

## Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 17 (1917), p. 436-440

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1917\\_4\\_17\\_\\_436\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1917_4_17__436_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1917, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

### QUESTIONS.

---

2329. Soient  $m$  et  $M$  deux points correspondants de deux courbes affines par rapport à un axe  $xx'$ ;  $c$  et  $C$  les centres de courbure en ces points;  $A$  le point de rencontre (situé sur  $xx'$ ) des tangentes en  $m$  et  $M$  aux deux courbes. Les

perpendiculaires en A à  $Am$  et  $AM$  coupent  $mM$  en  $p$  et  $P$ .  
Démontrer que les droites  $pc$  et  $PC$  se coupent sur  $XX'$ .

F. BALITRAND.

2330. Démontrer que l'enveloppe des droites sur lesquelles deux hyperboles équilatères déterminent deux segments ayant même milieu  $M$  est l'hypocycloïde à trois rebroussements tangente aux asymptotes des hyperboles; lieu de  $M$ .

J. LEMAIRE.

2331. Par un point  $O$  commun à deux cercles orthogonaux, on mène une droite variable qui coupe ces cercles en  $A$  et  $B$ : démontrer que le lieu du point conjugué harmonique de  $O$  par rapport à  $A$  et  $B$  est une strophoïde. J. LEMAIRE.

2332. Démontrer que la symétrique d'une tangente de rebroussement d'une hypocycloïde à trois rebroussements, par rapport à une tangente variable de cette courbe, enveloppe une hypocycloïde à quatre rebroussements.

J. LEMAIRE.

2333. Par les sommets d'un triangle, l'orthocentre et les pieds des hauteurs passent une infinité de cubiques circulaires: démontrer que le point commun à la courbe et à son asymptote réelle et le foyer singulier sont deux points diamétralement opposés sur le cercle des neuf points du triangle.

J. LEMAIRE.

2334. Toute cubique circulaire circonscrite à un triangle et contenant l'orthocentre et les pieds des hauteurs est analogmatique de quatre manières, les coniques déférentes étant des paraboles: démontrer que l'axe de ces paraboles enveloppe l'hypocycloïde de Steiner du triangle, et trouver le lieu géométrique du point où il rencontre l'asymptote réelle de la cubique correspondante.

J. LEMAIRE.

2335. Démontrer que si une sphère variable passe en quatre points fixes d'une biquadratique gauche qui sont situés dans un même plan, les quatre autres points communs à la sphère et à cette courbe sont dans un même *plan de direction* fixe.

J. LEMAIRE.

2336 Soient  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  quatre tangentes d'une hypocycloïde a trois rebroussements, P le point commun aux deux premières, Q le point commun aux deux autres démontrer que le foyer de la parabole tangente aux quatre droites est symétrique, par rapport au milieu de PQ, du point commun aux troisièmes tangentes a l'hypocycloïde issues de P et Q

J LEMAIRE

2337 Si l'on joint le foyer d'une parabole aux six sommets d'un quadrilatère circonscrit, la parallèle menée par chaque sommet a la droite joignant au foyer le sommet opposé touche l'hypocycloïde a trois rebroussements inscrite au quadrilatère

J LEMAIRE

2338 Si un quadrilatère est circonscrit a une hypocycloïde a trois rebroussements, les troisièmes tangentes a cette courbe issues de chacun des couples de sommets opposés se coupent sur une même tangente qui est parallèle a l'axe de la parabole inscrite au quadrilatère

J LEMAIRE

2339 Si cinq droites  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$  touchent une hypocycloïde a trois rebroussements, les axes des cinq paraboles tangentes respectivement a quatre de ces droites forment un pentagone qui a ses angles égaux a ceux du pentagone formé par les cinq droites

J LEMAIRE

2340 Soient  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  quatre tangentes a une hypocycloïde a trois rebroussements (H), une conique (C) tangente a ces droites et touchant  $\delta$  au même point que (H) démontrer que cette conique touche la tangente menée, par le foyer F de la parabole tangente aux quatre droites, au cercle circonscrit au triangle que forment les trois premières

J LEMAIRE.

2341 Si quatre tangentes d'une hypocycloïde a trois rebroussements forment un quadrilatère inscritible dans un cercle, la troisième diagonale touche la courbe en un point M démontrer que le foyer F de la parabole tangente aux quatre droites est sur la troisième diagonale, et que cette diagonale et FM ont le même milieu

J LEMAIRE

2342. On considère les paraboles respectivement tangentes aux tangentes  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  et  $\alpha, \beta, \gamma, \delta'$  d'une hypocycloïde à trois rebroussements; démontrer que le cercle qui contient leurs foyers et le point de rencontre de leurs axes est égal au cercle circonscrit au triangle des trois tangentes  $\alpha, \beta, \gamma$ .

J. LEMAIRE.

2343. Démontrer que le paramètre  $p$  de la parabole tangente à quatre droites  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  et le rayon  $r$  du cercle tri-tangent à l'hypocycloïde à trois rebroussements qui touche les mêmes droites sont liés par la relation

$$2pr^3 = R_\alpha \cdot R_\beta \cdot R_\gamma \cdot R_\delta$$

aux rayons des cercles circonscrits aux triangles formés par les tangentes données, associées trois à trois.

J. LEMAIRE.

2344. Dans un triangle ABC, dont les hauteurs sont AA', BB', CC', le point de Lemoine est le point de Gergonne du triangle MNP des milieux des côtés du triangle A'B'C'.

V. THÉBAULT.

2345. 1° Déterminer sur la base BC d'un triangle ABC un point B tel que les cercles inscrits aux triangles BAD et DAC soient égaux. Montrer que les cercles exinscrits dans les angles A sont aussi égaux;

2° Il existe deux groupes de cercles de rayons  $\rho_1$  et  $\rho_2$ . Montrer que

$$\rho_1 + \rho_2 = h,$$

$h$  étant la hauteur AA' du triangle ABC. V. THÉBAULT.

2346. Trouver  $n$  nombres entiers positifs tels que la somme des produits 1 à 1, 2 à 2, 3 à 3, ...,  $n$  à  $n$ , de tous ces nombres soit un carré parfait quel que soit  $n$ . Quels sont les cinq plus petits nombres jouissant de la propriété?

P. CARISSAN.

2347. Former une suite K de nombres entiers tels que le reste de la racine carrée, à moins d'une unité, de chacun de

ces nombres soit un même entier donné quelconque  $k$ , qui soit aussi le reste de la racine carrée, à moins d'une unité, du produit des  $n$  premiers termes de la suite  $K$ , si grand que soit  $n$ . Application ;  $k = 7$ ; écrire les quatre plus petits nombres jouissant de la propriété. P. CARISSAN.

2348. 1°  $u_n$  et  $v_n$  étant un couple quelconque de solutions en nombres entiers de l'équation  $1 + 2u^2 = v^2$ , ayant posé  $s_n = u_n + v_n$ , la relation  $s_n = 3s_{n-1} \pm 2\sqrt{2s_{n-1}^2 - 1}$  définit, par itération, une suite de nombres entiers, illimitée dans les deux sens, suivant qu'on adopte l'un ou l'autre signe devant le radical. Exprimer  $u_n$  et  $v_n$  en fonction de  $s_{n-1}$ . Ecrire les six premières valeurs de  $u, v$  en partant de la solution initiale  $(s_{n-1})_0 = 1$ . Dédire de ces formules de nouvelles expressions générales des nombres triangulaires  $x, y$ , nombres liés eux-mêmes par  $x(n+1) = 2y^2$ .

2° La double relation d'itération  $s_n = 5s_{n-1} \pm \sqrt{6s_{n-1}^2 + 1}$  définit, dans des conditions analogues, une suite de nombres entiers avec  $(s_{n-1})_0 = 2$ ; en déduire la solution générale de l'équation  $2u^2 + 1 = 3v^2$ . P. CARISSAN.

2349. On associe à une conique un cercle ayant son centre en l'un des foyers et passant par l'autre foyer. Faire voir sans calcul qu'il existe des hexagones inscrits au cercle et circonscrits à la conique, hexagones admettant comme axe de symétrie l'axe focal de la conique. G. FONTENÉ.