

J. JUHEL-RÉNOY

Sur les foyers des courbes planes

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 18
(1918), p. 23-25

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__23_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1918, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[M'3g]

SUR LES FOYERS DES COURBES PLANES ;

PAR M. J. JUHEL-RÉNOY.

THÉORÈME. — *Soient trois courbes C, S, Σ de classe $2n$ ayant les mêmes tangentes communes ; $F_1, F_2, F_3, \dots, F_{2n}$ les $2n$ foyers réels de la courbe Σ :*

il existe une courbe de classe $2n$ homofocale à la courbe C et tangente à toutes les tangentes menées des points F_1, F_2, \dots, F_{2n} à la courbe S .

En effet, soient

$$\begin{aligned} f(u, v) &= 0, & \varphi(u, v) &= 0, \\ f(u, v) + K\varphi(u, v) &\equiv K'F_1F_2\dots F_{2n} - K''(u^2 + v^2)^n, \end{aligned}$$

les équations des trois courbes C, S, Σ , le foyer F_i ayant pour équation

$$F_i = 0.$$

De l'équation de la courbe Σ , on tire

$$f(u, v) + K''(u^2 + v^2)^n = -K\varphi(u, v) + K'F_1F_2F_3\dots F_{2n}.$$

Or le premier membre représente une courbe de classe $2n$ homofocale à la courbe C ; le second membre, une courbe de classe $2n$ tangente à toutes les tangentes menées des foyers F_1, F_2, \dots, F_{2n} à la courbe S .

La proposition est donc démontrée.

Son application aux coniques nous donne les deux théorèmes suivants :

THÉORÈME. — *Soient trois coniques C, S, Σ inscrites dans un même quadrilatère, F_1 et F_2 les foyers réels de la conique Σ ; il existe une conique homofocale à C , inscrite dans le quadrilatère des tangentes menées des points F_1 et F_2 à la conique S .*

Dans le cas où les deux foyers F_1 et F_2 se confondent, ce théorème devient :

THÉORÈME. — *Soient deux coniques bitangentes S et Σ ; le quadrilatère des tangentes communes à l'une des coniques S et à une conique C homofocale*

à l'autre conique Σ est circonscriptible à un cercle : le centre du cercle est le pôle par rapport à la conique S de la corde des contacts des deux coniques S et Σ .

Ces deux théorèmes comprennent, comme cas particuliers, les beaux théorèmes de Chasles sur les coniques homofocales.