Jacques Bonitzer

Quelques réflexions sur l'évolution du concept philosophique de hasard au 20è siècle

Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes, 1980, fascicule 2
« Séminaire d'histoire des mathématiques au XXe siècle », , exp. nº 6, p. 1-18
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1980___2_A6_0>

QUELQUES REFLEXIONS SUR L'EVOLUTION DU CONCEPT PHILOSOPHIQUE

DE HASARD AU 20è SIECLE

Jacques BONITZER

L'épistémologie du hasard a donné lieu au 20è siècle à des travaux considérables, au moins par leur volume, le nombre, et souvent la qualité des contributeurs, tandis que parallèlement prend forme la théorie des probabilités moderne. Or, de façon frappante, les deux domaines communiquent mal. Certes, Borel et Kolmogorov, pour ne parler que d'eux, interviennent dans le débat épistémologique ; mais Borel n'y manifeste pas la même puissance de pensée que dans ses travaux scientifiques, et Kolmogorov n'insiste pas beaucoup. Critiqué par Von Mises, il répond de façon pertinente, mais peu systématique. Or, on le verra, l'épistémologie du hasard continue à vivre, pendant toute cette période, sur des notions, non seulement antérieures au développement de la Théorie moderne des Probabilités, mais même quasiment archaïques, particulièrement la loi faible des grands nombres sous la forme de Bernoulli, et la formule de Bayes (il est vrai que Von Mises risque, vers 1920, un aggiornamento mais il motivera davantage un certain mouvement bien délimité de recherche scientifique qu'il ne règlera véritablement des questions épistémologiques).

Cette constatation appelle deux commentaires liminaires, concernant deux questions importantes, liées mais distinctes :

1° A quoi sert l'épistémologie ?

2° Quelles sont les relations entre l'épistémologie et la science ?

A quoi sert l'épistémologie ?

L'épistémologie, appliquée à une branche du savoir, est une branche particulière de la Théorie de la Connaissance. Les scientifiques s'intéressent à celle-ci lorsqu'il s'agit, à une époque donnée, de déblayer les obstacles qui s'opposent au progrès des connaissances. Ces obstacles sont en règle générale d'ordre politique et/ou idéologique. Koyré et, plus récemment, G. Simon ont par exemple montré que Kepler développe de manière systématique une conception nouvelle de la causalité contre la pensée symbolique dominante de l'époque. Descartes écrit le Discours de la Méthode contre la scolastique paralysante de la Sorbonne. Marx développe le matérialisme dialectique pour pouvoir fonder l'économie politique en tant que science, etc... Au 20è siècle, deux crises scientifiques vont attirer plus particulièrement l'attention sur les phénomènes du hasard. D'une part, la remise en cause radicale du déterminisme laplacien, surtout par la Théorie des Quanta (mais déjà antérieurement à celle-ci) ; d'autre part, plus tardivement le développement de la Biologie, qui exige la liquidation du vitalisme, appelle une explication des phénomènes à contre-courant du 2è Principe de la Thermodynamique, dont on s'aperçoit qu'il ne suffit pas de dire abstraitement que ce sont des phénomènes locaux. Il faut noter que ces deux crises ont peu de rapport, surtout la première, avec le développement scientifique du Calcul des Probabilités. (Le développement de l'usage technique et socio-économique des Statistiques, et de l'usage technique de la Théorie des Processus Aléatoires est un facteur de stimulation plus important). Ces deux pôles d'intérêt vont exercer leurs effets sur l'épistémologie du hasard en conjugaison avec le grand mouvement formaliste qui s'empare des mathématiques dans le prolongement de la révolution cantorienne. L'école dominante en philosophie des Sciences, au moins dans les pays anglo-saxons (eux-mêmes idéologiquement dominants sauf en URSS ; mais avec une influence qui pénètre même en URSS) est le positivisme logique. Ce sont des Anglais et des Viennois qui font la mode en philosophie des Sciences. Ils ignorent presque tout des travaux mathématiques des écoles dominantes en Théorie des Probabilités, c'est-à-dire des écoles russe et française.

Les relations entre l'épistémologie et la science. Qu'est-ce que le positivisme logique ?

Le positivisme logique est le nom qu'on donne à une philosogie développée depuis la première guerre mondiale, et particulièrement d'abord par un groupe de penseurs autrichiens appelé "Cercle de Vienne", dont une des figures les plus marquantes est R. Carnap.

Cette philosophie n'est pas nouvelle. Les principaux inspirateurs sont Ernst Mach et Bertrand Russell. Elle procède avant tout d'une volonté de mise au clair des idées nouvelles mises en oeuvre en Physique dès avant le grand tournant de 1905 et, bien entendu, surtout depuis les premiers développements de la théorie quantique ; et d'une réflexion sur les conditions de l'expérience et son interprétation. Le positivisme logique valorise à l'extrême l'analyse logique méticuleuse des raisonnements scientifiques en vue de la mise en évidence des hypothèses qui les sous-tendent. Ce serait son côté positif, s'il évitait le risque de survalorisation, de valorisation exclusive de cet aspect de la démarche de connaissance. Le positivisme logique prétend non seulement instaurer une démarcation précise entre la connaissance scientifique et la réflexion philosophique, dite "métaphysique", mais renvoyer entièrement celle-ci dans le champ du non-sens. Le positivisme logique, comme tout positivisme, entreprend de réduire les notions et catégories philosophiques à des concepts scientifiques. Pour mener à bien cette entreprise, il sépare le champ de la connaissance scientifique en deux domaines distincts, celui des "connaissances empiriques", d'ordre expérimental, et celui du raisonnement logico-mathématique, considéré comme purement "analytique" ou "tautologique", absolument hors de doute s'il est bien mené, mais vide d'informations sur la réalité concrète.

Cette philosophie reste très largement dominante dans les pays anglo-saxons, même si la rigidité de son dogmatisme a contraint des philosophes comme K. Popper ou I. Lakatos à prendre certaines distances par rapport à ses positions les plus extrêmes. (K. Popper se distingue du positivisme logique par une certaine revalorisation de la philosophie, qui reste néanmoins séparée de la pensée scientifique par une "ligne de démarcation" précise, par l'affirmation du caractère à jamais progressif et inachevé de la connaissance scientifique, et par la reconnaissance de l'importance du moment de la réfutation dans l'avancement du savoir.

Or, il semble bien que la méconnaissance de relations positives précises entre idées philosophiques et concepts scientifiques soit, pour l'intellection du hasard, un obstacle à une appréhension appropriée. J'essayerai de montrer, en particulier, que nombre des concepts de la Théorie moderne des probabilités ont une charge philosophique qui, pour être peu évidente, n'en est pas moins considérable, et que leur analyse met en évidence des contraintes subies par la recherche scientifique, parce qu'il faut qu'il en soit ainsi de façon générale pour sa fécondité, bien que cette contrainte reste presque toujours non perçue en tant que telle par celui qui la subit.

J'indique dès maintenant que l'un des traits les plus remarquables de la théorie moderne des Probabilités est une certaine rétrogradation du concept même de probabilité, et particulièrement de probabilité finie. Le maintien même de la dénomination de "Calcul" ou de "Théorie des Probabilités" pour ce qui est en fait une théorie du hasard, traduit le maintien de la fréquence des conceptions philosophiques anciennes sur le progrès des connaissances scientifiques, et de la philosophie non formulée qui l'accompagne. C'est un peu comme si la Mécanique était appelée "Théorie des Forces".

Au tout début du 20è siècle, le traité classique est le "Calcul des Probabilités" de Joseph Bertrand (1907). La probabilité y est définie comme "le rapport du nombre des cas favorables au nombre total des cas possibles"(p.9) On distingue encore mal les concepts d'épreuve aléatoire et d'évènement, comme le montre le célèbre problème suivant : "On trace au hasard une corde dans un cercle. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit plus petite que le côté du triangle équilatéral inscrit ?" (p.4) (Il n'est pas clair alors que l'on ne peut considérer comme un évènement élémentaire, comme si sa probabilité était finie, chaque point d'un ensemble continu). La loi des grands nombres est encore exprimée par l'énoncé de Bernoulli, ou au mieux de Tchebychev (Borel est seulement en train de découvrir la loi forte). On ignore à peu près tout des processus aléatoires. La convergence en loi n'est reconnue que de manière fragmentaire, et toujours sous la forme d'une convergence de fonctions de répartition (jamais d'un ensemble d'espérances mathématiques).

Poincaré aborde cependant déjà à la même époque les thèmes sur lesquels toute une littérature va broder pendant tout le siècle :

- Il adopte, sans toutefois lui donner une valeur absolue, ni même une définition précise, une distinction déjà ancienne, sous des formes plus ou moins confuses, entre "probabilité objective" et "probabilité subjective"
- Il admet le recours aux probabilités comme corrélat d'une ignorance ("Si nous n'étions pas ignorants, il n'y aurait pas de probabilité, il n'y aurait de place que pour la certitude...")
- Il accorde une place importante aux problèmes de "probabilités des causes", mis en évidence par Bayes dès le 18è siècle ; il se rend compte jusqu'à un certain point qu'il soulève ainsi le problème de la rationalité du raisonnement probabiliste mais, bien entendu, la notion de problème décisionnel lui est étrangère.

Ce sont ces trois points que nous allons développer maintenant. Poincaré, comme les auteurs qui vont être cités maintenant, méconnaît le rapport du hasard aux catégories d'ordre et de désordre, venue au premier plan beaucoup plus récemment avec le développement de la théorie de l'information, et les travaux de Prigogine sur la thermodynamique des phénomènes irréversibles. L'idéologie de "l'ordre par le bruit" connaît maintenant la vogue. Je n'y insisterai pas, de peur d'être entraîné trop loin.

1° Objectif/Subjectif

Ce couple d'adjectifs polarise tous les débats et cristallise des oppositions.

Des auteurs comme Keynes ou, plus tardivement de Finetti, Jeffreys, Savage, veulent avant tout voir dans l'objet mental "probabilité" l'expression d'un "degré de croyance dans la réalisation de l'évènement auquel elle s'applique On peut voir dans cette position l'expression d'un idéalisme quasi-berkeleyen. C'est ce que feignent de faire ceux qui veulent la réfuter à bon compte. Mais on peut y voir aussi une position de départ en vue d'une axiomatisation, à laquelle on demande de respecter tout ce qu'on met intuitivement dans l'idée de "degré de croyance" et dans celle d'"évènement". C'est ce que fait de Finetti. C'est après tout ce que fera, dans un domaine voisin, un mathématicien qu'on n'a guère accusé d'idéalisme, comme Khintchine, lorsqu'il axiomatise le concept d'information. Une interprétation subjective de la probabilité n'est pas nécessairement exclusive d'une interprétation objective, comme le note Poincaré à propos d'un cas il est vrai spécialement favorable : "...comme ce que j'appelais mon intuition n'était qu'un aperçu incomplet d'un véritable raisonnement, on s'explique que l'observation ait confirmé mes prévisions, que la probabilité objective ait été d'accord avec la probabilité subjective".(SH.p.200*). Quoi qu'il en soit, la notion de "probabilité subjective" subit au 20è siècle une double évolution. D'une part, elle va être mobilisée sous le nom de "probabilité logique" (Carnap) ou "probabilité mathématique"(Popper) par des philosophes préoccupés par le "problème de l'induction", c'est-à-dire des conditions de la découverte et du progrès scientifique ; d'autre part, elle ressurgit à l'occasion des travaux de l'école néo-bayesienne en Statistique, comme une échappatoire à la régression à l'infini impliquée par le modèle décisionnel de Wald. Dans les deux cas, sous des formes un peu différentes, la notion de probabilité subjective est liée à une certaine conception de l'espace sur lequel elle opère : pour Carnap ou Popper, la probabilité ("logique" ou "mathématique") s'applique à des "énoncés" scientifiques, plus ou moins universels, ou particuliers ; pour Wald, elle porte sur des évènements relatifs à des "états de la nature". Pour tous, est ainsi sous-jacente, bien que de manière très peu visible, l'idée d'un hasard en soi, sur lequel les idées et les évaluations différeraient en vertu de l'information détenue par les sujets pensants. Je tâcherai plus loin de montrer que cette idée de hasard en soi est profondément discutable (alors que celle de "probabilité subjective" peut au contraire comporter un "noyau rationnel").

Contre les subjectivistes, von Mises, puis Reichenbach défendent une position objectiviste, ou "fréquentiste", évidemment inspirée par un "principe des observables" : on ne peut définir scientifiquement que ce qu'on peut observer empiriquement. Le phénomène empirique que modélise le Calcul des Probabilités, c'est la convergence d'une suite de fréquences d'un évènement déterminé dans une longue suite d'épreuves identiques et indépendantes. Von Mises propose ainsi d'abord une nouvelle définition de la probabilité, à partir de laquelle il bâtit sa propre axiomatique. En même temps, il met en lumière un ensemble de véritables problèmes scientifiques autour d'une question dont la difficulté n'apparaît pas immédiatement dans toute son ampleur : qu'est-ce qu'une suite aléatoire ? Cette problématique va faire son chemin selon des voies qui finiront par s'écarter sensiblement des idées initiales de von Mises, avec la notion de "nombre normal", la théorie ergodique appliquée à la représentation des nombres réels, le concept d'incompressibilité de Kolmogorov-Chaitin. L'axiomatique de von Mises avortera, supplantée par celle

* "la Science et l'Hypothèse"

de Kolmogorov. La conception "fréquentielle" de la probabilité restera, elle, généralement admise, bien que plus ou moins critiquée. Carnap et Popper la retiennent comme s'appliquant à des probabilités "physiques". L'usage, à la fois mais séparément, de la probabilité "logique" ou "mathématique" et de la probabilité "physique" se rapporte à la distinction et à la séparation qu'ils opérent entre "langage" et "métalangage" d'une science. La probabilité "physique", ou "statistique", c'est celle de von Mises, qui s'applique aux phénomènes de la nature. La probabilité "logique" ou "mathématique", s'applique, elle comme une qualité purement formelle, équivalente à un degré de certitude, ou de "corroboration", aux énoncés scientifiques.

C'est surtout Popper qui instaure entre les deux notions une séparation radicale, tandis que Carnap hésite entre celle-ci et une distinction beaucoup plus banale selon laquelle la probabilité "physique" désignerait une caractéristique empirique et la probabilité "logique" ce qui est finalement la même caractéristique ayant la même valeur numérique, mais en tant qu'engagée dans le raisonnement mathématique sous forme de symbole.

L'argumentation de Popper prend la forme d'une discussion polémique avec Reichenbach concernant la possibilité de caractériser un énoncé scientifique par une probabilité susceptible d'une signification "fréquentiste". Popper conclut par la négative au terme d'une argumentation qui peut sembler convaincante du moment qu'on admet que la probabilité s'applique à des évènements (ou des "énoncés") relatifs à des "états de la nature" en soi. . Il avance en outre que la probabilité a priori de toute hypothèse scientifique est nulle ; d'une part, Popper suggère comme méthode de justification possible de la notion de probabilité d'une hypothèse scientifique au sens fréquentiste le recensement des "énoncés de base", c'est-à-dire des constatations expérimentales qui sont, soit compatibles, soit incompatibles avec cette hypothèse. D'autre part, il remarque que, avec cette définition, la probabilité est forcément nulle mais que ce qui seul importe est un certain aperçu sur la probabilité conditionnelle de cet évènement négligeable, liée par les résultats expérimentaux disponibles. Il n'est pas tellement étonnant qu'il ne sorte pas de la situation sans issue où il se met lui-même (le concept d'évènement négligeable, venu à maturité avec la loi forte des grands nombres, est, comme on le verra, une des conquêtes majeures de la Théorie moderne des Probabilités, -comparable à la conquête du zéro par l'algèbre ancienne). J'essayerai de montrer que l'explication profonde de ces errements est qu'il n'existe pas de hasard en soi, mais seulement par rapport à un certain point de vue objectif sur les "états de la nature" ; que ce point de vue objectif est en règle générale celui d'une certaine pratique sociale ; et qu'à partir du moment où la connaissance du hasard reçoit à titre essentiel l'éclairage de la pratique, le mystère qui divise Popper et Reichenbach disparaît. Cet éclairage demandera le moment venu une discussion concernant la catégorie d'essence, telle qu'elle peut être inspirée par la lecture de Hegel, complétée par le redressement matérialiste opéré par Marx. Mais il faut au préalable relever et discuter une autre thèse de la philosophie du hasard.

Certitude/Incertitude

Pour Poincaré, comme pour presque tous les auteurs qui ont écrit sur le hasard, la manifestation de celui-ci résulte de la connaissance incomplète du "sujet connaissant" quant aux lois et phénomènes de la nature. Il distingue entre les cas où le sujet peut se contenter d'une connaissance incomplète bien qu'une connaissance plus complète soit à sa portée, mais est inutile pour ses besoins pratiques, et ceux où, parce que nos moyens conceptuels et expérimentaux sont insuffisants, la connaissance complète est inaccessible. Cette distinction a la vie remarquablement dure. On la retrouve par exemple chez Jacques Monod ("le Hasard et la Nécessité") qui croit pouvoir distinguer un "hasard inessentiel" (caractérisé par la possibilité d'une connaissance complète) et un "hasard essentiel" (où la connaissance serait "par essence" inaccessible). Naturellement, l'interprétation de l'Ecole de Copenhague des relations d'incertitude de la physique quantique renforce cette idée. On peut citer encore, pour l'illustrer, des phrases particulièrement claires d'Heisenberg : "Les lois statistiques signifient d'habitude que l'on ne connait qu'incomplètement les systèmes physiques dont il s'agit... Le premier, Gibbs introduit un concept physique qui ne peut s'appliquer à un objet de la nature que si notre connaissance de cet objet est incomplète. Si, par exemple, le mouvement et la position de toutes les molécules d'un gaz étaient connues, parler de la température de ce gaz n'aurait plus de signification. Le concept de température ne peut être utilisé que si un système est insuffisamment connu et que l'on désire tirer des conclusions statistiques de cette connaissance incomplète". (la nature dans la Physique contemporaine, p.43-45).

Normalement, semble-t-il, elle devrait être liée à l'interprétation subjectiviste du concept de probabilité. Pourtant, la plupart des "fréquentistes", ou bien l'adoptent, ou bien négligent d'en faire la critique. Rares sont ceux qui s'aperçoivent qu'il y a toujours un corollaire objectif à l'incertitude du sujet, à savoir la définition des évènements qui font l'objet d'un enregistrement effectif, et corrélativement la constitution de la série d'épreuves où les compensations aléatoires vont s'opérer, et par conséquent que tout changement dans l'ignorance ou la connaissance du sujet ne fait que traduire un simple changement du phénomène objectif en question : à savoir d'une part, le dispositif de mesure mis en oeuvre, d'autre part, les compensations aléatoires dans une certaine série d'épreuves.

L'ignorance des lois de la nature a ainsi une autre face : la connaissance positive de certaines lois de comportement de cette série.

(Popper, à qui l'on peut reprocher beaucoup d'opinions incongrues, sait au moins que "bon nombre de prétendus paradoxes de la probabilité disparaissent dès que nous comprenons que différentes probabilités peuvent être attribuées à un seul et même évènement... en tant qu'élément de différentes classes de références". LDS p.213-214 -chose que, par contre, Jacques Monod, grand admirateur et préfacier de Popper, semble complètement ignorer).

Il y a, semble-t-il, deux raisons à la prédominance de ce point de vue : la première tient à l'histoire des idées philosophiques ; la seconde, à celle de la Théorie des Probabilités.

L'idéologie du hasard se développe énergiquement, dès la fin du 19è siècle, en réaction contre le déterminisme laplacien. Au-delà de ce qui est exactement connu, de façon déterministe, permettant une prévision exacte, s'étend le vaste domaine de ce qui est imparfaitement connu, ou inconnu. C'est ce domaine qu'il est tentant d'attribuer au hasard, qui tend à occuper ainsi tout l'espace entre la nature -avec ses supposés "états de la nature"- et les lois de la nature exprimées par la science existante. C'est aussi à cette idée que se rattachent les tentatives de traiter les conjectures scientifiques, avec ce qu'elles ont précisément d'incertain et de mal connu, comme objet de calcul des probabilités. Cette conception abstraite, négative et vague s'oppose à celle qui fait des phénomènes du hasard des phénomènes naturels spécifiques dotés de leur lois propres, qui sont une variété spécifique des lois de la nature, et dont le champ d'exercice est ainsi plus ou moins délimité, laissant un au-delà d'inconnu dont l'exploration spécifique appartient au futur.

Mais d'un autre côté, la rationalité de la connaissance du hasard comporte d'évidentes zônes d'ombres, et sa définition pose des problèmes bien particuliers qui ont beaucoup occupé les statisticiens.

Tout d'abord, tant que les lois du hasard n'étaient connues que sous la forme de la loi faible des grands nombres, on se demande ce qui autorise à considérer qu'un évènement de probabilité faible ne se produit pas, à partir de quelle valeur il en est ainsi, etc... ; on a tendance à considérer que l'attitude à l'égard du hasard est entièrement d'ordre pratique, sans remarquer en général que cela n'explique rien. C'est encore, jusqu'aux dernières éditions de la Logique de la Découverte Scientifique, le problème de Popper. Il est plus curieux que Borel, dans un petit livre paru en 1951 dans la collection "Que sais-je" ("Probabilité et Certitude") entre dans cette même problématique, avec il est vrai l'idée de de démontrer que des probabilités, non pas très faibles, mais extrêmement faibles, sont équivalentes à des certitudes. C'est curieux, parce que l'avènement des concepts d'évènement négligeable, de loi forte des grands nombres et de convergence en loi paraissent de nature, comme on le verra, à ramener les lois du hasard à un statut de lois approchées de la nature d'une espèce familière.

Mais il est vrai que cela ne règle pas entièrement le problème de la rationalité des lois du hasard. Il s'en faut même d'un gros morceau, à propos du problème de la probabilité des causes.

La probabilité des causes

Les problèmes, dits de "probabilité des causes" sont en règle générale traités par les philosophes et autres penseurs en fonction de la formule de Bayes, qui remonte au milieu du 18è siècle. Il faut attendre 1940, et la théorie statistique des décisions de Wald, pour qu'un certain renouvellement de la problématique apparaisse. Une discussion de cette théorie est sans doute un bon moyen de sortir des discussions extrêmement confuses qui prédominent dans la littérature.

Le problème de la probabilité des causes est la forme spécifique probabiliste du problème général de l'interprétation de l'expérimentation. Il appartient à la classe très vaste de ce qu'on peut appeler les "problèmes inverses", tel que par exemple, en mécanique, celui de la reconstitution de la structure d'un milieu matériel à partir de l'observation des ondes qui s'y propagent. La solution de ces problèmes n'est jamais possible sans des connaissances théoriques préalables, prenant la forme d'un modèle de représentation du phénomène mis en oeuvre. Non seulement, à vrai dire, des connaissances théoriques, mais toute une élaboration préalable, comportant des transformations de concepts, complexes, nécessaires pour la mise en oeuvre de l'expérimentation aléatoire. Pour en prendre un exemple simple, presque toujours inaperçu, l'échantillonnage aléatoire inclus dans une épreuve statistique implique la transformation d'un paramètre qui peut n'avoir aucun caractère probabiliste en un paramètre (moyenne, variance, etc...) d'une loi de probabilité. Il en est ainsi dans notre cas, et il est très important de le rappeler car il existe une tendance, toujours prête à ressurgir chez tout statisticien, (et théorisée formellement par certains, comme Benzecri) à faire des expérimentations sans modèle théorique préalable. En fait, toutes les bonnes expérimentations statistiques, celles qui dépassent le niveau des expériences préliminaires par lesquelles un expérimentateur prend contact avec un nouveau domaine, reposent sur des modèles théoriques explicites. Dans la théorie statistique des décisions, le modèle est représenté par un ensemble ou "espace des "états de la nature", c'est-à-dire en fait un ensemble de modèles de la réalité, rivaux, entre lequels l'expérimentation statistique a pour ambition de permettre un choix -ou, plus formellement, par un ensemble de paramètres représentatifs de ces modèles. La théorie statistiques de décisions du fait même de sa nature de théorie statistique, a le grand mérite de nous rappeler sans toutefois en expliciter toutes les conséquences que l'expérimentation n'a pas pour objectif une connaissance gratuite, mais une action pratique. Selon le résultat de l'expérimentation, l'expérimentateur, ou celui pour le compte de qui il agit, prend une décision. Le modèle de Wald comprend donc un "espace des décisions" possibles du sujet ; et le problème sera de trouver la meilleure application possible de l'ensemble des résultats possibles de l'expérimentation sur cet espace des décisions. Wald donne à toute application faisant correspondre une décision à un résultat expérimental le nom de stratégie. Un autre mérite du modèle de Wald est de considérer que l'expérimentation peut ne pas se réduire à une mesure aléatoire instantanée, mais peut prendre la forme d'un processus aléatoire, et que la stratégie peut avoir pour valeurs des conduites complexes définies pas à pas. Chaque décision est caractérisée par un coût, fonction de la décision prise (et, par conséquent, du résultat expérimental) et de l'état de la nature. Le modèle de Wald permet aussi d'intégrer dans ce coût, le coût propre de l'expérimentation. On présente souvent la théorie statistique des décisions en attribuant aux décisions possibles, non pas un coût, mais une "utilité" subjective, sans remarquer que cette interprétation est implicitement exclue par les deux dernières étapes de l'élaboration du modèle.

L'avant-dernière consiste, en vue de l'optimisation finale, en ceci : Soit un paramètre θ, estimé par une fonction θ^* des observations, le coût $C(\theta,\theta^*)$ est, pour une valeur donnée de θ, une variable aléatoire, fonction mesurable de θ^* dont la distribution dépend de θ ; on le remplace par son espérance mathématique $E_{\theta^*}[C]$, qui est encore fonction de θ, donc d'un paramètre inconnu. On a cherché à s'accommoder de cette ignorance en proposant des stratégies telles que la stratégie du minimax : on choisirait une stratégie qui minimise le maximum de $E_{\theta^*}[C]$. En fait, cette façon de faire supposerait implicitement une certaine hostilité de la nature, assimilée (comme le montre le théorème minimax de von Neumann) à un joueur qui joue contre l'expérimentateur, et gagne quand l'expérimentateur perd. D'autres stratégies ("minimax-regret", et autres) se heurtent à des objections analogues. Finalement, Wald propose de résoudre le problème du statisticien en considérant que la valeur réelle de θ (c'est-à-dire l'"état de la nature" réel) est elle-même une variable aléatoire dont la distribution est supposée connue. On peut alors choisir la stratégie qui minimise l'espérance du coût, soit $E_\theta E_{\theta^*}[C]$.

Cette construction appelle des commentaires sur deux points :

a) Prendre le critère de la minimisation de l'espérance mathématique du coût, c'est faire implicitement référence à la loi des grands nombres, et même à la loi forte. Cela signifie (encore une fois, implicitement, mais indubitablement, si du moins cela a un sens) que l'expérience aléatoire concernée est un élément d'une suite indéfinie d'expériences aléatoires du même expérimentateur, ou faites pour le compte du même responsable, dont les coûts s'additionneront au cours du temps, et où les mauvais hasard seront compensés par les bons. On ne peut raisonner dans le cadre du modèle de Wald -et on ne possède actuellement aucun autre modèle qui échappe à cette limitation- que sur la base d'<u>utilités additives</u>, c'est-à-dire en fait, de coûts monétaires.

b) Apparemment, le modèle de Wald retombe en dernière analyse sur le problème de probabilité des hypothèses, et ne permet pas d'avancer d'un pas par rapport à la polémique Popper-Reichenbach. Il suggère fortement que le raisonnement probabiliste ne peut manquer d'être entrainé dans une régression à l'infini de l'espèce la plus pure : la distribution a priori des "états de la nature" est elle-même supposée résulter d'une observation statistique préalable, qui suppose à son tour une distribution a priori des distributions a priori, et ainsi de suite. Comment en sortir ? Par une "convention" à la Popper ? Mais, dans la perspective intégralement rationaliste du positivisme logique, cette convention doit bien avoir finalement un fondement rationnel quelque part. Lequel ? où ?

Cette question appelle avant tout la remarque suivante :

S'il est vrai qu'à toute expérimentation, à toute situation réelle (aléatoire ou non, d'ailleurs), est associée une décision relevant de la conduite pratique, et pas seulement un choix purement intellectuel, c'est peut-être que parallèlement l'hypothèse en question n'est pas ce qu'elle semble être d'abord, mais autre chose : une situation pratique d'un certain type.

Prenons un exemple un peu caricatural, mais suggestif. Imaginons la situation d'un savant qui vient de faire, pour la première fois, l'expérience de Michelson. Si l'on applique brutalèment le schéma décisionnel tel qu'il est suggéré par sa présentation formelle, on dira qu'on a le choix entre deux hypothèses disons l'hypothèse galiléenne et l'hypothèse einsteinienne, et que la décision de l'expérimentateur consiste à adopter l'une ou l'autre.

Mais est-ce bien cela ? Aucunement. Les véritables décisions de l'expérimentateur peuvent être : publier le résultat avec plus ou moins de précautions justifiées par son caractère explosif ; recommencer l'expérience ; prendre contact avec des théoriciens pour voir s'il existe quelque part un commencement d'explication théorique au phénomène constaté dans l'expérience, etc... Toutes décisions d'espèces très familières, et correspondant à des situations objectives dont l'analogue a déjà été constaté dans le passé. Autrement dit, corrélativement, ce qui est testé, ce ne sont pas des "états de la nature", mais des <u>situations pratiques</u> telles que :

a) une théorie dominante, fortement confirmée par toute une pratique scientifique et extra-juridique, rend compte de l'expérience ;

b) elle n'en rend pas compte.

Dans son évaluation, l'expérimentateur prend ou peut prendre en compte tous les éléments concrets de la décision, tels que la finesse nouvelle de l'effet mesuré (qui peut mettre en évidence la nécessité d'une approximation meilleure que les pratiques antérieures n'exigeaient pas), l'existence d'indices théoriques troublants déjà connus (tels que la non-invariance des équations de Maxwell par rapport au groupe des transformations galiléennes, etc...). Dans ces conditions, se trouvant en face d'hypothèses d'un type plus ou moins familier, il n'est pas absurde de considérer qu'elles relèvent jusqu'à un certain point d'une analyse fréquentiste plus ou moins consciente et précise. Fréquentiste, mais non probabiliste pour autant, puisque cette analyse ne peut en aucun cas comporter d'issue à la régression à l'infini mise en évidence par les modèles statistiques qu'il s'agisse du modèle classique de Neyman et Pearson ou du modèle raffiné de Wald.

Je vais essayer de montrer à quel point cet aspect pratique est aujourd'hui enraciné dans le formalisme du Calcul moderne des Probabilités. Anticipant sur la conclusion de cet exposé, je dirai tout de suite que l'abandon de l'illusion d'une rationalité intégrale du comportement, que la reconnaissance du caractère inéliminable de la présence de comportements empiriques, ne sont nullement inconciliables avec l'idée d'un progrès indéfini de la rationalité du travail scientifique.

La rationalité pratique

Si l'on veut sortir des antagonismes circulaires dont les termes se renvoient l'un à l'autre, à la faveur de leurs insuffisances respectives subjectif/objectif, incertitude/certitude, il faut remonter au niveau d'une conception générale de la connaissance scientifique. Pour celà, je partirai de quelques remarques assez simples, bien que pas toujours immédiatement évidentes. Elles se rapporteront en gros à deux concepts auxquels la théorie moderne des Probabilités confère une inportance fondamentale qui n'apparaissait pas dans le Calcul des Probabilités du début du siècle : le concept d'évènement négligeable et le concept de variable aléatoire (avec son cortège de concepts dérivés, dont celui de convergence en loi).

L'évènement négligeable. Il n'est que de parcourir n'importe quel ouvrage moderne de Probabilités pour s'apercevoir que la majorité des théorèmes sont des théorèmes presque sûrs - c'est-à-dire vrais, sauf dans des cas de probabilité nulle, ou négligeables. Il y a là par rapport aux conceptions plus anciennes un progrès épistémologique considérable. L'idée qu'"un évènement négligeable ne se produit pas dans la réalité" ne laisse pas la même place pour des discussions incertaines que l'idée qu'"un évènement de probabilité très petite ne se produit pas". On pressent que la seconde assertion va pouvoir prendre, par rapport à la première, le caractère d'une approximation, et même, on va le voir, d'une approximation des plus classiques. Il en est ainsi notamment en Physique, lorsque les populations sont immenses (mécanique statistique, lois de désintégration des corps radioactifs). Les qualités d'approximation des lois statistiques sont alors aussi bonnes que celles de n'importe quelle autre loi physique. On peut avoir au départ l'impression que cette approximation présente une certaine spécificité qui la distingue des approximations purement numériques, si l'on continue à ne considérer que la loi faible des grands nombres, qui indique qu'une approximation donnée n'est obtenue qu'avec une probabilité inférieure à l'unité. Mais c'est ne pas tenir compte d'autres considérations.

Le concept de variable aléatoire

Dans les formes anciennes du calcul des probabilités, le concept de variable aléatoire n'apparaissait pas clairement comme un concept fondamental. Encore maintenant, dans beaucoup de cas, on peut raisonner directement sur des σ-algèbres , sans référence à des variables aléatoires. Pourtant, certains indices très significatifs, plus ou moins évidents, conduisent à une réévaluation.

1°) Le concept de <u>mesure de Radon</u>. Le théorème de représentation de Riesz montre qu'une mesure peut être définie par un ensemble d'espérances mathématiques.

2°) Le renversement du concept de convergence en loi. Au début du siècle, on définit généralement la convergence en loi comme convergence d'une suite de fonctions de répartition vers une limite au sens de la convergence "étroite". On a tendance maintenant à la définir sur l'espace dual comme convergence de toutes les espérances mathématiques de fonctions mesurables des variables aléatoires de la suite.

3°) Enfin, et peut-être surtout, il y a quelque chose qui n'est pas aussi formel, pas aussi évident, mais qui requiert l'attention. Quiconque enseigne le Calcul des Probabilités dans le cadre aujourd'hui classique de la Théorie de la Mesure peut noter un trouble des étudiants lié au caractère apparemment arbitraire de la σ-algèbre sur laquelle on va opérer. Comme définit-on cette σ-algèbre ? Il me semble qu'il n'y a pas d'autre réponse que celle-ci : on la choisit en fonction d'un problème ou d'un ensemble de problèmes <u>pratiques</u> (même s'il s'agit de la pratique de l'expérimentation ou, plus généralement, de la recherche scientifique). Pour prendre un exemple simple, et même un peu simplifié, prenons une mesure mécanique, celle de la résistance à la traction d'un fil d'acier. Si la pratique en cause est celle d'un essai de réception industrielle, la σ-algèbre en question se réduira à une algèbre à quatre éléments. A : la résistance est inférieure à une certaine valeur x_0 (et alors je refuse la livraison dont le fil essayé est extrait) ; $\overline{A}$: elle est supérieure à x_0 ; $\Omega = A \cup \overline{A}$, l'évènement certain ; ϕ , l'évènement impossible. Si la pratique en cause est au contraire, par exemple, le calibrage de la méthode et des appareils d'essai utilisés, on mettra en oeuvre la σ-algèbre induite par la variable aléatoire X=résistance à la traction à partir de la σ-algèbre borélienne.

La variable aléatoire X s'est introduite ici comme un moyen de définir une σ-algèbre à des fins pratiques (compte tenu de la mesurabilité qu'on suppose caractériser tous les phénomènes naturels, sur la base d'une expérience scientifique générale qui n'a pas à être discutée ici). De fait, dans l'énorme majorité des cas, c'est à partir de variables aléatoires qu'on définit les σ-algèbres sur lesquels le calcul opère -quitte à les "oublier" dans le traitement du calcul.

N.B. Le probabiliste reproduit ainsi très exactement le "mouvement de l'essence" selon Hegel. Les variables aléatoires sont des déterminations de l'épreuve aléatoire définies par des relations à des processus extérieurs. Le fait que, une fois l'espace de probabilité défini par elles, on puisse les oublier, ou les "nier", correspond au mouvement d'intériorisation des déterminations extérieures de l'être

(ici l'épreuve aléatoire) caractéristique de l'essence, au sens hégélien du terme. Bien sûr, les déterminations extérieures sont ainsi "supprimées", ce qui veut dire qu'elle subsistent de façon latente, et peuvent toujours être ranimées.

Cette situation a une signification des plus profondes. La valeur d'une variable aléatoire ou d'un ensemble de variables aléatoires, c'est ce qui assure la <u>signification pratique</u> d'une épreuve aléatoire, son couplage effectif avec une pratique extérieure à celle-ci.

Dans "le Hasard et la Nécessité", Jacques Monod développe un exemple destiné selon lui à illustrer l'idée d'un "hasard essentiel", c'est-à-dire essentiel indépendamment de toute pratique qui lui serait liée :
"Supposons par exemple que le Dr Dupont soit appelé d'urgence à visiter un nouveau malade, tandis que le plombier Dubois travaille à la réparation urgente de la toiture d'un immeuble voisin. Lorsque le Dr. Dupont passe au pied de l'immeuble, le plombier lâche par inadvertance son marteau dont la trajectoire (déterministe) se trouve intercepter celle du médecin, qui en meurt le crâne fracassé... Le hasard ici doit évidemment être compris comme essentiel, inhérent à l'indépendance totale des deux séries d'évènements dont la rencontre produit l'accident".

Ce que ne voit pas Jacques Monod, semble-t-il, c'est qu'il n'y a là nul hasard "en soi", mais hasard <u>par rapport à des pratiques</u> caractérisées par des variables aléatoires telles que : le coût de l'accident pour l'assurance du Dr. Dupont d'une part, pour celle du plombier Dubois d'autre part ; lesquelles variables aléatoires vont opérer sur des espaces de probabilités différents.

Une variable ou un ensemble de variables aléatoires instaure donc un <u>point de vue</u> extérieur sur une épreuve aléatoire - ce qui n'est pas sans rapport avec le développement de conceptions subjectivistes du hasard, mais ne les justifie pas, si cela peut les expliquer - un point de vue <u>objectif</u> et même, pourrait-on dire, un <u>couplage</u> matériel entre le processus de l'épreuve aléatoire et un processus extérieur, qui prend en général la forme d'un processus de pratique sociale. C'est ce point de vue extérieur qui définit la <u>signification</u> de l'épreuve aléatoire.

On a vu, dans la discussion du modèle de Wald, l'importance et la signification du rôle de l'espérance mathématique. Le fait que la convergence en probabilité implique la convergence en loi fait que, pour toute variable aléatoire, elle va impliquer la convergence de son espérance mathématique au sens classique de la convergence d'une suite numérique. C'est ce qui va en fin de compte assurer la réduction de l'approximation probabiliste à une approximation classique.

Remarque au passage : Il ne faut pas en inférer que le hasard se réduit à cela. Mais seulement que c'est le seul sens que nous sachions actuellement lui donner, qu'il définit un domaine spécifique de connaissance scientifique - mais aussi que ce domaine est déjà fort étendu et que ce que nous en savons nous permet de traiter dans ses limites, beaucoup des problèmes agités par l'épistémologie.

La distinction signal/bruit de fond

L'idée que la connaissance de la réalité est toujours essentiellement relative à un état des pratiques a des conséquences importantes.

Tout d'abord, la connaissance est à la fois connaissance réelle du monde et connaissance approximative. Dans tout modèle théorique de la réalité subsiste un écart à la réalité, et cet écart n'est pas toujours dû à une ignorance inéliminable en soi. Dépasser un certain niveau de précision met en oeuvre des pratiques de recherche qui peuvent être trop lourdes et trop coûteuses au regard des pratiques en cause. En particulier, il est inutile d'opérer sur des échantillons extrêmement nombreux si le gain d'approximation qu'on peut en espérer est négligeable par rapport à un niveau général d'approximation des connaissances en cause. Une illustration simple permet de le comprendre : dans une analyse de régression, il ne sert à rien de multiplier les observations si le modèle de régression est inapproprié. Aucune connaissance n'est exempte d'un véritable bruit de fond où se mélangent tous les écarts entre le modèle et la réalité. Il ne sert à rien d'éliminer une erreur aléatoire qui se perd dans le bruit de fond, et c'est celà quien définitive - cette balance entre les besoins des pratiques en cause et le coût de toutes les espèces de connaissances supplémentaires qui permettraient de les satisfaire - va déterminer les niveaux des risques d'erreurs aléatoires acceptables.

L'empirisme résiduel

On a vu que l'idée de probabiliser un ensemble d'"états de la nature" était illusoire. Même si l'on opère le redressement que permet l'interprétation pratique que j'ai suggérée, et s'il cesse d'être absurde d'introduire une certaine conception fréquentiste, il est extrêmement rare que cette réintroduction soit véritablement opérationnelle. Au mieux, elle consiste à utiliser une fréquence connue en ordre de grandeur comme si c'était une probabilité, et à ramener l'erreur aléatoire estimée d'après cette fréquence dans le bruit de fond général des connaissances. Ce faisant, on ne sort pas de l'empirisme.

D'une part, il n'y a pas lieu de s'en désoler, et il faut en comprendre la portée. C'est une invite à prendre quelque distance par rapport à la conception de l'homme comme simple "sujet connaissant". L'homme est aussi le produit matériel d'une longue histoire biologique et sociale, avec ses déterminations héritées de cette histoire. C'est un être qui agit comme il a constaté que cela réussissait dans le passé, avec quelques différences et progrès notables par rapport aux bactéries et même aux animaux supérieurs, en particulier dans l'analyse abstraite des conditions de la réussite.

C'est un être qui ne peut rien faire s'il ne sait rien, qui ne peut prendre de décision dans des situations où il ne saurait rien. A vrai dire, et même probablement pour les très petits enfants, de telles situations relèvent de la science-fiction. C'est ce qu'illustre parfaitement, par exemple, une nouvelle célèbre de Lovecraft, "la couleur tombée du ciel" : un aérolithe tombe dans un champ, et se comporte d'une manière bizarre et gênante. La première réaction du narrateur devant cette situation qui n'est pas encore totalement déroutante, est de prélever un échantillon et de le faire analyser chimiquement et physiquement dans un laboratoire. Le résultat est ininterprétable, les fragments analysés ne se comportent comme rien de connu. En même temps, l'aérolithe lui-même "agit" et même de façon très délétère, mais son action ne présente ni caractère, ni d'un phénomène aléatoire ou régulier, ni d'une intervention vivante traduisant une volonté intelligible. Le résultat (qui est le ressort de la nouvelle et le but de l'auteur) est une impression de paralysie angoissée sans remède. Le héros ne fait plus rien, devient complètement passif.

Ce n'est pas une conjecture formalisée concernant l'aérolithe qui manque ici. On se contenterait de bien moins, d'un simple aspect familier permettant de se raccrocher à des connaissances pratiques de la vie usuelle pour "faire quelque chose". Vouloir tout ramener à des hypothèses formelles comme le fait le positivisme logique, c'est une attitude qui ne peut qu'obscurcir la compréhension de la démarche scientifique, qui n'est pas, ni ne peut être une démarche entièrement formalisée. Mais une démarche qui conserve à l'empirisme une part qui ne saurait être entièrement résorbée n'est pas pour autant privée de rationalité. Tout progrès de l'analyse scientifique <u>fait reculer</u> l'empirisme sans jamais l'annuler. Ce que nous savons aujourd'hui est moins que ce que nous saurons demain. Les modèles évolueront, prendront en compte de nouvelles connaissances, en un mot l'information croîtra.

Ce que suggèrent les quelques idées exposées ici, c'est l'importance d'une connaissance accrue des lois de la recherche scientifique, des conditions du progrès scientifique, des chemins de la découverte. S'il en est bien ainsi, c'est peut-être là que se trouve la justification ultime d'une réflexion épistémologique.