

J. DAZORD

Correction à : « Anneau filtré de Gelfand »

Publications du Département de Mathématiques de Lyon, 1966, tome 3, fascicule 2
, p. 71-72

<http://www.numdam.org/item?id=PDML_1966__3_2_71_0>

© Université de Lyon, 1966, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications du Département de mathématiques de Lyon » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Correction à : "ANNEAU FILTRE DE GELFAND"

par J. DAZORD

(Pub. Dép. Math. (LYON) 1966 t. 3 fasc. 1)

La démonstration de la proposition (5.3) page 51 de cet article est incorrecte. Cependant la proposition et la démonstration peuvent être maintenues si l'on se restreint à la catégorie des A-modules de type fini. On obtient d'ailleurs sous cette forme une caractérisation des anneaux filtrés de Gelfand. Plus précisément, A étant un anneau commutatif à élément unité noethérien, désignons par Mod_A^f la sous-catégorie pleine de A composée des A-modules de type fini et par $\hat{A} \otimes_A^f : \text{Mod}_A^f \rightarrow \text{Mod}_A$ la restriction à Mod_A^f du foncteur $\hat{A} \otimes_A$ - Nous pouvons alors énoncer :

Proposition : Les assertions suivantes sont équivalentes :

- 1 - A est un anneau filtré de Gelfand.
- 2 - Le foncteur $\hat{A} \otimes_A^f$ refléchet l'objet nul.

Démonstration : si l'on se restreint à un A-module E de type fini, la démonstration de la proposition (5.3) de l'article considéré justifie l'implication : $1 \Rightarrow 2$.

Démontrons l'implication : $2 \Rightarrow 1$.

Soit M un idéal de A partout dense. Considérons l'homomorphisme canonique $j_A : A \rightarrow \hat{A}$. $j_A(M)$ est partout dense dans $j_A(A)$ car j_A est continu. Comme $j_A(A)$ est partout dense dans \hat{A} , $j_A(M)$ est partout dense dans \hat{A} . L'idéal $\hat{A}j_A(M)$ de \hat{A} , également noté $\hat{A}M$, est donc partout dense dans \hat{A} . \hat{A} étant un anneau de Gelfand (en vertu de la proposition (5.1) du même article), on a : $\hat{A} = \hat{A}M$,

puisqu'aucun idéal propre de \hat{A} n'est partout dense. Nous avons donc :

$$\hat{A}/\hat{A}M = \hat{A} \otimes_A A/M = 0$$

Or : $\hat{A} \otimes_A A/M = \hat{A} \otimes_A^f A/M$, A/M étant de type fini. Il résulte de l'hypothèse que l'on a : $A/M = 0$, soit $A = M$. Ainsi, aucun idéal propre de A n'est partout dense : A est un anneau de Gelfand.