Nouvelles annales de mathématiques

# Certificat de calcul différentiel et intégral

*Nouvelles annales de mathématiques 6e série*, tome 2 (1927), p. 288

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__288_0>

## CERTIFICAT DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE THÉORIQUE — C.122. — I. *Soit l'équation aux dérivées partielles*

$$(E) \qquad p^2 - q^2 = 2f(z).$$

1° *Quelle que soit la fonction* $f(z)$, (E) *admet une intégrale complète formée de surfaces développables. Quelle est la nature de ces développables ?*

2° *Calculer le rayon de courbure des projections sur le plan* $x\mathrm{O}y$ *des courbes caractéristiques* C *de* (E). *En déduire un caractère géométrique des courbes* C.

3° *Trouver sur chaque surface intégrale* S *de* (E) *les conjuguées des courbes* C *situées sur* S.

4° *Les courbes* C *peuvent-elles être lignes de courbure des surfaces* S ?

5° *Déterminer* $f(z)$ *de façon que* (E) *admette pour intégrales des surfaces de révolution autour d'une parallèle à* O$x$ *située dans le plan* $x\mathrm{O}y$. *Quelles sont ces surfaces de révolution ?*

6° *Peut-on choisir* $f(z)$ *de façon que* (E) *admette pour intégrales des surfaces hélicoïdes d'axes* O$x$ ? *Et quelles sont ces surfaces* [1] ?

C.123. — II. *Déterminer la fonction* $\mathrm{U}(u)$ *de manière que les images dans le plan* $(u, v)$ *des géodésiques des surfaces d'élément linéaire*

$$ds^2 = \mathrm{U}^2(u)(du^2 + dv^2)$$

*soient des circonférences.* [*On pourra exprimer, si l'on veut, que le rayon de courbure de ces courbes images est constant.*]

ÉPREUVE PRATIQUE. — C.124. — *Déterminer une fonction monogène analytique* $f(z) = \mathrm{P}(x, y) + i\mathrm{Q}(x, y)$ *de la variable complexe* $z = x + iy$ *telle que l'argument de* $f(z)$ *ne dépende que du produit* $xy$, *et que l'on ait* $f(0) = 1$; $f''(0) = 2$.

N. B. — *On pourra exprimer* P *et* Q *en fonction du module et de l'argument de* $f(z)$; *on pourra également utiliser une transformation analytique* $z' = \varphi(u)$ *qui, appliquée à* $u = f(z)$, *abrège les calculs.*

(Poitiers, juin 1927.)

[1] Cette dernière question n'était pas posée aux candidats.