REINHART BRÜNING

The formation of the theory of automorphic functions: Felix Klein's notes about Henri Poincaré's early publications

Philosophia Scientiæ, tome 2, nº 4 (1997), p. 77-89

<http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1997__2_4_77_0>

The Formation of the Theory of Automorphic Functions: Felix Klein's Notes about Henri Poincaré's early Publications

Reinhart Brüning
Fachgruppe Philosophie
Universität Konstanz

Philosophia Scientiae, 2 (4), 1997, 77-89

Abstract. The literary bequest of mathematician FELIX KLEIN contains summaries of and commentaries on HENRI POINCARÉ'S writings about "automorphic functions". These yet unpublished notes provide additional information regarding an especially stimulating chapter in the history of mathematics. For KLEIN, the rivalry with POINCARÉ set the tone of the years 1881 and 1882 in which the notes were created. These years were also KLEIN'S last period of intensive research.

Zusammenfassung. Im Nachlaß des Mathematikers FELIX KLEIN befinden sich Kommentare und Zusammenfassungen zu den Publikationen HENRI POINCARÉS über die „automorphen Funktionen". Diese bisher unveröffentlichten Notizen bieten interessante zusätzliche Informationen über einen besonders spannenden Abschnitt der Mathematikgeschichte. Die Jahre 1881 und 1882, aus denen KLEINS Notizen stammen, sind für ihn geprägt von der Rivalität zu POINCARÉ und zugleich das Ende von KLEINS intensiver Forschungstätigkeit.

The mathematician FELIX KLEIN'S commentary and summary of HENRI POINCARÉ'S writings on 'Fuchsian functions' (later called 'automorphic functions') are published here for the first time. The creation of these functions in the 1880s represents an especially interesting chapter in the history of mathematics. The general theory of relativity was not the first area in which non-Euclidean geometry played an outstanding role. It was the young French scientist POINCARÉ who, prior to EINSTEIN, opened the door to a new area of research by creatively connecting function theory and non-Euclidean geometry, and, in so doing, earning his reputation as mathematician.

In addition to POINCARÉ, FELIX KLEIN, a mathematics professor working at the time in Leipzig, was also important to the history and development of automorphic functions. In a skeptical commentary on POINCARÉ'S first publication of his model of non-Euclidean geometry [Poincaré 1881a], KLEIN wrote: "This (POINCARÉ'S) non-Euclidian geometry is also poorer than mine because it excludes the ideal points."[1]

During the years 1880-81, the newcomer POINCARÉ was familiar almost exclusively with the French literature on the subject, and not with the German literature. In contrast, the elder KLEIN was completely up-to-date with the literature of the period. He read the first publication of his young French college on June 12th, 1881. On the same day, KLEIN initiated the famous correspondence between the two.

These letters trace, over a quite short span of time, the considerations concerning the new 'Fuchsian functions'. This name, introduced by POINCARÉ, greatly annoyed KLEIN, who thought that the

[1] „Diese Nicht. Eukl. Geometrie ist auch schlechter, als die meine, weil sie die idealen Puncte ausschliesst." (Translation R. B.)

'godfather' role of naming rightly belonged to other mathematicians, such as H. A. SCHWARZ, who had gained some distinction in this area. The KLEIN-POINCARÉ correspondence allows the reader a direct look at the competition between the two mathematicians. It was first published in 1922 in KLEIN'S *Gesammelten mathematische Abhandlungen* [*GMA* 3, 587-621], and republished later in *Acta Mathematica* [n°39, 94-132], and finally in POINCARÉ'S *Oeuvres* [XI, 26-51]. Many connections between the early publications of KLEIN [See *GMA* 3, 477-710] and POINCARÉ [See *Oeuvres* II, 1-257] first become apparent in these letters.

Besides his publications and personal letters, there exists an additional, and somewhat more private, assessment by KLEIN of POINCARÉ'S work. These notes - obviously written only for KLEIN himself - recapitulate, with comments, the central ideas of his French colleague, and for this reason add additional interesting information. The publication of these private notes has a justification in addition to its historical interest, for KLEIN himself included these documents in his literary bequest to the library, hence making his comments on POINCARÉ'S work publicly available.

In what follows two of KLEIN'S comprehensive summaries and commentaries on POINCARÉ'S work are published. These underline once more the centrality of POINCARÉ for him. The first of these summaries is somewhat cursory; although in the second KLEIN concentrates completely on POINCARÉ'S work. I have arranged the second summary chronologically with respect to the first, and introduced it with the expression ⟨*later*⟩. Other comments have been marked with the same brackets ⟨...⟩ or have been written in footnotes. KLEIN'S original text has no footnotes. Omissions are made for only three reasons: Long citations which can be found in POINCARÉ'S *Oeuvres* and passages concerning authors other than POINCARÉ have been skipped, and marked with ⟨...⟩. Omissions of illegible text are identified with <...>.

None of KLEIN'S literature summaries can be dated exactly. It is also not possible to tell whether they are written over a short or long period of time. The first literature summary was written before the 20th of March, 1882. The second was written later; probably in preparation for a special seminar[2] that dealt intensively with the new subject. This seminar resulted in KLEIN'S wide-ranging publication on automorphic functions [Klein 1883], completed with his last strength before his health failed him. When he returned to health, KLEIN no longer engaged in intensive research, confining himself instead to teaching and administrative work in the sciences.

---

2 'Spezialkolleg': 'Eindeutige Funktionen mit linearen Transformationen in sich', 15 lectures from 6th of June to 8th of August, 1882

⟨Felix Klein, Handschriftensammlung der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Cod. MS. 14 G 1882⟩

Comptes Rendus. 1881. I (fehlt das Register!)

⟨...⟩

p.333. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes. (14 Febr. 1881)[3].

Ausgangspunct: Analogie mit den ell. Functionen. Zusammensetzung beliebiger Operatoren. groupe fuchsien = groupe discontinu dans le gr. hyperbol.[4] Behauptung: alle Gr.[5] aufgezählt zu haben. Decomposition der Ebene in Kreisbogenpolygone.

fonctions θ-fuchsiennes $\theta(zK_i) = \theta(z) \cdot (\frac{dzK_i}{dz})^{-m}$.

Verschiedenes Verhalten auf dem Fundamentalkreis.

⟨Later:⟩[6]

Zusammensetzung symbolischer Operationen. Als Beispiel für Gruppen der gesuchten Art genau die Dreiecksgruppe. Dann Bildungsgesetz der θ-fuchsiennes.

(Ein 2. Beispiel Gesamtheit der Substitutionen, welche eine ternäre ganzzahlige quadratische Form in sich überführen. - Was entspricht dem bei uns? Der Gesichtspunct ist gut.)

p.395. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes.[7]

Existenz der algebr. Gleichung zwischen 2 „fuchsiennes“. Construction zugehöriger Differentialgleichungen. Beispiele

Begriff eines Systems von θ-fuchsiennes. Perspectiven. (Citat auf invariants arithmétiques, *C.R.* Sept.79.)[8]

⟨Later:⟩

---

3 [Poincaré 1881b]

4 Groupe hyperbolique

5 Gruppen

6 With the title: "*Studium der Poincaré'schen Noten*", Klein later deals with the publications in a more detailed way. I added these notes, in each case chronologically arranged with respect to his first résumé, and separated with *'later'*.

7 [Poincaré 1881c]

8 Poincaré speaks about his note from Novembre 1879.

Zusammensetzung der eigentlichen fuchsiennes aus den theta-fuchsiennes. Durch jede function fuchsienne kann eine zugehörige Differentialgleichung integriert werden.

nämlich für $x = F(z)$, $y_1 = \sqrt{\frac{dF}{dz}}$, $y_2 = z\sqrt{\frac{dF}{dz}}$

kommt $\frac{d^2y}{dx^2} = \varphi(x) \cdot y$.

Erläuterung an der hypergeometrischen Reihe. Besonderer Fall der Modulfunctionen. [Bemerkung, dass „invariants arithmétiques" vom Sept. 1879 auf die thétafuchsiennes zurückkommen.]

Jetzt Bildung von Zétafuchsiennes. Immer nur Beispiele von Diff.gleichungen. Insbesondere alle solchen mit rationellen[9] Coefficienten, welche nur 3 singuläre Puncte[10] haben. Als Beispiel gerade meine Anwendung der Modulfunctionen. (d.h. auch für gewisse Differentialgl. n. Ordnung).

⟨...⟩

p.698. Sur les équations différentielles linéaires à intégrales algébriques.[11] - Poincaré.

C. Jordan, Accademia di Napoli: Bestimmung aller endlichen Gruppen.

Jetzt: Bildung der zugehörigen Differentialgleichungen, insbesondere im ternären Falle.

p.777. Poincaré. Sur la représentation des nombres par les formes.[12]

Blasser Auszug: F(a,b, ..) = N[13] wird für alle zerlegbaren Formen auf die Arbeiten von Eisenstein, Kummer, Hermite, Dedekind zurückgeführt.

⟨...⟩

p.859. Poincaré. Sur une nouvelle application et quelques propriétés importantes des fonctions fuchsiennes.[14]

P. hat das p noch nicht bestimmt, und fixiert hier vermöge eines Integrals´ 1. Gattung eine obere Gränze. etc. Ansteigende Empfindung von der Wichtigkeit der f.f.

---

9 He probably meant 'rationalen'.

10 Poincaré writes 'deux points singuliers'.

11 [Poincaré 1881d]

12 [Poincaré 1881e]

13 Poincaré writes: F(a,b) = N

14 [Poincaré 1881f]

⟨*Later:*⟩
Verhalten der Integrale 1.Gattung
«Si, par conséquent, ⟨...⟩, la relation f(x,y) = 0 sera au plus du genre p.»[15] (P. hat offenbar nur erst einen ganz unvollkommenen Begriff von den R. Flächen[16].)
Integrierbarkeit solcher Gleichungen, welche 4 singuläre Puncte haben.
Fälle von Diff. Gleichungen p=1 mit einem Verzweigungspuncte. Es gibt auch eine untere Gränze für p und diese coincidirt empirisch in vielen Fällen mit der oberen.

p.913. Poincaré. Sur l'intégration des équations linéaires par le moyen des fonctions abéliennes.[17]
(zunächst nur für p=2.)

p.957. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes.[18]
Bes. $\frac{d^1y}{dx^2} = y \cdot \varphi(x)$, wo φ rational ist.[19]
man kann alle Gleichungen dieser Art behandeln, in denen alle sing. Puncte reell sind.
⟨*Later:*⟩
Kurzer Satz, demzufolge die Verzweigungspuncte bei $\frac{d^2y}{dx^2} = y \cdot \varphi(x)$, φ rational, beliebige reelle Lage haben dürfen.
⟨...⟩
p.1198. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes.[20]
Besonderer Fall, in welchem das p der Gruppe Null wird. nebst Angabe geeigneter Specialfälle und der Tragweite des Falles, in welchem nur Zipfel auftreten.
⟨*Later:*⟩
Besonderer Fall, dass ein Kreisbogenpolygon mit Winkeln $\frac{\pi}{\lambda}$ gespiegelt wird. - Angabe der Substitutionen

---

15 [*Ibid.*, p.9, l.12-14]
16 Riemann surfaces
17 [Poincaré 1881g]
18 [Poincaré 1881h]
19 He presumably meant: $\frac{d^2y}{dx^2}$.
20 [Poincaré 1881i]

Aus dem Integral 1. Gattung wird gezeigt, dass *p=0* ist. Nun genau meine Theorie des Hauptmodul's.Ferner wieder der Fall der hypergeometrischen Reihe. Endlich Kreisbogenpolygon mit lauter Winkeln = *0*. Hieraus der Satz des 18. April.

p.1274. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes.[21]
Verallgemeinerung.

⟨*KLEIN'S sketch:*⟩,  ohne dass das Geschlecht Null wird.
Vielleicht gelingt es, alle Diff.glch. zu integriren! Vielleicht auch, beliebige alg. Curven zu repräsentiren! (30. Mai 1881.)
⟨*Later:*⟩
Genau der entsprechende unsymmetrische Fall. Angabe der erzeugenden nothwendig elliptischen Substitutionen. Fall dass alle Winkel 0 sind. (Merkwürdige Hülfsconstruction, wohl aequivalirend meiner Betrachtung <...> Polygone.)
«Si j'arrive ⟨...⟩ zétafuchsiennes»[22].
Folgen einige Constructionen zur vorigen Note, welche kaum nöthig scheïnen. [Diese Note entspricht also unter meinen Signaturen *(p,n)* dem Fall *p=0*].
⟨...⟩

p.1335. Poincaré. Sur une propriété des fonctions uniformes.[23]
«Il existe une infinité de fonctions uniformes, admettant un groupe discontinu donné.»
⟨*Later:*⟩
An die Stelle der linearen discontinuirlichen Gruppe kann (immer unter Beschränkung auf eindeutige Functionen der Ebene) irgend eine andere discont. Gruppe gesetzt werden. (ist den Betrachtungen meines zweiten Abschnitts[24] sehr nahe.) (hat aber darüber hinaus auch Bildungsgesetz.) (u. dieses umfasst später auch kleinéennes etc.)
[Poincaré hat bis jetzt nirgends eine explicite Definition der allgemeinsten fonctions fuchsiennes gegeben. Blosse Andeutung über „géométrie non euclidienne". Auch fehlt

21 [Poincaré 1881j]
22 [*Ibid.*, p.18, l.1-4]
23 [Poincaré 1881k]
24 Possibly this refers to his long paper in progress: Felix Klein, Neue Beiträge zur Riemann'schen Funktionentheorie [*GMA* 3, 630].

noch das genaue p. Überhaupt also die spezifische Riemann'sche Anschauung, wie ich sie in R.Fl.[25] gab.]
⟨...⟩

p.1484. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes.[26] (kleineénnes.)[27]
(wieder Vorlage eines mémoire.) 27.Juni 1881.
Allgemeine Figur.
⟨*KLEIN'S sketch:*⟩ 
Beweis für die Lösbarkeit gewisser Differentialgleichungen. Generalisation meines Briefes[28].
⟨*Later:*⟩
Wieder Vorlage eines neuen Mémoire.
I. Hier zunächst das Bildungsgesetz der allgemeinen fuchsiennes. (von der correspondierenden Riemannfläche wird nicht gesprochen). auch nicht von den fuchsiennes, die ∞ viele Kreise zur natürlichen Gränze haben.
II. Das Theorem vom 30. Mai kann in gewissen Fällen bewiesen werden. (Verzweigungspuncte auf gewisse Kreise eines Büschels vertheilt; wohl nur Abbildung der Sichel?)
III. Meine Figur mit sich berührenden Kreisen. Hinzutreten einer Bedingung. Anwendung auf reelle Diff. gleichungen. Verallgemeinerung (durch Ineinanderschiebung). Die kleinéens. - Grosser Nutzen für Differentialgleichungen. Dass Poincaré alle Declamationen in meinem Briefe[29] unberücksichtigt lässt, das ist seine Sünde an dieser Stelle.
⟨...⟩

Comptes Rendus. 1881. II.

p.44. Poincaré. Sur les groupes kleinéens.[30]
«La "pseudogéométrie de Lobatschewsky" peut donner trouver les groupes (polyédre)» Polyederconstruction! Unbestimmte Bezugnahme auf meine Annalenarbeiten. Behauptung der Existenz zugehöriger Functionen.
⟨*Later:*⟩

---

25 [Klein 1874 ; 1876]
26 [Poincaré 1881]
27 This addition in brackets comes from Klein and is not in the original title.
28 Klein to Poincaré, [*GMA* 3, 590-593, 6-19-1881]
29 [*Ibid.*]
30 [Poincaré 1881a]

Klare Unterscheidung, je nachdem Kreis fest bleibt oder nicht. Sind die Gruppen wirklich alle bestimmt? Ich glaube nicht. Diese Nicht. Eukl. Geometrie ist auch schlechter, als die meine, weil sie die idealen Puncte ausschliesst.
1. Definitionen über nicht. Euklidische Raumgeometrie.
2. Discontinuirliche Gruppe von Bewegungen im Raume.
3. Beschreibung der Fundamentalpolyeder. - Flächen der 1. und der 2. Art. Regel für Cantencyclen. (Warum nicht Regeln für den einzelnen Eckpunct?) (aber wie nun independent construiren?)
4. Eine Seitenfläche zum mindesten muss in die xy Ebene fallen. (Gibt es wirklich andere Möglichkeiten) (wenn ja, so ist das sehr wichtig.)
5. Regel für die Vervielfältigung durch Symmetrie, die gut ist: Es muss sich aus den Ebenen des Polygons ein zusammenhängendes Polyeder umgränzen lassen! Eine discontinuirliche Gruppe braucht noch keine brauchbare Gebietseinteilung zu geben, weil möglicherweise jeder Punct einem Fundamentalpuncte irgend eine Substitution ∞ nahe liegt.
Warum hat P. diese Sachen nicht in sein Annalenreferat aufgenommen? Beachtenswerth ist, dass P. bislang sich auch mit den Bildungsgesetzen sich sehr summarisch abfindet.

p.138. Poincaré. Sur une fonction analogue aux fonctions modulaires.[31]

In $$\frac{d^1 y}{dx^2} = y\left\{\sum_0^n \cdot \frac{B_i}{x-a_i} - \frac{1}{4}\sum_0^n \frac{1}{(x-a_i)^2}\right\}$$

werden die a_i, B_i als Functionen gewisser α_i, β_i aufgefasst.[32]
⟨*Later:*⟩
Es wird hier gar nicht verlangt, dass diese F. eindeutig sei. Vielmehr sind sie durch ihren Fundamentalbereich (also etwa nach R. hypergeometrischer Reihe) definiert. Immer aber nur der Fall $p=0$!

---

[31] [Poincaré 1881m]

[32] He probably meant: $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

p.301. <u>Poincaré.</u> Sur les fonctions fuchsiennes. 8. Aug. 1881.[33]

«Toute équation différentielle linéaire à coefficients algébriques s´íntégre par le fonctions zéta fuchsiennes.» «Les coordonnées des points d´une courbe algébrique quelconque séxpriment par des fonctions fuchsiennes d´une variable auxiliaire.»[34]

⟨*Later:*⟩

„<u>Fundamentaltheorem für 0.n.</u>" Es handelt sich darum eine betr. Function zu construiren, welche gewisse vorgegebene <u>reelle</u> Werthe und andere <u>paarweis conjugirte complexe</u> Werthe nicht annehmen kann. Die Sache wird durch Wiederholung des früheren, nur auf reelle Werthe bezüglichen Satzes gemacht.

Die Consequenzen natürlich die allerwichtigsten. Aber das Theorem ist doch nicht dasselbe, welches ich Poincaré zuschreibe. (und das in der That in dem Annalenaufsatze steht.)

⟨...⟩

p.581. <u>Poincaré.</u> Sur les fonctions fuchsiennes. (17. Oktober)[35]

Neue Methode der Reihendarstellung. Die „f.f" wird aus

<...>

$$\varphi(z,a)=\sum_{i=0}^{i=\infty}\frac{1}{z-\dfrac{\alpha_i a+\beta_i}{\gamma_i a+\delta_i}}(\gamma_i a+\delta_i)^{-2m}$$

zusammengesetzt. Ueberdiess kleine Bemerkungen. Hier erst die definitive Bestimmung von p, die noch im Rückstand war!

⟨*Later:*⟩

1) Neues Mittel der Reihendarstellung

2) Unter den Gleichungen $\dfrac{d^2v}{dx^2}=v\cdot\varphi(x)$ gibt es höchstens jedesmal <u>eine</u>, bei welcher x fonction fuchsienne des Verhältnisses der Lösungen ist. Auch wenn $\varphi(x)$ algebraisch ist. (Aber die Existenz dieser einen wird nicht behauptet. - Das wäre also sozusagen unser „Hülfssatz". - Uebrigens wird von der ersten, zweiten und sechsten Familie der f.f. gesprochen).

---

33 [Poincaré 1881n]

34 [*Ibid.*, p.31, l.4-7]

35 [Poincaré 1881o]

3) fonctions fuchsiennes, die nicht in der ganzen Ebene existiren.
4) Endliche Bestimmung der Zahl p.
⟨*Appended:*⟩
Was ist nun neu im Annalenaufsatze?[36]
Das Fundamentaltheorem (0,n).
Dagegen fehlen: die groupes kleinéens, und auch der Satz nr.2 vom 17. Oktober.
⟨...⟩

p.163. Poincaré. Sur les fonctions fuchsiennes. 23. Jan.[37]
«exprimer une fonction fuchsienne donnée à l'aide de séries thétafuchsiennes.»[38] Es handelt sich darum, vorgegebene Functionen von x aus $[y]_x = R(x)$ durch y auszudrücken.⟨*Later:*⟩
Neue Bildungsgesetze.
⟨...⟩

Comptes Rendus. 1882 (Fortsetzung vom 20. März an)

Poincaré

27.März. Groupes discontinue (ternär)
10. April. Sur les fonctions fuchsiennes (Bezugnahme auf meine Noten)
24. April. dito (Beziehung zu Mittag-Leffler)
22.Mai. Classe d'invariants, relatifs aux équations linéaires.
3. Juli. Sur les transcendantes entiéres.

Poincaré. 10. April 1882. *C.R.* t. 94. p. 1038-1040[39]
Beginn mit der Differentialgleichung. Fundamentalgleichung.
$F(x,y) = 0$. Singuläre Puncte der 1. und 2. Kategorie.
$x = F(z)$, $y = F_1(z)$. existiren nur im Inneren des Kreises.

---

[36] Klein made every effort to get for 'his' *Mathematischen Annalen* a publication from Poincaré. It is obvious that Klein was concerned to check whether Poincaré had given him a paper with more than just repetitions and had not saved his novel ideas for Mittag-Leffler's *Acta Mathematica.* Except for this one article, Poincaré had been successfully recruited by Mittag-Leffler's newly founded Swedish periodical, which was in competition with the *Annalen.*

[37] [Poincaré 1882a]

[38] [*Ibid.*, l. 2-3]

[39] [Poincaré 1882b]

«Si *(x,y)* passe par un point singulier de la première catégorie, $F(z)$ et $F_1(z\,)$ont leur $(n\text{-}1)$ premières dérivées nulles.»[40] Möglichkeit eines Wegfalls aller Verzweigungen.
1) Polygon von *4p* Seiten, dessen gegenüberliegende Seiten zusammengehören und das die Winkelsumme *0* hat.
2) Kanonische Zerschneidung.
Excurs über $p=1$, über algebraische Integrationen etc.
Est-ce là laseule seule menière d'exprimer *x,y* et *v* par des fonctions uniformes de *z*? Non.[41]
1) Abbildung du cercle fondamental sur un certain domaine. (fonctions kleinéennes, ou de ces fonctions fuchsiennes qui n'existent que dans une partie du cercle fondamental!)
2) Hülfsvariable *t*, deren Zweckmäßigkeit am 8. August 1881 nachgewiesen sein soll.
3) Enfin toute l'étendue du plan; mais je ne puis entrer ici dans tous les détails que ce sujet comporte. Einleitung: „exposer quelques ⟨...⟩ 2 Notes récentes."[42]
⟨*Appended:*⟩
Poincaré spricht nirgends von Moduln. Fuchs <...> nicht trauen.
⟨*Later:*⟩
und eben Note vom 10. April, über die schon neulich referiert wurde.
Von der Theorie der Moduln (and from the theory) der Untergruppen ist nirgends eine Anmerkung. um so mehr zieht sich Poincaré auf die Behandlung der Differentialgleichungen zurück. Im Ganzen sind es 14 Mitteilungen, ziemlich binnen Jahresfrist.

References

Klein, Felix

1921-23 *Gesammelte matematische Abhandlungen* [*GMA*], 1-3, Berlin : Springer.

1874 Über eine neue Art der Riemannschen Flächen I, Mathematische Annalen 7 (1874); GMA 2, 89-98.

1876 Über eine neue Art von Riemannschen Flächen II, Mathematische Annalen 10 (1876); GMA 2, 136-155.

---

[40] [*Ibid.*, p.42, l.7]
[41] [*Ibid.*, p.43, l.10-11]
[42] [*Ibid.*, p.41, l.4-7]

1883 Neue Beiträge zur Riemannschen Funktionentheorie, Mathematische Annalen 21 (1883), 141-218; GMA 3, 630-740.

Klein, Felix — Poincaré, Henri

Correspondance d'Henri Poincaré et de Felix Klein, Acta Mathematica 39 (1923), 94-132; Felix Klein Gesammelte matematische Abhandlungen 3, 587-621; Œuvres de Henri Poincaré 11, 26-65; Cahier du séminaire d'histoire des mathématiques 10 (1989), 89-140.

Poincaré, Henri

1916-56 *Œuvres de Henri Poincaré*, 1-11, Paris : Gauthier-Villars.

1881a Sur les groupes kleinéens, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (C.R.) 93 (11 juillet 1881), 44-46; Œuvres 2, 23-25.

1881b Sur les fonctions fuchsiennes, C.R. 92 (14 février 1881), 333-335; Œuvres 2, 1-4.

1881c Sur les fonctions fuchsiennes, C.R. 92 (21 février 1881), 395-398; Œuvres 2, 5-7.

1881d Sur les équations différentielles linéaires à intégrales algébriques, *C.R.* 92 (21 mars 1881), 698-701; *Œuvres* 3, 95-97.

1881e Sur les représentations des nombres par les formes, *C.R.* 92 (28 mars 1881), 777-779; *Œuvres* 5, 397-399.

1881f Sur une nouvelle application et quelques propriétés importantes des fonctions fuchsiennes, *C.R.* 92 (4 avril 1881), 859-861; *Œuvres* 2, 8-10.

1881g Sur l'intégration des équations linéaires par le moyen des fonctions abéliennes, *C.R.* 92 (11 avril 1881), 913-915; *Œuvres* 3, 98-100.

1881h Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 92 (18 avril 1881), 957; *Œuvres* 2, 11.

1881i Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 92 (23 mai 1881), 1198-1200; *Œuvres* 2, 12-15.

1881j Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 92 (30 mai 1881), 1274-1276; *Œuvres* 2, 16-18.

1881k Sur une propriété des fonctions uniformes, *C.R.* 92 (6 juin 1881), 1335-1336; *Œuvres* 4, 9-10.

1881l Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 93 (27 juin 1881), 1484-1487; *Œuvres* 2, 19-22.

1881m Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 93 (18 juillet 1881), 138-140; *Œuvres* 2, 26-28.

1881n Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 93 (8 août 1881), 301-303; *Œuvres* 2, 29-31.

1881o Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 93 (17 octobre 1881), 581-582; *Œuvres* 2, 32-34.

1882a Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 93 (23 janvier 1882), 163-166; *Œuvres* 2, 35-37.

1882b Sur les fonctions fuchsiennes, *C.R.* 94 (10 avril 1882), 1038-1040; *Œuvres* 2, 41-43.