NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

D'OCAGNE

Sur la quartique circulaire dite « Cappa »

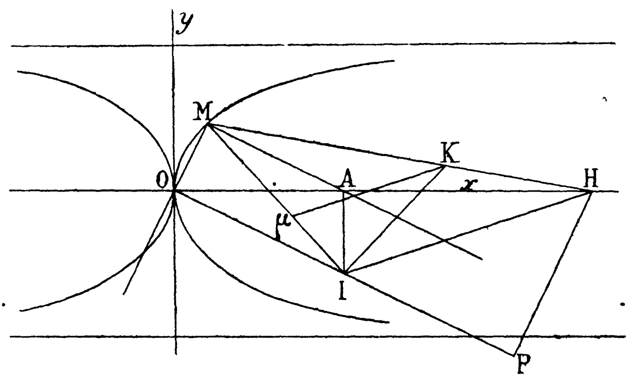
Nouvelles annales de mathématiques 5e série, tome 3 (1924), p. 153-155

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1924_5_3__153_1>

SUR LA QUARTIQUE CIRCULAIRE DITE « CAPPA »;

PAR M. D'OCAGNE.

L'objet de cette courte Note est de faire connaître un exemple particulièrement simple d'application de la double notion de cercle des inflexions des trajectoires et de cercle des rebroussements des enveloppes de droites à une détermination de centre de courbure. Il s'agit de la quartique circulaire qui, en raison de sa forme, a reçu le nom de *cappa*, et qui est le lieu du sommet M d'un angle droit dont un côté passe constamment par un point fixe O tandis qu'un point A



marqué sur l'autre côté ($MA = a$) parcourt une droite fixe passant par O. Si l'on prend cette droite pour axe Ox, avec O pour origine, et Oy perpendiculaire à Ox, on voit immédiatement que cette courbe a pour équation

$$y^2(x^2+y^2) = a^2x^2.$$

Symétrique par rapport aux axes, elle a en O à la fois un foyer singulier et un point tacnodal, où la tangente est Oy et le rayon de courbure $\frac{a}{2}$, et elle possède comme asymptotes, outre les droites isotropes issues de O, les droites $y = \pm a$, chacune d'elles étant double, car la courbe est de sixième classe; elle est d'ailleurs unicursale.

La perpendiculaire élevée en O à OM (normale à l'enveloppe de ce côté) et la perpendiculaire élevée en A à OA (normale au lieu du point A) se coupant en I, centre instantané de rotation de l'angle droit mobile, la normale en M au cappa est MI. Le centre de courbure est dès lors le point μ où MI touche son enveloppe.

Or, le rayon de courbure de l'enveloppe de OM, réduite au point O, est nul; le point O appartient donc au cercle des rebroussements des enveloppes de droites, et, par suite, son symétrique P par rapport à I au cercle des inflexions des trajectoires (1). Mais la seconde extrémité H du diamètre issu de I, dans ce cercle des inflexions, se trouve sur Ox (tous les points de Ox étant d'inflexion puisque cette trajectoire de A est rectiligne); il en résulte que le point H est à la rencontre de Ox et de la perpendiculaire élevée en P à OP. Une fois H obtenu, la construction que nous avons établie d'une façon purement géométrique pour le cas le plus général (2) montre que, *si* MH *coupe en* K *la perpendiculaire élevée en* I *à* MI, *la parallèle menée par* K *à* IH *passe par le centre de courbure* μ,