M.-L. Zoretti

Sur un problème de choc

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 12 (1912), p. 462-469

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1912_4_12__462_0>

SUR UN PROBLÈME DE CHOC;

Par M. M.-L. ZORETTI.

Une circulaire récente de M. Lépine, préfet de police, enjoignait aux agents de police, en cas de refus de la part des chauffeurs d'arrêter leurs autos, de ne pas hésiter à crever leurs pneus à coups de sabre.

Quelques jours après, eut lieu une application de cette circulaire : un agent, pour immobiliser une auto qui fuyait, tirait un coup de revolver sur les pneus. La balle atteignait le but, mais sans pénétrer, ricochait et allait, je crois, blesser un passant.

On peut être étonné de ce résultat : une balle qui à cette distance tue un homme, ne peut pénétrer dans une enveloppe de pneu. Il est pourtant facile d'expliquer pour quelles raisons purement mécaniques le fait n'a rien de particulièrement étonnant.

De quoi dépend en effet le phénomène? D'abord de la force de pénétration de la balle. Or cette force de pénétration dépend surtout de la composante *normale* de la vitesse; et de plus la vitesse dont il s'agit est la vitesse *relative* de la balle par rapport à la roue qui naturellement est supposée en mouvement.

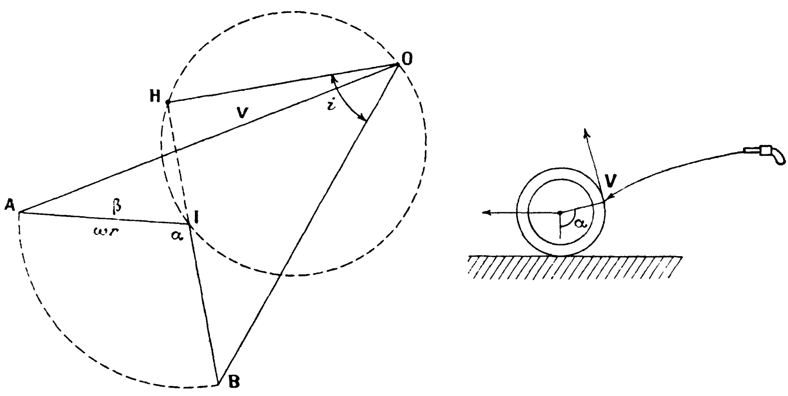
En second lieu, les chances de percer le pneu augmentent en même temps que diminue l'épaisseur de matière qui se trouve devant la balle, dans le sens de la vitesse relative. Si l'on appelle e l'épaisseur de l'enveloppe et i l'angle d'*incidence*, angle de la vitesse relative avec la normale, la balle rencontre devant elle une épaisseur de matière égale à $\frac{e}{\cos i}$.

On voit donc que le phénomène dépend surtout de la vitesse relative et de son inclinaison sur la normale. Proposons-nous donc de construire le vecteur vitesse relative.

Nous supposons qu'on tire *de derrière* sur le pneu dans la direction V qui fait avec l'horizon l'angle β. Plus exactement, nous appelons V et β la vitesse de la balle et son inclinaison au moment où elle atteint la roue. En réalité V est inférieur à la vitesse initiale de la balle et β est supérieur à l'inclinaison de l'axe du canon.

La roue roule sans glisser sur le sol, elle est animée des deux vitesses : vitesse de translation du châssis et vitesse de rotation autour de son axe. Ces deux vitesses sont respectivement : ω pour la vitesse angulaire

Fig. 1.



et ωr pour la translation. Naturellement, on suppose $V \cos \beta > \omega r$, sans cela le projectile n'atteint pas le pneu.

Sur la figure 1 à gauche, on a construit la vitesse relative OB en ajoutant à la vitesse absolue $OA = V$

la vitesse AI horizontale et égale à $-\omega r$ et la vitesse IB égale aussi à ωr et parallèle (avec le sens contraire) à la vitesse linéaire de rotation du point M. Nous déterminons ce point M par l'angle $\alpha = \mathrm{AIB}$ compris entre O et π.

Comme IB donne la direction de la tangente, il est facile de construire la composante tangentielle HB et la composante normale OH de la vitesse relative. Nous avons également en HOB l'angle d'incidence de la vitesse relative.

Rien n'est plus facile que d'appliquer à cette figure le calcul et d'en déduire les expressions de OB, OH, i en fonctions des données V, ωr, α et β. Sur ces formules, on étudiera sans peine l'influence des angles α et β. Par exemple, en projetant sur OH le vecteur OB et le contour OAIB on obtient

$$\mathrm{OH} = \mathrm{V}\sin(\alpha - \beta) - \omega r \sin\alpha.$$

Mais il est encore plus facile de continuer géométriquement l'étude. Le lieu du point H quand α varie seul est le cercle de diamètre OI. Le maximum de OH pour une valeur donnée de β correspond donc à la position OI de OH, c'est-à-dire au cas où le point atteint est l'extrémité du rayon parallèle à OI. Faire varier β, c'est maintenant, dans le triangle OIA, laisser fixes les deux côtés OA et IA et faire varier leur angle. Le maximum de OI correspond donc au cas où $\beta = 0$; OI est alors égal à $\mathrm{V} - \omega r$.

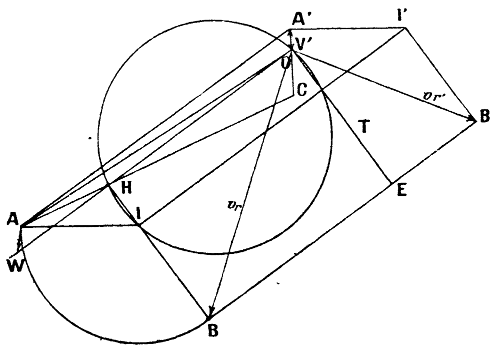
Il y a encore à tenir compte de l'épaisseur $\frac{e}{\cos i}$. On peut, par exemple, supposer que le maximum d'effet utile correspond au maximum de $\frac{\mathrm{OH}\cos i}{e}$, c'est-à-dire de $\mathrm{OH}\cos i$ ou mieux de $\mathrm{OH}^2\cos i$. Il est très facile de mettre en évidence sur la figure ces expressions. La première est la projection de OH sur OB. Son étude revient au problème suivant : On donne deux cercles, l'un de diamètre OI, l'autre de centre I. On fait pivoter une droite autour de I. Elle coupe les deux cercles aux points H et B; étudier les variations de la projection de OH sur OB. Pour le deuxième problème, il faut étudier les variations du produit de OH par sa projection sur OB.

Je n'insiste pas sur ces calculs ou constructions, qui sont bien élémentaires, et je me borne à tirer les conséquences pratiques de l'étude de la force de pénétration proprement dite. Nous avons reconnu que le cas le plus avantageux correspond à $\beta = 0$, α étant égal à $\frac{\pi}{2}$. Pour être dans ce cas, il faudrait donc se placer très bas, viser légèrement au-dessus de l'horizon de façon à atteindre horizontalement le point de l'enveloppe à tangente verticale. Dans ce cas, on aurait une vitesse normale égale à $V - \omega r$, mais la vitesse relative serait inclinée d'un angle dont la tangente est $\frac{\omega r}{V - \omega r}$.

Voyons quelles peuvent être les données numériques : pour une vitesse de l'automobile de 30^{km} à 60^{km} à l'heure, ωr sera compris entre 10^{m} et 15^{m} à la seconde environ. Quant à V, je n'ai pas de renseignements sur la valeur à lui attribuer. Elle est évidemment bien plus considérable, 100^{m} peut-être, au moins pour le tir à très faible distance, mais il faut remarquer qu'à une demi-portée de distance, la vitesse n'est plus qu'environ la moitié de la vitesse initiale (au moins si l'on admet que les choses se passent pour le révolver comme pour les armes à grande vitesse). De plus, l'auto avance pendant le trajet de la balle, ce qui augmente la distance à franchir. Enfin et surtout, la trajectoire s'incurve assez vite et, comme on le voit sur la figure 1, pour peu que le point atteint soit voisin du point à tangente verticale ou même au-dessous (α aigu), la composante OH devient vite faible et son obliquité est grande. Il ne faut donc nullement s'étonner de voir la composante utile devenir insuffisante pour la pénétration. C'est surtout ce résultat qualitatif que j'avais en vue.

Ricochet. — Une question intéressante est celle du ricochet de la balle dans le cas où elle ne pénètre pas suffisamment. Une construction géométrique nous donnera sans peine la vitesse absolue du ricochet ; nous partons de l'hypothèse de Newton : conservation de la composante tangentielle de la vitesse relative ; multiplication par k (inférieur à 1) de la composante normale, avec changement de sens. De plus, nous négligeons le frottement pendant le choc. La figure 2 montre

Fig. 2.



la construction. Soit OB la vitesse relative de composantes tangentielle HB et normale OH. La composante normale de la vitesse relative après le choc est

$$EB' = k.EB.$$

D'où en OB' la vitesse relative $V_{r'}$, après le choc. En lui ajoutant la vitesse $B'I'$ de la rotation et celle $I'A'$ de la translation, on a en OA' la vitesse absolue V' après le choc.

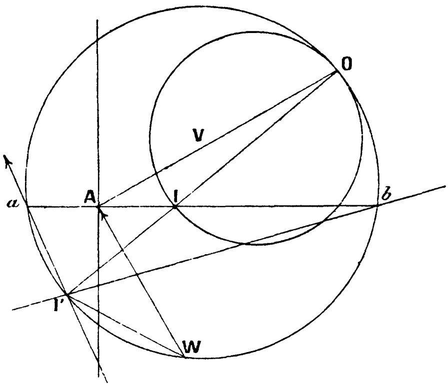
Remarquons que la figure $B'I'A'$ dérive de BIA par la translation $II' = BB' = (k+1)HO$. On peut donc réduire la construction du point A', seul intéressant, à la suivante : mener AA' parallèle à HO et égal à $k+1$ fois ce vecteur HO. Le calcul de OA' est dès lors très simple : il se ramène au calcul du triangle OAA' où l'on connaît deux côtés et un angle. Mieux vaut encore que ce calcul une construction géométrique. En voici deux qui permettent très simplement l'étude de la question :

Remarquons que les droites HA et OA' se coupent en un point C dont le rapport des distances à OH et AA' est égal à $\frac{1}{k+1}$. Pour chaque position donnée du point H sur le cercle OI on pourra construire ce point C qui donne la direction COA'.

Mieux encore, portons sur OH le vecteur $OW = A'A$; nous aurons en AW un vecteur opposé à la vitesse cherchée; celle-ci est WA. Or quand, β restant fixe, α varie, W décrit le cercle homothétique du cercle OI par rapport à O, le rapport d'homothétie étant $k+1$. On tracera ce cercle OI' (*fig.* 3). $I'W$ donne la direction de la tangente au point choqué et WA donne la vitesse correspondante du ricochet.

On voit, par exemple, que la balle ricochera vers le *haut* quand W sera sur l'arc de cercle inférieur $aI'b$, c'est-à-dire quand la tangente aura une direction comprise entre $I'a$ et $I'b$: c'est ce qui a lieu, par exemple, quand la tangente est perpendiculaire à OI : la vitesse est alors $I'A$. On peut admettre que le ricochet est surtout dangereux quand il a lieu vers le *haut* et en *arrière;* car si la balle ricoche en avant, elle court après l'auto et tombe dans l'espace laissé vide derrière l'auto à moins qu'elle ne la dépasse. Au contraire, les ricochets en arrière ont plus de chance d'être dangereux,

Fig. 3.



surtout s'ils sont presque horizontaux. Ce dernier cas a lieu quand W est voisin de a (ricochet en arrière) ou de b (en avant). D'ailleurs le véritable danger vient du ricochet sur les côtés qui tient à ce que le plan de symétrie dont nous avons supposé l'existence n'existe pas en réalité. Mais si cela modifie la trajectoire, cela n'empêche pas nos calculs de s'appliquer. La figure permet d'étudier toutes les particularités de la question; je me borne à remarquer que les vitesses de ricochet en arrière sont en général plus faibles que les ricochets en avant. Je laisse au lecteur le soin d'étudier l'influence des variations de β ainsi que du coefficient élastique k (voisin de 1 dans le problème étudié).

On peut appliquer des constructions analogues à l'étude du choc contre un obstacle en translation. Voici quelques applications de ces calculs : chasse, choc contre une courroie de transmission, etc. Des vérifications expérimentales sont faciles au moyen, par exemple, d'un petit volant à axe horizontal, sur la jante duquel on fait tomber un corps pesant.