NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

M. D'OCAGNE

Sur les centres de courbure des lignes décrites par les points d'une figure plane mobile dans son plan

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 19 (1919), p. 131-134

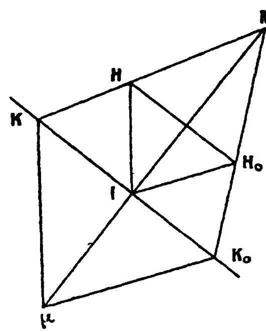
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1919_4_19__131_1>

[$O^1 8a$]

SUR LES CENTRES DE COURBURE DES LIGNES DÉCRITES PAR LES POINTS D'UNE FIGURE PLANE MOBILE DANS SON PLAN;

PAR M. M. D'OCAGNE.

La construction classique de Savary permet de déterminer ces centres de courbure lorsque l'on connaît les centres de courbure de la base et de la roulante au moyen desquelles le mouvement de la figure mobile peut être engendré; mais, en général, ce mouvement n'est pas défini de la sorte; il l'est, plus ordinairement, par les trajectoires de deux des points de cette figure.



La question se pose dès lors, si l'on connaît les centres de courbure répondant à ces deux points, de construire celui qui correspond à tout autre point de la figure mobile.

D'élégantes solutions de ce problème ont été données naguère par M. Farid Boulad dans les *Nouvelles Annales* (1908, p. 128). En voici une qui pourra paraître un peu plus simple. Elle se déduit du théorème suivant qui se trouve démontré dans notre *Cours de Géométrie pure et appliquée de l'École Polytechnique* (t. I, p. 274):

Il existe sur la normale commune à la base et à la roulante, issue du centre instantané I, *un point* H (c'est le point conjugué du centre de courbure de la base par rapport au cercle de courbure de la roulante) *tel que la droite qui joint un point quelconque* M *de la figure mobile à ce point* H *passe par le point de rencontre de la perpendiculaire élevée en* I *à la* *normale* MI *et de la parallèle à* IH *menée par le centre de courbure* μ *répondant à* M.

Il suffit donc de connaître ce point H (*fig.* 1) pour que s'ensuive la détermination du centre de courbure μ répondant à tout point M, et, par suite, toute la question revient à déduire ce point H des centres de courbure μ et μ' répondant à deux points M et M'.

Or, pour trouver le lieu du point H correspondant à un centre de courbure donné, il suffit de remarquer que la parallèle à IK menée par H est homothétique de cette droite IK par rapport à M, le rapport d'homothétie étant $\frac{\mathrm{MI}}{\mathrm{M}\mu}$. Si donc on tire par μ une droite quelconque μK_0 qui coupe en K_0 la perpendiculaire IK à MI, et que l'on mène par I la parallèle IH_0 à μK_0, qui coupe MK_0 en H_0, le point H se trouve sur la perpendiculaire abaissée de H_0 sur MI.

Procédant de même avec le centre de courbure μ' donné sur la normale M'I, on obtient de la sorte une seconde droite passant par H, et ce point se trouve déterminé.

Afin de réduire le nombre des lignes à tracer, on peut faire un choix judicieux des droites μK_0 et $\mu' K_0$ menées *arbitrairement* par μ et par μ'. On peut les faire coïncider toutes deux avec $\mu\mu'$. Mais le choix comportant la plus grande simplicité de tracé semble consister à prendre μK_0 et $\mu' K'_0$ respectivement perpendiculaires à M'I et MI.

Il convient de remarquer que, si le point M passe par une inflexion sur sa trajectoire, la droite HH_0 passe par M et, par suite, que, dans ce cas, le lieu correspondant du point H est tout simplement la tangente en M à cette trajectoire. Cela montre, au reste, que le lieu de ces points d'inflexion est le cercle décrit sur IH comme diamètre, ce qui, comme nous en faisons la remarque dans notre *Cours* (p. 275), est une manière très simple de retrouver géométriquement un théorème bien connu dû à Bresse.