PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

B. BRU

À propos de l'histoire des statistiques au début du 19ime siècle : probabilités et statistiques des jugements

Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes, 1981, fascicule 2
« Séminaire d'histoire des mathématiques au XXe siècle », , exp. nº 5, p. 1-24
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1981___2_A5_0>

Rennes, 2 Mars 1981.

A PROPOS DE L'HISTOIRE DES STATISTIQUES AU DEBUT DU $19^{\text{ième}}$ SIECLE : PROBABILITES ET STATISTIQUES DES JUGEMENTS.

par B. BRU*

*Université Pierre et Marie Curie
Paris VI
Laboratoire de Probabilités
Tour 56, 4, place Jussieu
75230 PARIS CEDEX 05

INTRODUCTION :

Nul n'ignore que si le 17^{ième} siècle fut le siècle chrétien, le 18^{ième} siècle, le siècle des lumières, le 19^{ième} siècle fut celui de la statistique; (certains en concluront que le niveau baisse et qu'à ce rythme le 20^{ième} siècle n'a plus grande chance d'être quoique ce soit d'identifiable). C'est sans doute la raison pour laquelle le 19^{ième} siècle apparaît souvent uniformément gris et triste :"Se sacrifier à ses passions passe; mais à des passions qu'on n'a pas! O triste XIX^{ième} siècle!" (Girodet)

S'il est, en tout cas, un thème dont la tristesse et la grisaille sont proverbiales, c'est bien celui de la probabilité des jugements que nous nous proposons d'aborder ici, et comme son peu de sérieux scientifique est attesté par les meilleurs auteurs d'Auguste Comte et John Stuart Mill à Joseph Bertrand, nous ne courons pas le risque d'être taxé de démagogie ni d'être accusé de nous livrer à l'une de ces opérations de séduction dont nos séminaires scientifiques sont trop souvent l'occasion.

Si, au risque d'endormir notre auditoire, nous avons choisi un thème aussi rébarbatif, c'est précisément parce qu'il illustre bien ce passage des lumières à la statistique, qui s'est opéré dans la société et dans la science à la charnière des deux siècles derniers. Nous essaierons de suivre de Condorcet à Cournot l'évolution des méthodes et des principes mis en oeuvre de 1780 à 1840 pour tenter de résoudre l'un des problèmes les plus difficiles et les plus importants qui se posent à une société organisée : l'administration de sa justice.

1) CONDORCET

Selon Condorcet, il est de notre nature de ne pouvoir juger que sur des probabilités, il n'est donc pas injuste de condamner un innocent, pourvu que l'on soit assuré qu'il y a une grande probabilité que la décision rendue soit exacte. Il serait, par contre, injuste de condamner un innocent s'il n'a contre lui qu'une pluralité qui ne donne pas une assurance suffisante de son crime.

Il est par conséquent du plus haut intérêt de connaître la probabilité de la "bonté d'un jugement" rendu à une pluralité donnée.

C'est l'un des buts que se propose Condorcet dans "l'Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix", paru en 1785 à Paris et entrepris sous l'impulsion de Turgot qui "était persuadé que les vérités des Sciences morales et politiques sont susceptibles de la même certitude que celles qui forment le système des Sciences physiques". Cette opinion conduisant à "l'espérance consolante que l'espèce humaine fera nécessairement des progrès vers le bonheur et la perfection, comme elle en a fait dans la connaissance de la vérité".

Supposons donc, avec Condorcet, qu'un tribunal soit composé de $n = p+q$ juges d'une égale sagacité. On note " v le nombre de fois que l'opinion d'un des votants doit être conforme à la vérité et e le nombre de fois qu'elle doit être contraire à la vérité sur un nombre $v+e$ de décisions".

Un jugement de culpabilité est rendu par p voix contre q $(p>q)$, on demande la probabilité de la bonté du jugement.

La solution de Condorcet est la suivante :

- Si l'accusé est effectivement coupable, la probabilité d'un jugement rendu à la pluralité (p,q) est : $\binom{p+q}{p}v^p e^q$ (en posant $v+e=1$ pour simplifier)
- Si au contraire l'accusé est innocent, cette même probabilité devient $\binom{p+q}{p}v^q e^p$

Et comme la probabilité a priori que l'accusé soit coupable ou innocent est égale, la probabilité qu'il soit coupable après qu'il ait été déclaré tel à la pluralité (p,q) est :

$$\frac{\frac{1}{2}\binom{p+q}{p}v^p e^q}{\frac{1}{2}\binom{p+q}{p}v^p e^q + \frac{1}{2}\binom{p+q}{p}v^q e^p} = \frac{v^p e^q}{v^p e^q + v^q e^p} = \frac{v^{p-q}}{v^{p-q} + e^{p-q}} \qquad (1)$$

On aura reconnu la méthode de Bayes qui, publiée par Richard Price en 1763, avait été placée dans toute la généralité souhaitable par Laplace en 1774, [2].

L'idée d'utiliser la méthode de Bayes pour résoudre le problème de la probabilité de la bonté d'un jugement déjà rendu, due intégralement à Condorcet, est fort ingénieuse mais elle conduit à une contradiction intuitive. En effet, la probabilité donnée par la formule (1) ne dépend que de $p-q$. Or la bonté d'un jugement rendu à la pluralité 20 contre 5 semble plus vraisemblable que celle d'un jugement rendu à 220 contre 205. Condorcet, qui s'était évidemment aperçu de cette difficulté (contrairement à ce que semble penser Joseph Bertrand), fait observer qu'un jugement 220 à 205 est très peu probable si v est grand par rapport à e, ce qui explique qu'un tel jugement donne une impression plus défavorable qu'un jugement rendu à 20 contre 5. Ce n'est donc pas la formule (1) qui est insuffisante dans ce cas mais bien la sagacité des juges.

Supposant le paramètre v connu, Condorcet détermine alors la composition d'un tribunal pour que la probabilité qu'un jugement rendu soit erroné n'excède pas $\frac{1}{144.768}$ qui est la probabilité qu'un homme de 37 à 47 ans meure dans la semaine, calculée à partir des tables de mortalité de Süssmilch. Ce qui semble, en effet, une borne raisonnable d'improbabilité.

Condorcet donne également diverses méthodes d'estimation du paramètre v, toutes ces méthodes sont purement hypothétiques. Par exemple on peut supposer que v varie uniformément entre deux bornes v' et v", la formule (1) devient alors :

$$\frac{\int_{v'}^{v''} x^p (1-x)^q dx}{\int_{v'}^{v''} x^p (1-x)^q dx + \int_{v'}^{v''} x^q (1-x)^p dx} \qquad (2)$$

en faisant intervenir dans la formule de Bayes à la fois notre ignorance de la culpabilité de l'accusé et celle de la sagacité des juges. Comment alors juger crédible une formule fondée sur une telle accumulation d'ignorances ?

Contrairement à ce qu'ont pensé la plupart des commentateurs (sauf Bienaymé,[4], qui lui ne se trompe jamais), Condorcet ne prétend pas que la formule (2) ait une valeur absolue; il insiste, en effet, en plusieurs endroits sur le fait que la probabilité ainsi obtenue est une "probabilité moyenne" et non la "probabilité réelle" (voir par exemple p.85-86 du discours préliminaire [8]) et conclut : "non seulement comme dans tout le calcul des probabilités il n'y a aucune liaison nécessaire entre la probabilité et la réalité des événements, mais il n'y en a pas non plus aucune entre la probabilité donnée par le calcul et la probabilité réelle.... Cette incertitude peut paraître effrayante mais il est utile de la faire connaître; c'est même le seul moyen solide d'attaquer le pirrhonisme"... en montrant que l'incertitude "attachée à notre nature" a "différents degrés susceptibles d'être appréciés et mesurés". (Voir aussi p.XCiii,[8]).

Cette même conclusion termine "l'Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain", écrit pendant l'hiver 1793-1794 alors que Condorcet, poursuivi pour girondinisme, se cachait au premier étage de la pension Vernet, rue des Fossoyeurs : "L'application du calcul des combinaisons et des probabilités (aux sciences sociales) promet des progrès d'autant plus importants, qu'elle est à la fois le seul moyen de donner à leurs résultats une précision presque mathématique et d'en apprécier le degré de certitude ou de vraisemblance.... Sans l'application du calcul, souvent il serait impossible de choisir, avec quelque sûreté, entre deux combinaisons formées pour obtenir le même but, lorsque les avantages qu'elles présentent ne frappent point par une disproportion évidente".

Peu après avoir écrit ce testament scientifique, Condorcet, dénoncé, est contraint de quitter sa retraite le 25 Mars 1794; il se rend à pied chez Suard à Fontenay aux Roses, qui, se sentant lui aussi menacé, refuse de l'héberger. Après avoir erré deux jours entiers, il sera arrêté comme suspect dans une auberge de Clamart; conduit à la prison de Bourg la Reine (qui s'appelait alors Bourg-Egalité) sans avoir été reconnu, il y meurt le surlendemain, sans doute d'épuisement, peut être en s'empoisonnant. On sait que Condorcet avait démontré dans l'"Essai" que la peine de mort était incompatible avec les principes de la justice et du calcul des combinaisons, puisqu'un jugement rendu ne pouvait être bon qu'avec une probabilité aussi approchante de la certitude qu'on le voulait mais non avec une absolue certitude et que par conséquent la probabilité d'une erreur judiciaire n'était pas nulle (il se peut qu'un homme de 37 à 47 ans meurt effectivement dans la semaine). Condorcet a peut être voulu éviter ainsi à la République de commettre, en lui coupant la tête, à la fois une erreur de calcul et une erreur judiciaire.

Si l'on ne connait pas les circonstances exactes de la mort de Condorcet, on dispose par contre du procès verbal de son attestation.. Au cours de son interrogatoire, Condorcet déclara s'appeler Pierre Simon; or, comme l'a fort justement remarqué C.C. Gillispie [20], ce sont là les prénoms de Laplace. Il n'est donc pas interdit de penser qu'il s'agissait pour Condorcet de lancer un dernier appel à la postérité. Laplace, en effet, était le seul à pouvoir mener à bien l'oeuvre entreprise par Condorcet : appliquer le calcul des probabilités au perfectionnement de la société et de l'homme.

2) LAPLACE

Laplace avait publié, de 1771 à 1782, 9 mémoires fondamentaux sur les probabilités, il avait notamment développé, comme on l'a dit, la méthode de Bayes dont il avait fait une méthode générale permettant de remonter des effets aux causes. Mais les seules applications qu'il avait développées concernaient uniquement la théorie des erreurs et les statistiques démographiques, principalement la proportion des naissances de filles et de garçons. De façon générale Laplace semble s'être tenu à l'écart du mouvement encyclopédique après la disgrâce de Turgot en 1776.

Ce n'est que dans le 1er supplément de la théorie analytique des probabilités, paru le 15 Novembre 1816, que Laplace aborde la probabilité des jugements, soit vingt ans après l'appel de Condorcet. Il s'agit, pour

Laplace, de critiquer l'article 351 du code d'instruction criminelle qui autorisait le prononcé d'un jugement en cours d'assise par 7 voix contre 5.

Pour cela, Laplace suppose que dans la formule (2) de Condorcet $v' = \frac{1}{2}$ et $v'' = 1$, c'est-à-dire que les jurés ont davantage de chances d'être justes qu'injustes, la formule devient alors

$$\frac{\int_{\frac{1}{2}}^{1} x^p (1-x)^q dx}{\int_0^1 x^p (1-x)^q dx} = 1 - \frac{1}{2^{p+q+1}} \left\{ 1 + \frac{p+q+1}{1} + \frac{(p+q+1)(p+q)}{1.2} + \ldots + \frac{(p+q+1)(p+q)\ldots(p+2)}{1.2.3\ldots q} \right\}$$

c'est-à-dire pour 12 jurés

$= \frac{8191}{8192}$ si $q = 0$

$= \frac{8178}{8192}$ si $q = 1$

$= \frac{8100}{8192}$ si $q = 2$

$= \frac{7814}{8192}$ si $q = 3$

$= \frac{7099}{8192}$ si $q = 4$

$= \frac{5812}{8192}$ si $q = 5$

Ainsi un jugement rendu à la pluralité (7,5) a environ une chance sur 4 d'être erroné, ce qui, conclut Laplace, est intolérable pour toute société stable; car Laplace, reprenant Condorcet et Turgot, pensait que "les lois éternelles de l'ordre social (vérité, justice, humanité) sont aussi nécessaires au maintien de l'ordre social que la gravitation universelle l'est à l'ordre physique" (Essai philosophique sur le calcul des probabilités, 1814). Laplace estimait qu'on devait exiger une pluralité de 9 contre 3 au moins pour le prononcé d'un jugement

Mais ce dernier acte de fidélité de Laplace à Condorcet ne va pas lui porter chance, en effet "l'essai philosophique" est condamné par le pape Pie VII qui chargera Ruffini d'en écrire une réfutation en 1822 et par Royer-Collard dont la haute stature morale domine l'Université de la Restauration. Dans son discours de réception à l'Académie Française en 1827 Royer-Collard déclare entre autre : "La science géométrique de l'Univers diffère de la science morale de l'homme, celle-ci a d'autres principes plus mystérieux et plus compliqués devant lesquels la géométrie s'arrête". Quant à Auguste Comte, il n'aura pas de mots assez durs pour stigmatiser la prétention des géomètres à régler l'ordre moral suivant les principes du calcul des probabilités.

Laplace perdra ainsi toute crédibilité aux yeux du pouvoir et des diverses coteries qui se le disputent. C'est désormais Poisson, homme "de beaucoup de finesse et de bons sens", qui parlera au nom des mathématiques.

3) ARAGO

L'arrivée des libéraux aux affaires en 1830 va s'accompagner d'un certain nombre de mesures généreuses, la majorité des jurys d'assise est modifiée en 1831; 8 voix contre 4, au moins, sont désormais nécessaires pour prononcer une condamnation.

Mais l'attentat Fieschi, le 28 Juillet 1835, fournit au gouvernement le prétexte qu'il attendait à un durcissement rendu nécessaire par les troubles incessants. Au mois d'Août le gouvernement de Broglie dépose un projet de loi restreignant les libertés de la presse et modifiant une fois de plus la pluralité des jurys d'assise qui se trouve ramenée à 7 voix contre 5. Cette loi donna lieu à un intéressant débat dont nous présentons ci-dessous quelques extraits tirés du "National" du 15 Aout 1835 :

Chambre des députés, séance du 14 Aout 1835

Présidence de Monsieur Dupin

Ordre du jour : discussion du projet de loi sur la rectification des articles 252, 253, 341, 345 et 347 du code d'instruction criminelle et de l'article 20 du code pénal.

Orateurs inscrits :

Contre le projet : M.M. de Cuny, Hennequin, Salverte, Isambert, Blin de Bourdon et Arago.

Pour le projet : aucun (rire au centre)

M. le Président : La parole est à M. Arago (mouvement général de curiosité).
M. Arago : Messieurs, la loi qui vous est soumise renferme une question de calcul, qui peut être réduite en chiffres. Ces chiffres n'ont pas été articulés dans la discussion. Je pense qu'ils doivent être présentés à la tribune d'un peuple qui a fait entrer un cours d'arithmétique sociale dans son enseignement.

Il est une erreur que je ne peux pas laisser passer. Je la trouve dans le rapport (Hébert,Le National du 13 Aout 1835). M. le rapporteur nous dit : "Avons nous entendu dire qu'il y ait plus d'innocents injustement frappés avant 1831 qu'à l'époque où il fallait 10 voix pour la condamnation, ou bien dans le temps où les déclarations étaient unanimes?"....

L'assertion de M. le rapporteur renferme une erreur d'arithmétique, lorsqu'il affirme qu'il n'y a pas plus de jugements erronés lorsque la condamnation est prononcée par 7 voix contre 5, que quand elle l'est à 8 contre 4. C'est contraire aux régles ordinaires de la probabilité!...

Je suppose que les chances de se tromper ne sont pas supérieures à celles de ne pas se tromper, mais qu'il n'est pas certain qu'on trouvera la vérité. Je pars de cette hypothèse, et qu'est ce que je trouve, Messieurs, pour un jugement rendu à la majorité de 7 voix contre 5? (Ecoutons, écoutons). Vous allez être effrayés, Messieurs.

Le Centre : parlez, parlez donc.
M. Arago : La probabilité d'erreur est d'un quart. (Exclamations diverses, longue interruption).

Vous vous récriez, Messieurs; eh bien! C'est un calcul qui a pour lui l'autorité de Laplace et de Condorcet.

Voix du centre : Qui donc? qui donc?
M. Réalier-Dumas : Laplace et Condorcet.
M. Arago : Oui, la chance d'erreur est de 1 sur 4, et comme il faut réduire à moitié le résultat quand on examine la position de l'accusé, la probabilité est de 1 sur 8 que vous vous êtes trompés. (Bruits). N'est-ce rien, Messieurs, quand vous avez la certitude que sur 8 hommes qui montent à l'échafaud, il y en a un d'innocent? (Marques bruyantes d'incrédulité au Centre).

J'ai donc pu examiner le projet de loi en chiffres et en me conformant à des règles certaines d'arithmétique vulgaire. Pensez y bien, Messieurs, dans une majorité de 8 contre 4, la probabilité qu'on se trompe est de 1 sur 8.

Le Centre : Allons donc (Rumeurs)
M. Arago : Mais comme on peut se tromper contre la société aussi bien que contre l'accusé, il faut réduire le résultat à un seizième.
Le Centre : Ah! Ah! Ah!
M. Arago : C'est à vous de voir s'il vous convient de faire mourir un innocent sur 16 coupables. (Longue et vive interruption). Ce sont, Messieurs, des arguments en chiffres; vous aurez à y répondre".

On aura reconnu les calculs de Laplace tels que nous les avons rappelés ci-dessus. Divers orateurs s'élevèrent contre l'argumentation chiffrée d'Arago. Ils reprenaient soit le théme de Royer-Collard : la géométrie ne s'applique pas à l'ordre moral, soit des arguments de bon sens, que Condorcet n'aurait pas désapprouvés et dont le plus pertinent consistait à faire observer que les jugements de culpabilité étaient beaucoup plus sûrs que les jugements d'acquittement, la vie d'un homme étant alors en jeu. Le même débat eut lieu à la chambre des pairs où siégeait notamment le fils de Laplace; le discours de ce dernier, déchiré entre la piété filiale et la fidélité de parti, n'est pas sans intérêt.

Face à ce déchaînement de sarcasmes et à l'incompréhension générale, Arago ne pouvait que conclure tristement à la séance du 17 Août : "je me suis quelquefois donné pour mission de mettre dans des écrits les éléments des sciences à la portée du public, je vois que le même travail est nécessaire avant qu'on puisse présenter devant vous le calcul des probabilités appliqué aux jugements des hommes".

Et la loi fut votée définitivement le 9 Septembre 1835.

Cette première offensive des mathématiques sur la scène parlementaire s'achevait donc par une déroute complète. Décidément, la "probabilité des jugements" n'avait pas de chances.

4) POISSON

On se doute bien que les choses ne pouvaient en rester là. Les mathématiciens se devaient d'indiquer les limites de validité de la formule de Condorcet-Laplace et, si possible, d'en proposer d'autres qui choquent moins le bon sens parlementaire.

Le premier à réagir, parce qu'il était l'héritier privilégié de Laplace et qu'il représentait officiellement les sciences exactes dans toutes les instances où elles pouvaient l'être, fut évidemment Poisson.

Le 14 Décembre 1835, il lit à l'académie des sciences l'introduction d'un grand ouvrage qu'il se propose d'écrire sur la "Probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile". Pour Poisson, [30], le principe de Bayes "se démontre en toute rigueur" et "son application à la question qui nous occupe ne peut non plus laisser aucune doute". Ce qui rend caduque la formule (2), c'est l'hypothèse que fait Laplace en "supposant que la probabilité qu'un juré ne se trompe pas, est susceptible de tous les degrés également possibles depuis la certitude, représentée par l'unité jusqu'à l'indifférence, désignée dans le calcul par la fraction $\frac{1}{2}$". Dans son livre paru en 1837 Poisson montre en quoi il estime que "l'hypothèse de Laplace n'est pas incontestable". Examinons rapidement son argumentation. Notons (avec Poisson) :

k = probabilité a priori de culpabilité de l'accusé, interprétée comme la "raison de croire" l'accusé coupable au vu de l'instruction. Laplace et Condorcet faisaient $k = \frac{1}{2}$

u = probabilité que le juré ne se trompe pas.

La loi de probabilité a priori de u est arbitraire, soit $\phi(u)du$, elle dépend des conditions de choix des jurés.

La probabilité de bonté d'un jugement (n-i,i) devient alors :

$$(3) \qquad \mathcal{G}_i = \frac{k \int_0^1 u^{n-i} (1-u)^i \phi(u)du}{k \int_0^1 u^{n-i} (1-u)^i \phi(u)du + (1-k) \int_0^1 u^i (1-u)^{n-i} \phi(u)du}$$

si ϕ est assez régulière et $n-i$ et i assez grands :

$$\mathcal{G}_i \simeq \frac{k\, \phi(\frac{n-i}{n})}{k\, \phi(\frac{n-i}{n}) + (1-k)\, \phi(\frac{i}{n})}$$

Poisson utilise ici la méthode de Laplace d'évaluation des intégrales "contenant des facteurs élevés à de grandes puissances".

Lorsque ϕ est très voisine de la fonction indicatrice de l'intervalle $[\frac{1}{2},1]$, on observe que $\phi(\frac{i}{n}) = 0$, même si $\frac{i}{n}$ est très voisin de $\frac{1}{2}$ c'est à dire que, dans ce cas, qui est celui considéré par Laplace,

$$\mathcal{G}_i \simeq 1$$

Le jugement doit donc être réputé bon, même si les opinions des jurés se sont portées également vers la culpabilité et l'innocence de l'accusé.

Il y a là contradiction évidente. L'hypothèse de Laplace ne peut être admise.

Poisson considère par ailleurs qu'il est impossible d'estimer raisonnable la fonction ϕ.

Il faut donc abandonner tout espoir de résoudre le problème de Condorcet : chercher la probabilité de la bonté d'un jugement rendu à une pluralité donnée.

Mais, pour autant, doit-on "en conclure que l'analyse mathématique n'est point applicable à ce genre de questions, ni généralement aux choses qu'on appelle morales". C'est en effet "un préjugé que [Poisson] a vu à regret partagé par de bons esprits". Poisson, pour sa part, l'estime infondé et se propose de le détruire.

L'idée fondamentale de Poisson est de remplacer le "principe de Bayes" par "la loi des grands nombres",[30] page 478, qui est "la base de toutes les applications du calcul des probabilités".

On ne peut pas dire que cette idée soit neuve, elle remonte certainement aux temps des dynasties pharaoniques et des premiers relevés de grands nombres; c'est en tout cas une des idées force de Jacques Bernoulli (une autre étant, comme on le sait, subjective et décisionnelle). Mais des idées de ce genre ne sont jamais neuves. Elles se maintiennent à l'état diffus pendant de très longues périodes au cours desquelles elles se manifestent parfois localement et pour des temps très courts.

Mais lorsque certaines conditions extérieures sont remplies, elles s'imposent avec une telle évidence qu'on ne voit plus qu'elles, en attendant qu'on les oublie de nouveau, parce qu'une autre de leurs rivales aura su s'imposer à son tour.

On trouve de nombreuses manifestations locales de l'esprit des grands nombres dans l'oeuvre de Laplace, précurseur génial de la statistique asymptotique moderne, mais les grands nombres ne sont là que pour autoriser des développements asymptotiques; sa démarche est subjective pour l'essentiel, au moins jusqu'en 1815 : le calcul des probabilités mesure notre ignorance des phénomènes réels. Et Poisson, lui-même, donne au début de son livre la définition subjective de la probabilité, raison de croire en l'arrivée d'un événement donné. Cette définition s'accorde bien avec la philosophie de Condorcet que nous avons rappelée plus haut et avec le principe de Bayes qui fournit des solutions particulièrement simples aux problèmes d'inférence. Mais elle s'accorde très mal avec le principe des grands nombres, la "théorie des moyennes" et de façon générale l'esprit statistique qui commence à s'imposer avec insistance à l'époque, comme nous allons l'expliquer rapidement maintenant.

Il existe, comme on sait, au moins deux traditions statistiques reconnues. La première est la tradition commerciale qui remonte aux premières compagnies financières multinationales et dont l'une des manifestations les plus remarquables est la constitution des tables de mortalité à l'usage des établissements d'assurances sur la vie et de rentes viagères, anglais et hollandais pour l'essentiel. (La première compagnie sérieuse d'assurance sur la vie française n'a été fondée qu'en 1819). La théorie de ces tables et de leurs applications, l'arithmétique morale (ou politique suivant les auteurs), s'est édifiée peu à peu pendant tout le 18$^{\text{ième}}$ siècle grâce à de Moivre, Simpson, Deparcieux, Lambert, D. Bernoulli, d'Alembert, Price, Duvillard etc... Il serait trop long d'en détailler tous les aspects. Il est remarquable que Laplace s'en soit à peu près totalement désintéressé, avant 1812.

La deuxième tradition identifiable, la plus importante sans doute, trouve son origine dans les exigences de "rationalité" administrative des Etats modernes. C'est la "statistique" allemande du 18$^{\text{ième}}$ siècle qui va s'introduire en France pendant la 1$^{\text{ère}}$ République et l'Empire sous l'impulsion des grands ministres de l'Intérieur que furent François de Neufchâteau et Chaptal.

Les premiers services officiels de statistiques sont alors constitués. L'on commence à découvrir tout l'intérêt d'une présentation rationnelle de données numériques nombreuses. Les tableaux comparatifs (mis au point par Fourier notamment), les représentations graphiques diverses datent des premières années du $19^{\text{ième}}$ siècle ([1], [37], [38]).

Faute d'infrastructure administrative suffisante, les premiers services centraux de statistiques connurent bien des difficultés. Les premières statistiques officielles présentables ne furent publiées qu'à la fin de la Restauration, principalement : les "comptes généraux de l'Administration de la Justice Criminelle" à partir de 1825 et les "Recherches statistiques sur la ville de Paris", que supervisait Fourier, à partir de 1821. Les résultats ne se firent pas attendre comme la rapporte Quételet, (chargé de publier les statistiques judiciaires du Royaume des Pays Bas) : "La France a donné le premier exemple d'une statistique des crimes faites avec soin et sur une échelle fort étendue. Dès les premières publications, on pouvait y lire ce résultat, si frappant que je n'ai pas balancé à le proclamer, bien que j'aie rencontré nombre d'incrédules. Il est un budget qu'on paie avec une régularité effrayante, c'est celui des prisons, des bagnes et des échafauds". On pouvait également observer cette "régularité effrayante" dans la proportion d'accusés condamnés par une même juridiction; ainsi comme l'écrit encore Quételet : "quand 100 accusés paraissent devant les tribunaux, soit criminels, soit correctionnels, soit de simple police, 16 seront acquittés s'ils ont affaire à des juges [c'était le cas des Pays Bas] et 35 s'ils ont affaires à un jury [comme en France ou en Angleterre]". [34].

En France, à la même époque, Guerry parvenait aux mêmes conclusions, [23] et ajoutait (comme Quételet) : "les faits de l'ordre moral sont soumis comme ceux de l'ordre physique à des lois invariables" (formule qui rappelle celle de Turgot citée plus haut,en en modifiant le sens) ou encore "la plupart des faits de l'ordre moral, considérés dans les masses et non dans les individus, sont déterminés par des causes régulières, dont les variations sont renfermées dans d'étroites limites et qu'ils peuvent être soumis, comme ceux de l'ordre matériel, à l'observation directe et numérique".

Les statistiques de la tendance II (la "statistique d'Etat") rejoignaient ainsi les statisticiens de la tendance I (l'arithmétique politique) qui depuis toujours écrivaient la même chose à propos de mortalité. Citons par exemple, Cambon qui, au nom de la commission des Finances, présentait à la Convention, le 1^{er} Germinal an II (22 Mars 1794), un rapport sur la dette viagère de la République : "Ceux qui observent avec quelque soin la marche de la nature y découvrent, à travers une infinité d'irrégularités particulières, un certain ordre général dont elle ne s'écarte guère; ainsi, quoique chaque homme meure comme au hasard et sans qu'on puisse assigner le terme de sa vie, on peut du moins, après avoir recueilli un grand nombre d'observations sur les événements passés, prédire avec beaucoup d'exactitude combien, sur un certain nombre d'hommes du même âge, il y en aura de subsistants à la fin de chaque année. "La fin était plus Condorcettienne : "Ces observations pourraient être telles et en tel nombre qu'aucun des motifs de croire qui nous déterminent dans la conduite de la vie n'aurait des fondements plus certains". (Si l'on compare ce discours, sans doute écrit par Duvillard qui assistait la Commission de Finances, et lu, rappelons-le devant Robespierre et Saint Just, avec certains discours parlementaires actuels, on ne peut s'empêcher de penser que décidément le niveau baisse.)

D'autre part, pour des questions de théorie des erreurs qu'il serait trop long d'examiner ici (voir[22] par exemple), Laplace était enfin parvenu en 1810 à démontrer en toute généralité le théorème "central limite" qui fournit une théorie mathématique des régularités statistiques, du moins de celles qui sont déterminées par les effets répétés d'une même cause. Poisson avait traité le cas des causes variables dans [31]et avait donné un critère très commode de comparaison de deux fréquences que nous rappelons brièvement ci-dessous :

Supposons données deux séries d'observations relatives à l'apparition ou non d'un certain événement E :

au cours de la $1^{\text{ère}}$ série d'observations, E est apparu n fois sur μ
au cours de la $2^{\text{ième}}$ série d'observations, E est apparu n' fois sur μ'
si les causes produisant l'événement E n'ont par varié d'une série à l'autre on doit avoir :

$$\left|\frac{n}{\mu} - \frac{n'}{\mu'}\right| \leq a \sqrt{\frac{m.n}{\mu^3} + \frac{m'.n'}{\mu'^3}} \qquad (4)$$

avec probabilité $\sqrt{\frac{2}{\Pi}} \int_0^a e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ voir [31].

Ces formules étaient obtenues sans aucune hypothèse a priori à propos de notre plus ou moins grande ignorance des causes

C'est cet ensemble de résultats à la fois statistiques et mathématiques que Poisson appelle la loi universelle des grands nombres. La formulation précise qu'il en donne ne présente qu'un intérêt anecdotique (voir [30]) et nous l'omettrons, (voir [17]page 276, lemme). Dans la question des jugements, il l'utilise de deux façons complémentaires :

Revenons aux notations de la formule (3). La probabilité que l'accusé sera condamné par $n-i$ voix contre i est égale à :

$$\gamma_i = \binom{n}{i} \left[ku^{n-i}(1-u)^i + (1-k)u^i(1-u)^{n-i} \right] \qquad (5)$$

si l'on admet les hypothèses implicites de Poisson.
Cette même probabilité est à peu près égale, par la loi des grands nombres, à

$$\frac{b_i}{\mu} = \frac{\text{nombre d'accusés condamnés par } n-i \text{ voix contre } i}{\text{nombre total d'accusés}}$$

Les nombres en question étant fournis par les comptes de la Justice.

On obtient une équation semblable en considérant la probabilité que l'accusé sera condamné par au moins $n-i$ voix contre i.

Ce qui donne deux équations à deux inconnues k et u qu'il est possible de résoudre. Pour les années 1825-1830 en prenant $n=12$ et $i=5$, Poisson obtient :

$k=0,5354$ et $u=0,6781$ pour les crimes contre les personnes,
et $k=0,6744$ et $u=0,7771$ pour les crimes contre les propriétés.

Comme ces quantités sont très différentes, Poisson en déduit que la possibilité de l'erreur d'un juré est plus grande pour les crimes contre les personnes qu'elle ne l'est pour les crimes contre les propriétés.

Utilisant les formules (4), Poisson compare ensuite les nombres d'accusés reconnus coupables suivant les diverses légistations, avant 1830, en 1831 et après 1832, année à partir de laquelle interviennent, dans les jugements, les "circonstances atténuantes".

Rappelons que k était interprétée par Poisson comme une raison de croire a priori en la culpabilité de l'accusé. Par contre la signification de u reste ambigue, ce peut être une raison de croire que le juré ne se trompera pas ou un rapport résultant d'une longue série d'observations, ou les deux à la fois. Cette distinction n'a finalement que peu d'importance pour Poisson comme il l'explique dans son livre [31]page 31 : "Dans le langage ordinaire, les mots chance et probabilité sont à peu près synomymes. Le plus souvent nous emploierons indifféremment l'un et l'autre; mais lorsqu'il sera nécessaire de mettre une différence entre leurs acceptations, on rapportera, dans cet ouvrage, le mot chance aux événements en eux-mêmes et indépendamment de la connaissance que nous en avons, et l'on conservera au mot probabilité sa définition précédente [raison de croire]."

C'est à peu près la distinction de Condorcet entre probabilité moyenne et probabilité réelle.

Quoiqu'il en soit du sens exact des paramètres k et u et quoiqu'on puisse penser de la validité des hypothèses de Poisson, il n'en est pas moins vrai que Poisson s'affirme ainsi comme "an early contributor to mathematical model building in the behavioral sciences" ([18]page 271) et pour le moins comme l'un des promoteurs des méthodes asymptotiques en statistiques.

Poisson n'eut pas plus de chance auprès de ses collègues de l'Académie qu'Arago n'en avait eu à la Chambre.

Les statisticiens purs, comme Charles Dupin, estimèrent abusives les hypothèses de Poisson. Les géomètres purs, comme Poisson, considérèrent que "l'idée seule d'un calcul applicable à des choses où se mêlent les lumières imparfaites, l'ignorance et les passions des hommes pouvait faire une illusion dangeureuse pour quelques esprits" et conclurent que "la théorie des probabilités est si délicate qu'il est très probable que les géomètres se trompent souvent dans cette analyse; de sorte qu'après avoir calculé la probabilité de l'erreur dans une certaine chose, il faudrait calculer la probabilité de l'erreur dans son calcul". ([30]p.380).

Une fois encore, la malédiction s'abattait sur la probabilité des jugements. En voulant la sauver, Poisson l'avait enfoncée encore davantage et le calcul des probabilités ne sortait pas indemne de cette affaire.

La tentative de Poisson était trop ambitieuse et comme elle n'était pas exempte d'ambiguïtés (mathématiques, philosophiques, juridiques, statistiques etc...) elle ne pouvait convaincre. D'autres savants, à leur tour, entreprirent de clarifier le problème. C'est ce que nous examinons maintenant.

5) BIENAYME

Dans une courte note lue à la Société Philomatique le 2 Juin 1838, Bienaymé, qui était alors Inspecteur des Finances et qui s'affirmait déjà comme l'un des meilleurs statisticiens du 19$^{\text{ième}}$ siècle, se propose de revenir sur la formule (2) de Laplace. Il s'agit en fait d'une critique à peine voilée du modèle de Poisson.

La première critique qu'il formule, reprend l'un des arguments développés par les contradicteurs d'Arago : un juré a moins de chance de se tromper s'il condamne que s'il acquitte, la formule (5) de Poisson devrait donc comporter au moins deux paramètres, l'un, u_1, qui représenterait la probabilité pour qu'un juré dise la vérité lorsqu'il prononce un jugement de condamnation et l'autre, u_2, lorsqu'il prononce un jugement d'acquittement.

De plus le paramètre u peut varier d'une infinité d'autres façons suivant les conditions du jugement, l'impression produite par les témoins, le climat politique etc... de sorte que "il serait à peu près impraticable d'établir les équations nécessaires pour déterminer la multitude d'inconnues ou de variables que renferment les questions". Et quand bien même ce serait possible les données de la statistique judiciaire ne suffiraient pas à déterminer toutes les inconnues.

Au passage, Bienaymé égratigne la formulation que Poisson a donné de la loi des grands nombres, mais comme nous n'avons pas rappelé cette dernière, nous n'insisterons pas sur ce point.

La deuxième critique de la formule (2) concerne l'interprétation du principe de Bayes. La formule (2) exprime la probabilité de la bonté du jugement après qu'il ait été rendu, mais cette probabilité n'est qu'indicative (moyenne dirait Condorcet), elle n'a pas plus de sens que celle "qui assigne la valeur probable du rapport des boules blanches et des boules noires renfermées dans un sac dont il n'a été extrait qu'une seule boule". Et Bienaymé ajoute : "pour découvrir la valeur de la possibilité de la vérité il faudrait un grand nombre d'expériences". Il donne ainsi l'interprétation objective du principe de Bayes que Cournot reprendra dans son livre [13], avant Von Mises et les objectivistes bayésiens modernes.

Bienaymé conclut à l'impossibilité de toute évaluation de probabilité des jugements "dans l'état actuel de la statistique judiciaire".

Cette conclusion sera reprise un peu plus tard par Boole, [6], qui démontre le résultat suivant :

Proposition I (page 382)

From the mere records of the decisions of a court of deliberative assembly, it is not possible to deduce any definitive conclusion respecting the correctness of the individual judgments of its members.

(heureux temps où l'on savait démontrer de telles propositions.)

6) <u>GUERRY, QUETELET, MOREAU DE JONNES, VILLERME,..., BERTILLON,..., DURKHEIM</u>,...

Les modèles probabilistes mis au rencart (on ne les retrouvera vraiment qu'après le seconde guerre mondiale), la parole restait aux statisticiens et ils ne se privèrent pas de la prendre. Nous pourrions citer des centaines de travaux relatifs à la statistique des jugements, qui devint, peu à peu, la statistique morale, puis la statistique sociale, la physique sociale et la sociologie statistique (pour la distinguer de la sociologie d'Auguste Comte).

Heureusement il nous suffit de renvoyer à [36] et [24] qui donnent d'innombrables références.

Quételet va même tenter de donner une théorie des régularités (effrayantes) que l'on observe dans l'ordre moral (qui deviendra social à partir de 1848) c'est la "théorie de l'homme moyen", qui représente "à la fois tout ce qu'il y a de grand, de beau et de bien à une époque donnée", dont on s'est beaucoup moqué, sans doute à tort comme le souligne Durkheim (Le suicide, Alcan p.337) : "Quand Quételet signala à l'attention des philosophes la surprenante régularité avec laquelle certains phénomènes sociaux se répètent pendant des périodes de temps identiques, il crut pouvoir en rendre compte par sa théorie de l'homme moyen, qui est restée d'ailleurs la seule explication systématique de cette remarquable propriété". La seule partie vraiment discutable du travail de Quételet est sa supposition que l'homme moyen est le type idéal et que les autres sont des erreurs (par un retournement classique l'homme moyen est devenu de nos jours le prototype du parfait imbécile, l'idéal se trouvant aux extrêmes). D'autre part, comme le souligne Halbwachs, il restait dans la première vision de Quételet des traces d'individualisme, la raison de l'existance d'un homme moyen réside dans l'individu et non dans la société. Peut-on cependant en faire reproche à Quételet, ne date-t-on pas la "coupure épistémologique" de Marx en 1845 seulement?

La "coupure" de Quételet se situera d'ailleurs vers la même époque puisqu'il publie en 1848, "Du système social et des lois qui le régissent" dans lequel il étudie "les forces qui régissent le système social" et conclut : "Quelle main soulèvera le voile épais jeté sur les mystères de notre système social et sur les principes éternels qui en règlent les destinées et en assurent la conservation? Quel sera l'autre Newton qui exposera les lois de cette autre mécanique céleste?" ([35]p.301). Il reste cependant fidèle à Condorcet : "Nos espérances sur l'état à venir de l'espèce humaine peuvent se réduire à ces 3 points importants : la destruction de l'inégalité entre les nations; les progrès de l'égalité dans un même peuple; enfin, le perfectionnement réel de l'homme". (p.349). Et comme le perfectionnement réel de l'homme se mesure par le resserrement des écarts autour de l'homme moyen, on se retrouve au point de départ. A ceci près que Quételet met maintenant l'accent sur les courbes de fréquences des caractères observés, il constate le rôle joué par la loi normale qui semble s'adapter à toutes les situations qu'il étudie, il annonce ainsi la première période de la statistique mathématique officielle : "l'indéterminisme statique" illustrée par Bortkiewiez, Bruns, Charlier, Edgeworth, Galton et Karl Pearson, qui s'étend de la fin du 19$^{\text{ième}}$ siècle au début de celui-ci.

Dans la deuxième partie du $19^{\text{ième}}$ siècle, l'esprit statistique va gagner la physique avec Maxwell (voir [21]) puis Boltzmann etc.... Mais nous sortons trop de notre sujet. Retournons y.

7) COURNOT

Cournot dans [11] et [13] revient au problème de Condorcet en ces termes : "Il y a dans le seul énoncé du nombre des votants et du chiffre de pluralité, des conditions arithmétiques, indépendantes des qualités et des dispositions personnelles des juges : conditions qui, par l'influence constante qu'elles exercent sur une série nombreuse de décisions, doivent prévaloir à la longue sur les circonstances variables de la composition du tribunal dans chaque affaire particulière. Il y a par conséquent une question purement arithmétique au fond de toute loi régulatrice des votes d'un tribunal : cette question est essentiellement du ressort de la théorie des chances; mais aussi le calcul doit nécessairement emprunter certaines données à l'observation, c'est-à-dire, à la statistique judiciaire qui résume et coordonne des faits assez nombreux pour que les anomalies du hasard soient sans influence sensible sur les résultats moyens."

Comme à son habitude, Cournot rétablit chaque chose à sa place, hors de tout esprit polémique. Les statistiques judiciaires ne résoudront jamais seules le problème de l'organisation de la justice. De même les constructions hypothético-probabilistes n'auront jamais qu'un rôle indicatif. Pourtant il faut bien que la justice soit rendue et le législateur se doit de "garantir un jugement conforme à celui de la majorité des hommes impartiaux et éclairés pour l'époque;...; de restreindre l'influence des anomalies du sort sur la destinée de l'accusé." ([13] p.409-410).

Le législateur est ainsi placé dans la situation du géomètre qui doit proposer des formules valables pour les grands nombres.

Les formules que propose Cournot sont très voisines de celles de Poisson. Il construit notamment un modèle à 3 paramètres k, u_1 et u_2 (notations du paragraphe 5). Il insiste particulièrement sur le rôle joué par l'hypothèse d'indépendance du vote des jurés que Poisson (Condorcet et Laplace) admettaient tacitement.

Les modèles de Poisson-Condorcet seront repris 140 années plus tard par les statisticiens américains Gelfand et Solomon à l'occasion de leur étude des conséquences de la réforme des jurys américains (la loi fédérale du 22 Juin 1970 autorise chaque état à fixer, comme il l'entend, la composition de ses jurys. Ceux-ci étaient formés, auparavant, de 12 jurés, comme dans la loi anglaise). Sans apporter de réponses décisives, ces modèles ont au moins l'avantage de faciliter les comparaisons entre les divers types de jurys. Voir [17], [18], [19].

C'est en 1838 que Cournot publia son mémoire sur la probabilité des jugements, [11], l'année même de l'édition des "Recherche sur la Théorie des Richesses", dans lequel il écrivait (p.51) : "L'une des fonctions les plus importantes de l'analyse consiste précisément à assigner des relations déterminées entre des quantités dont les valeurs numériques, et même les formes algébriques, sont absolument inassignables.

"D'une part, des fonctions inconnues peuvent cependant jouir de propriétés ou de caractères généraux qui sont connus, par exemple, d'être indéfiniment croissantes ou décroissantes, ou d'être périodiques, ou de n'être réelles qu'entre de certaines limites. De semblables données quelque imparfaites qu'elles paraissent, peuvent toutefois, en raison de leur généralité même, et à l'aide des signes propres à l'analyse, conduire à des relations également générales, qu'on aurait difficilement découvertes sans ce secours. C'est ainsi que, sans connaître la loi de décroissement des forces capillaires, et en partant du seul principe que ces forces sont insensibles à des distances sensibles, les géomètres ont démontré les lois générales des phénomènes de la capillarité, lois confirmées par l'observation".

La théorie des jugements, comme la théorie des richesses, ne manque pas de quantités dont les valeurs numériques sont inassignables. Aussi les tentatives de Cournot sont elles cohérentes avec ses idées sur le rôle de l'analyse mathématique. Mais la part la plus intéressante de son oeuvre, celle à laquelle il avoue attacher le plus d'importance, est d'essence philosophique.

Comme il l'explique dans [14] : "La philosophie pènètre dans toutes les sciences et les domine toutes, puisque toute construction scientifique exige l'emploi de quelques unes de ces idées fondamentales qui tiennent à la constitution même de notre entendement; et réciproquement, nous ne pouvons être éclairés sur la valeur de ces idées fondamentales, c'est-à-dire faire de la bonne philosophie, qu'en examinant comment les sciences les mettent en oeuvre, et avec quel succès."

Face à l'insuccès manifeste des "idées fondamentales" mises en oeuvre par Condorcet et Laplace, Cournot s'emploie à en avancer d'autres et principalement "l'idée de hasard" qui n'est pas", comme on l'a tant répétée, un fantôme crée pour nous désigner à nous-mêmes notre ignorance, ni une idée relative à l'état variable et toujours imparfait de nos connaissances, mais bien au contraire la notion d'un fait vrai en lui-même". "Elle est la clef de la statistique" et naturellement le fondement de la théorie des probabilités qui devient ainsi une "théorie rationnelle" contrairement à ce que certains ont le mauvais goût de penser.

Ce n'est donc ni la "théorie de l'homme moyen" ni la doctrine de la "sensation transformée" ni le "théorème de Bernoulli" ni même la "la loi des grands nombres" qui expliquent (ou démontrent) les régularités effrayantes des statistiques criminelles, mais bien l'idée de hasard qui consiste, comme on le sait, "dans l'indépendance mutuelle de plusieurs séries de causes et d'effets qui concourent accidentellement à produire tel phénomène, à amener telle rencontre, à déterminer tel événement...". Il fallait y penser.

La théorie des probabilités fondée rationnellement, est donc susceptible d'entrer en résonance avec le monde extérieur et d'en décrire certains comportements; c'est ainsi que le théorème de Bernoulli copie la loi des régularités statistiques. Réciproquement cette harmonie entre le calcul des chances et le monde extérieur renforce les fondements rationnels de la théorie, pusiqu'il serait infiniment improbable qu'une telle harmonie soit le fait du hasard.

Mais Cournot, comme le fera Boole, se garde de mêler la théorie de la probabilité mathématique à sa contre-partie réelle (dont il admet toutefois qu'elle existe bien), comme du reste s'en étaient gardé Condorcet et dans une moindre mesure Laplace, en cela il se distingue de la tendance objectiviste d'outre-manche qui s'affirme à la même époque. On consultera à ce sujet le très joli article d'Ellis, [15], et bien sûr le livre de Venn [39] qui donnent tous deux la fameuse définition fréquentielle de la probabilité. Pour Cournot la probabilité mathématique ne se définit pas par une fréquence, fut-elle limite; c'est un nombre qui, s'il s'est donné rationnellement, représentera une fréquence limite, et sinon fournit une indication susceptible de fixer, par exemple, les conditions d'un pari ou la composition d'un tribunal.

Le principal avantage de cette présentation est, comme on sait, de garder à la théorie toute sa souplesse de fonctionnement. (La théorie fréquentielle est mathématiquement assez incommode, en dépit des efforts de Von Mises et Wald pour la rendre cohérente.)

Elle anticipe les présentations ensemblistes de la probabilité qui, commencées avec Bohlmann, [5], et Borel dans les premières années de ce siècle, aboutiront à l'axiomatique de Kolmogorov, laquelle semble avoir la vie dure.

C'est ainsi que la probabilité des jugements triomphera finalement de la "milice statistique", par un juste retour des choses. Il faut cependant faire observer qu'au préalable la dite milice avait enfin réussi à rabattre les prétentions de la mathématique à régenter à elle seule tout l'univers des nombres, en effet, comme l'écrit Cournot : "l'un des traits caractéristiques du $19^{\text{ième}}$ siècle est d'avoir amoindri l'importance relative des mathématiques dans l'ensemble du travail scientifique.

"Il ne faut pas croire en effet que partout où l'on voit des nombres et des mesures on voit des mathématiques, ni que le règne des chiffres soit le règne des mathématiques.... L'erreur serait de prendre un statisticien, un financier pour des mathématiciens, une statistique ou un budget d'empire pour des livres de mathématique".

L'ère "Newtonienne" est bien révolu. L'ère statistique commence.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Ballois L.J.P. : Editeur des Annales de Statistiques, Paris, 1802-1803.

[2] Bayes T. : An essay toward solving a problem in the doctrine of chances, Phil. Trans. Roy. Soc. London 53, 370-418, (1763).

[3] Bertrand J.L.F. : Calcul des Probabilités, Paris, (1889).

[4] Bienaymé I.J. : Probabilités des jugements et des témoignages, L'Institut, 2, 207-208, (1838).

[5] Bohlmann G. : Techniques de l'assurance sur la vie, exposé d'après l'article allemand par H. Poterin de Motel, Encyclopédie des Sciences Mathématiques éd. J. Molk, tome I, 4, 491-590, Paris, (1906).

[6] Boole G. : An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities, London 1854, 2è ed. Dover.

[7] Condillac E. Bonnot de : Oeuvres complètes, Paris, (1798).

[8] Condorcet J.A.N. de Caritat de : Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix, Paris,(1785).

[9] Condorcet J.A.N. de Caritat de : Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain, Paris, (1795).

[10] Condorcet J.A.N. de Caritat de : Eléments de calcul des probabilités et son application aux jeux de hasard, à la loterie et aux jugements des hommes, Paris, (1805).

[11] Cournot A.A. : Mémoire sur les applications du calcul des chances à la statistique judiciaire, J. Math. Pures et Appl., 3, 257-334, (1838).

[12] Cournot A.A. : Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, Paris, (1838).

[13] Cournot A.A. : Exposition de la théorie des chances et des probabilités Paris, (1843).

[14] Cournot A.A. : Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes, Paris, (1872).

[15] Ellis R.L. : On the foundations of probabilities, Trans. Camb. Phil. Soc. 8, 1-6, (1842).

[16] Fourier J.B.J. : Introduction des 4 premiers volumes des Recherches statistiques sur la ville de Paris, Volume I (1821), Volume II (1823), Volume III (1826), Volume IV (1829).

[17] Gelfand A.E. et Solomon H. : A study of Poisson's models for jury verdicts in criminal and civil trials, J. Amer. Stat. Assoc. 68, 271-278, (1973).

[18] Gelfand A.E. et Solomon H. : Modeling jury verdicts in the American legal system, J. Amer. Stat. Assoc. 69, 32-37, (1974).

[19] Gelfand A.E. et Solomon H. : Analyzing the decision-making process of the American jury, J. Amer. Stat. Assoc. 70, 305-310, (1975).

[20] Gillispie C.C. : Probability and politics : Laplace, Condorcet and Turgot, Proc. Amer. Phil. Soc. 116, 1-20, (1972).

[21] Gillispie C.C. : Intellectual factors in the background of analysis by probabilities, in A.C. Grombie, ed., Scientific change, 431-453, London (1963).

[22] Gillispie C.C. : Laplace Pierre Simon, Dictionary of Scientific Biography, Supplement I, 273-403, New-York, (1978).

[23] Guerry A.M. : Essai sur la statistique morale de la France, Paris,(1833).

[24] Guerry A.M. : Statistique morale de l'Angleterre comparée avec la statistique morale de la France, Paris, (1864).

[25] Halbwachs M. : La théorie de l'homme moyen, essai sur Quételet et la statistique morale, Paris, (1913).

[26] Laplace P.S. : Mémoire sur la probabilité des causes par les événements, 1774, Oeuvres complètes, VIII, 27-65, Paris.

[27] Laplace P.S. : Théorie analytique des probabilités, 1812, Oeuvres complètes, VII, 1-493, Paris.

[28] Laplace P.S. : Essai philosophique sur les probabilités, 1814, Oeuvres complètes, VII, V-CLIII, Paris.

[29] Mill J.S. : A system of logic ratiocinative and inductive, being a connected view of the principles of evidence, and the methods of scientific investigation, London, (1843).

[30] Poisson S.D. : Recherches sur la probabilité des jugements, principalement en matière criminelle, C.R. Acad. Sci. Paris, 1, 473-494, (1835).

[31] Poisson S.D. : Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile précédées des règles générales du calcul des probabilités, Paris, (1837).

[32] Quételet A.L.J. : Recherches statistiques sur le royaume des Pays-Bas, Bruxelles, (1829).

[33] Quételet A.L.J. : Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale, Paris, (1835).

[34] Quételet A.L.J. : Lettres à S.A.R. le duc de Saxe-Cobourg et Gotha, sur la théorie des probabilités appliquée aux sciences morales et politiques, Bruxelles, (1846).

[35] Quételet A.L.J. : Du système social et des lois qui le régissent, Paris, (1848).

[36] Quételet A.L.J. : Physique sociale ou essai sur le développement des facultés de l'homme, Bruxelles, (1869).

[37] Sinclair J. : Specimens of statistical reports, exhibiting the progress of political society, from the pastoral state, to that of luxury and refinement; intended to furnish examples of the proper mode of drawing up accounts, either of parochial, or of others districts, and of collecting

facts, in order to ascertain the principles of statistical philosophy, and the sources of national improvement, London, (1793).

[38] Sinclair J. : Observations sur la nature et les principes des recherches statistiques, et sur les avantages qu'on en peut tirer, avec une esquisse d'une introduction à l'analyse projetée de l'état statistique de l'Ecosse..., Londres, (1802).

[39] Venn J. : The logic of chance. An essay on the foundations and province of the theory of probability, with especial reference to its logical bearings and its application to moral and social science, London, (1866), 3rd ed. (1888).

[40] Yvernes E. : La statistique criminelle de France, Melun, (1890).