Certificats de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 6e série, tome 2 (1927), p. 187-188

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__187_0>

CERTIFICATS DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

ÉPREUVE THÉORIQUE — C.108. — 1° *Former l'intégrale générale de l'équation différentielle*

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y + 4\sin 2x = 0.$$

2° *Trouver une courbe intégrale tangente, à l'origine, à la droite* $y = x$.

3° *Déterminer tous les points de contact de cette courbe* $y = x\cos 2x$ *avec les deux bissectrices des angles des axes.*

4° *Calculer l'aire limitée par l'une de ces bissectrices et l'arc de courbe compris entre deux points de contact consécutifs.*

5° *Déterminer le rayon de courbure en chacun de ces points de contact.*

6° *Montrer que les centres de courbure en ces points sont sur une hyperbole.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — C.109. — *Le plan est rapporté à deux axes de coordonnées rectangulaires* Ox, Oy.

Un point A *décrit l'axe* Ox *d'un mouvement uniforme, avec une vitesse égale à l'unité* (*système* C. G. S.); *il se trouve en* O *à l'instant zéro.*

Un point matériel M, *de masse égale à* 1^g, *assujetti à se mouvoir dans le plan* xOy, *est soumis à la force représentée par le vecteur* $\overrightarrow{MA}$. *A l'instant zéro le point* M *se trouve sur la demi-droite* Oy, *à une distance de* O *égale à* 1^{cm} *et sa vitesse est nulle.*

1° *Étudier le mouvement du point* M, *et construire sa trajectoire.*

2° *Évaluer en fonction du temps le rayon de courbure de cette trajectoire.*

(Marseille, novembre 1926.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Intégrer*

$$y'' + y'(\operatorname{tang} x - 2) + y(1 - \operatorname{tang} x) = 0$$

en posant $y = e^x z$.

II. *Calculer*

$$\iint e^x e^y (1 - x - y)\, dx\, dy)$$

étendue au triangle délimité par les axes et la droite $x + y = 1$.

C.110. — III. *Soient* O *le pôle*, Ox *l'axe polaire*, M *un point d'une courbe* C, P *le point où la normale en* M *à* C *coupe la perpendiculaire en* O *à* OM, γ *la courbe décrite par* P *et* Q, *le point où la normale en* P *à* γ *rencontre la droite* OM. *Construire l'une des courbes* C *telles qu'on ait* $9\overline{OQ} = \overline{OM}$. — *Revenant en cartésiennes, montrer que cette courbe est unicursale. Que devient son équation quand on prend l'origine au point double réel et l'axe de symétrie pour axe* Ox ? *Revenant aux coordonnées polaires dans ce nouveau système d'axes, définir géométriquement* C.

ÉPREUVE PRATIQUE. — 1° *Développer la fonction* $y = \text{Arc tang}\,\dfrac{2x+1}{\sqrt{3}}$ *suivant les puissances croissantes de* x. *Le développement obtenu est-il toujours valable ?*

2° *Construire la courbe* $y = e^{\frac{x}{1-x^2}}$. *Asymptotes. Tangentes aux points situés sur les axes. Sens de la concavité.*

(Poitiers, novembre 1926).