Nouvelles annales de mathématiques

J.-B. Pomey

Généralisation du théorème de Rolle et application à la physique

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 16 (1916), p. 382-383

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1916_4_16__382_1>

[D1c][S2]

GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME DE ROLLE ET APPLICATION A LA PHYSIQUE;

Par M. J.-B. POMEY.

1° Considérons, dans le plan, un champ de force limité par un contour simple; soit F la force; supposons que l'on ait rot. $F = 0$, que F soit bien déterminée, finie et continue, et dirigée, en tous les points du contour, suivant la normale vers l'intérieur du champ. Je dis qu'il y a un point du champ (au moins) où F s'annule.

En effet, le travail accompli en allant à l'intérieur du champ d'un point A à un point B ne dépend pas de la forme du chemin parcouru et s'annule si A et B sont tous deux sur le contour, qui est une ligne de niveau. Si l'on choisit entre ces deux points du contour un chemin quelconque dans le champ, le travail, partant de la valeur zéro, est d'abord positif, puis revient à la valeur zéro; il a donc dû passer par un maximum. Il y a ainsi un maximum sur chaque segment d'ordonnée intercepté par le contour et il y a un maximum maximorum sur le lieu desdits maxima. En ce point, le travail est maximum ; on y a donc $F = o$. Ce point est un centre d'équilibre.

On peut généraliser en admettant que la force F puisse éprouver une discontinuité finie sans changement de signe le long d'une portion de ligne de niveau. Car, en traversant cette ligne, le travail varie d'une façon continue, malgré la discontinuité et dans le même sens que si celle-ci n'existait pas. L'existence d'un maximum maximorum en dehors de cette ligne de discontinuité, qui pourrait donner lieu à difficulté, continue donc à être établie.

2° Supposons que la force, restant soumise aux mêmes conditions générales de continuité, satisfasse à la condition div. $F = o$ en tous les points du champ et soit tangente au contour en tous ses points. On obtiendra des conclusions analogues en envisageant le flux de force à travers un chemin $\overrightarrow{AB}$ (au lieu du travail). Et la même généralisation s'applique. Il y a un point où F s'annule. On peut appliquer ces considérations au mouvement d'un fluide; le système envisagé est cylindrique et, si l'on fait abstraction de la troisième dimension, il s'opère en vase clos. Ce qu'on démontre dans le premier cas, c'est que, dans le mouvement irrotationnel d'un fluide comprimé de toutes parts, il y a au moins un élément de convergence au repos à l'époque considérée, et ce qu'on démontre dans le second c'est que, dans le mouvement d'un liquide incompressible dans un vase à parois rigides, il y au moins un élément de tourbillon au repos à cet instant. Il est facile de généraliser dans l'espace à trois dimensions.