Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 16 (1916), p. 478-480

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1916_4_16__478_1>

QUESTIONS.

2296. Étant donnés une ellipse E de foyer F, F' et un point M de son plan qui se projette en P et Q sur les axes; si T_1, T_2 sont les points de contact des tangentes à E issues de M, et N_1, N_2, N_3, N_4 les pieds des normales à E issues du même point M, les *onze* points suivants

$$M,\ P,\ Q,\ F,\ F',\ T_1,\ T_2,\ N_1,\ N_2,\ N_3,\ N_4$$

sont situés sur une même strophoïde oblique dont le point double est en M. Cette strophoïde reste la même pour une autre ellipse de foyer F et F'.

Les foyers imaginaires de E sont aussi situés sur cette strophoïde.

E.-N. Barisien.

2297. Soient T_1, T_2, T_3 les trois points de contact des tangentes menées d'un point M à une cardioïde dont le point de rebroussement est O. Le lieu du point M tel que les droites

OT_1, OT_2, OT_3 et la tangente de rebroussement forment un faisceau harmonique est une quartique.

E.-N. Barisien.

2298. Étant donnés une parabole et un de ses points M, on mène en ce point la normale qui coupe à nouveau la courbe en M_1 et son axe en N. Démontrer géométriquement :

1° Que le point M et le pôle P de MM_1, par rapport à la parabole, sont équidistants de la directrice;

2° Que la perpendiculaire élevée en N à MM_1 et la perpendiculaire abaissée de M sur l'axe se coupent sur le diamètre du point P.

F. Balitrand.

2299. Soient ABC un triangle, O le centre du cercle circonscrit, α le pied de la hauteur issue du sommet A sur BC. On considère la parabole ayant pour foyer α et pour directrice OA et les deux autres paraboles analogues. Démontrer que ces trois paraboles ont trois tangentes communes (en dehors de la droite de l'infini) et trouver ces tangentes.

F. Balitrand.

2300. Un cercle mobile roule extérieurement sur un cercle fixe; chaque point du cercle mobile décrit une épicycloïde. Trouver le lieu des centres de courbure de ces épicycloïdes correspondant à une position déterminée du cercle mobile.

F. Balitrand.

2301. Soit un faisceau tangentiel de quadriques, dont une sphère S de centre P, et soit F l'une des quatre coniques planes du système. Les trois autres coniques du système sont les sections, par les plans polaires respectifs de P, de trois quadriques ayant F pour focale commune. Chacune de ces trois quadriques passe par les deux points limites des sphères coaxales avec S ayant le plan de F pour plan radical.

M.-F. Egan.

2302. Le lieu de la projection du centre de courbure en un point d'une cissoïde sur la parallèle menée par ce point à l'asymptote est une cubique d'Agnesi.

R. Goormaghtigh.

2303. On considère deux hypocycloïdes à trois rebroussements égales ayant une tangente de rebroussement A_1A_2 commune et telles que l'une ait un rebroussement en A_1 et le sommet opposé en A_2, l'autre un rebroussement en A_2 et un sommet en A_1. Si d'un point P de A_1A_2 on mène à ces hypocycloïdes les tangentes PM_1 et PM_2 situées d'un même côté de A_1A_2, la corde des contacts M_1M_2 enveloppe une hypocycloïde à quatre rebroussements. R. Goormaghtigh.

2304. Dans un triangle ABC, les côtés AB et AC déterminent, sur la médiatrice relative au côté BC, un segment $\alpha\beta$. Les perpendiculaires, abaissées des sommets B et C sur la droite qui joint l'orthocentre du triangle au milieu du côté BC, déterminent sur la même médiatrice un segment $\alpha'\beta'$. Démontrer que ces deux segments sont égaux. F. Balitrand.

2305. On donne une conique S et un point C dans son plan. Il existe deux cercles de centre C tels que la conique S et l'un de ces cercles admettent des triangles circonscrits à S et inscrits au cercle. Les triangles de chacune des deux familles sont conjugués à une conique Σ ; démontrer que les centres des deux coniques Σ sont symétriques l'un de l'autre par rapport au centre de la conique S. G. Fontené.