

## **Certificat de mécanique appliquée**

*Nouvelles annales de mathématiques 5<sup>e</sup> série*, tome 1  
(1922), p. 268-269

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1922\\_5\\_1\\_\\_268\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__268_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1922, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

---



---

**CERTIFICAT DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.**


---

ÉPREUVE THÉORIQUE. — 1° Étudier par la méthode graphique la fonction dynamique du régulateur à action directe.

2° Déterminer approximativement en partant de l'équation

$$\rho \cdot g \cdot H = uv \cos \alpha - u_1 v_1 \cos \alpha_1$$

la vitesse de régime et le rendement d'une roue Pelton.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Une poutre horizontale de longueur  $2l$  est encastree à son extrémité A et repose sur un appui de même niveau à son extrémité B. Elle supporte en son milieu une charge verticale unique P. Calculer les réactions aux appuis, le moment d'encastrement. Donner, en fonction de  $x$ , l'expression du moment fléchissant, et l'ordonnée  $y$  de la fibre élastique. (On appelle  $x$  la distance comptée à partir de l'appui encastree, positivement vers l'autre appui.) Où est obtenu le maximum du moment fléchissant (en valeur absolue), et donner la valeur de ce maximum.

SOLUTION. — Appelons R, R' les réactions en A et B et M le moment d'encastrement en A compté positivement dans le sens de AB vers la verticale descendante. On a les égalités statiques

$$\begin{aligned} R + R' &= P, \\ M &= l(2R' - P) = l(P - 2R). \end{aligned}$$

Par ailleurs, l'expression du moment fléchissant en un point d'abscisse  $x$ , est, en tenant compte de la valeur de M en fonction de R :

$$\mathfrak{M} = \begin{cases} Rx + l(P - 2R) & (0 \leq x \leq l), \\ Rx + l(P - 2R) - P(x - l) & (l \leq x \leq 2l). \end{cases}$$

En intégrant deux fois l'équation d'équarrissage et tenant compte de l'encastrement en A et de ce que la fibre élastique n'est pas cassée en son milieu (on néglige ainsi l'effet de l'effort tranchant)

$$-EI y = \begin{cases} \frac{1}{6} R \cdot x^3 + l(P - 2R) \frac{x^2}{2} & (0 \leq x \leq l), \\ \frac{1}{6} R \cdot x^3 + l(P - 2R) \frac{x^2}{2} - \frac{1}{6} P(x-l)^3 & (l \leq x \leq 2l). \end{cases}$$

En exprimant que la poutre passe par B, c'est-à-dire que pour  $x = 2l$ ,  $y$  est nul, on obtient la valeur de R :

$$\frac{4}{3} R \cdot l^3 + 2l^3(P - 2R) - \frac{1}{6} Pl^3 = 0,$$

d'où

$$R = \frac{11}{16} P, \quad R' = \frac{5}{16} P, \quad M = -\frac{3}{8} Pl.$$

En revenant à l'expression du moment fléchissant et remplaçant R par sa valeur,

$$\mathcal{M} = \begin{cases} \frac{1}{16} P(11x - 6l) & (0 \leq x \leq l), \\ \frac{1}{16} P(-5x + 10l) & (l \leq x \leq 2l), \end{cases}$$

il varie linéairement de  $-\frac{6}{16} P \cdot l$  à  $\frac{5}{16} P \cdot l$  pour  $x$  variant de 0 à  $l$  et de  $\frac{5}{16} P \cdot l$  à 0 pour  $x$  variant de  $l$  à  $2l$ . Son maximum en valeur absolue est donc atteint à l'encastrement et c'est  $\frac{3}{8} P \cdot l$ .

(Lille, juillet 1920.)