

A. HAJNAL

**On Large Chromatic Graphs Not Containing Prescribed Subgraphs**

*Publications du Département de Mathématiques de Lyon*, 1985, fascicule 2B  
« Compte rendu des journées infinitistes », , p. 57

[http://www.numdam.org/item?id=PDML\\_1985\\_\\_2B\\_57\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PDML_1985__2B_57_0)

© Université de Lyon, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications du Département de mathématiques de Lyon » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

ON LARGE CHROMATIC GRAPHS NOT CONTAINING  
PRESCRIBED SUBGRAPHS

by A. HAJNAL

Abstract

This is a joint work of the author, I. JUHASZ and S. SHELAH.

The following statements are consistent with ZFC+GCH relative to the existence of a supercompact cardinal.

- (A)  $\exists S \subset \mathcal{S}_{\omega+1} \exists (A_\alpha : \alpha \in S)$  such that
- (1)  $S$  is stationary in  $\mathcal{S}_{\omega+1} \wedge \forall \alpha \in S \text{ cf}(\alpha) = \omega_1$
  - (2)  $\forall \alpha \in S \text{ tp } A_\alpha = \omega_1 \wedge \cup A_\alpha = \alpha$
  - (3)  $\forall \alpha \neq \beta \in S |A_\alpha \cap A_\beta| < \aleph_0$
- (B) There exists a family  $F \subset [\aleph_{\omega+1}]^{\omega_1}$  such that for  $F \neq F' \in F$   
 $|F \cap F'| < \aleph_0$  and  $F$  does not possess property B.
- (C) There exists a  $T_1$  space  $X$  of cardinality  $\aleph_{\omega+1}$  such that the family of all closed Cantor subsets of  $X$  does not possess property B.
- (D) There exists a graph  $G = (\aleph_{\omega+1}, E)$  of chromatic number  $\aleph_2$  such that  
 $K_{\aleph_0, \aleph_0} \not\subseteq G$ .

It is known that  $\square_{\aleph_\omega}$  implies the negations of these statements. (A), (C) and (D) answer questions stated in the Erdős-Hajnal problem list. (B), (C), and (D) follow from (A) using combinatorial arguments.

A. HAJNAL  
Mathematical Institute  
Hungarian Academy of  
Sciences  
BUDAPEST (Hongrie)