au double de celle de [..]
- ☐ Les longueurs de [..] et de [..] sont égales
- ☐ Les points ... sont alignés

le point E est le milieu de [B G]

ne fait pas partie de tes hypotheses

si tu penses que cette propriété est uraie

il te faut d'abord demontrer cette propriété

Le point F est le milieu de [AB]

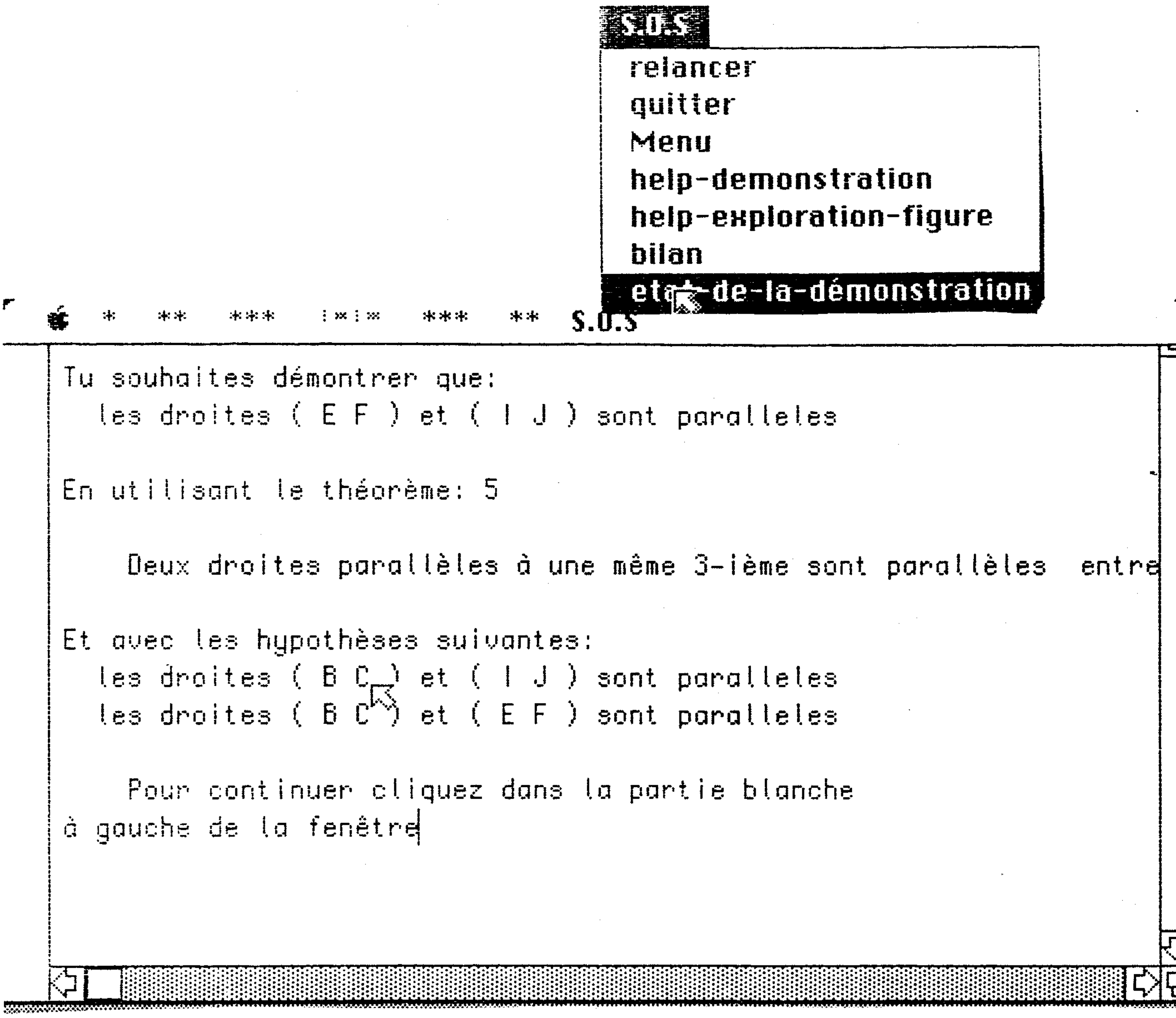
Confirmer | Reprendre | MENU

S.O.S

tu as demontre que :

les droites (A G) et (F I) sont paralleles

ANNEXE 4 - Etat de la démonstration.



ANNEXE 5 - Bilan