PUBLICATIONS DU DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES DE LYON

J. DAZORD

# Correction à : « Anneau filtré de Gelfand »

*Publications du Département de Mathématiques de Lyon*, 1966, tome 3, fascicule 2
, p. 71-72
<http://www.numdam.org/item?id=PDML_1966__3_2_71_0>

Correction à : "ANNEAU FILTRE DE GELFAND"

par J. DAZORD

(Pub. Dép. Math. (LYON) 1966 t. 3 fasc. 1)

La démonstration de la proposition (5.3) page 51 de cet article est incorrecte. Cependant la proposition et la démonstration peuvent être maintenues si l'on se restreint à la catégorie des A-modules de type fini. On obtient d'ailleurs sous cette forme une caractérisation des anneaux filtrés de Gelfand. Plus précisément, A étant un anneau commutatif à élément unité noethérien, désignons par : $\mathbb{M}od_A^f$ la sous-catégorie pleine de A composée des A-modules de type fini et par : $\hat{A} \otimes_A^f : \mathbb{M}od_A^f \to \mathbb{M}od_A$ la restriction à $\mathbb{M}od_A^f$ du foncteur $\hat{A}\otimes_A$ - Nous pouvons alors énoncer :

<u>Proposition</u> : Les assertions suivantes sont équivalentes :

1 - A est un anneau filtré de Gelfand.

2 - Le foncteur $\hat{A}\otimes_A^f$ réfléchit l'objet nul.

<u>Démonstration</u> : si l'on se restreint à un A-module E de type fini, la démonstration de la proposition (5.3) de l'article considéré justifie l'implication : $1 \Longrightarrow 2$.

Démontrons l'implication : $2 \Longrightarrow 1$.

Soit $M$ un idéal de A partout dense. Considérons l'homomorphisme canonique $j_A : A \to \hat{A}$ . $j_A(M)$ est partout dense dans $j_A(A)$ car $j_A$ est continu. Comme $j_A(A)$ est partout dense dans $\hat{A}$, $j_A(M)$ est partout dense dans $\hat{A}$. L'idéal $\hat{A}j_A(M)$ de $\hat{A}$, également noté $\hat{A}M$ , est donc partout dense dans $\hat{A}$. $\hat{A}$ étant un anneau de Gelfand (en vertu de la proposition (5.1) du même article), on a : $\hat{A} = \hat{A}M$ , puisqu'aucun idéal propre de $\hat{A}$ n'est partout dense. Nous avons donc :

$$\hat{A}/\hat{A}M = \hat{A}\otimes_A A/M = 0$$

Or : $\hat{A}\otimes_A A/M = \hat{A}\otimes_A^f A/M$ , $A/M$ étant de type fini. Il résulte de l'hypothèse que l'on a : $A/M = 0$ , soit $A = M$ . Ainsi, aucun idéal propre de A n'est partout dense : A est un anneau de Gelfand.