J. JUHEL-RÉNOY

Sur les foyers des courbes planes

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 23-25

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__23_1>

[M¹3g]

SUR LES FOYERS DES COURBES PLANES;

PAR M. J. JUHEL-RÉNOY.

THÉORÈME. — *Soient trois courbes* C, S, Σ *de classe* $2n$ *ayant les mêmes tangentes communes;* $F_1, F_2, F_3, \ldots, F_{2n}$ *les* $2n$ *foyers réels de la courbe* Σ :

il existe une courbe de classe $2n$ homofocale à la courbe C *et tangente à toutes les tangentes menées des points* $F_1, F_2, \ldots, F_{2n}$ *à la courbe* S.

En effet, soient

$$f(u, v) = 0, \qquad \varphi(u, v) = 0,$$
$$f(u, v) + K\varphi(u, v) \equiv K' F_1 F_2 \ldots F_{2n} - K''(u^2 + v^2)^n,$$

les équations des trois courbes C, S, Σ, le foyer F_i ayant pour équation

$$F_i = 0.$$

De l'équation de la courbe Σ, on tire

$$f(u, v) + K''(u^2 + v^2)^n = - K\varphi(u, v) + K' F_1 F_2 F_3 \ldots F_{2n}.$$

Or le premier membre représente une courbe de classe $2n$ homofocale à la courbe C; le second membre, une courbe de classe $2n$ tangente à toutes les tangentes menées des foyers $F_1, F_2, \ldots, F_{2n}$ à la courbe S.

La proposition est donc démontrée.

Son application aux coniques nous donne les deux théorèmes suivants :

Théorème. — *Soient trois coniques* C, S, Σ *inscrites dans un même quadrilatère*, F_1 *et* F_2 *les foyers réels de la conique* Σ; *il existe une conique homofocale à* C, *inscrite dans le quadrilatère des tangentes menées des points* F_1 *et* F_2 *à la conique* S.

Dans le cas où les deux foyers F_1 et F_2 se confondent, ce théorème devient :

Théorème. — *Soient deux coniques bitangentes* S *et* Σ; *le quadrilatère des tangentes communes à l'une des coniques* S *et à une conique* C *homofocale* *à l'autre conique* Σ *est circonscriptible à un cercle : le centre du cercle est le pôle par rapport à la conique* S *de la corde des contacts des deux coniques* S et Σ.

Ces deux théorèmes comprennent, comme cas particuliers, les beaux théorèmes de Chasles sur les coniques homofocales.